

**UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRÉS**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**  
**CARRERA DE INGENIERÍA ELECTROMECÁNICA**



**DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN**  
**PÉNDULO INVERTIDO PARA**  
**ENTRENAMIENTO EN EL IIME**

Proyecto de grado para obtener el Título de Ingeniero  
ELECTROMECÁNICO

POR: JUAN ANTONIO CHAMBI RAMIREZ

TUTOR: ING. LUCIO MAMANI CHOQUE

LA PAZ - BOLIVIA  
Diciembre, 2023



**UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRÉS  
FACULTAD DE INGENIERIA**



**LA FACULTAD DE INGENIERIA DE LA UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRÉS AUTORIZA EL USO DE LA INFORMACIÓN CONTENIDA EN ESTE DOCUMENTO SI LOS PROPÓSITOS SON ESTRICTAMENTE ACADÉMICOS.**

**LICENCIA DE USO**

El usuario está autorizado a:

- a) Visualizar el documento mediante el uso de un ordenador o dispositivo móvil.
- b) Copiar, almacenar o imprimir si ha de ser de uso exclusivamente personal y privado.
- c) Copiar textualmente parte(s) de su contenido mencionando la fuente y/o haciendo la cita o referencia correspondiente en apego a las normas de redacción e investigación.

El usuario no puede publicar, distribuir o realizar emisión o exhibición alguna de este material, sin la autorización correspondiente.

**TODOS LOS DERECHOS RESERVADOS. EL USO NO AUTORIZADO DE LOS CONTENIDOS PUBLICADOS EN ESTE SITIO DERIVARA EN EL INICIO DE ACCIONES LEGALES CONTEMPLADAS EN LA LEY DE DERECHOS DE AUTOR.**

DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN PÉNDULO INVERTIDO  
PARA EL ENTRENAMIENTO EN EL IIME

Por  
Juan Antonio Chambi Ramirez

Revisado y presentado ante el Tribunal de Grado Académico

APROBADO: -----

Ing. Lucio Mamani Choque  
ASESOR

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRÉS

FACULTAD DE INGENIERÍA

Carrera de Ingeniería Mecánica y Electromecánica

Diciembre 2023

*Dedicado a Dios, familia y amigos*

A mis docentes de la Universidad  
y a toda mi familia.

# Contenido

Lista de figuras .....	vi
Lista de tablas .....	viii
Lista de ecuaciones .....	ix
<b>1 ASPECTOS GENERALES .....</b>	<b>1</b>
1.1 INTRODUCCIÓN.....	1
1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....	2
1.3 OBJETIVOS.....	2
1.3.1 <i>Objetivo general</i> .....	2
1.3.2 <i>Objetivos específicos</i> .....	2
1.4 JUSTIFICACIÓN .....	2
1.5 LÍMITES Y ALCANCES.....	3
1.6 FUNDAMENTO TEÓRICO .....	3
1.6.1 <i>Descripción del péndulo invertido</i> .....	3
1.7 ALTERNATIVAS DE SOLUCIÓN.....	4
1.8 ELECCIÓN DE ALTERNATIVA DE SOLUCIÓN .....	5
<b>2 INGENIERÍA DE PROYECTO .....</b>	<b>6</b>
2.1 PARÁMETROS DE DISEÑO .....	6
2.2 SISTEMAS Y SUBSISTEMAS .....	6
2.2.1 <i>Sistema mecánico</i> .....	7
2.2.2 <i>Sistema de tracción</i> .....	9
2.2.3 <i>Sistema electrónico</i> .....	10
2.3 ANÁLISIS PREVIOS AL DISEÑO.....	14
2.3.1 <i>Descripción del sistema</i> .....	14
2.3.2 <i>Entorno de simulación</i> .....	19
A. Modelo Simulink .....	19
B. Función Péndulo invertido .....	20
C. Obtención de parámetros del péndulo .....	20
E. Filtro de Kalman.....	24
F. Modelado en MATLAB .....	25
H. Simulación.....	27
I. Respuestas a perturbaciones .....	28
K. Linear Analysis Tool .....	31
L. Resultados de la linealización .....	31
M. Evaluación de controlabilidad y observabilidad .....	32
Ñ. Interfaz entre péndulo físico y la computadora.....	36
Q. System Identification Toolbox de MATLAB .....	41
R. Pruebas en el prototipo final .....	42
S. Programa principal y diagrama de flujo .....	43
2.4 DISEÑO DE ELEMENTOS.....	45
A. Diseño del circuito principal .....	45
2.5 LABORATORIO DE SISTEMAS NO LINEALES.....	46
A. Introducción .....	46
B. Objetivos .....	47
C. Equipo.....	47
D. Trabajo Previo.....	48

E. PROCEDIMIENTO.....	48
F. Análisis de Resultados.....	49
G. Informe .....	49
2.6 DESARROLLO DEL LABORATORIO .....	50
A. Introducción .....	50
B. Objetivos .....	50
C. Equipo.....	50
D. Trabajo Previo.....	50
E. PROCEDIMIENTO.....	52
G. Informe .....	53
<b>3 MANUFACTURA .....</b>	<b>54</b>
3.1 PROCESO DE FABRICACIÓN.....	54
3.1.1 <i>Piezas plásticas</i> .....	54
3.1.2 <i>Piezas de madera</i> .....	54
3.2 PROCESO DE MONTAJE .....	55
3.3 OPERACIÓN Y MANTENIMIENTO.....	57
3.3.1 <i>Operación</i> .....	57
3.3.2 <i>Mantenimiento</i> .....	57
<b>4 COSTOS .....</b>	<b>59</b>
4.1 COSTO DE MATERIALES .....	59
4.2 COSTO DE ELEMENTOS ESPECÍFICOS .....	59
4.3 COSTO DE INSUMOS .....	59
4.4 COSTO DE MAQUINARIA Y MANO DE OBRA.....	59
4.5 COSTO TOTAL Y PRECIO .....	61
4.5.1 <i>Precio de venta e impuestos</i> .....	61
<b>5 EVALUACIÓN .....</b>	<b>63</b>
5.1. EVALUACIÓN TÉCNICA .....	63
5.2. EVALUACIÓN ECONÓMICA .....	64
5.2.1. <i>Péndulo invertido rotatorio Quanser QNET</i> .....	64
5.3 APLICACIONES.....	65
5.4. CONCLUSIONES .....	66
5.5 RECOMENDACIONES .....	67
<b>BIBLIOGRAFÍA .....</b>	<b>69</b>
<b>ANEXOS.....</b>	<b>70</b>

# Índice de figuras

Figura 1. 1 Péndulo invertido de Laboratorio .....	1
Figura 1. 2 Sistema carro péndulo.....	3
Figura 1. 3 Diagrama de cuerpo libre del sistema carro péndulo.....	4
Figura 2. 1: Sistema carro-péndulo a desarrollar en el proyecto.....	7
Figura 2. 2: Chasis del carro.....	7
Figura 2. 3: Soporte de motores .....	7
Figura 2. 4: Soporte de péndulo. ....	8
Figura 2. 5: Péndulo. ....	8
Figura 2. 6: Ruedas con recubrimiento de goma.....	8
Figura 2. 7: Porta péndulo. ....	9
Figura 2. 8: Motorreductor de 12V implementado en el proyecto.....	9
Figura 2. 9: Batería de polímero de Litio .....	10
Figura 2. 10: Interruptor de 15A. ....	10
Figura 2. 11: Unidad de movimiento inercial MPU 6050.....	11
Figura 2. 12: Driver para motores de alta potencia. ....	11
Figura 2. 13: Placa principal.....	12
Figura 2. 14: Arduino NANO.....	12
Figura 2. 15: Sistema carro-péndulo. ....	14
Figura 2. 16: Diagrama de bloques del modelo péndulo invertido. ....	19
Figura 2. 17: Principios físicos de MPU. ....	22
Figura 2. 18: Dirección de los ejes en el chip MPU 6050.....	23
Figura 2. 19: Algoritmo recursivo del Filtro de Kalman.....	24
Figura 2. 20: Flujograma de obtención del ángulo de inclinación. ....	25
Figura 2. 21: Simulación en el entorno de Simulink. ....	25
Figura 2. 22: Simulación en el entorno de Simulink. ....	26
Figura 2. 23: Diagrama de bloques del sistema físico.....	27
Figura 2. 24: Animación del péndulo invertido en Simulink.....	28
Figura 2. 25: Respuesta del sistema a un controlador PID.....	28
Figura 2. 26: Comportamiento del sistema sin ningún control. ....	29
Figura 2. 27: Configuración de las salidas y entradas del sistema. ....	29
Figura 2. 28: Configuración de las salidas y entradas del sistema. ....	30
Figura 2. 29: Análisis lineal del sistema por Simulink.....	30
Figura 2. 30: Interfaz gráfica del Linear Analysis Tool .....	31
Figura 2. 31: Resultados, Funciones de transferencia para cada salida .....	31
Figura 2. 32: Polos y ceros y espacio de estados del modelo lineal.....	32
Figura 2. 33: Comparación entre modelos no lineal y linealizado.....	34
Figura 2. 34: Funciones de transferencia del sistema linealizado .....	35
Figura 2. 35: Salidas de los bloques no lineal y lineal frente a una entrada de tipo Step .....	35
Figura 2. 36: Diagrama de bloques para la comunicación serial.....	36

Figura 2. 37: Puerto COM del microcontrolador. ....	37
Figura 2. 38: Diagrama de bloques del sistema real con control PID .....	37
Figura 2. 39: Determinación de $T_u, T_g$ y $K_s$ de la respuesta de la planta lazo abierto. ....	38
.....	38
Figura 2. 40: Controlador técnico.....	40
Figura 2. 41: Controlador matemático .....	40
Figura 2. 42: Uso de PID Tuner para sintonizar los parámetros del controlador.....	42
Figura 2. 43: Diagrama de conexión entre péndulo y computador. ....	42
Figura 2. 44: Respuesta a perturbaciones del péndulo real. ....	43
Figura 2. 45: Esquema general del circuito de control.....	45
Figura 2. 46: Diseño del circuito de control. ....	45
Figura 2. 47: PCB del circuito de control.....	46
Figura 2. 48: Péndulo invertido.....	47
Figura 2. 49: Encender el péndulo invertido .....	53
Figura 3. 1: Impresora 3D .....	54
Figura 3. 2: Chasis del carro manufacturado con un equipo plasma.....	55
Figura 3. 3: Montaje de los motores al chasis. ....	55
Figura 3. 4: Montaje de los componentes electrónicos al chasis.....	56
Figura 5. 1: Péndulo invertido terminado.....	62
Figura 5. 2: Péndulo invertido Quanser QNET .....	65

# Índice de tablas

Cuadro 1. 1: Variables que intervienen diagrama de cuerpo libre .....	5
Cuadro 2. 1: Características del motorreductor.....	9
Cuadro 2. 2: Justificación del uso del microcontrolador.....	13
Cuadro 2. 3: Método de calibración de controladores de Ziegler-Nichols.....	39
Cuadro 2. 4: Parámetros del péndulo. ....	49
Cuadro 4. 1: Costo de materiales.....	59
Cuadro 4. 2: Costo de elemento específicos.....	60
Cuadro 4. 3: Costo de insumos.....	60
Cuadro 4. 4: Costos de mano de obra.....	60
Cuadro 4. 5: Costo de diseño.....	60
Cuadro 4. 6: Costo total.....	61
Cuadro 5. 1: Características finales.....	63
Cuadro 5. 2: Características Quanser QNET.....	65

# Índice de ecuaciones

ECUACION 1 .....	14
ECUACION 2 .....	14
ECUACION 3 .....	15
ECUACION 4 .....	15
ECUACION 5 .....	15
ECUACION 6 .....	15
ECUACION 7 .....	15
ECUACION 8 .....	16
ECUACION 9 .....	16
ECUACION 10 .....	16
ECUACION 11 .....	16
ECUACION 12 .....	16
ECUACION 13 .....	17
ECUACION 14 .....	17
ECUACION 15 .....	18
ECUACION 16 .....	18
ECUACION 17 .....	18
ECUACION 18 .....	18
ECUACION 19 .....	18
ECUACION 20 .....	21
ECUACION 21 .....	21
ECUACION 22 .....	23
ECUACION 23 .....	23
ECUACION 24 .....	33
ECUACION 25 .....	34
ECUACION 26 .....	41
ECUACION 27 .....	41

## Resumen

En el presente proyecto se desarrolla el proceso de diseño e implementación de un sistema carro-péndulo invertido para el estudio de sistemas inestables no lineales del área de automatización y control. Se hará un modelo matemático respectivo del sistema y su correspondiente simulación en el entorno Simulink, así también su control. Está desarrollado de tal forma que es muy sencillo implementar cualquier tipo de control y ver el comportamiento del sistema en la simulación. También se implementa un diagrama de bloques que se conecta directamente con el sistema carro-péndulo real para su control mediante Simulink, y del cual es posible observar las gráficas de su comportamiento y hacer comparaciones entre el sistema real con el modelo.

## **Abstract**

In the present project the design and implementation process of an inverted car-pendulum system for the study of non-linear systems of the automation and control area is developed. A corresponding mathematical model of the system and its corresponding simulation will be made in the Simulink environment, as well as its control. It is developed in such a way that it is very easy to implement any type of control and see the behavior of the system in the simulation. A block diagram is also implemented that connects directly with the real car-pendulum system for its control by means of Simulink, and from which it is possible to observe the graphs of its behavior and make comparisons between the real system and the model.

## Capítulo 1

### 1 ASPECTOS GENERALES

#### 1.1 Introducción

El estudio del péndulo invertido es elemental para el área de control, como primer paso para profundizar en aplicaciones más complejas en el control moderno. En el presente trabajo se muestra el desarrollo y construcción de un péndulo invertido y un controlador tradicional que permita la observación de cada parámetro en la estabilidad de un sistema por naturaleza inestable en una región muy cerrada en su grado de libertad. El estudio del péndulo invertido es base de aplicaciones en móviles como el Segway, en movimiento de robots bípedos o la estabilización de satélites, estos últimos en múltiples grados de libertad.

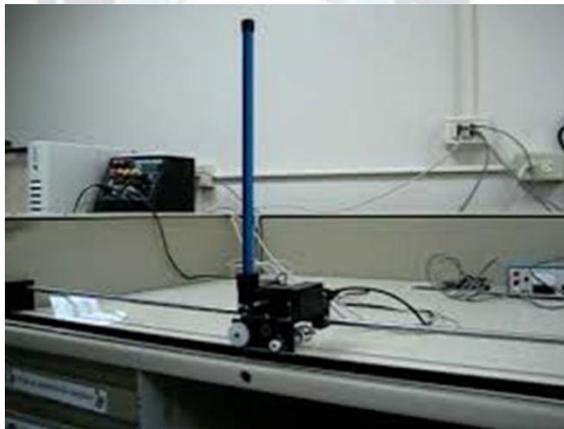


Figura 1. 1: Péndulo invertido de Laboratorio

Estos equipos son muy utilizados para entrenamiento en el área de control automático y permiten avances en pruebas de alternativas con diferentes arquitecturas de control o aplicación de diferentes leyes de control. Este trabajo se centra en desarrollo de un equipo de experimentación y pruebas para verificar las diferentes técnicas de control en una misma planta que por naturaleza se encuentra en una región inestable y es susceptible a perturbaciones ambientales que provocarían una veloz inestabilidad. Es en este sentido los controladores deberán ser orientados a una rápida respuesta a las perturbaciones.

Los componentes de la planta son otra tarea en el desarrollo de un péndulo invertido por que engloban sistemas mecánicos, sistemas eléctricos y electrónicos, así como la instrumentación por medio de sensores de posición.

## **1.2 Planteamiento del problema**

¿Es posible construir un péndulo invertido tipo carro-péndulo para el estudio profundo en el área de control automático?

## **1.3 Objetivos**

### **1.3.1 Objetivo general**

Diseñar e implementar un péndulo invertido para entrenamiento de estudiantes en el área de control automático.

### **1.3.2 Objetivos específicos**

- Diseñar y construir la estructura mecánica de un péndulo invertido.
- Diseñar y desarrollar el sistema de censado en posición para el péndulo invertido.
- Diseñar y desarrollar un sistema electromecánico que actué como el esfuerzo sobre el carro móvil del péndulo invertido.
- Diseñar un sistema electrónico de adquisición de datos y su procesamiento implementando la ley de control básico.

## **1.4 Justificación**

El presente proyecto está justificado académicamente por la necesidad de experimentar y validar los conceptos adquiridos en los cursos relacionados al control automático e industrial, para adquirir plena conciencia de estos fenómenos. Permitiendo a los estudiantes como a la misma Carrera incrementar su capacidad de asimilación conceptual. Es también justificado económicamente ya que permitirá economizar recursos ya que se utilizarán materiales de producción local y tecnología existente en el mercado local. Esto mismo permitirá la reproducción del equipo para el acceso a mayor cantidad de estudiantes. Una necesidad que emerge de los costos elevados de equipos

didácticos el reducido número que se pueden adquirir reduciendo así también el acceso a los estudiantes de la carrera por ello esto permitiría en un bajo costo el experimentar con equipos fabricados en la misma carrera y por ende un aporte tecnológico de la misma.

### 1.5 Límites y alcances

En este proyecto se diseñará e implementará el péndulo invertido mediante un prototipo de dos grados de libertad, uno de rotación y otro de desplazamiento lineal ( $\theta$ ,  $x$ ), el cual solo tendrá fines académicos para el estudio del control automático.

### 1.6 Fundamento teórico

El péndulo invertido es un problema clásico que se formula en dinámica y en teoría de control, y que consiste en mantener una cierta masa en equilibrio por encima del eje de rotación del sistema. El sistema carro-péndulo es un sistema de péndulo invertido en el cual se utiliza una base móvil<sup>1</sup> para conseguir mantener la masa<sup>2</sup> en equilibrio.

#### 1.6.1 Descripción del péndulo invertido

Se puede considerar el péndulo como una masa puntual ver figura 1.2, es decir, toda la masa del péndulo se encuentra concentrada en un punto, y la unión entre este punto de masa (el péndulo) y la base del sistema (el carro) es una barra de masa despreciable.

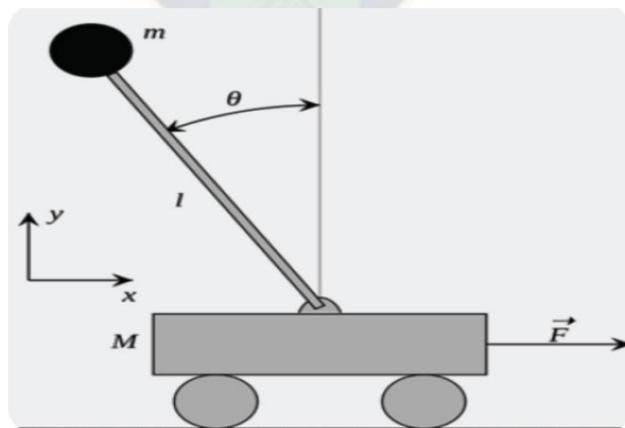


Figura 1. 2: Sistema carro péndulo

<sup>1</sup> El carro

<sup>2</sup> El péndulo vástago

Como consecuencia, al tratarse de una barra de masa despreciable el único factor de importancia de esta barra es la longitud a la que se encuentra el péndulo respecto del carro. En cuanto a dinámica se refiere, esta barra no añadiría ningún término a las ecuaciones puesto que su masa es nula. En segundo lugar, se puede considerar el péndulo como una varilla, es decir, la masa del péndulo se reparte uniformemente a lo largo de una varilla de longitud determinada, pero sin anchura ni profundidad. Esta varilla está conectada en uno de sus extremos a la base del sistema, el carro.

Como consecuencia, al realizar el modelado del este sistema, aparecen términos de inercias relacionados con la dinámica de la varilla, y por ello las ecuaciones del sistema se complican respecto a la consideración anterior del péndulo como masa puntual. Se basará en la obtención y análisis de datos provenientes de materiales impresos u otros tipos de documentos.

**Investigación de Campo:** Las fuerzas y los parámetros que intervienen en el sistema carro-péndulo son:

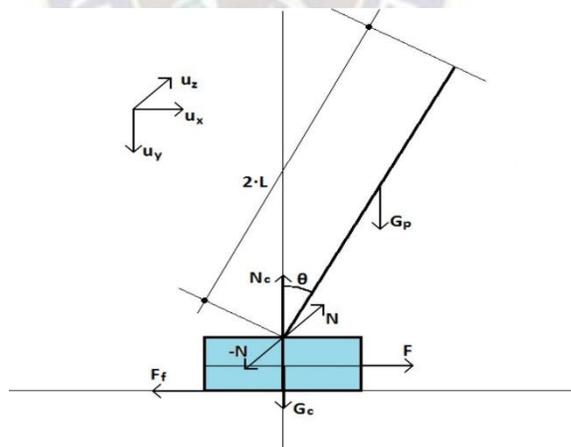


Figura 1. 3: Diagrama de cuerpo libre del sistema carro péndulo

## 1.7 Alternativas de solución

Usualmente en las prácticas de laboratorio de control automático, donde no se cuenta con un péndulo invertido se usan simulaciones por computadora<sup>3</sup> para la experimentación y el estudio de estos. Sin embargo, la práctica con un sistema real,

<sup>3</sup> MATLAB, LABVIEW

enriquece de gran manera la experiencia en el laboratorio ya que aparecen otros factores que afectan al funcionamiento del péndulo invertido, que no se toman en cuenta en el modelo matemático y por ende en la simulación, como el nivel de carga de las baterías y la velocidad de comunicación entre el controlador y los actuadores

### 1.8 Elección de alternativa de solución

Debido a la ventaja que conlleva tener un péndulo invertido tanto en un entorno virtual de simulación y también en un entorno físico, Se decidió desarrollar tanto el modelado, la simulación y la animación virtual del péndulo mediante la herramienta Simscape Multibody de MATLAB, como el diseño y la construcción del mismo con materiales que se pueden hallar en nuestro país.

Cuadro 1. 1: *Variables que intervienen diagrama de cuerpo libre*

Variable	Descripción
$N$	Fuerza normal de reacción del carro sobre el péndulo
$-N$	Fuerza normal de reacción del péndulo sobre el carro <sup>3</sup> .
$N_c$	Fuerza normal de la superficie sobre el carro.
$F$	Fuerza aplicada para mover el carro.
$F_f$	Fuerza de fricción entre el carro y la superficie sobre la que se desplaza.
$G_c$	Fuerza de la gravedad sobre el carro.
$G_p$	Fuerza de la gravedad sobre el péndulo.
$\theta$	Ángulo de desviación del péndulo respecto a la posición de equilibrio.
$w$	Velocidad angular del péndulo.
$M$	Masa del carro.
$m$	Masa del péndulo.
$a_c$	Aceleración lineal del carro.
$a_p$	Aceleración lineal del péndulo.
$l$	Distancia desde la unión entre el carro y el péndulo.
$g$	Aceleración gravitatoria.
$\mu_c$	Coefficiente de fricción entre la superficie y el carro.
$\mu_p$	Coefficiente de fricción de la articulación que une el carro con el péndulo.
$I$	Momento de inercia del péndulo relativo a la articulación.

**Fuente:** Elaboración propia

## Capítulo 2

### 2 INGENIERÍA DE PROYECTO

El péndulo es un sistema compuesto por dos elementos unidos por un pivote. El carro de masa  $M$  está limitado a moverse en un solo eje y la barra de masa  $m$  tiene movimiento rotacional y traslacional debido al carro, además un actuador que es un motor de corriente directa proporciona movimiento al carro a lo largo de un riel.

#### 2.1 Parámetros de diseño

Los requerimientos necesarios obtenidos para la fabricación del péndulo son detallados en la tabla

**Respuesta rápida en los actuadores (motores)** Se tienen 1300 RPM de velocidad a la salida del motorreductor.

**Dimensiones del carro** Las dimensiones del carro son de 20x20 cm.

**Dimensiones del péndulo** El péndulo tiene un tamaño inicial de 1 m con la posibilidad de variar este valor.

**Alimentación** Alimentada con una batería de polímero de Litio de 12V.

**Peso** El peso del conjunto carro-péndulo no exceden los 1[Kg].

**Comunicación** Cuenta con un periférico USB para el envío y transmisión de datos.

**Diseño compacto y robusto** Se debe tener todo el diseño en una sola placa con la menor cantidad de cables posibles para evitar accidentes por vibraciones.

#### 2.2 Sistemas y Subsistemas

A continuación, se detallan los sistemas y subsistemas del conjunto carro péndulo.

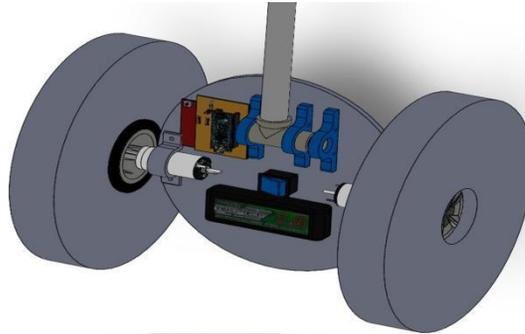


Figura 2. 1: Sistema carro-péndulo a desarrollar en el proyecto

**Fuente:** Elaboración propia

### 2.2.1 Sistema mecánico

**Subsistema Chasis** Es el elemento que sostiene a los motores, a la placa del circuito, la batería y el soporte del péndulo.

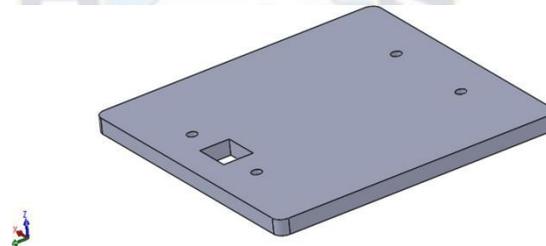


Figura 2. 2: Chasis del carro

**Fuente:** Elaboración propia

**Subsistema Soporte de motores** Son piezas impresas de material PLA sujetan firmemente los cuatro motores al chasis.

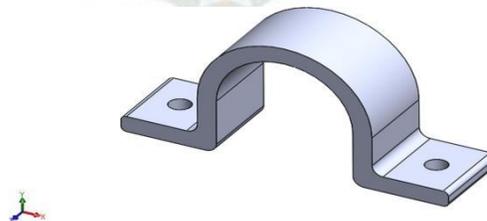


Figura 2. 3: Soporte de motores

**Fuente:** Elaboración propia

**Subsistema soporte de péndulo** Tiene el objetivo de acoplar el péndulo al carro, además de minimizar la fricción rotacional entre ambos.

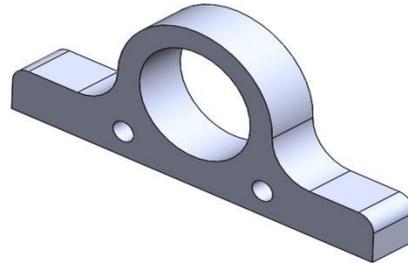


Figura 2. 4: Soporte de péndulo.

**Fuente:** Elaboración propia

**Subsistema péndulo** Se trata de una barra de perfil circular de plástico.



Figura 2. 5: Péndulo.

**Fuente:** Elaboración propia

**Subsistema ruedas** Son en total cuatro ruedas acopladas a los respectivos motores.



Figura 2. 6: Ruedas con recubrimiento de goma

**Fuente:** Elaboración propia

**Subsistema Porta péndulo** Se trata de un tubo en T cuya función es soportar la barra del péndulo y que esta pueda ser cambiada fácilmente,

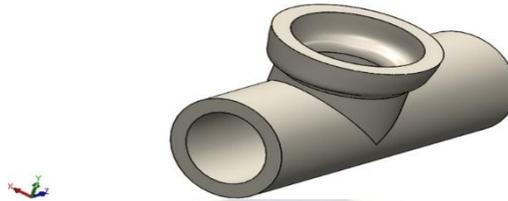


Figura 2. 7: Porta péndulo.

**Fuente:** Elaboración propia

### 2.2.2 Sistema de tracción

Está formado por los cuatro motores DC de 12V de alta velocidad, dispuestos a los cuatro lados del chasis. En la tabla se muestran sus características.

Cuadro 2. 1: Características del motorreductor

Característica	Valor
Voltaje de operación	12 V DC
Velocidad del motor	130000 RPM
Velocidad a la salida del reductor	13000 RPM
Razón de reducción	10:1
Corriente nominal	500 mA

**Fuente:** ABEX motors

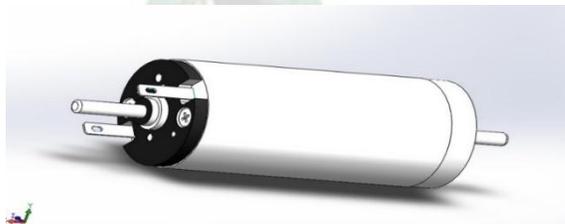


Figura 2. 8: Motorreductor de 12V implementado en el proyecto

**Fuente:** Elaboración propia

### 2.2.3 Sistema electrónico

**Subsistema batería** Una Batería LIPO<sup>4</sup>, mostrada en la figura 2.9, se encarga de suministrar energía a los motores, placa de control y sensores del sistema electrónico, ya que tiene la suficiente capacidad de descarga (de 25 C), para alimentar a los cuatro motores y a la placa de control a la vez.



Figura 2. 9: Batería de polímero de Litio

**Fuente:** Elaboración propia

**Subsistema interruptor** El elemento que conecta y desconecta la electrónica del sistema.

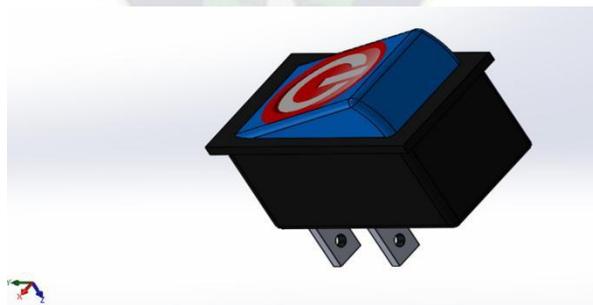


Figura 2. 10: Interruptor de 15A.

**Fuente:** Elaboración propia

---

<sup>4</sup> Polímero de Litio

**Subsistema Sensor** Una unidad de movimiento inercial IMU con acelerómetros lineales y velocímetros angulares serán utilizados para medir las inclinaciones del péndulo.



Figura 2. 11: Unidad de movimiento inercial MPU 6050

**Fuente:** Elaboración propia

**Subsistema Puente H para motores** Se usa un driver de alta potencia para motores DC de hasta 30 [A] por canal, control de velocidad por modulación de ancho de pulso (PWM) y control de giro.

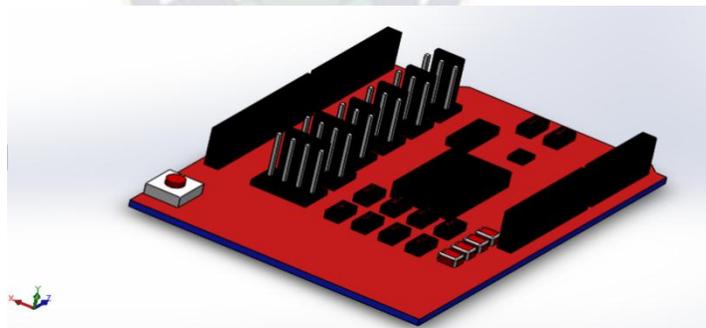


Figura 2. 12: Driver para motores de alta potencia.

**Fuente:** Elaboración propia

**Subsistema placa principal** Es donde se alojan los sensores, microcontrolador y el resto de componentes del sistema electrónico

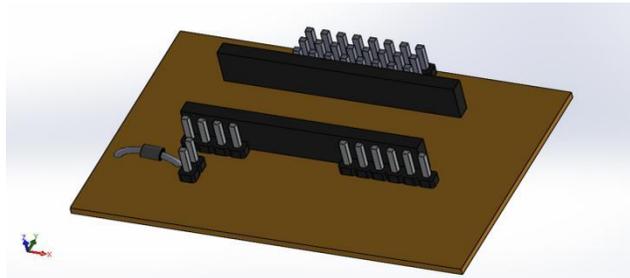


Figura 2. 13: Placa principal

**Fuente:** Elaboración propia

**Subsistema microcontrolador** Por su diseño compacto y tener integrado convenientemente una entrada para la comunicación vía USB se usó la tarjeta Arduino NANO.

**Selección del microcontrolador** El uso de un microcontrolador Arduino Nano en un proyecto como este del sistema carro-péndulo invertido puede ser justificado por varias razones:

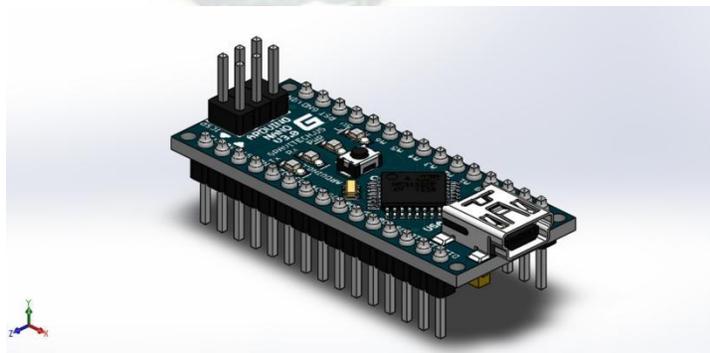


Figura 2. 14: Arduino NANO

**Fuente:** Elaboración propia

Cuadro 2. 2: Justificación del uso del microcontrolador

<b>Criterio</b>	<b>Justificación</b>
Facilidad de uso	El entorno de desarrollo integrado (IDE) de Arduino Nano es conocido por su interfaz intuitiva y facilidad para escribir y cargar programas, lo que facilita la implementación del sistema carro-péndulo.
Economía	El Arduino Nano es asequible en comparación con otros microcontroladores con características similares, lo que es beneficioso en proyectos con presupuesto limitado.
Soporte y comunidad	La amplia comunidad de usuarios de Arduino ofrece una extensa documentación en línea, foros de discusión y re- cursos disponibles, simplificando la solución de problemas y la implementación de componentes.
Compatibilidad y versatilidad	El Arduino Nano es compatible con una amplia gama de sensores y actuadores, lo que facilita su integración en el sistema carro-péndulo y permite un control preciso del sistema.
Tamaño compacto	El pequeño tamaño del Arduino Nano es ventajoso cuando se requiere un espacio reducido, como en sistemas compactos o portátiles.

**Fuente:** Elaboración propia

El Arduino Nano es relativamente económico en comparación con otros microcontroladores con capacidades similares. Esto puede ser beneficioso, especialmente en proyectos de investigación donde se puede necesitar más de un microcontrolador.

El Arduino Nano es compatible con una amplia gama de sensores, actuadores y otros componentes electrónicos. Esto permite una integración sencilla con los elementos necesarios para controlar y monitorear el sistema carro-péndulo invertido.

Tamaño compacto: El tamaño compacto del Arduino Nano es útil cuando se trabaja en proyectos donde el espacio es limitado, como la integración en sistemas pequeños o portátiles.

## 2.3 Análisis previos al diseño

### 2.3.1 Descripción del sistema

El péndulo invertido a describir forma parte de los sistemas no lineales e inestables, razón por la cual es perfecto para adentrarse en la experimentación y control de este sistema. Por un lado, se tiene al carro al cual se aplica la señal de control que es la fuerza  $F$  y el péndulo invertido acoplado rotacionalmente al carro y con un solo grado de libertad cuyo control se realiza mediante la inercia que tiene el péndulo al movimiento del carro.

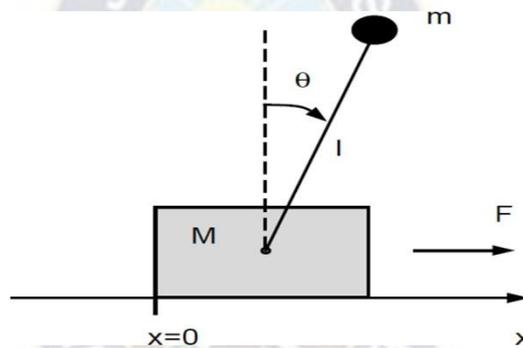


Figura 2. 15: Sistema carro-péndulo.

**Fuente:** M.A. Linares

Las ecuaciones de estado del péndulo invertido se pueden derivar de la ecuación de Euler-Lagrange.

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial}{\partial \dot{q}} L \right] - \frac{\partial}{\partial q} L = \tau \quad ( 1 )$$

Donde  $L$  denota la función de Lagrange  $L = K - V$ , con  $K$  y  $V$  siendo la energía cinética y potencial, respectivamente. La energía cinética está dada por:

$$K = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m \left( (\dot{x} + l \dot{\theta} \cos \theta)^2 + (l \dot{\theta} \sin \theta)^2 \right) \quad ( 2 )$$

Mientras que la energía potencial está dada:

$$V = mgl \cos \theta \quad (3)$$

Con la posición  $x$ , ángulo del péndulo  $\theta$  y la fuerza aplicada  $F$ . El sistema se puede describir con las ecuaciones.

$$(M + m)\ddot{x} + ml\ddot{\theta} \cos \theta - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta = F \quad (4)$$

$$l\ddot{\theta} + \ddot{x} \cos \theta - g \sin \theta = -(f_\theta + f_p)\dot{\theta} \quad (5)$$

Donde  $M$  y  $m$  se denota la masa del carro y del péndulo respectivamente,  $l$  la longitud del péndulo,  $g$  la constante gravitacional,  $f_\theta$  el coeficiente de fricción para el enlace donde el péndulo está unido al carro.

Al seleccionar las variables de estado como:  $x_1 = x$ ,  $x_2 = \dot{x}$ ,  $x_3 = \theta$  y  $x_4 = \dot{\theta}$

Obtenemos las ecuaciones:

$$\dot{x}_1 = \dot{x} = x_2$$

$$\dot{x}_2 = \ddot{x} = \frac{ml}{M + m}(x_4^2 \sin x_3 - \dot{x}_4 \cos x_3) + \frac{F}{M + m} \quad (6)$$

$$\dot{x}_3 = \dot{\theta} = x_4$$

$$\dot{x}_4 = \ddot{\theta} = \frac{1}{l}(-\dot{x}_2 \cos x_3 - f_\theta x_4 + g \sin x_3)$$

Estas ecuaciones contienen un llamado ciclo algebraico, ya que  $\dot{x}_2$  depende de  $\dot{x}_4$  y a su vez  $\dot{x}_4$  depende de  $\dot{x}_2$ . Al eliminar esta dependencia, finalmente obtenemos las ecuaciones de estado no lineal.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \dot{x}_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{-mg \sin x_3 \cos x_3 + mlx_4^2 \sin x_3 + f_\theta mx_4 \cos x_3 + F}{M + (1 - (\cos x_3)^2)m} \\ \dot{x}_3 &= \dot{x}_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{(M + m)(g \sin x_3 - f_\theta x_4) - (l mx_4^2 \sin x_3 + F) \cos x_3}{l(M + (1 - (\cos x_3)^2)m)} \end{aligned} \quad (7)$$

El sistema de ecuaciones (8) viene a ser el modelo en espacio de estados del péndulo invertido y será el que se va a utilizar en el presente proyecto para las simulaciones.

Entonces el modelo en espacio de estados será:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_2 \\ \frac{-mg \sin x_3 \cos x_3 + mlx_4^2 \sin x_3 + f_\theta mx_4 \cos x_3 + F}{M + (1 - (\cos x_3)^2)m} \\ \dot{x}_4 \\ \frac{(M + m)(g \sin x_3 - f_\theta x_4) - (lmx_4^2 \sin x_3 + F) \cos x_3}{l(M + (1 - (\cos x_3)^2)m)} \end{bmatrix} \quad (8)$$

La expresión (8) es la representación matricial a través de las variables de estado del péndulo invertido de la forma:

$$\dot{x} = f(x_1, x_2, x_3, x_4, u) \quad (9)$$

Conocida como espacio de estados no lineal<sup>6</sup>. Donde la salida del sistema será:

$$y = h(x_1, x_2, x_3, x_4, u) \quad (10)$$

<sup>6</sup>Ogatta, 1996

Entonces la ecuación (8) puede escribirse como:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix} \quad (11)$$

**Puntos de equilibrio u operación** También llamados puntos de operación, siguen la siguiente definición:

*Un punto  $x = x^*$  en el espacio de estados es un punto de equilibrio de  $\dot{x} = f(t, x)$  si:*

$$x(t_0) = x^* \Rightarrow x(t) = x^*; \forall t \geq t_0 \quad (12)$$

De otra forma el punto de equilibrio es  $(x^*, u^*)$

**Expansión en series de Taylor** Considerando la condición de operación dada por  $x^*$  y una entrada  $u^*$  que mantiene el sistema en esta condición. Una condición inmediatamente próxima a la condición de operación puede ser expresada por los términos de primer orden de la Serie de Taylor como:

$$x = x^* + \Delta x$$

$$u = u^* + \Delta u$$

y

$$\frac{dx^*}{dt} = f(x^*, u^*, t)$$

donde, se puede expandir el término de la derecha como:

$$\begin{aligned} \frac{dx^*}{dt} + \frac{d\Delta x}{dt} &= f(x^* + \Delta x, u^* + \Delta u) \\ &= f(x^*, u^*) + \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)\bigg|_{(x^*, u^*)} \Delta x + \left(\frac{\partial f}{\partial u}\right)\bigg|_{(x^*, u^*)} \Delta u + t.o.s. \end{aligned}$$

Los términos de orden superior (t.o.s) contienen cantidades de  $\Delta x$  y  $\Delta u$  elevadas al cuadrado, como estos valores son pequeños, sus cuadrados son pequeños también, por lo que pueden ser despreciados, obteniéndose la siguiente expresión:

$$\frac{d\Delta x}{dt} = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)\bigg|_{(x^*, u^*)} \Delta x + \left(\frac{\partial f}{\partial u}\right)\bigg|_{(x^*, u^*)} \Delta u \quad (13)$$

Las derivadas parciales de la ecuación (13) representan los Jacobianos, dados por:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)\bigg|_{(x^*, u^*)} = A^{n \times n} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}\bigg|_{(x^*, u^*)} \quad (14)$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial u}\right)\Big|_{(x^*, u^*)} = B^{n \times m} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial u_m} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial u_m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_n}{\partial u_1} & \frac{\partial f_n}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial u_m} \end{bmatrix}\Big|_{(x^*, u^*)} \quad (15)$$

En este punto, se observa que los *Jacobianos* deben ser evaluados en los puntos de operación  $(x^*, u^*)$ . Finalmente, el sistema linealizado será representado por:

$$\frac{d\Delta x}{dt} = A\Delta x + B\Delta u \quad (16)$$

donde  $\Delta x(t_0) = x(t_0) - x^*(t_0)$ . La linealización de la salida del sistema alrededor del punto de operación  $(x^*, u^*)$  es dada por la expresión:

$$y_n + \Delta y = h(x^*, u^*) + \left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)\Big|_{(x^*, u^*)} \Delta x + \left(\frac{\partial h}{\partial u}\right)\Big|_{(x^*, u^*)} \Delta u + t.o.s$$

Despreciando los términos de orden superior, la ecuación de salida es:

$$\Delta y = C\Delta x + D\Delta u \quad (17)$$

donde los *Jacobianos* son dados por:

$$\left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)\Big|_{(x^*, u^*)} = C^{p \times n} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \frac{\partial g_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial g_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial g_2}{\partial x_1} & \frac{\partial g_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial g_2}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial g_p}{\partial x_1} & \frac{\partial g_p}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial g_p}{\partial x_n} \end{bmatrix}\Big|_{(x^*, u^*)} \quad (18)$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial u}\right)\Big|_{(x^*, u^*)} = D^{p \times m} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial u_1} & \frac{\partial g_1}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial g_1}{\partial u_p} \\ \frac{\partial g_2}{\partial u_1} & \frac{\partial g_2}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial g_2}{\partial u_p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial g_p}{\partial u_1} & \frac{\partial g_p}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial g_p}{\partial u_p} \end{bmatrix}\Big|_{(x^*, u^*)} \quad (19)$$

Esta es la metodología con la cual se analizará el péndulo invertido, para linealizar los modelos no lineales, simular estos modelos, determinar puntos de equilibrio u operación, obtener modelos lineales y simularlos.

Para este fin se utilizará las herramientas de linealización con las que cuenta MATLAB y así obtener las matrices A, B, C y D del modelo del péndulo invertido, este

procedimiento nos ayudará también como uno de los métodos de sintonización de los del controlador.

### 2.3.2 Entorno de simulación

#### A. Modelo Simulink

Una vez obtenido el modelo en espacio de estado no lineal expresado en la ecuación (8) se procede a realizar un bloque de simulación en el entorno Simulink, donde las entradas son las condiciones iniciales del carro y del péndulo ( $x_0, \dot{x}_0, \theta_0, \dot{\theta}_0$ ) y la entrada de control  $u$ . Las entradas como condiciones iniciales se conectan al integrador y la entrada de control entra al bloque que contiene la función “PenduloInvertido” con el modelo no lineal desarrollado anteriormente. Las salidas son el desplazamiento, velocidad y aceleración del carro y el desplazamiento, velocidad y aceleración angular del péndulo, como se puede observar en la figura 2.16.

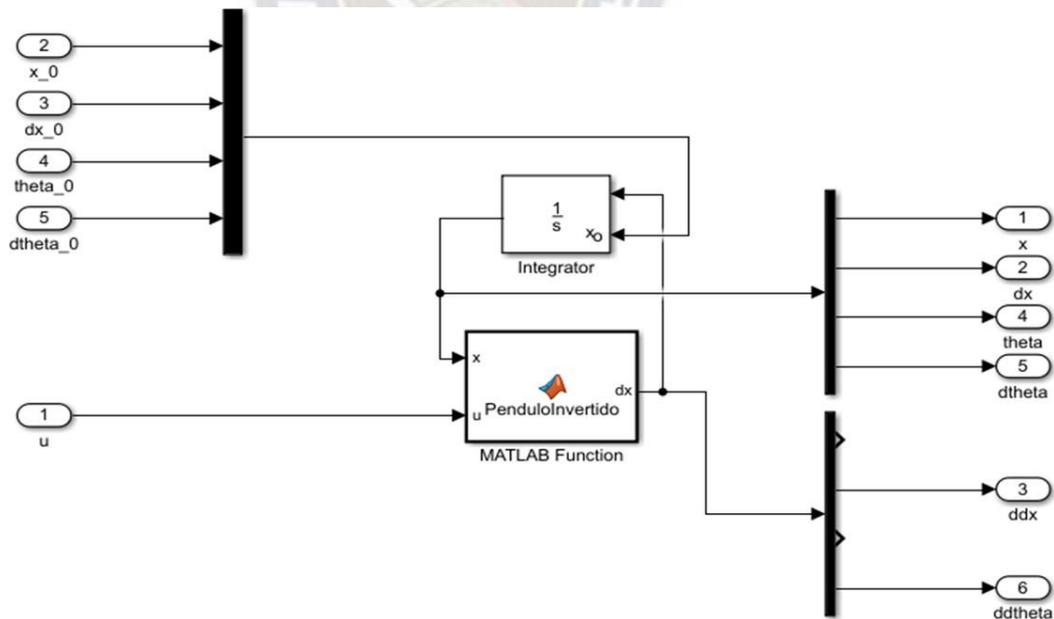


Figura 2. 16: Diagrama de bloques del modelo péndulo invertido.

**Fuente:** Elaboración propia

El bloque “PenduloInvertido” es una función de Matlab que contiene el modelo en espacio de estados deducido anteriormente. Las entradas de la función son la entrada de control  $u$  o la fuerza aplicada al carro y el vector de estados  $x$  que contiene los estados  $[x_1, x_2, x_3, x_4]$ , la salida de la función es la derivada del vector de estados, por lo cual antes de realimentar a la entrada de la función entran a un bloque integrador donde también puede colocarse las condiciones iniciales del vector de estados. En la figura 2.16 puede verse debidamente comentada cada una de las variables de entrada y salida

### B. Función Péndulo invertido.

En el siguiente código escrito en MATLAB se muestra la función del bloque “Péndulo Invertido” del diagrama de bloques en Simulink mostrado en la figura 2.16

```
function dx = PenduloInvertido(x,u)
x1=x(1); %x
x2=x(2); %
dx
x3=x(3); %
theta x4=x(4); %
dtheta
M=0.8; %masa del carro
m=0.5; %masa e la barra
l=1; %largo de la barra
I=0.2; %ineracia de la
barra
g=9.78; %gravedad
b=0.48; %coeficiente de friccion viscosa prueba
dx=[x2;...
(-m*g*sin(x3)*cos(x3)+m*I*x4^2*sin(x3)+b*m*x4*cos(x3)+u)/(M+(1-cos(x3))^2*m);
...
x4;...
((M+m)*(g*sin(x3)-b*x4)-cos(x3)*(I*m*x4^2*sin(x3)+u))/(I*(M+(1-cos(x3))^2*m)]
```

### C. Obtención de parámetros del péndulo

Los parámetros que fueron tomados en cuenta en la etapa del modelado se obtuvieron mediante una medición directa en el caso de las masas del péndulo y del carro con una balanza electrónica, como también la longitud del péndulo con el uso de un flexómetro, el valor de la gravedad se tomó para La Paz un valor de  $9,78 \text{ [m/s}^2\text{]}^5$ . El valor de la inercia del péndulo se obtuvo mediante la expresión (20) con la cual se calcula el momento de inercia de una varilla respecto a un eje que pasa por su extremo:

<sup>5</sup> <http://www.scielo.org.bo>

$$I = \frac{1}{3}ml^2 \quad (20)$$

donde  $m$  es la masa de la varilla y  $l$  es su longitud.

Coeficiente de fricción rotacional Para el coeficiente de fricción se debe tomar en cuenta las fricciones entre los contactos: soportes y el péndulo. Convenientemente se tienen los datos de las superficies en contacto que son madera y metal limpio, el sitio [www.engineeringtoolbox.com](http://www.engineeringtoolbox.com) contiene una gran variedad de tablas con variadas superficies en contacto, que para nuestro caso se tiene:

$$b = f_{theta} = 0,48^6 \quad (21)$$

Convenientemente esta expresión aparece siempre como una suma en el modelo desarrollado anteriormente.

#### **D. Obtención de los grados de inclinación a graves del MPU6050.**

EL MPU6050 es una unidad de medición inercial o IMU (Inertial Measurement Units) de 6 grados de libertad (DoF) pues combina un acelerómetro de 3 ejes y un giroscopio de 3 ejes. Este sensor es muy utilizado en navegación, goniometría, estabilización, etc.

**Aceleración y acelerómetros** La aceleración es la variación de la velocidad por unidad de tiempo es decir razón de cambio en la velocidad respecto al tiempo:

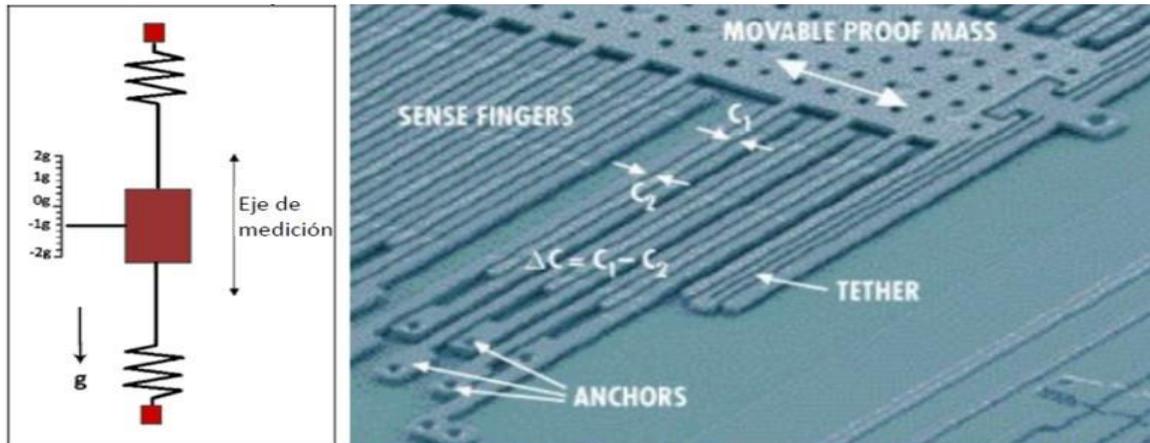
$$a = \frac{dv}{dt}$$

Así mismo la segunda ley de Newton indica que en un cuerpo con masa constante, la aceleración del cuerpo es proporcional a la fuerza que actúa sobre él mismo:

$$a = \frac{F}{m}$$

---

<sup>6</sup> Obtenido de la tabla: Friction Coefficients for some Common Materials and Materials Combinations del sitio [www.engineeringtoolbox.com](http://www.engineeringtoolbox.com)



Este segundo concepto es utilizado por los acelerómetros para medir la aceleración. Los acelerómetros internamente tienen un MEMS (MicroElectroMechanical Systems) que de forma similar a un sistema masa resorte permite medir la aceleración.

Figura 2. 17: Principios físicos de MPU.

**Fuente:** MPU6050 infomechatronics.com

Con un acelerómetro podemos medir esta aceleración, teniendo en cuenta que a pesar que no exista movimiento, siempre el acelerómetro estará censando la aceleración de la gravedad.

Con el acelerómetro podemos hacer mediciones indirectas como por ejemplo si integramos la aceleración en el tiempo tenemos la velocidad y si la integramos nuevamente tenemos el desplazamiento, necesitando en ambos casos la velocidad y la posición inicial respectivamente.

La dirección de los ejes está indicada en el módulo como se indica en la figura 2.18.

Los ángulos de inclinación se calculan directamente de las mediciones de aceleración obtenidas mediante:

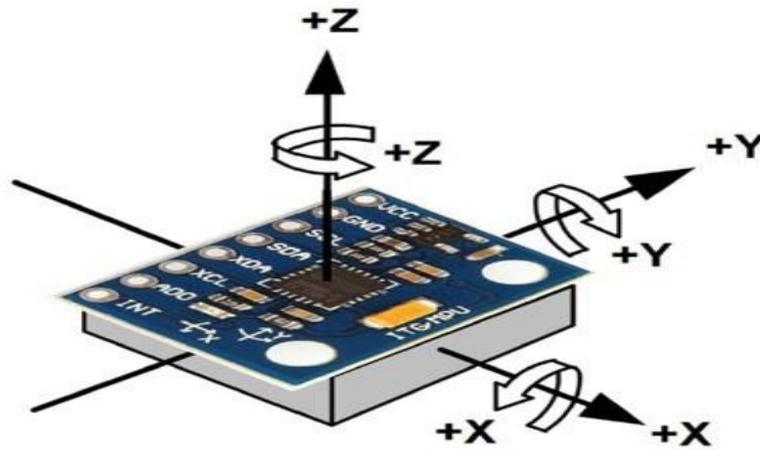


Figura 2. 18: Dirección de los ejes en el chip MPU 6050.

**Fuente:** MPU 6050 Naylamp.

$$\theta_y = \tan^{-1}\left(\frac{a_x}{\sqrt{a_y^2 + a_z^2}}\right) \quad (22)$$

$$\theta_x = \tan^{-1}\left(\frac{a_y}{\sqrt{a_x^2 + a_z^2}}\right) \quad (23)$$

Como el ángulo se calcula a partir de la gravedad, no es posible calcular el ángulo de inclinación al rededor del eje z con esta fórmula ni con ninguna otra. Para hacerlo se necesita otro componente: el magnetómetro, que es un tipo de brújula digital.

Con los ángulos  $\theta_x$  y  $\theta_y$  obtenidos son de naturaleza muy ruidosa y generalmente se suele usar un filtro para obtener mejores lecturas, mayormente se usan filtros sencillos como el filtro complementario, pero por las exigencias del proyecto se implementará un filtro más sofisticado el cual se detalla en las siguientes secciones. En la parte de anexos se puede ver el algoritmo completo de obtención de los ángulos  $\theta_x$  y  $\theta_y$  óptimos usando el filtro de Kalman.

### E. Filtro de Kalman

Es un algoritmo que permite estimar variables de estado no observables a partir de variables observables que pueden contener algún error de medición. Requiere dos tipos de ecuaciones: las que relacionan las variables de estado con las variables observables y las que determinan la estructura temporal de las variables de estado.

Las estimaciones de las variables de estado se realizan en base a la dinámica de estas variables, así como de las mediciones de las variables observables que se van obteniendo en cada instante del tiempo. Es decir, la dinámica se resume en dos pasos:

**Predicción.** Estimar las variables de estado utilizando su propia dinámica.

**Corrección.** Mejorar esa primera estimación utilizando la información de las variables observables.

Tiene carácter recursivo, es decir que una vez que el algoritmo pronostica el nuevo estado en el momento  $t$ , añade un término de corrección y el nuevo estado corregido sirve como condición inicial en la siguiente etapa,  $t + 1$ . De esta forma, la estimación de las variables de estado utiliza toda la información disponible hasta ese momento y no sólo la información hasta la etapa anterior al momento en el cual se realiza la estimación conocida como extracción de señales.

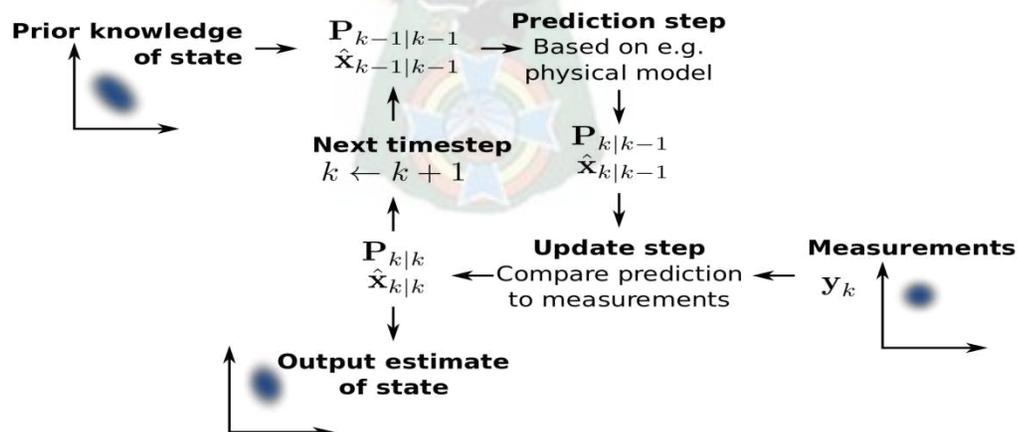


Figura 2. 19: Algoritmo recursivo del Filtro de Kalman.

En la figura 2.19 se observa en resumen el algoritmo a utilizar

**Fuente:** Kalman Filter Algorithm

Para el proyecto se usará una librería de uso libre, donde se realizan las correspondientes predicciones a priori y a posteriori, con la correspondiente corrección mediante un modelo específico para el MPU6050. El diagrama de flujo de la obtención del ángulo de inclinación se detalla en la figura 2.20.

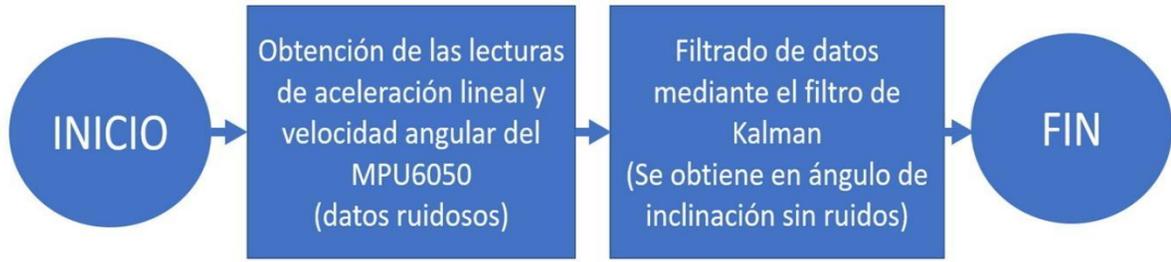


Figura 2. 20: Flujograma de obtención del ángulo de inclinación.

**Fuente:** Elaboración propia.

En la sección de anexos se encuentra el programa completo del uso de la librería del filtro de kalman junto con el código del péndulo invertido.

### F. Modelado en MATLAB

Ya de manera global el bloque se ha puesto dentro de un subsistema con el nombre de “Modelo Matemático” con las entradas y salidas expuestas anteriormente y se conectaron las respectivas entradas y salidas.

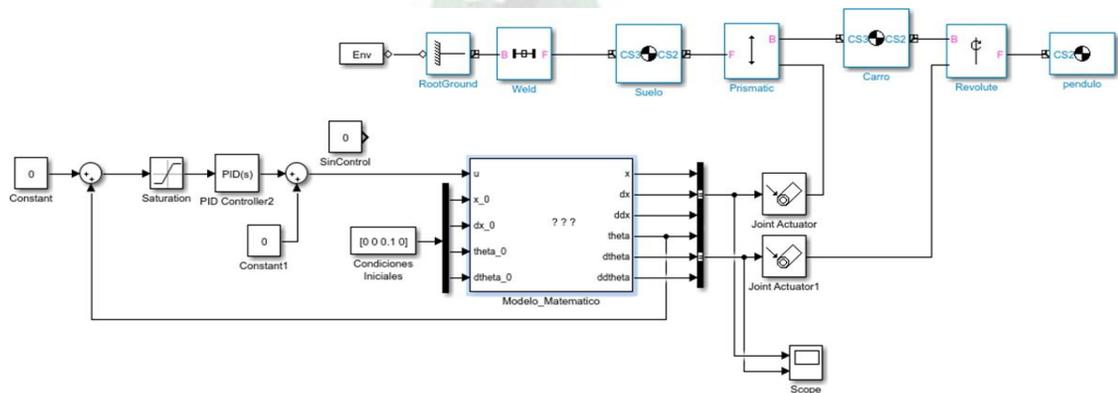


Figura 2. 21: Simulación es el entorno de Simulink.

**Fuente:** Elaboración propia.

A continuación, se explica cada de las áreas del diagrama de bloques mostrado anteriormente.

### G. Simscape Multibody

Es un complemento desarrollado por MathWorks cuyo propósito es poder importar modelos CAD hacia el entorno de Simulink para realizar simulaciones de tipo mecánico, eléctrico, hidráulico, térmico, neumático, magnético y tiene grandes aplicaciones en el desarrollo de prototipos en las áreas de electrónica, mecánica de fluidos, Sistemas de potencia, diseño de suspensiones para vehículos y robótica.

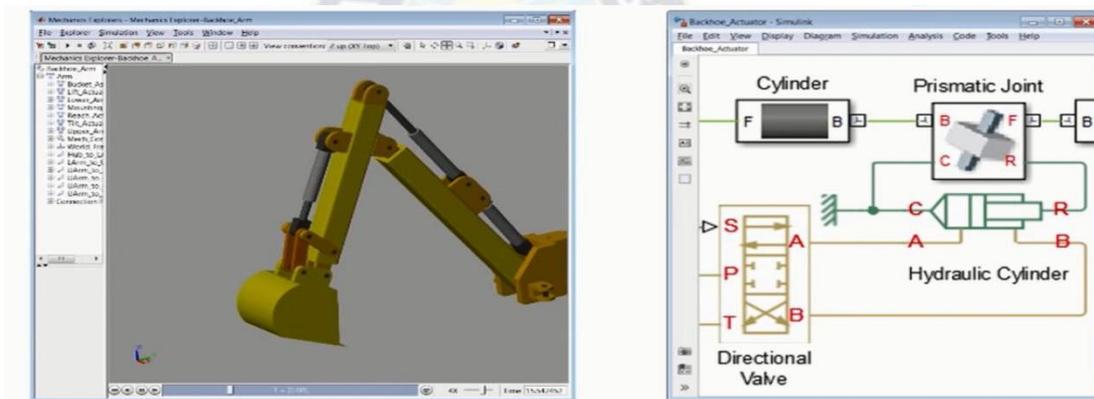


Figura 2. 22: Simulación es el entorno de Simulink.

**Fuente:** Elaboración propia.

Debe instalarse manualmente a través de Matlab con el comando:

```
installaddond('smlink.r2017a.win64.zip')
```

Y debe iniciarse el servidor para el paquete de diseño CAD a utilizar, en este caso SOLIDWORKS.

```
Smlinklinks  
regmatlabserver
```

Antes previamente se debe descargar el comprimido de la página oficial de Mathworks, que variará dependiendo de la versión de Matlab que se esté usando. Una vez instalado

ya es posible exportar el modelo CAD del péndulo invertido Hacia el entorno Simulink.  
El resultado es el siguiente:

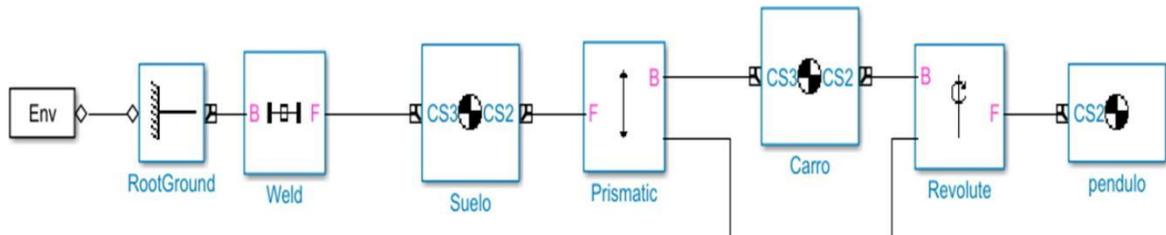


Figura 2. 23: Diagrama de bloques del sistema físico.

**Fuente:** Elaboración propia

El primer bloque es el entorno donde se puede configurar la gravedad y otros parámetros relacionados con el medio ambiente, que se dejarán nulos, debido a que se cuenta con un modelo matemático donde se toma en cuenta este factor. Los primeros tres bloques son de tierra o punto cero, con una pieza virtual que simula el suelo, que es estático.

Entre el suelo y el carro existe una junta prismática que simula el desplazamiento unidireccional y entre el carro y el péndulo hay una junta de revolución. A las entradas de las juntas prismática y rotacional se deben conectar actuadores de tipo lineal y angular para darle el movimiento, este movimiento es el desplazamiento, velocidad y aceleración lineal o angular a la salida del bloque del modelo en espacio de estados. También se observa que hay un vector de condiciones iniciales de dimensión 4x1 a la entrada del modelo además de la entrada de control u.

## H. Simulación

Simscape multibody realiza una animación del sistema durante la simulación donde se observa el comportamiento del modelo.

En la figura 2.24 se muestra la visualización del péndulo en el entorno virtual de Simulink. Se puede observar también animación en tiempo real, mientras transcurre la simulación.



Figura 2. 24: Animación del péndulo invertido en Simulink.

**Fuente:** Elaboración propia

### I. Respuestas a perturbaciones

En la figura 2.25 se observa el comportamiento del desplazamiento, velocidad y aceleración, lineal y angular con un control PID, estas son las salidas del Scope mostrado en la figura 5.5, el cual tiene dos entradas, la primera con los valores del desplazamiento, velocidad y aceleración del carro y la segunda con la posición, velocidad y aceleración angular del péndulo. Puede observarse el trabajo del controlador PID implementado a priori

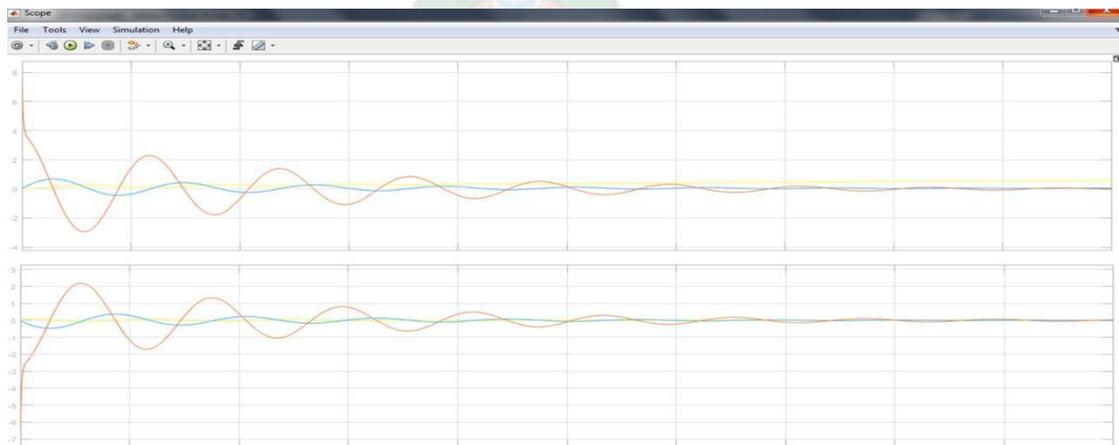


Figura 2. 25: Respuesta del sistema a un controlador PID.

**Fuente:** Elaboración propia

En la figura 2.26 se observa el comportamiento del desplazamiento, velocidad y aceleración, lineal y angular sin ningún tipo de control y dándole una pequeña perturbación, un empujón al péndulo para que este se desestabilice.

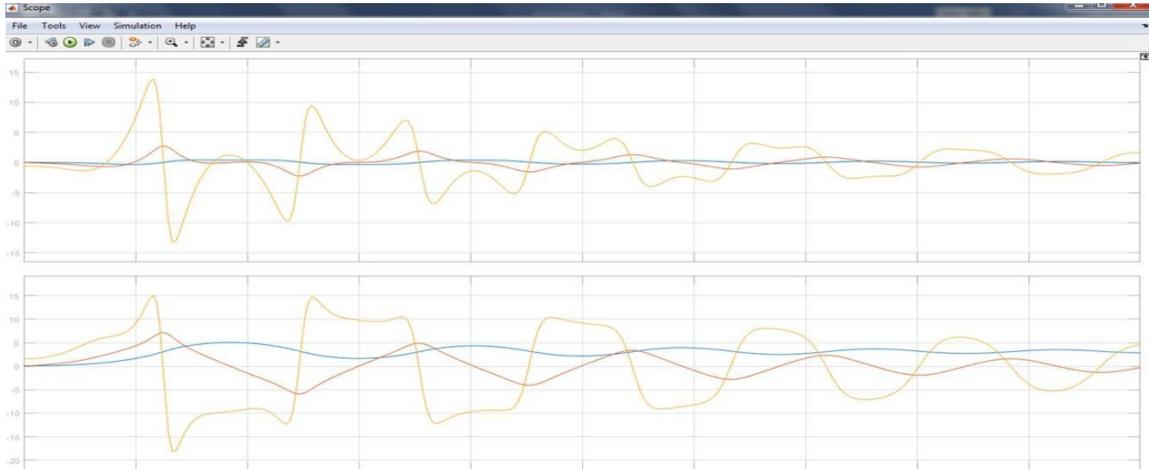


Figura 2. 26: Comportamiento del sistema sin ningún control.

**Fuente:** Elaboración propia

## J. Linealización del modelo no lineal

En base a la metodología expuesta anteriormente se procede a obtener el modelo lineal del péndulo valiéndose de las herramientas ofrecidas en MATLAB. En la figura 2.27 se observa con las salidas y entrada ya configuradas

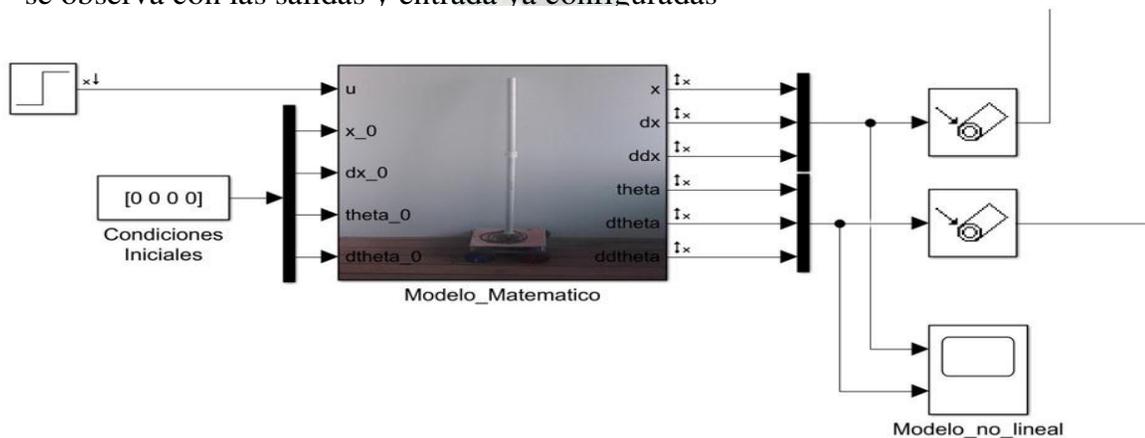


Figura 2. 27: Configuración de las salidas y entradas del sistema.

**Fuente:** Elaboración propia

**Puntos de equilibrio** Se debe linealizar alrededor de un punto de equilibrio, para los péndulos invertidos simples estos puntos suelen estar en  $x = [0, 0, 0, 0]$  o  $x = [0, 0, \pi, 0]$ , estos valores se obtienen igualando a cero las ecuaciones del modelo no lineal y resolviendo para  $x_1, x_2, x_3, x_4$  según procedimiento expuesto anteriormente. MATLAB también hace este cálculo así que para este caso se obtuvo directamente con un valor de  $x = [0, 0, 0, 0]$ .

**Configuración de entradas y salidas** Primeramente se debe configurar las salidas y entradas del sistema, para este fin debe seguirse los pasos mostrados en la figura 2.28 tanto para salidas o entradas respectivamente.

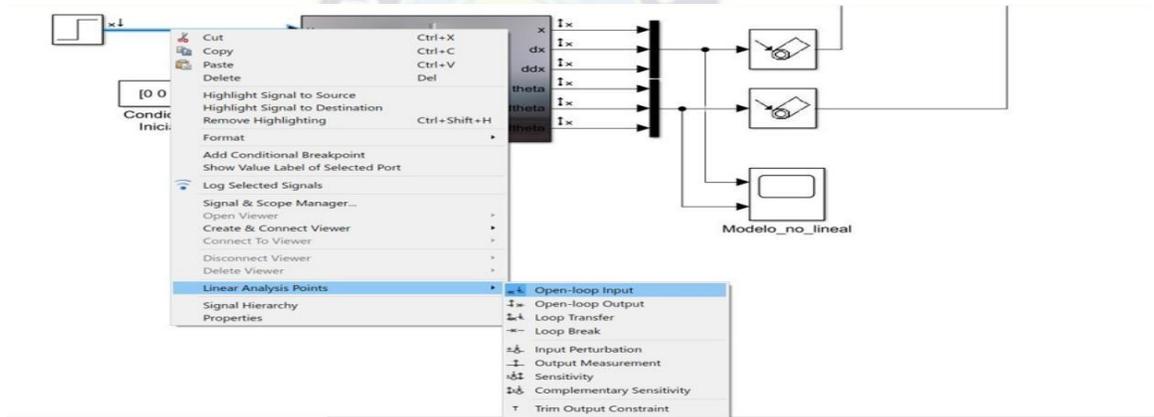


Figura 2. 28: Configuración de las salidas y entradas del sistema.

**Fuente:** Elaboración propia

Luego se procede a realizar el análisis lineal.

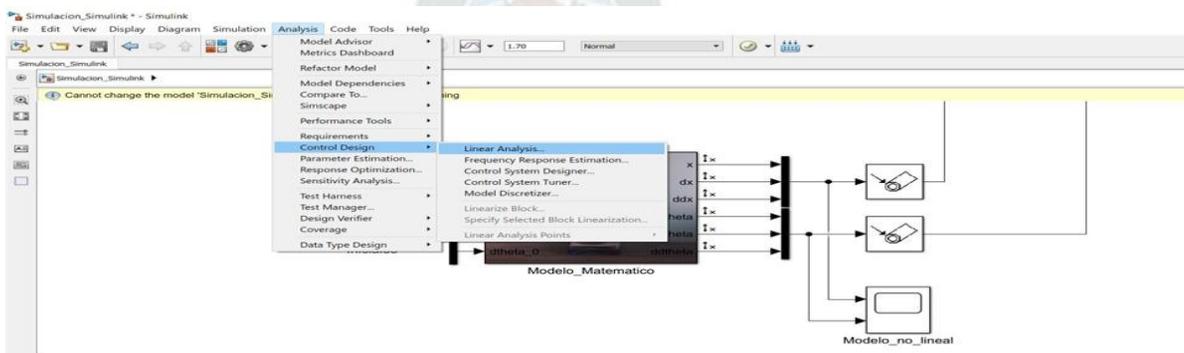


Figura 2. 29: Análisis lineal del sistema por Simulink

**Fuente:** Elaboración propia

## K. Linear Analysis Tool

En la figura 2.30 se observa la interfaz gráfica del Linear Analysis Tool que se obtiene una vez se tienen las entradas y salidas del sistema. Se tienen varias opciones para configurar las entras, salidas, puntos de operación y pruebas a distintas entradas.

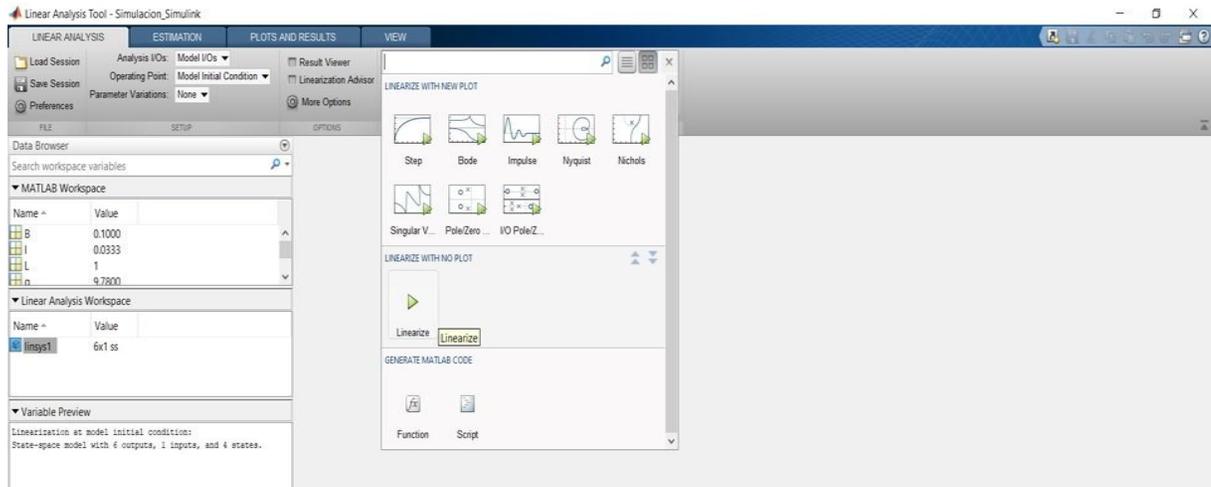


Figura 2. 30: Interfaz gráfica del Linear Analysis Tool

**Fuente:** Elaboración propia

Una vez presionado la opción de linealizar, se obtienen los resultados esperados.

## L. Resultados de la linealización

El Linear Analysis Tool lanza los siguientes resultados para el caso:

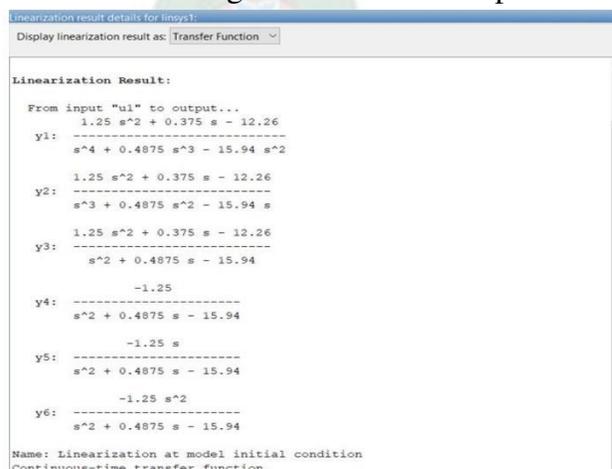


Figura 2. 31: Resultados, Funciones de transferencia para cada salida

**Fuente:** Elaboración propia

También se puede observar los resultados para polos y ceros y espacio de estados (matrices A, B, C D).

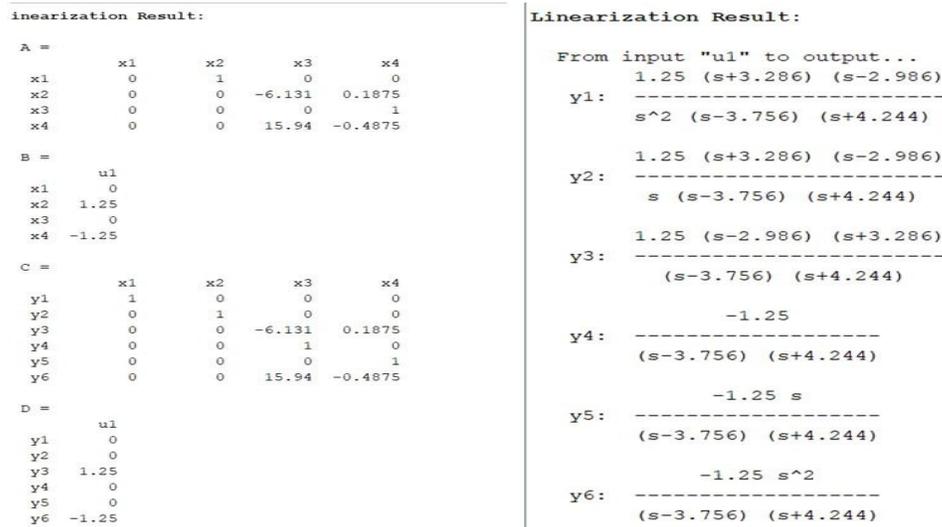


Figura 2. 32: Polos y ceros y espacio de estados del modelo lineal

**Fuente:** Elaboración propia

### M. Evaluación de controlabilidad y observabilidad

Una vez obtenido las matrices A, B, C y D del modelo lineal, se debe evaluar su controlabilidad y observabilidad.

La controlabilidad es la propiedad que indica si el comportamiento de un sistema puede ser controlado por medio de sus entradas, mientras que la observabilidad es la propiedad que indica si el comportamiento interno del sistema puede detectarse en sus salidas.

**Controlabilidad** De la ecuación de estados

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

Las matrices A, B se dicen controlables si para cualquier estado inicial  $x(0) = x_0$  y cualquier estado final  $x_1$ , existe una entrada que transfiere el estado  $x$  de  $x_0$  a  $x_1$  en

tiempo finito. Caso contrario las matrices A, B y la ecuación de estados no son controlables.

La matriz de controlabilidad se define como:

$$M = [B \ AB \ A^2B \ A^3 \dots A^{n-1}B] \quad ( 24 )$$

La condición para la controlabilidad completa de las variables de estado es que la matriz de controlabilidad sea de rango  $n$ , donde  $n$  es el número de filas o columnas de la matriz A. Significa que la matriz de controlabilidad debe tener  $n$  vectores columna, linealmente independientes.

Usando MATLAB se obtiene con los siguientes comandos:

```
A=[0 1 0 0;0 0 -6.131 0.1875;0 0 0 1;0 0 15.94 -0.4875]
B=[0;1.25;-0;-1.25]
C=[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 -6.131 0.1875;0 0 1 0;0 0 0 1;0 0 15.94 -0.4875]
D=[0;0;;1.25;0;0;1.25]

M= ctrb(A,B) %evaluando la matriz de controlabilidad
rank ( Con) %evaluando el rango
```

Los resultados son:

```
M
      0      1.2500     -0.2344     7.7780
     1.2500     -0.2344     7.7780     -7.5277
      0      -1.2500     0.6094     -20.2221
     -1.2500     0.6094     -0.2344     19.5717

ans =

4
```

Evaluando el rango de la matriz de controlabilidad se observa que este es igual al número de filas y columnas de la matriz A.

**Observabilidad** Por su parte, la Observabilidad puede identificarse como la propiedad que tiene un sistema para lograr la influencia directa o indirecta de sus salidas mediante la manipulación de sus variables de estado. La condición de completa Observabilidad de un sistema se verifica si puede construirse una matriz:

$$N = |C^T A^T C^T \quad (A^T)^2 C^T \dots (A^T)^{n-1} C^T| \quad ( 25 )$$

Tal que el rango N sea igual a Usando MATLAB se tiene:

```
N=obsv(A,C); %evaluando la observabilidad
rank(N) %evaluando su rango
```

Los resultados son:

```
ans =
```

```
4
```

El rango de la matriz de observabilidad es de valor 4, por la tanto se determina que el sistema también es observable.

### K. Comparación entre el modelo no lineal y el linealizado

Se procede a comparar las señales de ambos sistemas introduciendo una señal común y observando las salidas de ambos, como se muestra en la figura 2.33.

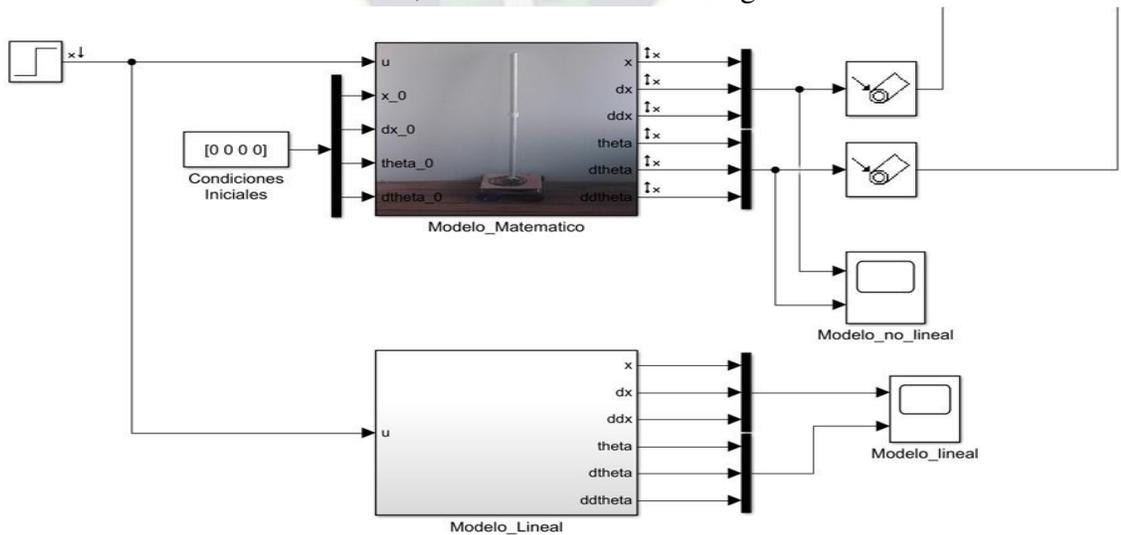


Figura 2. 33: Comparación entre modelos no lineal y linealizado.

**Fuente:** Elaboración propia

En Bloque del modelo lineal se han puesto las funciones de transferencia para cada salida obtenida anteriormente, mostrada en la figura 5.5.

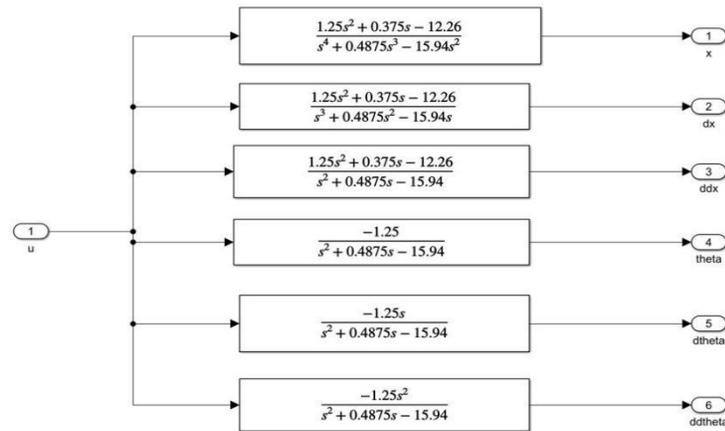


Figura 2. 34: Funciones de transferencia del sistema linealizado

**Fuente:** Elaboración propia

Los resultados frente a una entrada de tipo Step con una amplitud de 0,1 se pueden visualizar en los Scope de los modelos lineal y no lineal.

Puede observarse que las salidas de los modelos lineal y no lineal coinciden para los primeros 1, 6 segundos de simulación, lo cual es satisfactorio para el trabajo al rededor del punto de equilibrio elegido ( $x = [0, 0, 0, 0]$ )

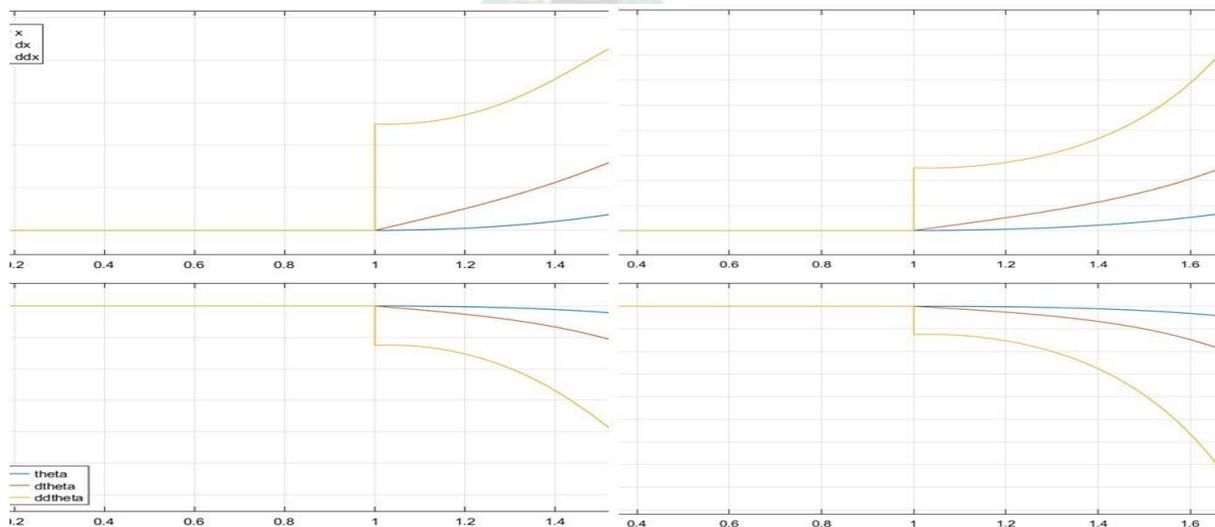


Figura 2. 35: Salidas de los bloques no lineal y lineal frente a una entrada de tipo Step

### Ñ. Interfaz entre péndulo físico y la computadora

Para la transmisión de datos tanto de realimentación como de control, se crea el bloque de control mostrado en la figura 2.36 el cual utiliza el puerto COM para lograr este objetivo.



Figura 2. 36: Diagrama de bloques para la comunicación serial

**Fuente:** Elaboración propia

Donde la entrada es la señal de control que físicamente es el voltaje en PWM suministrado al motor, previamente pasa por un bloque de saturación, debido a la naturaleza del actuador esta tendrá un valor máximo y mínimo cuyos valores están limitados a los valores mínimos y máximos de un entero de 8 bits con signo<sup>7</sup>. Posteriormente esta señal es enviada por puerto serial hacia el microcontrolador.

La señal de salida pertenece a los datos de realimentación obtenida del puerto Serial, que en nuestro caso es el valor de la posición del potenciómetro instalado como sensor de inclinación. Este valor se convierte al tipo de dato double para trabajar en el entorno de Simulink y multiplicado con una ganancia de 2, este último valor puede ser modificado con el fin de ajustar la sensibilidad de las mediciones.

Se debe asegurar que el puerto COM pertenezca al del microcontrolador, siguiendo los pasos que se muestran en la figura 2.37.

<sup>7</sup> 127 y +127 respectivamente

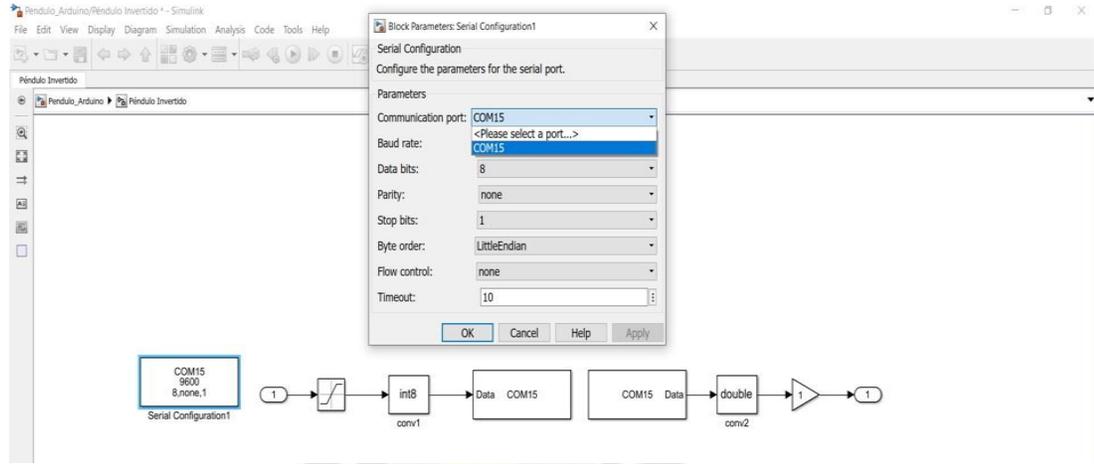


Figura 2. 37: Puerto COM del microcontrolador.

**Fuente:** Elaboración propia

### O. Construcción del esquema de control para la planta real.

Una vez obtenido el bloque del péndulo real el cual tiene como salida el valor del ángulo  $\theta$  de inclinación y como entrada la señal de control hacia el actuador se procede a realizar un sistema básico de control utilizando un control PID discreto.

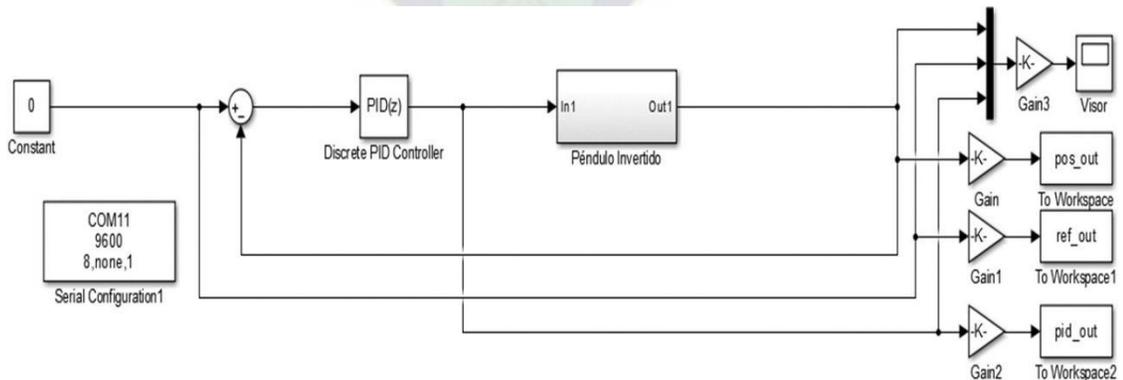


Figura 2. 38: Diagrama de bloques del sistema real con control PID

**Fuente:** Elaboración propia

Donde los valores de las constantes  $K_p$ ,  $K_i$  y  $K_d$  del controlador PID son sintonizados mediante el modelo matemático de péndulo invertido, la respuesta del sistema se ve gráficamente mediante el visor, teniendo como valor de referencia el 0 que es el ángulo del péndulo con respecto a la vertical.

### P. Diseño e implementación de control PID

El ajuste y la implementación de algoritmos de control PID implican diversas tareas, entre las que se incluyen:

- Selección de un algoritmo de control PID apropiado (P, PI o PID).
- Ajuste de ganancia del controlador.
- Simulación del control PID con respecto a un modelo de planta.
- Implementación del controlador en un procesador de ejecución.

El proceso de seleccionar los parámetros del controlador para que el sistema cumpla con las especificaciones de diseño se conoce como calibración o ajuste del controlador. Las reglas de Ziegler- Nichols sugieren un método para afinar controladores PID basándose en la respuesta experimental ante una señal escalón de entrada. La regla de Ziegler-Nichols es muy conveniente cuando no se conocen los modelos matemáticos de las plantas.

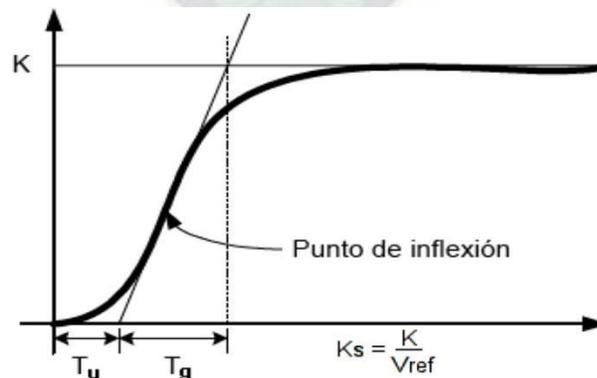


Figura 2. 39: Determinación de  $T_u$ ,  $T_g$  y  $K_s$  de la respuesta de la planta lazo abierto.

**Fuente:** Ogata, Sistemas de control

La respuesta de salida de sistemas de orden superior, por lo general, ante un escalón y en lazo abierto es una curva en forma de S que puede caracterizarse por los parámetros: tiempo muerto  $T_u$ , constante de tiempo  $T_g$  y ganancia del sistema  $K_S$ . El tiempo muerto o de atraso y la constante de tiempo se determinan trazando una línea tangente a la curva en forma de S en el punto de inflexión y se encuentran las intersecciones de esta línea tangente con el eje del tiempo y con la línea  $c(t) = K$  (ver figura 2.39)

Ziegler-Nichols sugiere fijar los valores de  $K_p$ ,  $T_N$  y  $T_V$  de acuerdo a la tabla 2.3.

Cuadro 2. 3: Método de calibración de controladores de Ziegler-Nichols.

Tipo de Controlador	$K_p$	$T_N$	$T_V$
P	$\frac{T_g}{T_u K_s}$	$\infty$	0
PI	$\frac{0,9T_g}{T_u K_s}$	$\frac{T_u}{0,3}$	0
PID	$\frac{1,2T_g}{T_u K_s}$	$2T_u$	$0,5T_u$

**Fuente:** Ogata, Sistemas de Control

Los métodos de optimización de un controlador en un sistema de control de lazo cerrado deben ser lo más directos que sea posible. Las recomendaciones de Ziegler-Nichols son, ejemplos simples y por eso ampliamente usadas. Sin embargo, estas recomendaciones asumen una combinación especial de las secciones P, I y D del elemento de control: Esta combinación es así llamada “Controlador Técnico”, cuyo diagrama se muestra a continuación.

Los parámetros de ajuste para el controlador técnico son:

$K_p$  = Coeficiente proporcional.

$T_V$  = Duración de pre-mantenimiento.

$T_N$  = Tiempo de acción integral.

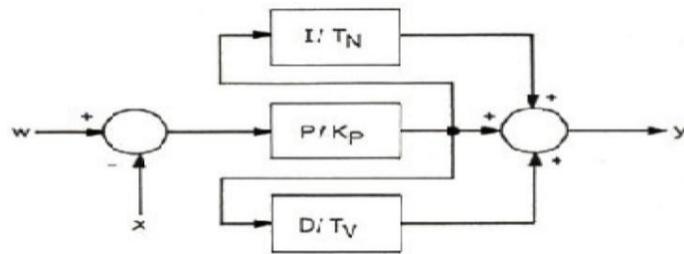


Figura 2. 40: Controlador técnico.

**Fuente:** Automatic Control Systems, B. Kuo

Hay también un tipo alternativo de controlador, para entrenamiento básico y avanzado, el cual es llamado “Controlador matemático”. Este controlador tiene los mismos elementos de función que el controlador técnico, pero la combinación de las secciones P, I y D es diferente.

En la figura 2.41 se presenta la configuración del controlador matemático.

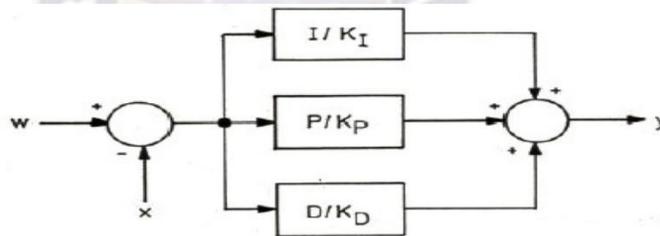


Figura 2. 41: Controlador matemático

**Fuente:** Automatic Control Systems, B. Kuo

Los parámetros de ajuste para el controlador matemático son:

$K_P$  = Coeficiente proporcional.

$K_D$  = Coeficiente diferencial.

$K_I$  = Coeficiente integral.

La relación entre  $T_V$  y  $K_P$ , o  $T_N$  y  $K_I$ , es:

$$T_V = \frac{K_D}{K_P}$$

y

$$T_N = \frac{K_P}{K_I}$$

La función de transferencia para el controlador que se encuentra en el laboratorio es la misma que para un controlador PID general, la cual es:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_N s} + T_V s \right) \quad (26)$$

La cual puede ser reescrita para un controlador matemático de la siguiente manera:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s \quad (27)$$

#### Q. System Identification Toolbox de MATLAB

Este toolbox con el que cuenta MATLAB y que está dentro de “control system toolbox” construye modelos matemáticos de sistemas dinámicos basándose en los datos medidos de la entrada y salida, provee funciones, aplicaciones de identificación del sistema y bloques de Simulink para poder trabajar con el modelo. Se pueden usar tanto datos de entrada y salida en el dominio del tiempo como en el dominio de la frecuencia para identificar las funciones de transferencia, los modelos del proceso o el espacio de estados tanto en tiempo continuo como tiempo discreto.

**PID Tuner** Es una herramienta gráfica (Figura 2.42) que permite la sintonización automática de controladores P, PI o PID a partir del modelo de la planta, mostrando en pantalla la salida del sistema ante una señal escalón unitario. Con PID Tuner puede ajustarse el tiempo de respuesta o el comportamiento transitorio y ver como se modifican parámetros del controlador como  $K_P$ ,  $T_N$  y  $T_D(TV)$  o  $K_I$  y  $K_D$  y parámetros de la respuesta como tiempo de establecimiento, sobre impulso, etc.

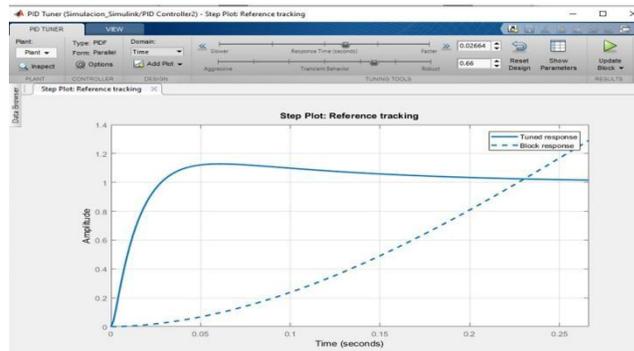


Figura 2. 42: Uso de PID Tuner para sintonizar los parámetros del controlador.

**Fuente:** Elaboración propia

### R. Pruebas en el prototipo final

Una vez obtenidos los parámetros  $k_p = 27,5$ ,  $k_d = 0,35$  y  $k_i = 0,175$  del control PID se procede a la prueba en el prototipo real usando el diagrama de bloques Simulink para la comunicación entre el sistema físico y la computadora mostrado en la figura 2.38.

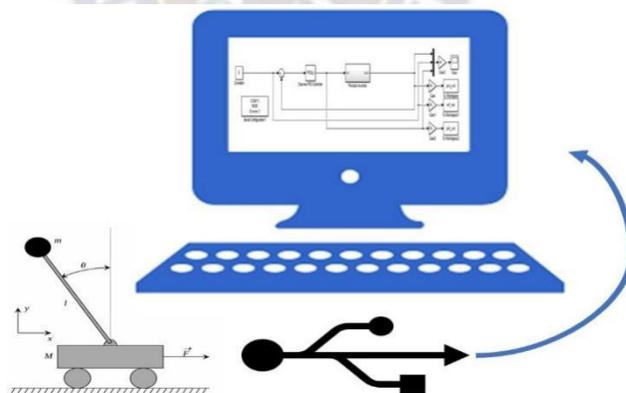


Figura 2. 43: Diagrama de conexión entre péndulo y computador.

**Fuente:** Elaboración propia

La conexión se hace de manera sencilla conectando el péndulo mediante un cable USB al computador, como se muestra en la figura 2.43 y presionando el botón de RUN en Simulink.

En la figura 2.44 se muestra la respuesta del péndulo invertido real frente a una perturbación del tipo pulso obtenida a través de un pequeño empujón a la parte superior de la barra.

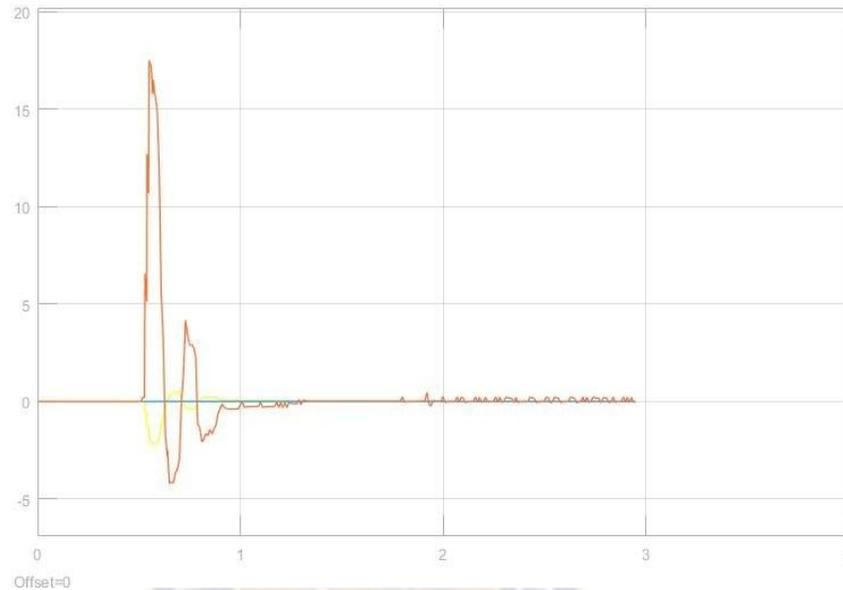


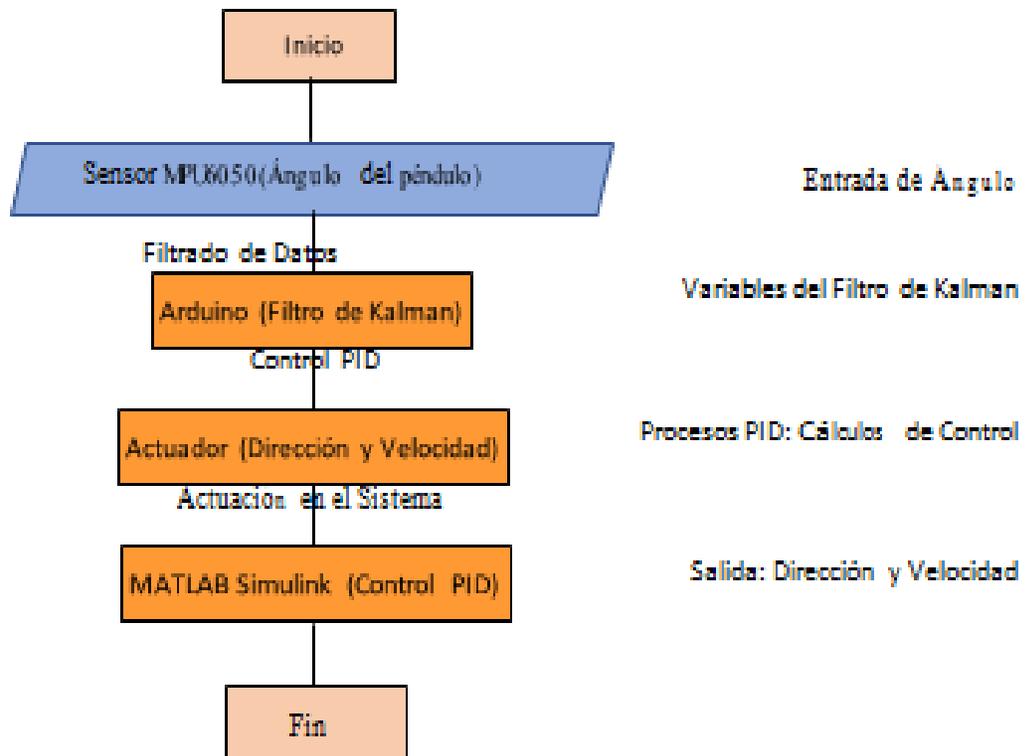
Figura 2. 44: Respuesta a perturbaciones del péndulo real.

**Fuente:** Elaboración propia

Siendo la señal naranja la salida del control PID, la señal amarilla el ángulo de inclinación del péndulo y la señal celeste la referencia, que siempre se encuentra a cero grados como punto de equilibrio. Puede también observarse una respuesta rápida en el péndulo para conseguir la estabilización.

### S. Programa principal y diagrama de flujo

El sistema emplea un sensor MPU6050 para medir los ángulos del péndulo. Estos datos son enviados al Arduino a través del protocolo I2C. Una vez recibidos, el Arduino implementa un filtro discreto de Kalman para mejorar la precisión de los ángulos antes de transmitirlos a una computadora con MATLAB Simulink.



En la computadora, MATLAB Simulink recibe los ángulos y utiliza algoritmos de control, como los controladores PID, para determinar la dirección y la velocidad necesarias para estabilizar el péndulo invertido. Estos valores se envían de vuelta al Arduino mediante comunicación serial.

El Arduino, basándose en las instrucciones de control recibidas desde MATLAB Simulink, actúa sobre el sistema físico del carro-péndulo invertido. Utiliza la información de dirección y velocidad para ajustar la posición y el movimiento del sistema, intentando mantener el péndulo en posición vertical.

En resumen, el sensor MPU6050 y el Arduino gestionan la captura y el filtrado de datos, mientras que MATLAB Simulink calcula las acciones de control y envía las instrucciones precisas al Arduino para mantener el equilibrio del péndulo invertido. Esta comunicación bidireccional permite un control dinámico y continuo del sistema.

## 2.4 Diseño de elementos

### A. Diseño del circuito principal

En la figura 2.45 se muestra el esquema general del circuito de control principal, con las entradas que vendrían a ser la comunicación vía serial y las lecturas de los sensores de inclinación que en nuestro caso se valen de potenciómetros lineales.



Figura 2. 45: Esquema general del circuito de control

**Fuente:** Elaboración propia

El diseño del circuito de control se realizó en el software para diseño y simulación de circuitos electrónicos Proteus.

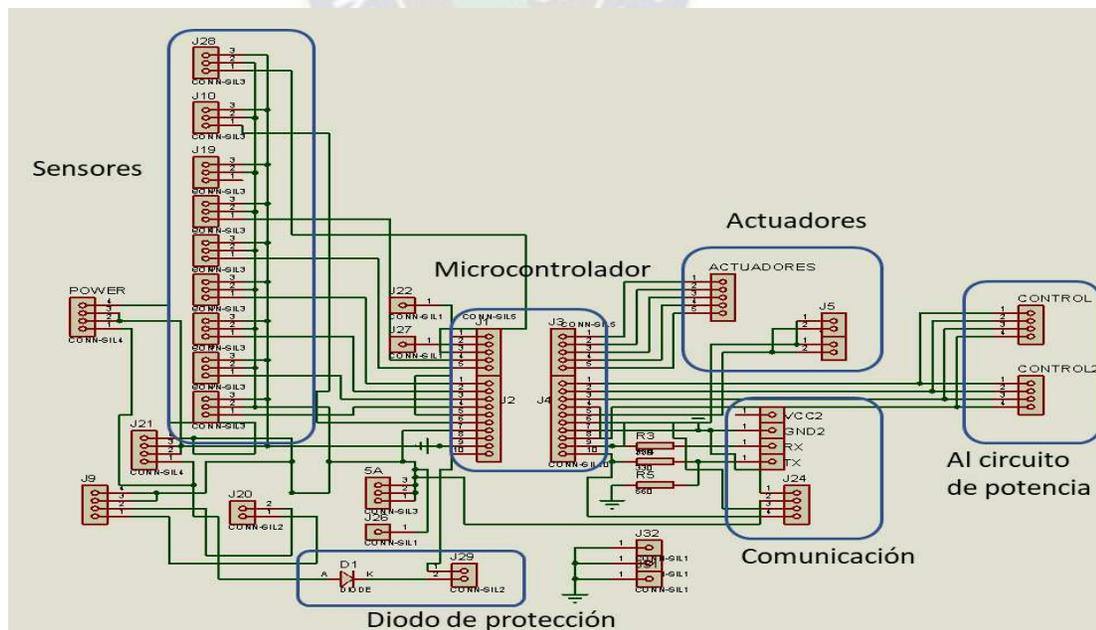


Figura 2. 46: Diseño del circuito de control.

**Fuente:** Elaboración propia

En la figura 2.46 se muestra el acabado final con las conexiones hacia el microcontrolador, se puede ver también que se han previsto 8 entradas de sensores y salidas a otros actuadores de expansión para futuras aplicaciones. Ya en la figura 2.47 se muestra la PCB<sup>8</sup> de la placa terminada.

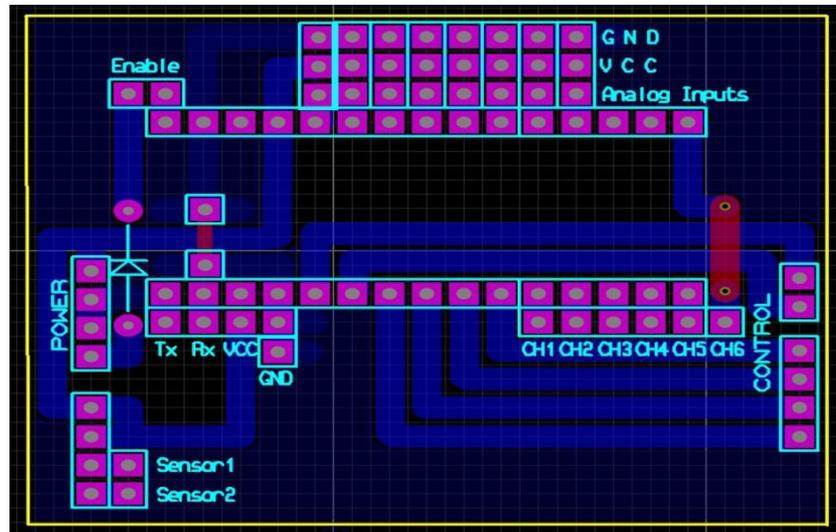


Figura 2. 47: PCB del circuito de control.

**Fuente:** Elaboración propia

## 2.5 Laboratorio de sistemas no lineales

### CONTROL DE PÉNDULO INVERTIDO

Universidad Mayor de San Andrés

Facultad de Ingeniería-Laboratorio de sistemas de Control

#### A. Introducción

El sistema de péndulo invertido está formado por un carro que tiene unido, en su parte superior, el eje de giro de una varilla rígida delgada. Se asume que el péndulo y el carro se mueven sobre un solo plano, con el carro desplazándose en línea recta. El objetivo de

<sup>8</sup> Printed Circuit Board

control es mantener el péndulo en posición vertical, evitando su caída, mediante el movimiento del carro, a la vez que se controla la posición del mismo  $X$ , ver Figura 2.48.

## B. Objetivos

- Realizar el modelado del péndulo invertido.
- Aplicar los conceptos de linealización de sistemas no lineales.
- Diseñar un controlador PID para el péndulo.
- Simular los modelos lineal y no lineal del péndulo en MATLAB - SIMULINK.

Realizar el control del péndulo en el entorno MATLAB - SIMULINK.

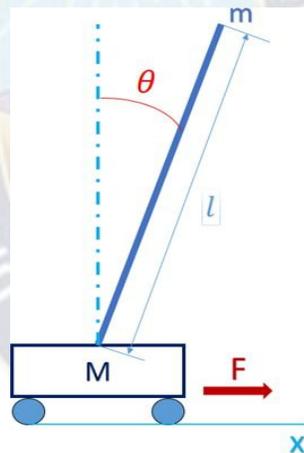


Figura 2. 48: Péndulo invertido.

**Fuente:** Elaboración propia

## C. Equipo

- Carro de movimiento lineal.
- Péndulo invertido.
- Cables de conexión.
- Computador con Matlab y Simulink.

## D. Trabajo Previo

- Repase el desarrollo de las ecuaciones que describen el movimiento del péndulo invertido. Se asume que la masa de la varilla está concentrada en un solo punto ubicado en su centro de gravedad. Se desprecia: el efecto de la fricción no lineal sobre el carro, la fuerza ejercida sobre el carro por el péndulo, las fricciones viscosas. La nomenclatura y los valores numéricos de los parámetros se encuentran en los anexos. Se usará la barra de 1 m.
- Teniendo en cuenta el objetivo de control, escoja un punto de operación para el sistema.
- Obtenga un modelo en espacio de estados y linealice las ecuaciones obtenidas. Inicialmente, tome como entrada al sistema la fuerza  $F_c$ , aplicada por el carro (movido por motor DC).
- Evalúe controlabilidad y observabilidad del sistema obtenido.
- Implemente en Simulink los modelos lineal y no lineal del sistema.
- Compare la respuesta paso de los dos modelos (en malla abierta), y de un valor aproximado del rango de valores de  $x_0$  para el cual sea válido el modelo lineal.
- Diseñe un controlador PID para el sistema péndulo invertido.
- Compare el resultado de las simulaciones en malla cerrada, del sistema lineal y el no lineal.
- Prepare con anterioridad a la práctica todos los diagramas de Simulink que se usarán para el trabajo en el laboratorio.

## E. PROCEDIMIENTO

- Realice las conexiones entre la fuente de alimentación, el péndulo invertido, y la tarjeta de control.
- Con el motor apagado (desconectado de la fuente), manipule el carro y el péndulo para asegurarse de estar recibiendo correctamente las señales de posición y ángulo.

- Imponga una referencia fija en cero para la posición del carro y conecte el motor. Tenga presente que el sistema debe iniciarse con el péndulo en posición perfectamente vertical ( $\theta=0$ ). Configure la medición en Simulink para que la medida inicial de ángulo corresponda con lo anterior.
- Una vez que el sistema pueda mantener en equilibrio el péndulo, pertúrbelo empujando suavemente la varilla. Observe las señales correspondientes al vector de estado del sistema, así como la señal de control.
- Verifique que se satisfagan las especificaciones de desempeño del sistema de acuerdo a las preguntas previas. De ser necesario realice modificaciones al diseño del controlador.

#### F. Análisis de Resultados.

- Compare la respuesta del diseño teórico y simulaciones con los resultados prácticos.  
¿Cuáles son, en porcentaje, las diferencias obtenidas?
- ¿Cuál, cualitativamente, es el efecto que tiene sobre el sistema el cambio por la varilla de menor longitud?

#### G. Informe

- Realice un informe en el que incluya una breve explicación de la experiencia realizada, el análisis de resultados, así como el trabajo previo y la solución a las preguntas realizadas en la práctica y problemas obtenidos.

Considerar los parámetros de la tabla 1 para realizar la simulación

Cuadro 2. 4: *Parámetros del péndulo.*

Parámetro	Valor	Significado
m	0,5Kg	Masa del péndulo
l	1m	Longitud total
M	0.8Kg	Masa del carro
g	9.78	Constante gravitacional (La Paz)
I	0.2Kg.m <sup>2</sup>	Momento de inercia
b	0.48	Coefficiente de fricción viscosa

**Fuente:** Elaboración propia

## 2.6 Desarrollo del laboratorio

En esta sección se mostrará cómo debe ser el desarrollo adecuado que es el estudiante debe seguir, del laboratorio propuesto anteriormente.

### A. Introducción

El estudiante deberá estudiar y ser consciente de las fuerzas implicadas en el sistema péndulo invertido, las entradas y las salidas del sistema, simplemente.

### B. Objetivos

El estudiante deberá estudiar y prepararse con los conocimientos teóricos correspondientes para el cumplimiento de los objetivos propuestos.

### C. Equipo

Los participantes del laboratorio deben solicitar el material requerido para el laboratorio.

### D. Trabajo Previo

- El estudiante debe repasar las ecuaciones de movimiento del péndulo invertido con las condiciones citadas. Debe ser capaz de entender toda la descripción del sistema que se desarrolló en la sección 2.3.111
- Se debe escoger un punto de operación que para el caso del experimento debe ser necesariamente:

$$x = [0, 0, 0, 0]$$

Debido a que el péndulo mayormente debe estar ubicado en posición vertical y con cero grados de inclinación con respecto a la horizontal, que es donde se mide el ángulo  $\theta$ .

- <sup>9</sup>El estudiante deberá obtener el modelo en espacio de estados deducido en la sección 2.3.1, llegar a la ecuación 8 para luego linealizar, puede utilizar el método por expansión por series de Taylor, expuesto también en la misma sección. Sin embargo debido a la complejidad que supone el obtener este modelo de manera manual, el estudiante puede utilizar herramientas como MATLAB o Wolfram Mathematica para obtener el modelo lineal y espacio de estados, antes describiendo el procedimiento para conseguirlo tal y como se muestra en la sección 2.3.2 en los incisos H, I y J
- Se debe evaluar la controlabilidad y observabilidad del sistema de manera similar al procedimiento que se hizo en la sección 2.3.2 inciso K. Ya sea de manera manual o usando una herramienta como MATLAB.
- Los estudiantes deben implementar los modelos en Simulink como se hace en el inciso A, B, D y L de la sección 2.2.3.
- Los estudiantes deben comparar las respuestas de los modelos lineal y no lineal frente a una entrada de tipo Step con una amplitud de 0.1 y visualizarlo en un scope. Los resultados deben ser similares a los observados en la figura 2.35 con un valor de  $x_0$  cercano a 0.
- Diseñar e implementar un controlador PID mediante los métodos conocidos o usando herramientas de MATLAB para ajustar los parámetros  $K_p$ ,  $K_i$ ,  $k_d$  similar a lo que se muestra en los incisos Ñ y O.

---

<sup>9</sup> Descripción del sistema

- Se debe obtener las gráficas de respuesta del péndulo tanto real como del modelo, tal y como se muestran en las figuras 2.44, 2.25 y 2.26

## **E. PROCEDIMIENTO**

- Enlazar según el inciso M de la sección 2.3.2.
- Para encender solo se debe presionar el botón de encendido como se muestra en la figura 2.49. Luego se debe conectar el cable USB al puerto USB de la computadora.
- Realizar los diagramas del sistema lineal y no lineales.
- Comparar su respuesta ante una entrada tipo paso unitario.
- Diseñar un controlador PID para el péndulo.
- Simular el control de los sistemas lineal y no lineal del péndulo.
- Implementar el mismo control al péndulo real.

## **F. Análisis de resultados**

- Se deben comparar los resultados tal y como se hizo en el inciso L y P. observando las gráficas correspondientes y comentando las diferencias.
- Una varilla de menor longitud reduce el espacio entre la base del carro y el centro de masas del péndulo por lo cual necesita más aceleración en el carro para lograr el mismo efecto en el cambio de posición angular del péndulo.



Figura 2. 49: Encender el péndulo invertido

**Fuente:** Elaboración propia

### **G. Informe**

Realizar el informe con todos los esquemas y gráficas obtenidas que ya se ha expuesto como deben estar según los puntos anteriores A, B, C, D, y E. Los datos suministrados en la tabla 4.1 deben ir en el bloque del péndulo cuyo código se muestra en el inciso B de la sección 2.3.2.

## Capítulo 3



Figura 3. 1: Impresora 3D

### 3 Manufactura

#### 3.1 Proceso de fabricación

##### 3.1.1 Piezas plásticas

Las piezas plásticas como los soportes de los motores y la porta sensor fueron manu- facturadas en una impresora 3D, a base de PLA.<sup>10</sup>

##### 3.1.2 Piezas de madera

Las piezas de madera fueron manufacturadas con un equipo de corte plasma ya que ofrece un acabado finísimo, elegante y en poco tiempo, en la figura 3.2 se observa el chasis siendo manufacturado en un equipo de corte plasma.

Luego del diseño CAD de estas piezas se usó el software ArtCAM para obtener el código G<sup>11</sup>, para la manufactura de los mismos, en la parte de los anexos digitales se encuentra el código G respectivo del chasis del carro. y los archivos. STL de los soportes plásticos para su impresión 3D.

<sup>10</sup> Ácido Poliláctico

<sup>11</sup> El G-code, también conocido como RS-274, es el nombre que habitualmente recibe el lenguaje de programación más usado en control numérico.



Figura 3. 2: Chasis del carro manufacturado con un equipo plasma.

**Fuente:** Elaboración propia

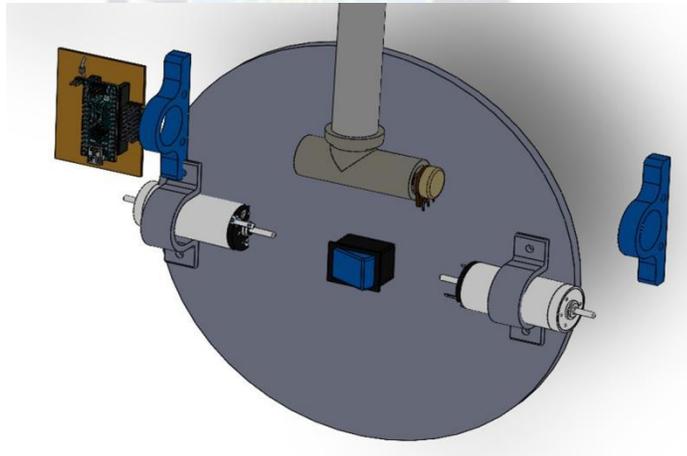


Figura 3. 3: Montaje de los motores al chasis.

**Fuente:** Elaboración propia

### 3.2 Proceso de montaje

Se debe acoplar los cuatro soportes de motor al chasis mediante sujeciones atornilladas en los orificios de 4mm de espesor e introducir el interruptor principal al orificio rectangular como se muestra en la figura 3.3.

Luego se debe situar la batería, circuito de control, circuito de potencia, sensor y péndulo por encima del chasis, como se muestra en la figura 3.4.

El circuito de control y el circuito de potencia están diseñados para encajar perfectamente sin dar lugar a confusiones en su ensamblado. Tampoco puede haber confusiones con respecto a una posible conexión con la batería en polarización inversa, ya que se utilizan conectores tipo T para esto. La conexión de los motores al circuito de potencia también es bastante sencilla ya que se tiene un par de borneras dobles disponibles, una para los motores de la izquierda y la otra para los motores de la derecha.

El sensor también va directamente sobre la entrada analógica de la tarjeta de control, está ya tiene incluida los pines GND y VCC para el sensor o sensores, también debe mencionarse que cuenta con 7 entradas salidas analógicas más, como entradas de expansión para aplicaciones futuras.



Figura 3. 4: Montaje de los componentes electrónicos al chasis

**Fuente:** Elaboración propia

En resumen, el kit comprende: El chasis del robot, cuatro motores de 12V, cuatro ruedas, cuatro soportes para motores, una batería de 12V, un controlador de motores, una tarjeta de control y comunicación, soportes de péndulo, péndulo de PVC, interruptor, sensor de desplazamiento angular y cable USB.

### 3.3 Operación y mantenimiento

#### 3.3.1 Operación

Para experimentar con el modelo virtual se debe seguir los siguientes pasos:

- Iniciar MATLAB.
- Iniciar Simulink.
- Abrir el archivo del péndulo invertido.
- Configurar el tipo de control a utilizar, por defecto tiene un control PID.
- Iniciar simulación
- Para experimentar con modelo físico real se debe hacer los siguiente:
- Iniciar MATLAB.
- Iniciar Simulink.
- Abrir el archivo del péndulo invertido real.
- Configurar el tipo de control a utilizar, por defecto tiene un control PID.
- Iniciar comunicación serial con el Sistema físico mediante el puerto COM.
- Encender el robot pulsando el interruptor principal.
- Comienza automáticamente el control del péndulo invertido.

#### 3.3.2 Mantenimiento

Para alargar la vida útil del sistema se recomienda realizar periódicamente lo siguiente:

- Recargar la batería del robot cuando este se haya descargado, este tiene un indicador que evitara cuando este en niveles bajos de carga.
- Asegurase de que el robot tenga el suficiente espacio para desplazarse, para evitar cualquier accidente que pueda dañar al robot.
- Si bien el diseño mecánico del robot es bastante robusto, se recomienda que su operación sea en el suelo y no así en lugares altos.
- Al menos una vez al mes se debe revisar el rotor de los motores, que son susceptibles a adherir elementos que puedan enredarse en las ruedas,

ocasionando mayor trabajo en los motores, hasta u sobrecalentamiento de los mismos.

Revisar el estado de los cables de conexión para evitar mal contacto entre los componentes del sistema electrónico.



## Capítulo 4

### 4 Costos

En este capítulo se detallarán los costos directos e indirectos del proyecto para llegar al precio final de comercialización.

#### 4.1 Costo de materiales

Los materiales utilizados para la construcción del sistema mecánico del robot son detallados en la siguiente tabla 4.1 y forman parte del costo directo.

Cuadro 4. 1: *Costo de materiales.*

N	Material	Cantidad	Costo [Bs]
1	Madera trupan	1,8x0,40x0,003	20
2	PLA	100[gr]	20
3	Tubo de PBC	1	25
4	Placa Virgen	1	25
Total			90

**Fuente:** Elaboración propia

#### 4.2 Costo de elementos específicos

Los elementos específicos empleados en el robot son detallados en la tabla 4.2

#### 4.3 Costo de insumos

Los costos de los insumos necesarios para la fabricación del robot son detallados en la tabla 4.3.

#### 4.4 Costo de maquinaria y mano de obra

Los costos de mano de obra se detallan en la tabla 4.6.

Cuadro 4. 2: Costo de elemento específicos.

N	Ítem	Cantidad	Costo Unitario [Bs]	Costo Total [Bs]
1	Perno M5	8	0,45	3,6
2	Tuerca M5	8	0,2	1,6
3	Arandela M5	8	0,1	0,8
4	Perno M3	4	0,15	0,6
5	Tuerca M3	4	0,1	0,4
6	Arandela M3	4	0,1	0,4
7	Motores	4	150	600
8	Puente H	1	100	100
9	Batería LIPO	1	200	200
10	Arduino NANO	1	50	50
11	Potenciómetro	1	10	10
12	Peinetas	3	5	15
13	Diodo	1	0,5	0,5
14	Borneras	3	2	6
15	Interruptor	1	20	20
16	Cables	1 paq	30	30
Total				1042,5

**Fuente:** Elaboración propia

Cuadro 4. 3: Costo de insumos.

N	Ítem	Cantidad	Costo Unitario [Bs]	Costo Total [Bs]
1	Pintura azul	1	25	25
2	Lijas	2	4	8
Total				28

**Fuente:** Elaboración propia

El costo del diseño forma parte del costo directo, este costo se calculó en base a las horas de trabajo empleados en el diseño y recopilación de información para la fabricación del robot.

Cuadro 4. 4: *Costos de mano de obra.*

	Técnico	Sueldo mensual	Sueldo semanal	Habilidad
TC	Técnico en CNC	4000	16,6	Equipos CNC
AY	Ayudante	2000	8,33	Manejo básico de CNC

**Fuente:** Elaboración propia

Cuadro 4. 5: *Costo de diseño.*

Sueldo mensual	Sueldo diario	Días de trabajo	Horas trabajadas por Día	Total
4000	133,33 [Bs]	38	8	3800

**Fuente:** Elaboración propia

## 4.5 Costo total y precio

El costo total de manufactura se detalla en la tabla

Cuadro 4. 6: Costo total.

Tipo	Costo [Bs]
Costo de materiales	90
Costo de elementos específicos	1042,5
Costo de insumos	28
Costo de mano de obra	400
Costo de diseño	3800
Total	5360,5

**Fuente:** Elaboración propia

### 4.5.1 Precio de venta e impuestos

Para determinar el precio de venta debemos incluir la utilidad y el impuesto de ley que es el impuesto al valor agregado (IVA).

La utilidad del producto es el 10 % del costo total resultando:

$$Utilidad_{producto} = 0,1 \cdot 5360,5 = 536,05[Bs]$$

La utilidad del producto llega a ser la ganancia que se obtiene por el diseño del péndulo.

El precio de venta es:

$$Precio_{venta} = Costo_{total} + Utilidad_{producto} = 5896,55[Bs]$$

Según la Ley 843 la cuota para el IVA es del 13 %, sin embargo, este valor está expresado nominal y es necesario convertirlo a tasa efectivo mediante:

$$Taza_{efectiva} = \frac{100 * TasaNominal}{100 - TasaNominal}$$

Entonces el IVA en tasa efectivo es:

$$Tasa_{efectivo} = 14,94$$

Entonces el precio facturado es:

$$\text{Preciofacturado} = \text{Precioventa} + \text{Precioventa} * \text{Tasaefectivo}$$

$$\text{Precio}_{\text{facturado}} = 6777,50$$

Siendo el costo total facturado en Bs 6777,5.



Figura 5. 1: Péndulo invertido terminado

**Fuente:** Elaboración propia

## Capítulo 5

### 5. EVALUACIÓN

#### 5.1 Evaluación técnica

El péndulo invertido tipo carro péndulo (Ver figura 5.1) diseñado para el estudio del control de sistemas inestables no lineales puede moverse hasta una velocidad máxima de  $5,44\frac{m}{s}$  con un peso de  $0,8[Kg]$  y un tiempo de respuesta de  $50[ms]$ , la comunicación entre un microcontrolador y MATLAB se hace mediante un cable USB a  $9600baudios^{12}$ .

Se tiene un modelo matemático donde es posible realizar simulaciones antes de experimentar con un sistema real. Los resultados de la simulación pueden llevarse directamente al péndulo físico, ahorrando tiempo durante su estudio.

En la tabla 5.1 se detallan en resumen las características antes mencionadas.

Cuadro 5. 1: *Características finales.*

Característica	Valor
Velocidad máxima de desplazamiento	5,44 [m/s]
Velocidad máxima de rotación de los motores	1300 [RPM]
Peso	0,8 [Kg]
Comunicación	USB
Tiempo de respuesta	50[ms]
Velocidad de comunicación	9600 [b/s]

**Fuente:** Elaboración propia

<sup>12</sup> Número de unidades de señal por segundo

## 5.2. Evaluación económica

A continuación, se mostrarán otros péndulos invertidos con similitudes al presente diseño, disponibles en el mercado.

### 5.2.1. Péndulo invertido rotatorio Quanser QNET

El módulo IP02 de Quanser es un sistema para diseñar y probar controladores en un péndulo invertido, consta de un sistema mecánico, una etapa de potencia y una tarjeta de adquisición de datos. El péndulo invertido consiste de un carro el cual es impulsado por un motor de corriente directa y dos sensores de posición, uno que mide el desplazamiento lineal sobre el riel con un piñón y el otro mide el ángulo de inclinación de una barra que tiene libertad de movimiento. El motor tiene en uno de sus extremos un piñón que impulsa el carro en una cremallera. Además del péndulo invertido cuenta con un balancín, ambos se pueden combinar para un sistema más complejo, el balancín cuenta con otro sensor de posición para medir el ángulo de inclinación. **Precio 2475,00 USD<sup>13</sup>.**

#### A. Péndulo Invertido Quanser QNET Rotary NI ELVIS II/II+

Es una placa de aplicación complementaria para NI Educational Laboratory Virtual Instrumentation Suite II (NI ELVIS II) o NI ELVIS II+. Este dispositivo ha sido desarrollado para la educación para facilitar el aprendizaje activo y activo de los fundamentos del control no lineal, la estabilidad, la amortiguación, la respuesta del estado, el regulador lineal-cuadrático (LQR) y el control híbrido a través de un péndulo. Al diseñar un sistema de control que equilibra una varilla vertical en un brazo giratorio, los estudiantes desarrollan una intuición de ingeniería en una amplia gama de temas de controles. En la tabla 5.2 se observan sus características.

---

<sup>13</sup> <https://www.studica.com/ca/en/National-Instruments-for-Colleges/quanser-qnet-rotary-inverted-pendulum-bd-for-ni-elvis/78029401.html>.

Cuadro 5. 2: Características Quanser QNET.

Característica	Valor
Rotary pendulum link length	12,9 cm
DC motor nominal input voltage	18 V
DC motor nominal speed	3050 rpm
DC motor nominal current	0,54 A
DC motor terminal resistance	8,4 $\Omega$
DC motor rotor inertia	4,0x10 <sup>-6</sup> kg.m <sup>2</sup>
Encoders line count	512 lines/rev
Encoders line count (in quadrature)	2048 lines/rev
Encoders resolution (in quadrature)	0,176 deg/count
Amplifier type	PWM
Amplifier peak current	2,5 A
Amplifier continuous current	0,5 A
Amplifier output voltage	$\pm 24$ V with 42 % duty cycle limit ( $\pm 10$ V)

**Fuente:** National Instruments



Figura 5. 2: Péndulo invertido Quanser QNET

**Precio** 3115,00 USD<sup>14</sup>

### 5.3 Aplicaciones

- El proyecto se centra en crear un sistema que combina un carro y un péndulo in-vertido para explorar sistemas no lineales en automatización y control. Primero, se estudia cómo funcionan el carro y el péndulo para entender su comportamiento físico. Luego, se desarrolla un modelo matemático que describe este comportamiento.

<sup>14</sup> <http://www.ni.com/es-cr/shop/select/ni-elvis-controls-device?modelId=134426>.

- Este modelo se lleva a la práctica usando Simulink, un entorno que permite simular el sistema en un diagrama de bloques. Así, se puede ver cómo se mueve el carro y el péndulo según las ecuaciones descritas. Además, se prueban diferentes maneras de controlar este sistema en la simulación, como usar estrategias de control proporcional, integral y derivativo (PID).
- La parte más emocionante es conectar este modelo de Simulink con el sistema carro-péndulo real. Esto se logra mediante sensores, actuadores y una interfaz que permite que Simulink envíe señales de control al sistema real y reciba datos de cómo está funcionando. Esto es útil para comparar cómo se comporta el sistema real con lo que predice el modelo en Simulink
- Después de probar y comparar, se ajustan los controles o el modelo según las diferencias encontradas entre la simulación y la realidad. Se repiten las pruebas y ajustes hasta que el modelo y las estrategias de control sean precisas y efectivas.

#### 5.4. Conclusiones

- Se diseñó y construyó un péndulo invertido de bajo costo y con el uso de herramientas modernas como los equipos de control numérico, para el estudio de sistemas inestables y no lineales del laboratorio de control automático.
- Se hizo el diseño y las pruebas correspondientes del sistema mecánico carro-péndulo para su buen funcionamiento en terrenos planos.
- Se diseñó un sistema sencillo de detección de desplazamiento angular del péndulo usando una unidad de movimiento inercial IMU.
- Se desarrolló y dimensionó el sistema electromecánico para el correcto funcionamiento del sistema de tracción del péndulo.
- Se obtuvo la placa de adquisición de datos diseñada también para ampliar el número de sensores.
- Se observa una clara ventaja en el uso de los encoder rotatorios y unidades de movimiento inercial sobre los potenciómetros u otros sensores analógicos en

cuestión del modelado matemático, ya que los modelos de los sensores analógicos como el reos- tato no suelen ser muy precisos y carecen de estudios más profundos que expliquen de mejor manera su efecto en todo el sistema.

### 5.5 Recomendaciones

- Es recomendable el uso de sensores de buena precisión y tiempo de respuesta para la realimentación del péndulo invertido ya sean estos analógicos o digitales, en el caso de uso de potenciómetros se debe cuidar siempre que estos tengan un suministro de voltaje constante ya que esto afecta de gran manera al desempeño del péndulo invertido, recordar que una variación en el voltaje suministrado al péndulo será directamente proporcional a una variación de la lectura del ángulo de inclinación.
- Se recomienda usar encoders o unidades de movimiento inercial IMU para una buena lectura de los ángulos de inclinación como en el caso del presente proyecto trajeron mejores resultados en practicidad y precisión el uso de la IMU MPU6050 que el uso de potenciómetros.
- Los actuadores a utilizar para el control del péndulo deben contar con las características necesarias para un buen desempeño del control.
- Se recomienda usar el péndulo en terrenos planos y lisos, ya que las oscilaciones y la vibración a largo plazo podrían ocasionar un desajuste de las partes roscadas.
- Otros sistemas de medición del desplazamiento angular del péndulo invertido con respecto al carro podrían ser una IMU<sup>15</sup>, del cual se podrían obtener indirectamente medidas de las inclinaciones a partir de las mediciones de aceleración y velocidad angular.
- El potenciómetro utilizado al principio por su naturaleza añade cierta cantidad de ruido a las mediciones, cuando esta está en continuo funcionamiento

---

<sup>15</sup> Unidad de movimiento inercial

además que depende de su alimentación, se puede sustituir este por un encoder y así obtener mejor calidad en las mediciones de desplazamiento angular.

- Se podría sustituir el cable USB usado para la comunicación entre el computador y el sistema carro-péndulo por un módulo de comunicación inalámbrica para mayor comodidad, aunque esto subiría los costes del producto final.
- Debido a la simplicidad matemática del efecto de un reóstato en el modelo, es decir:

$$b = f_r \omega$$

- Y la posterior obtención del coeficiente de fricción del reóstato  $f_r$  mediante un experimento, no es suficiente para un modelo detallado del péndulo, se recomienda usar otro sistema de medición de ángulo de inclinación del péndulo, como una unidad de movimiento inercial IMU o un encoder rotatorio para los cuales en el primer caso ya no se tiene un efecto de fricción y la segunda opción ya tiene una biografía detallada que puede ser usada directamente en el modelo.

## BIBLIOGRAFÍA

- Grande Meza, Araceli. (2003). Observadores Difusos y Control Adaptable Difuso Basado en Observadores., Tesis de Maestría-Instituto Politécnico Nacional.
- DORF RICHARD C., BISHOP ROBERT H.(2007). *Sistemas de control Moderno*, Edición, Pearson Prentice Hall
- BOLTON WILLIAN.(2001). Mecatrónica. Sistemas de control electrónico en ingeniería mecánica y eléctrica, México. Alfaomega.
- OGATA K.(2009). Modern control engineering, Prentice Hall.
- BOYLESTAD, R. NASHELSHY, L (2003). Electrónica: teoría de circuitos y dispositivos electrónicos, Pearson Education.

# **ANEXOS**

# ANEXO 1

## FICHA TÉCNICA

### *Péndulo invertido*

### *Ficha técnica*



Facultad de Ingeniería  
Universidad Mayor de San  
Andrés

#### Sistema de péndulo invertido

- Velocidad: 1,2 m/s.
- Desmontable.
- Batería de Litio de 12V de 3,5 Ah.
- Autonomía de aproximadamente 4,0 horas.
- Color del Chasis: madera.

#### Opciones

- Microcontrolador reprogramable.
- Ruedas desmontables.
- Neumáticos.
- Sensores de retroalimentación cambiables.

#### Características

Anchura de chasis	20,0 cm
Profundidad de chasis	20,0 cm
Altura de chasis	10,0 cm
Longitud del péndulo	100,0 cm
Corriente de consumo	0,5 A
Radio de giro	10,0 cm
Peso del péndulo	0,5 Kg
Momento de inercia	0,2 Kg.m <sup>2</sup>
Coefficiente de fricción en rotor del péndulo	0,48
Velocidad	0,3 a 1,2 m/s
Autonomía máxima	4,0 hr
Tiempo de carga máximo	1,0 hr
Superación de obstáculos	1,0 cm
Peso del carro	0,8 Kg
Peso máximo del péndulo	1,0 Kg

## ANEXO 2

### MATLAB Y SIMULINK

### CÓDIGO MATLAB DEL MODELO NO LINEAL

```
function dx = PenduloInvertido ( x
, u)

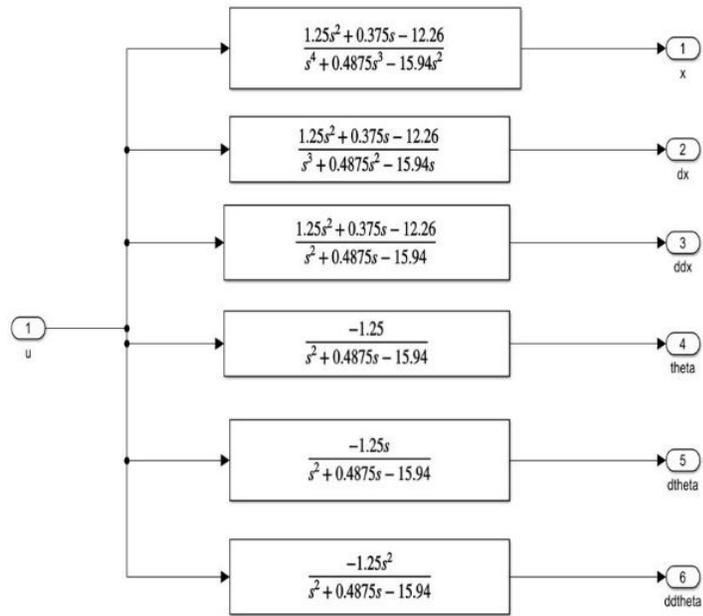
x1=x ( 1 ); %x
x2=x ( 2 ) ;

%dx x3=x ( 3
) ;

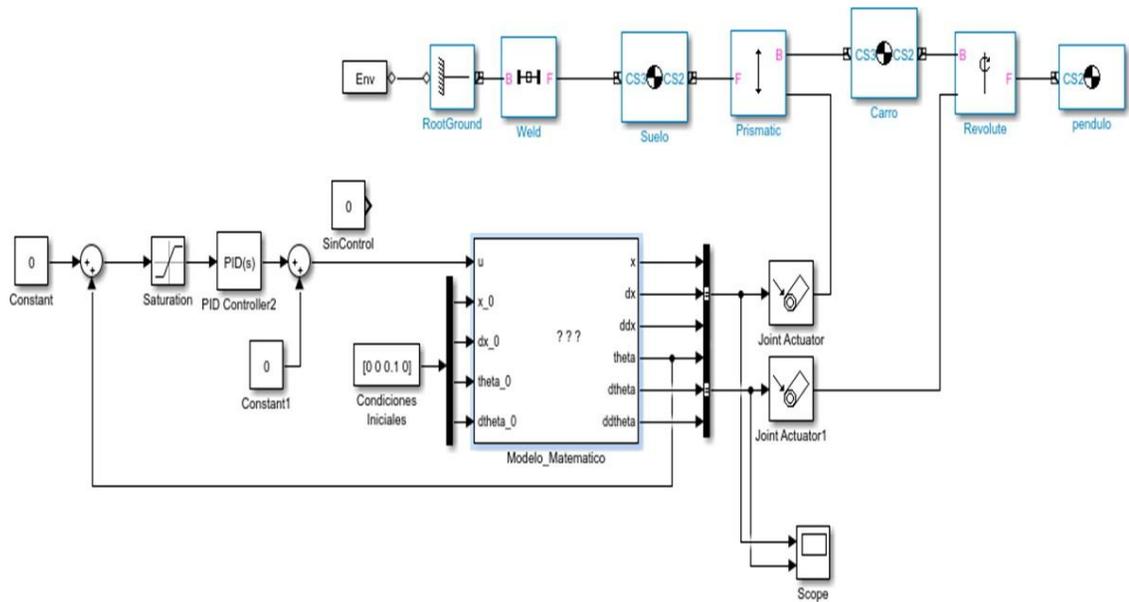
%theta x4=x
( 4 ) ;

%dtheta
M=0.8; %masa de
l carro m= 0 . 5 ;
%masa de la barra l
=1; %largo de la
barra
I=0.2; %ineracia de la barra
g=9.81; %gravedad
b=0.3; %coeficiente de friccion viscosa prueba
%C a r a c t e r i s t i c a s d e l
motor de CD La=0.63 e -3; %l
nductancia del motor R= 2 . 6 ;
%resistencia interna
J=3.6 e -7; %ineraciaa rotacional
kt=0.007; %constante del motor
be=0.002; %coeficiente de friccion viscosa
bt=0.001; %coeficiente de friccion rotacional
```

## DIAGRAMA SIMULINK DEL MODELO LINEAL



## DIAGRAMA SIMULINK DEL MODELO



# ANEXO 3

## FILTRO DE KALMAN

### CÓDIGO DEL MICROCONTROLADOR

```
#ifndef _Kalman_h
#define _Kalman_h

class Kalman {
public:
    Kalman() {
        Q_angle = 0.001;
        Q_bias = 0.003;
        R_measure = 0.03;
        angle = 0; // Reset the angle
        bias = 0; // Reset bias
        P[0][0] = 0; // Since we assume that the bias is 0 and we know the
                    // starting angle ( use set Angle ), the error covariance matrix is
                    // set like so - see : http://en.wikipedia.org/wiki/Kalman\_filter#
                    // Example application . 2 C_technical
        P[0][1] = 0;
        P[1][0] = 0;
        P[1][1] = 0;
    };

    double getAngle ( double newAngle , double newRate , double dt ) {

        rate = newRate - bias ; // predicción
        angle += dt * rate ;

        // Update estimation error covariance - Project the error
        // covariance ahead

        /* Step 2 */
        P[0][0] += dt * ( dt * P[1][1] - P[0][1] - P[1][0] + Q_angle );
        P[0][1] -= dt * P[1][1];
        P[1][0] -= dt * P[1][1];
        P[1][1] += Q_bias * dt;

        // Discrete Kalman filter measurement update equations -
        // Measurement Update ("Correct")
        // Calculate Kalman gain - Compute the Kalman gain
        /* Step 4 */
        S = P[0][0] + R_measure ;
        /* Step 5 */
        K[0] = P[0][0] / S;
        K[1] = P[1][0] / S;

        // Calculate angle and bias - Update estimate with measurement zk (
        // newAngle )
        /* Step 3 */
        y = newAngle - angle ;
    }
};
```

```

    /* Step 6 */
    angle += K[0] * y;
    bias += K[1] * y;
    // Calculate estimation error covariance – Update the error
    // covariance
    /* Step 7 */

        P[0][0] -= K[0] * P[0][0];
        P[0][1] -= K[0] * P[0][1];
        P[1][0] -= K[1] * P[0][0];
        P[1][1] -= K[1] * P[0][1];

    return angle ;
};

void setAngle (double newAngle) { angle = newAngle ; }; // Used to
    set
    angle , this should be set as the starting angle
double getRate () { return rate ; }; // Return the unbiased rate

    /* These are used to tune the Kalman filter */
void setQangle (double newQ_angle) { Q_angle = newQ_angle ; };
void setQbias (double newQ_bias) { Q_bias = newQ_bias ; };
void setRmeasure ( double newR_measure ) { R_measure =
newR_measure ; };

double get Qangle () { return Q_angle ;
};
double get Qbias () { return Q_bias ;
};
double getRmeasure () { return
R_measure ; };

private :
    /* Kalman filter variables */
double Q_angle ; // Process noise variance for the
accelerometer
double Q_bias ; // Process noise variance for the gyro bias
double R_measure ; // Measurement noise variance – this is actu-
ally
the variance of the measurement noise

double angle ; // The angle calculated by the Kalman filter -
part of
the 2x1 state vector
double bias ; // The gyro bias calculated by the Kalman filter – part
of
the 2x1 state vector
double rate ; // Unbiased rate calculated from the rate and the

```

*calculated bias – you have to call get Angle to update the rate*

```
double P[2][2]; // Error covariance matrix – This is a 2x2  
matrix  
double K[2]; // Kalman gain – This is a 2x1 vector  
double y; // Angle difference  
double S; // Estimate error  
};  
#endif
```

## ANEXO 4

### CÓDIGO MICROCONTROLADOR

```
/* Código de Programación del péndulo invertido */
boolean START=true;
int8 t sensorVal = 0;
int aux;
byte u = 0;
double corregir=0;
uint32_t timer;
#define pin_ui 5
#define pin_m1i 8
#define pin_m2i 7
#define pin_ud 6
#define pin_m1d 9
#define pin_m2d 4
void setup() {
    pinMode(pin_ui, OUTPUT);
    pinMode(pin_m1i, OUTPUT);
    pinMode(pin_m2i, OUTPUT);
    pinMode(pin_ud, OUTPUT);
    pinMode(pin_m1d, OUTPUT);
    pinMode(pin_m2d, OUTPUT);
    digitalWrite(pin_ui, 0);
    digitalWrite(pin_m1i, 0);
    digitalWrite(pin_m2i, 0);
    digitalWrite(pin_ud, 0);
    digitalWrite(pin_m1d, 0);
    digitalWrite(pin_m2d, 0);
    delay(200);
    corregir=analogRead(A0);
    // while (Serial.available() > 0){
    //     char borrar=Serial.read();
    // }
    Serial.begin(9600);
    delay(100);
    Serial.write(sensorVal);
    for (int i=0; i==Serial.available(); i++){
        char borrar=Serial.read();
    }
    delay(100);
}
void loop() {
    if(Serial.available()){
        int8 t dato = Serial.read();
        if (dato > 0){
            digitalWrite(pin_m1i, 1);
            digitalWrite(pin_m1d, 1);
        }
    }
}
```

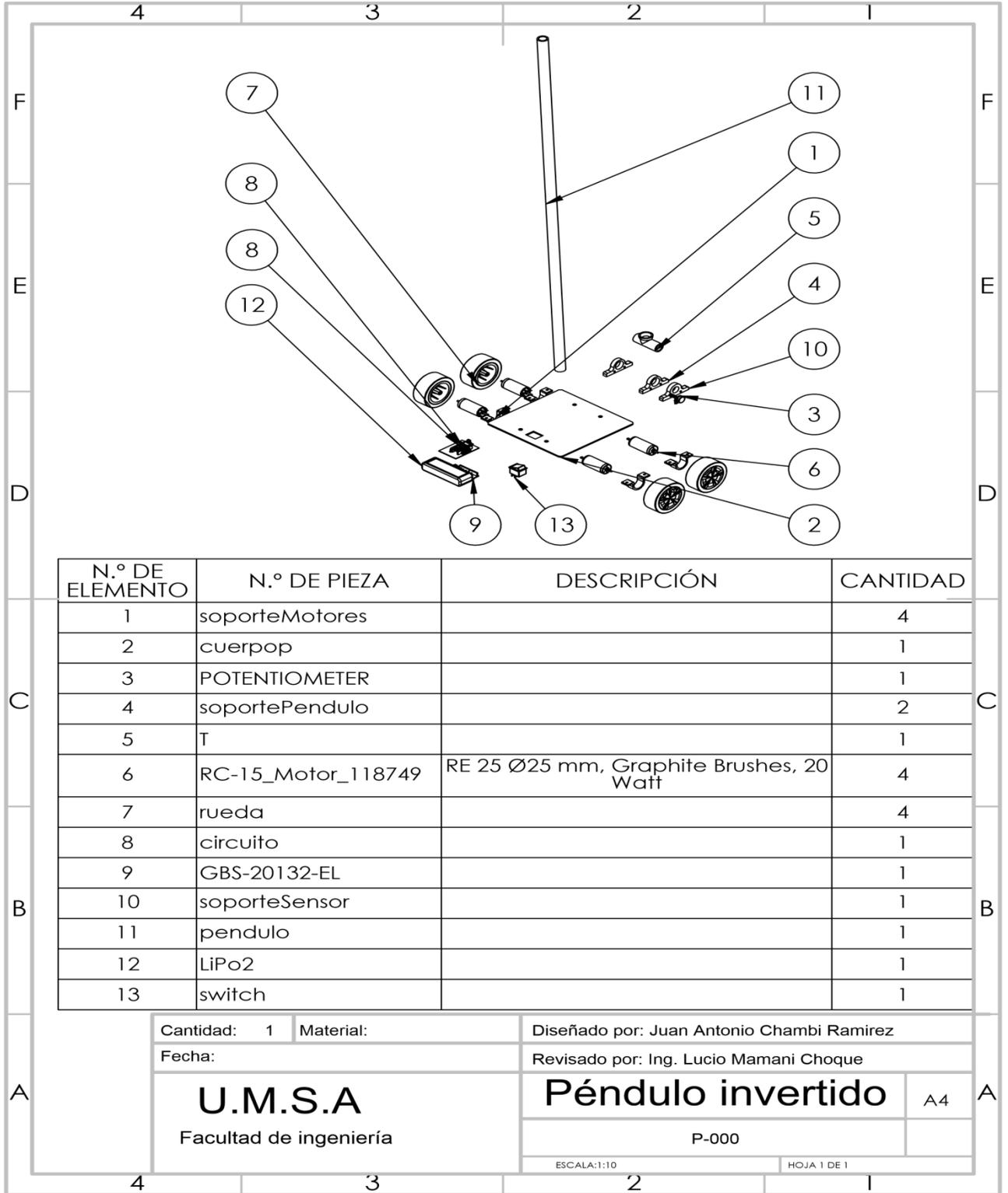
```

digitalWrite(pin_m2i,0);
digitalWrite(pin_m2d,0);
{
  else if (dato <0){

      digitalWrite(pin_m1i,0);
digitalWrite (pin_m1d ,0)
;
digitalWrite (pin_m2i ,1);
digitalWrite (pin_m2d ,1)
;
    }
  else {
digitalWrite (pin_m1i ,0);
digitalWrite (pin_m1d ,0)
;
digitalWrite (pin_m2i ,0);
digitalWrite (pin_m2d ,0)
;
    }
    u = abs (dato) *2;
    analogWrite (pin_ui , u);
    analogWrite (pin_ud , u);
    aux=(analogRead (A0)-corregir) *0.5;
    if ( abs ( aux )
      >127){ sensor
        Val = 0;
      }
    else {
      sensorVal = aux;
    }
    // enviar en base 10 en ASCII
    Serial.write (sensorVal);
  }
}

```

## ANEXO 5 PLANOS



N.º DE ELEMENTO	N.º DE PIEZA	DESCRIPCIÓN	CANTIDAD
1	soporteMotores		4
2	cuerpop		1
3	POTENTIOMETER		1
4	soportePendulo		2
5	T		1
6	RC-15_Motor_118749	RE 25 Ø25 mm, Graphite Brushes, 20 Watt	4
7	rueda		4
8	circuito		1
9	GBS-20132-EL		1
10	soporteSensor		1
11	pendulo		1
12	LiPo2		1
13	switch		1

Cantidad: 1    Material:

Fecha:

Diseñado por: Juan Antonio Chambi Ramirez

Revisado por: Ing. Lucio Mamani Choque

**U.M.S.A**

Facultad de ingeniería

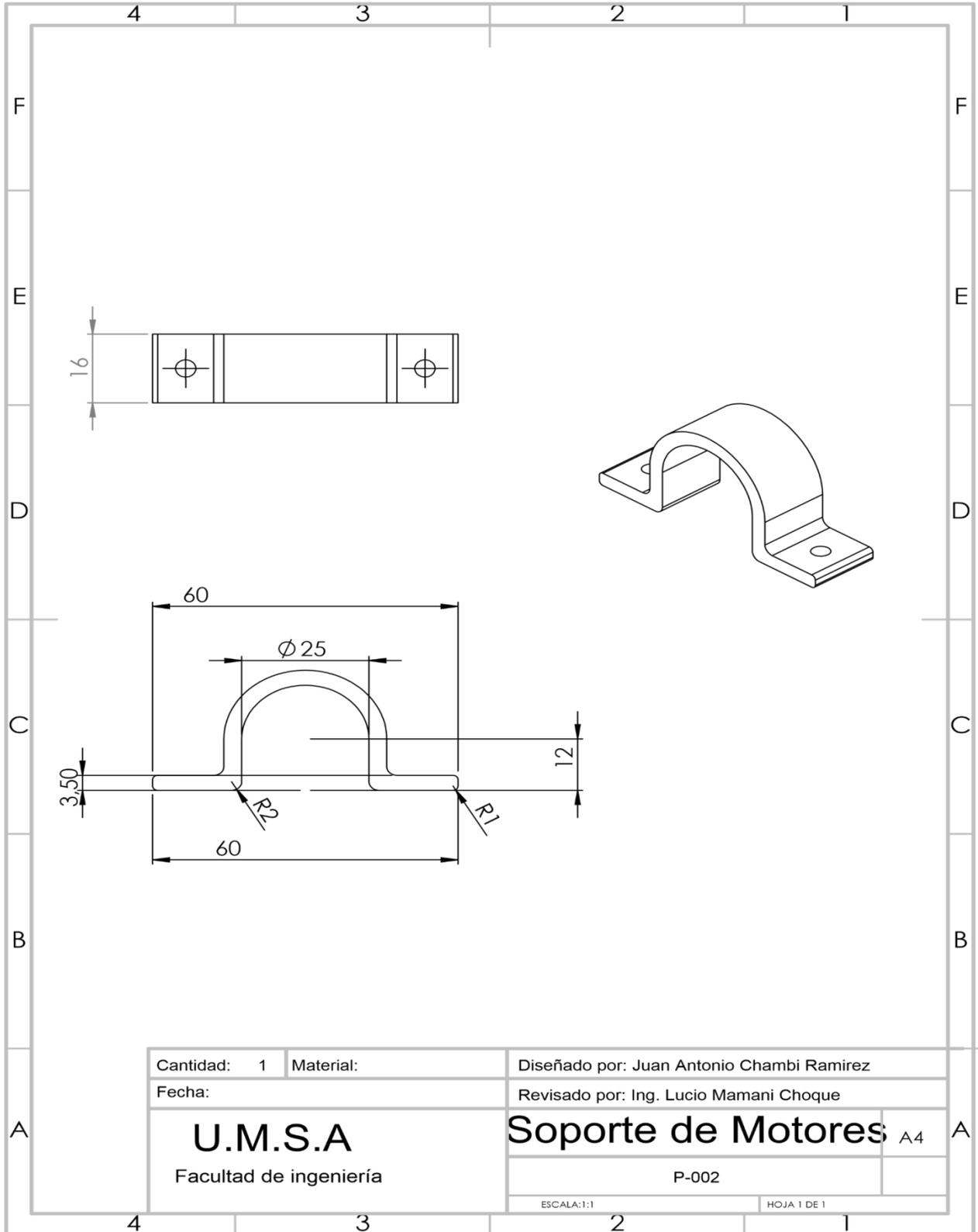
**Péndulo invertido**

A4

P-000

ESCALA:1:10

HOJA 1 DE 1



Cantidad: 1    Material:

Fecha:

Diseñado por: Juan Antonio Chambi Ramirez

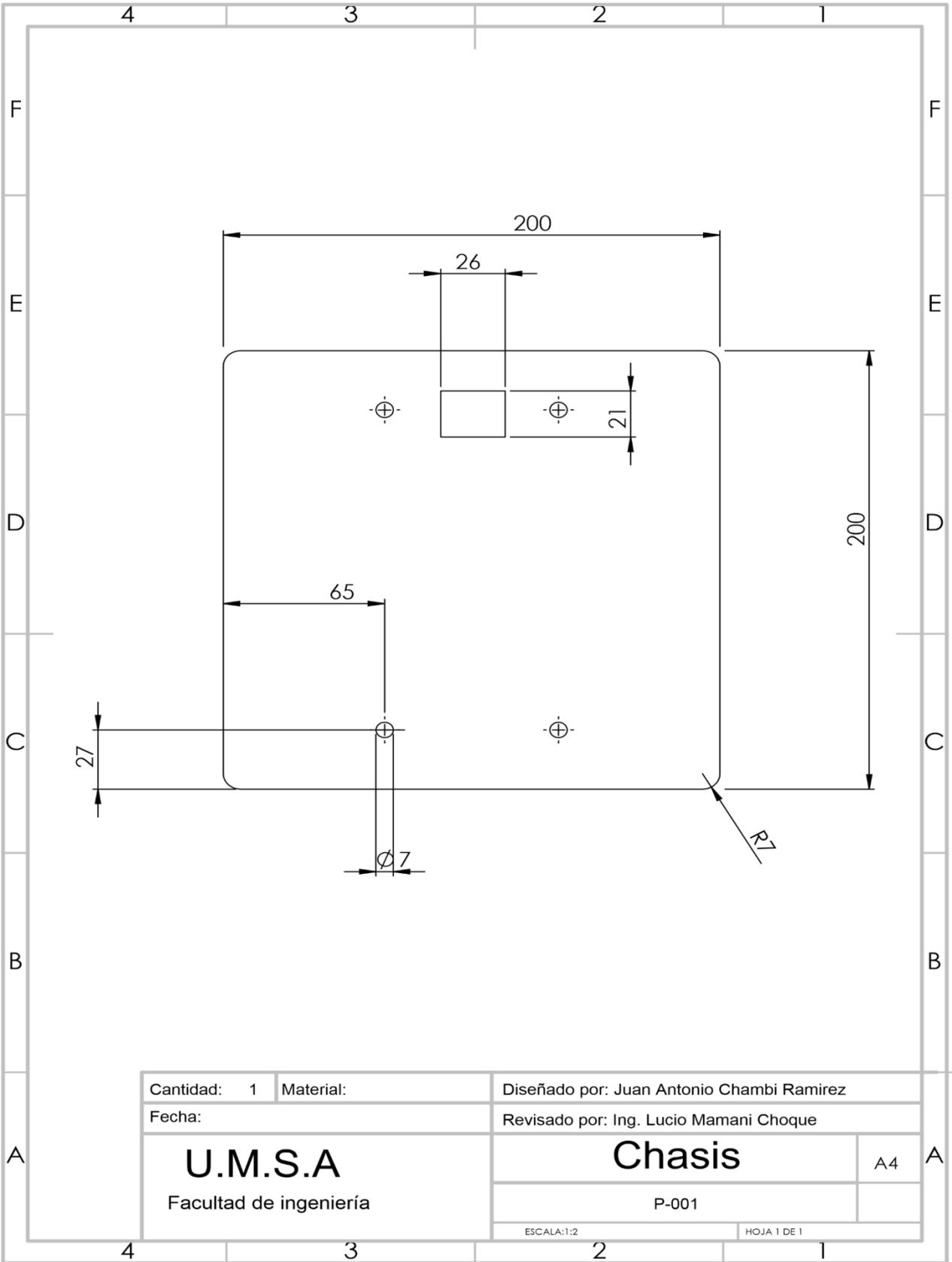
Revisado por: Ing. Lucio Mamani Choque

**U.M.S.A**  
Facultad de ingeniería

**Soporte de Motores**    A4

P-002

ESCALA: 1:1    HOJA 1 DE 1



Cantidad: 1    Material:

Diseñado por: Juan Antonio Chambi Ramirez

Fecha:

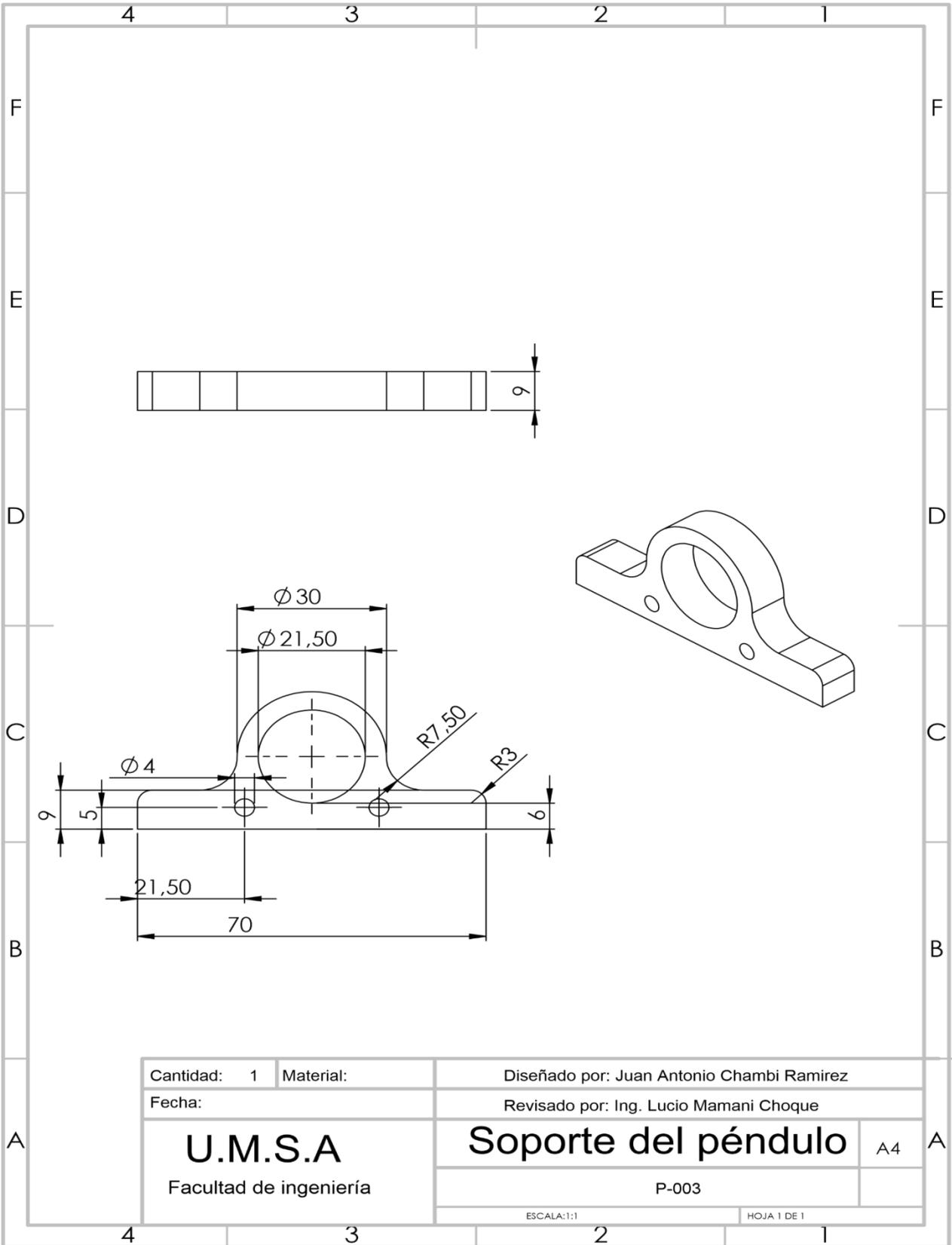
Revisado por: Ing. Lucio Mamani Choque

**U.M.S.A**  
Facultad de ingeniería

**Chasis**  
P-001

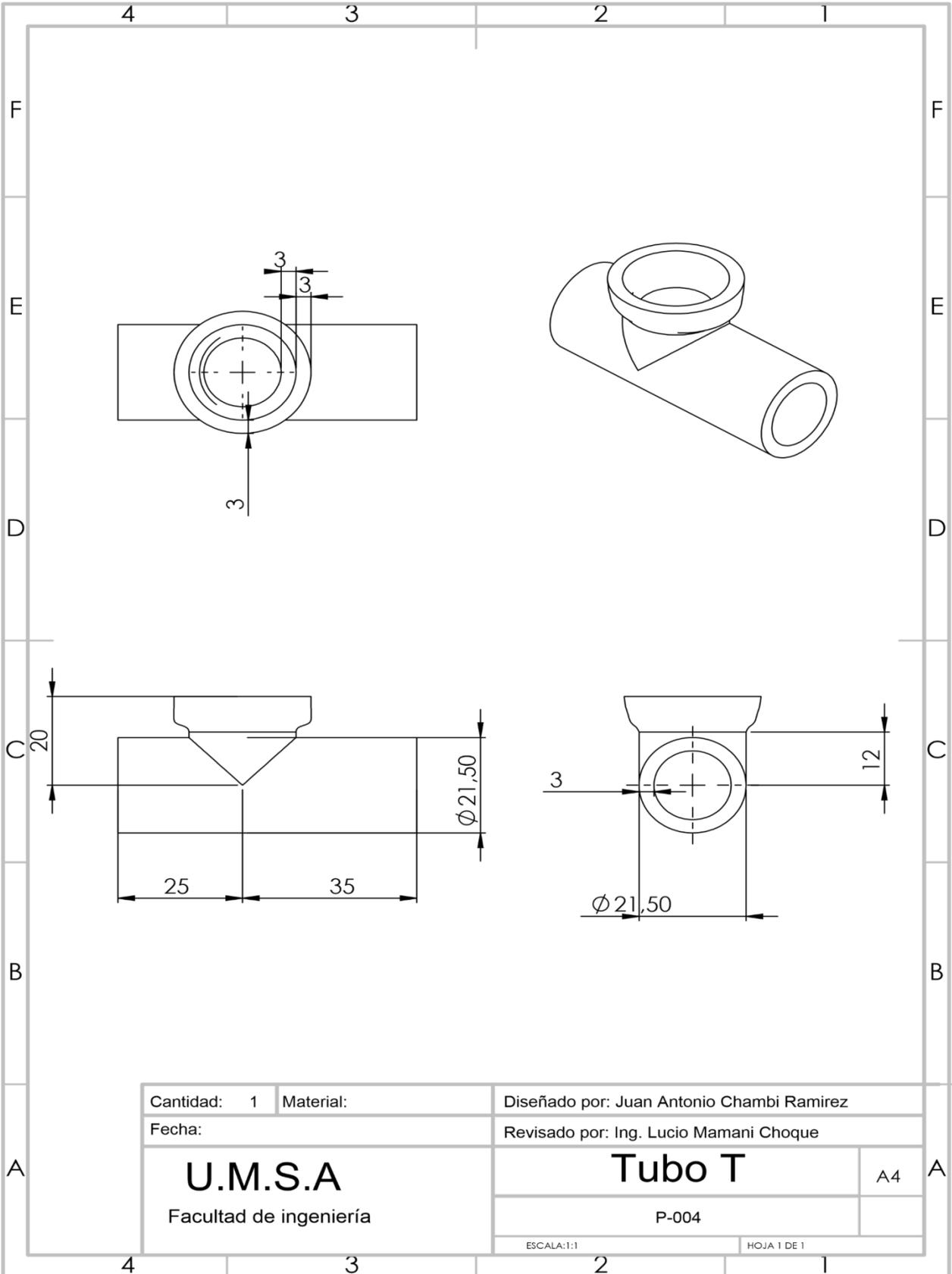
A4  
HOJA 1 DE 1

ESCALA:1:2



Cantidad: 1	Material:	Diseñado por: Juan Antonio Chambi Ramirez	
Fecha:		Revisado por: Ing. Lucio Mamani Choque	
<b>U.M.S.A</b> Facultad de ingeniería		<b>Soporte del péndulo</b>	
		P-003	
ESCALA: 1:1		HOJA 1 DE 1	

A4



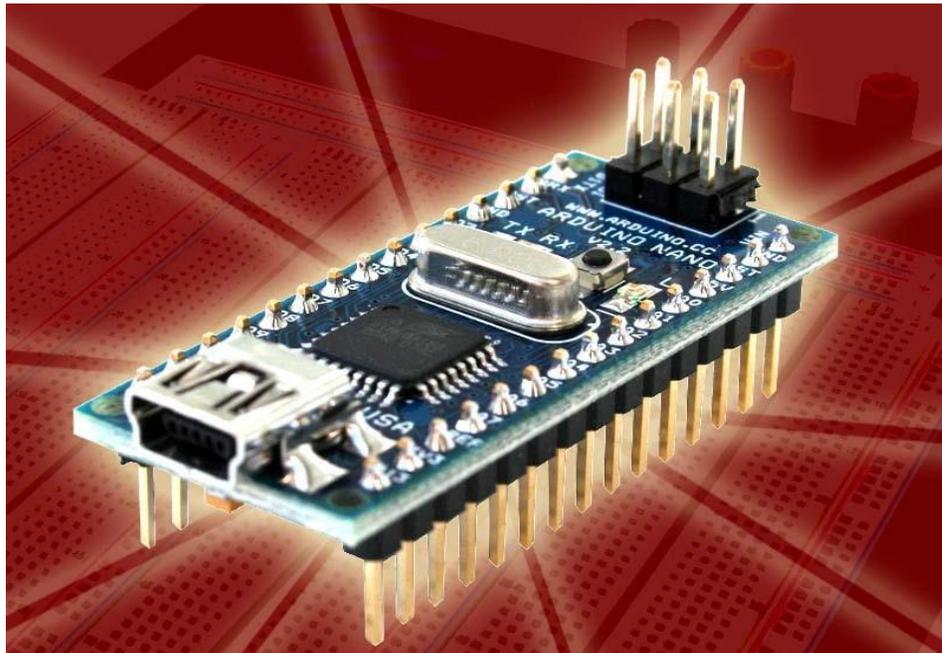
Cantidad: 1	Material:	Diseñado por: Juan Antonio Chambi Ramirez	
Fecha:		Revisado por: Ing. Lucio Mamani Choque	
<b>U.M.S.A</b> Facultad de ingeniería		<b>Tubo T</b>	
		P-004	
		ESCALA:1:1	HOJA 1 DE 1

A4

ANEXO 6  
CIRCUITOS

*Arduino Nano (V2.3)*

*User Manual*



Released under the Creative Commons Attribution Share-Alike 2.5

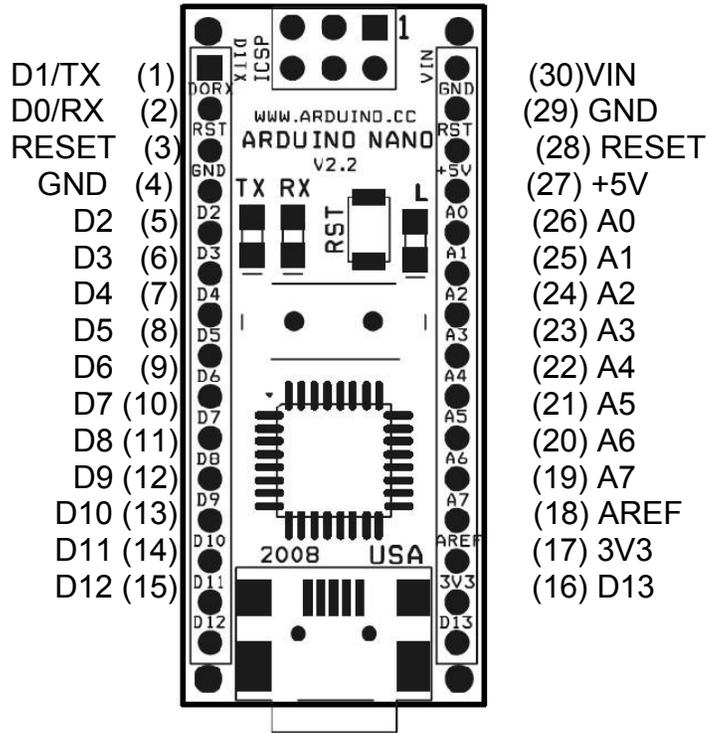
License <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/2.5/>

More information:

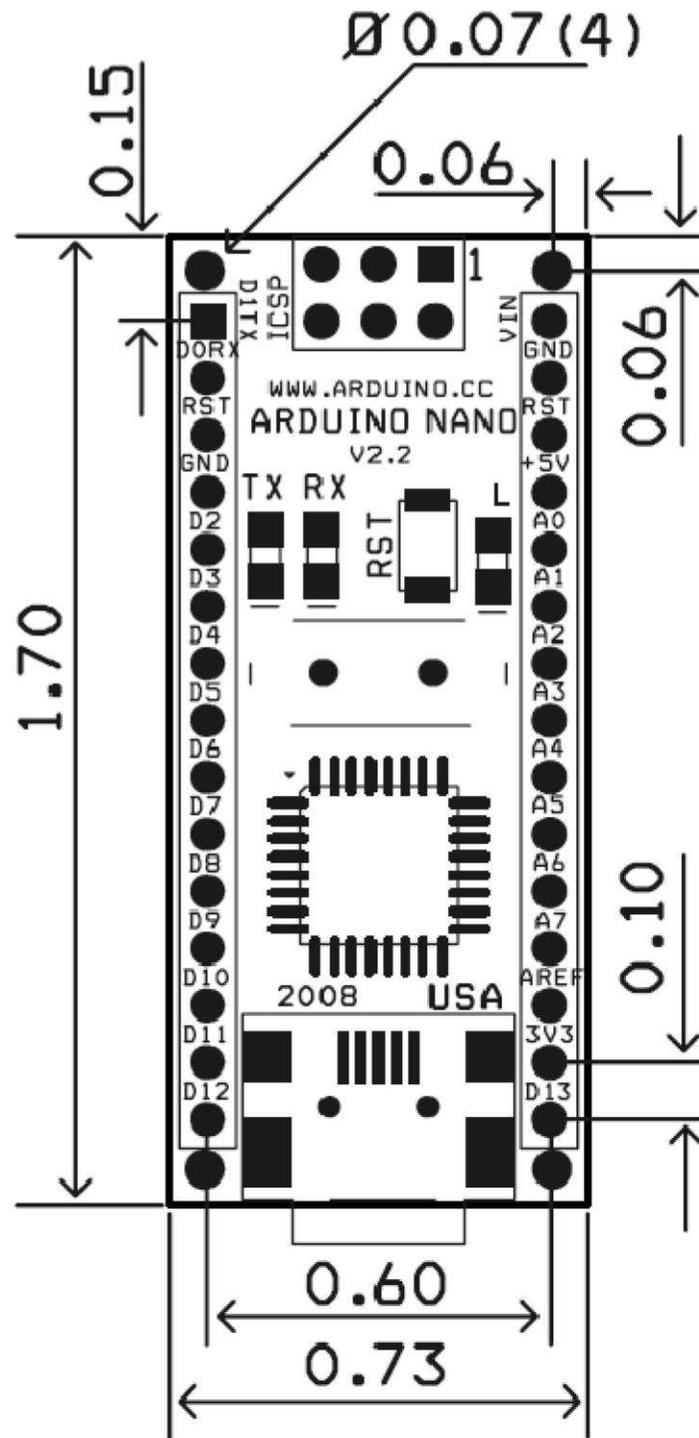
[www.arduino.cc](http://www.arduino.cc)

Rev. 2.3

# Arduino Nano Pin Layout



Pin No.	Name	Type	Description
1-2, 5-16	D0-D13	I/O	Digital input/output port 0 to 13
3, 28	RESET	Input	Reset (active low)
4, 29	GND	PWR	Supply ground
17	3V3	Output	+3.3V output (from FTDI)
18	AREF	Input	ADC reference
19-26	A7-A0	Input	Analog input channel 0 to 7
27	+5V	Output or Input	+5V output (from on-board regulator) or +5V (input from external power supply)
30	VIN	PWR	Supply voltage



ALL DIMENSIONS ARE IN INCHES

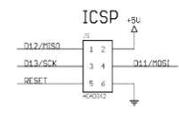
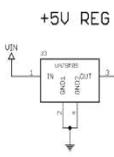
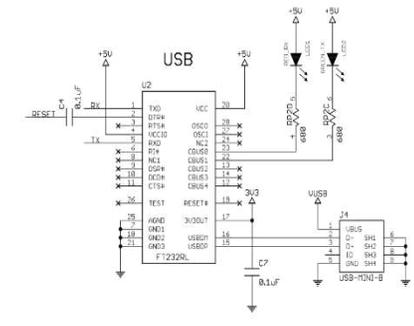
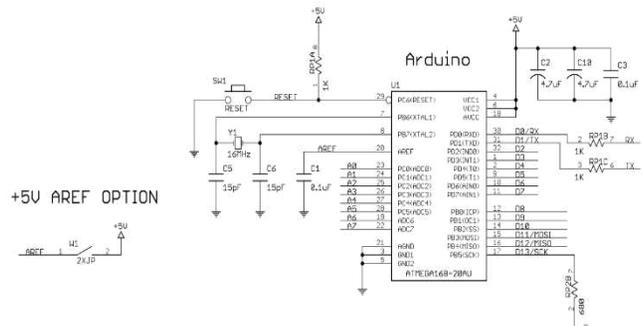
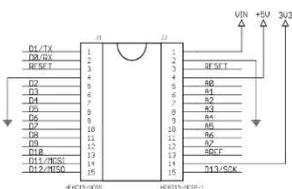
# Arduino Nano Mechanical Drawing

## Arduino Nano Bill of Material

Item Number	Qty.	Ref.Dest.	Description	Mfg. P/N	MFG	Vendor P/N	Vendor
1	5	C1,C3,C4,C7,C9	Capacitor, 0.1uF 50V 10% Ceramic X7R 0805	C0805C104K5RACTU	Kemet	80"C0805C104K5R	Mouser
2	3	C2,C8,C10	Capacitor, 4.7uF 10V 10% Tantalum Case A	T491A475K010AT	Kemet	80"T491A475K010	Mouser
3	2	C5,C6	Capacitor, 18pF 50V 5% Ceramic NOP/COG 0805	C0805C180J5GACTU	Kemet	80"C0805C180J5G	Mouser
4	1	D1	Diode, Schottky 0.5 <sup>a</sup> 20V	MBR0520LT1G	ONsemi	863"MBR0520LT1G	Mouser
5	1	J1,J2	Headers, 36PS 1 Row	68000"136HLF	FCI	649"68000"136HLF	Mouser
6	1	J4	Connector, Mini"B Recept Rt. Angle	67503"1020	Molex	538"67503"1020	Mouser
7	1	J5	Headers, 72PS 2 Rows	67996"272HLF	FCI	649"67996"272HLF	Mouser
8	1	LD1	LED, Super Bright RED 100mcd 640nm 120degree 0805	APT2012SRCPRV!	Kingbright	604"APT2012SRCPRV!	Mouser
9	1	LD2	LED, Super Bright GREEN 50mcd 570nm 110degree 0805	APHCM2012CGCK"F01	Kingbright	604"APHCM2012CGCK!	Mouser
10	1	LD3	LED, Super Bright ORANGE 160mcd 601nm 110degree 0805	APHCM2012SECK"F01	Kingbright	04"APHCM2012SECK!	Mouser
11	1	LD4	LED, Super Bright BLUE 80mcd 470nm 110degree 0805	LTST"C170TBKT	Lite"on Inc	160"1579"1"ND!	Digikey
12	1	R1	Resistor Pack, 1K +/-5% 62.5mW 4RES SMD	YC164"JR"071KL	Yageo	YC164J"1.0KCT"ND!	Digikey
13	1	R2	Resistor Pack, 680 +/-5% 62.5mW 4RES SMD	YC164"JR"07680RL	Yageo	YC164J"680CT"ND!	Digikey
14	1	SW1	Switch, Momentary Tact SPST 150gf 3.0x2.5mm	B3U"1000P	Omron	SW1020CT"ND!	Digikey
15	1	U1	IC, Microcontroller RISC 16kB Flash, 0.5kB EEPROM, 23 I/O Pins	ATmega168"20AU	Atmel	556"ATMEGA168"20AU!	Mouser
16	1	U2	IC, USB to SERIAL UART 28 Pins SSOP	FT232RL	FTDI	895"FT232RL!	Mouser
17	1	U3	IC, Voltage Regulator 5V, 500mA SOT"223	UA78M05CDCYRG3	TI	595"UA78M05CDCYRG3!	Mouser
18	1	Y1	Crystal, 16MHz +/-20ppm HC"49/US Low Profile	ABL"16.000MHZ"B2	Abracon	815"ABL"16"B2!	Mouser

# Arduino Nano Schematic

Copyright 2008 under the Creative Commons Attribution Share-Alike 2.5 License  
<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/2.5/>



NOT USED

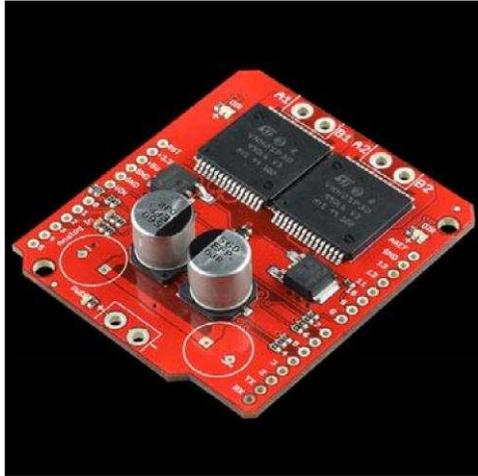
v2.3 - Modify FT232RL to use +5U	
TITLE: Arduino Nano	
Document Number:	REV: 2.3
Date: 6/26/2008 8:35:54 PM	Sheet: 1/1

# sparkfun

## SparkFun Monster Moto Shield

DEV-10182 ROHS

★★★★★ 1



© images are CC BY-NC-SA 3.0

**Description:** This is essentially a ramped up version of our Ardumoto motor driver shield. For this SparkFun Monster Moto Shield we've replaced the L298 H-bridge with a pair of VN12SP30 full-bridge motor drivers. We've also beefed up the support circuitry so this board is capable of driving a pair of high-current motors! The VIN and motor out are pitched for our 5mm screw terminals (not included), making it easy to connect larger gauge wires.

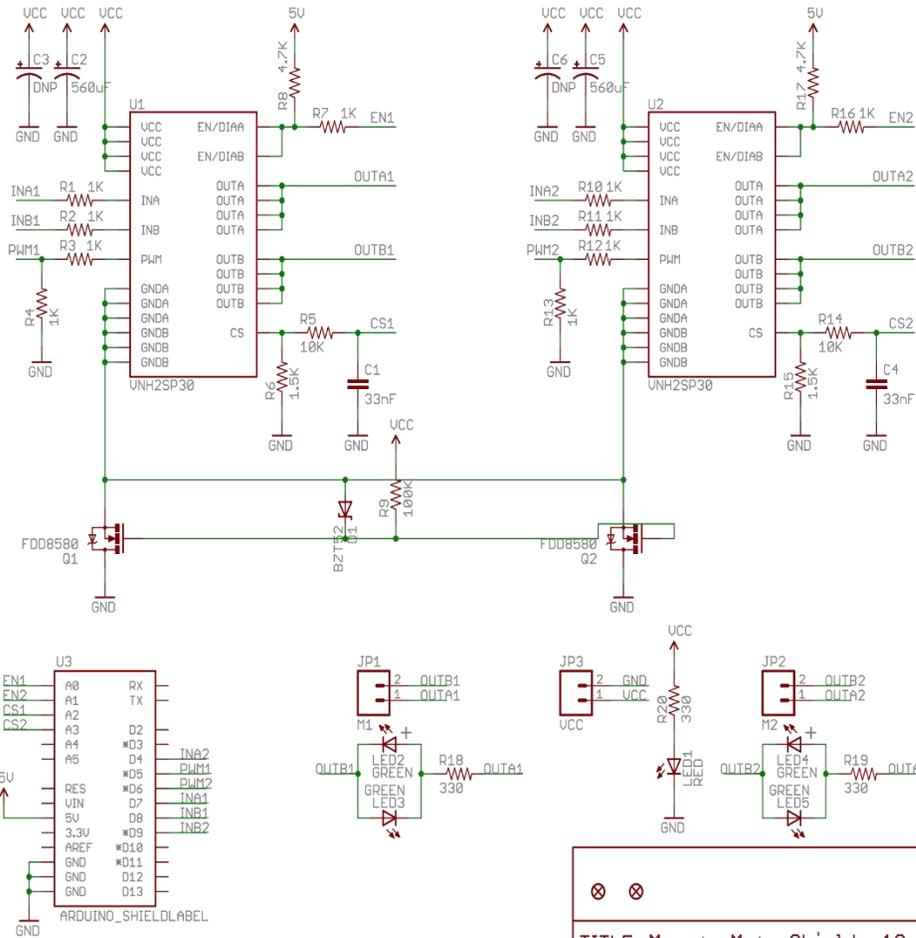
**Note:** When using this board in extreme high-demand applications it may be necessary to improve thermal performance with a heat-sink or fan and to solder the wires directly to the board instead of using a screw terminal (in addition to the myriad other complications present in a high-current system) However, when using the board at currents up to 6A the chips will barely become noticeably warm.

### Features:

- Voltage max: 16V
- Maximum current rating: 30 A
- Practical Continuous Current: 14 A
- Current sensing available to Arduino analog pin
- MOSFET on-resistance: 19 mΩ (per leg)
- Maximum PWM frequency: 20 kHz
- Thermal Shutdown
- Undervoltage and Overvoltage shutdown

<https://www.sparkfun.com/products/10182>

10/12/2015



Released under the Creative Commons Attribution Share-Alike 3.0 License  
<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0>  
 Design by: Nate Bernstein  
 Jim Lindblom

⊗ ⊗	
TITLE: MonsterMoto-Shield-v12	
Document Number:	SFE
Date: 11/3/2010 12:02:08 PM	REV:
Sheet: 1/1	



## 1. [ MPU6050 - Acelerómetro ]

El kit incluye el sensor de aceleración MPU-6050 de la empresa InvenSense, el sensor está compuesto por 3 acelerómetros 3 giróscopos, cada uno con su respectivo ADC de 16 bits. Presenta la posibilidad de modificar la escala de trabajo, proporcionando así más precisión para movimientos más lentos.

Rango de escalas				
<b>Acelerómetro</b>	$\pm 2g$	$\pm 4g$	$\pm 8g$	$\pm 16g$
<b>Gyróscopo</b>	$\pm 250^\circ/seg$	$\pm 500^\circ/seg$	$\pm 1000^\circ/seg$	$\pm 2000^\circ/seg$

La interfaz de comunicación que utiliza es I2C y el dispositivo posee la posibilidad de configurar su dirección de esclavo a través del pin ADO. Este pin modifica el valor de bit menos significativo de la dirección del acelerómetro.

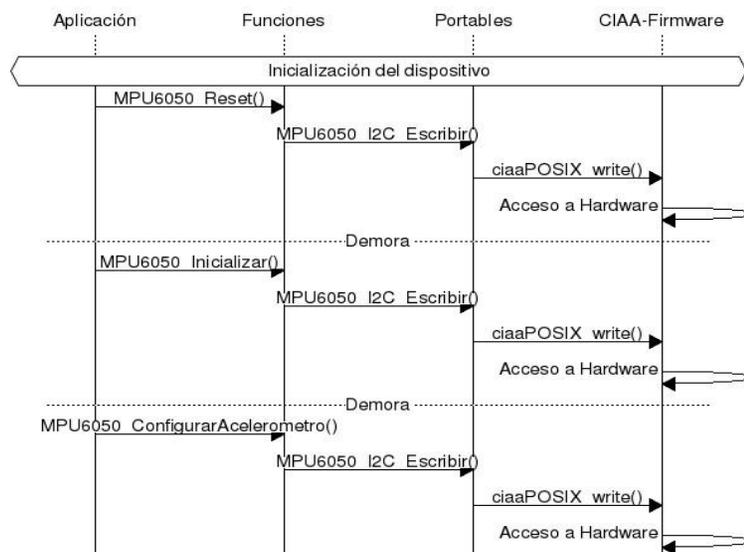
La sensibilidad del sensor esta expresada en LSB/g, para la aceleración, y LSB/( $\square/seg$ ), para el giróscopo. La misma varía para la escala se operación seleccionada y puede calcularse como



$$\frac{2^{16}}{2 \cdot \text{escala.}}$$

### 1.1. [ Iniciar acelerómetro ]

Al comenzar a utilizar el sensor se debe inicializarse y configurarse para asegurar su correcto funcionamiento. Durante este proceso se debe indicar al acelerómetro el valor de la escala a utilizar en el trabajo, para lo mismo se dispone de las siguientes instrucciones y secuencia:





De esta forma el usuario puede inicializar y configurar el dispositivo utilizando las funciones MPU6050\_Reset(), MPU6050\_inicializar() y MPU6050\_ConfigurarAcelerometro() desde su aplicación.

La configuración de la escala en el dispositivo se lleva a cabo escribiendo sobre los bits 4 y 3 del registro 28 del mismo, dejando los restantes en 0.

Registro (HEX)	Registro (DEC)	Bit 7	Bit 6	Bit 5	Bit 4	Bit 3	Bit 2	Bit 1	Bit 0
1C	28	XA_ST	YA_ST	ZA_ST	AFS_SEL[1:0]		-		

AFS_SEL[1:0]		Escala
0	0	±2g
0	1	±4g
1	0	±8g
1	1	±16g

### 1.2. [ Lectura del valor de aceleración ]

Del dispositivo se podrá leer 2 palabras o registros de 8 bits para cada valor de aceleración, estas palabras representan la salida de los conversores ADC. La siguiente tabla muestra los registros a leer para obtener los valores de aceleración.

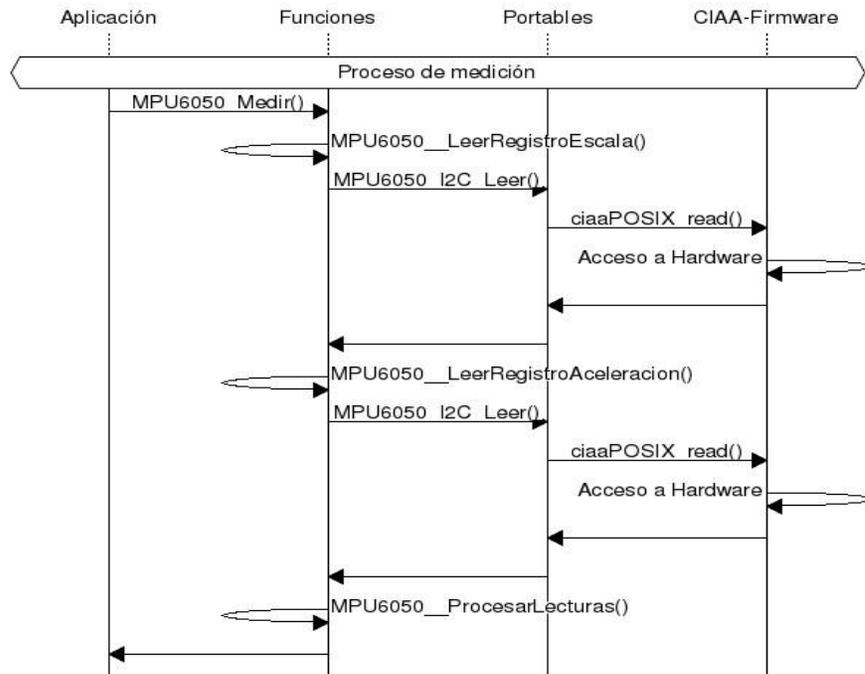
Registro (HEX)	Registro (DEC)	Bit 7	Bit 6	Bit 5	Bit 4	Bit 3	Bit 2	Bit 1	Bit 0
3B	59	Aceleración en X [15:8]							
3C	60	Aceleración en X [7:0]							
3D	61	Aceleración en Y [15:8]							
3E	62	Aceleración en Y [7:0]							
3F	63	Aceleración en Z [15:8]							
40	64	Aceleración en Z [7:0]							

Estos valores almacenados en los registros deben ser transformados a unidades de aceleración a través de la siguiente ecuación:

$$Aceleración[G] = \frac{Medición[en\ cuentas] \cdot FSR}{2^{16}}$$

Donde FSR es el valor correspondiente de la escala seleccionada y Medición [en cuentas] corresponde a la lectura del ADC interno de cada eje.

A continuación se muestra la secuencia (UML) de acceso a los valores de presión del sensor a través de las distintas capas de firmware. Esta secuencia también realiza la conversión de los valores como se explicó anteriormente.



Desde su aplicación el usuario puede proceder a realizar la medición a través de la función MPU6050\_Medir().

### 1.3. [ Secuencia de operación ]

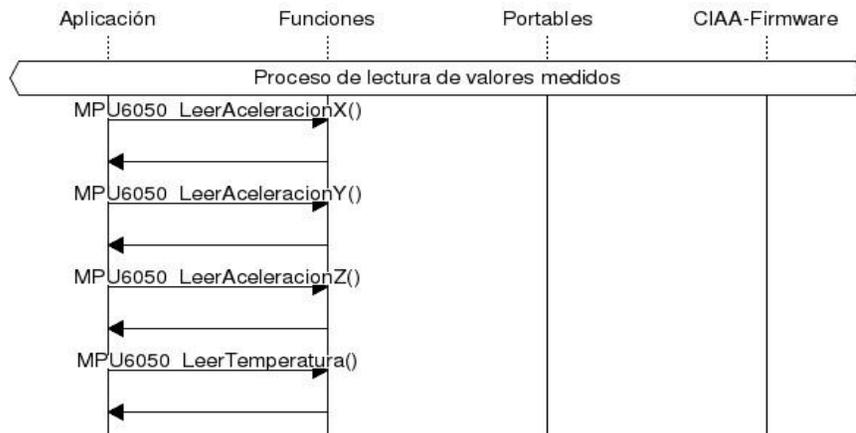
En las secciones anteriores se describieron los procesos de lectura y conversión de valores para el sensor, estos procesos conforman una secuencia de operación del mismo.



Es recomendable realizar el reset y la configuración del factor de escala del acelerómetro junto con el inicio del sistema.

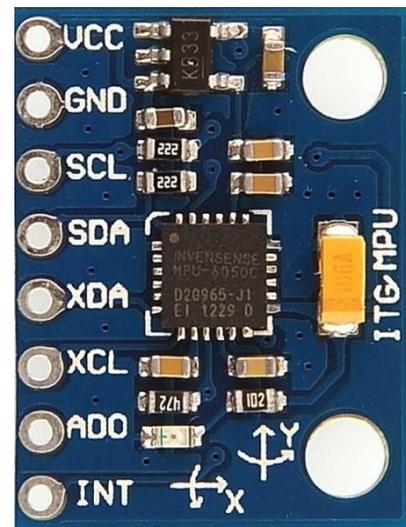
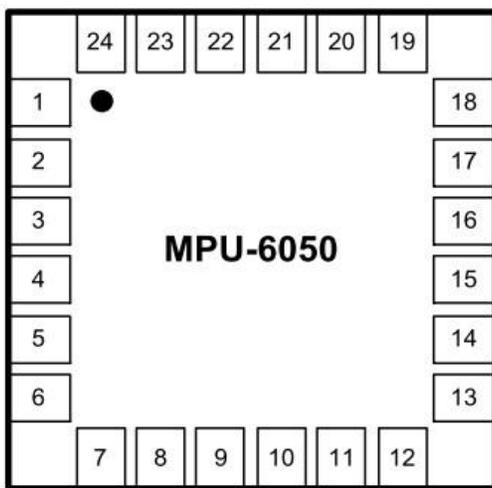


Es de interés almacenar la última medición realizada para un acceso rápido en la capa de aplicación. Esto se lleva a cabo en la secuencia de medición y termine al usuario leer los valores almacenados a través de las funciones MPU6050\_LeerAceleracionX(), MPU6050\_LeerAceleracionY() y MPU6050\_LeerAceleracionZ().



• [ Pinout y Conexión ]

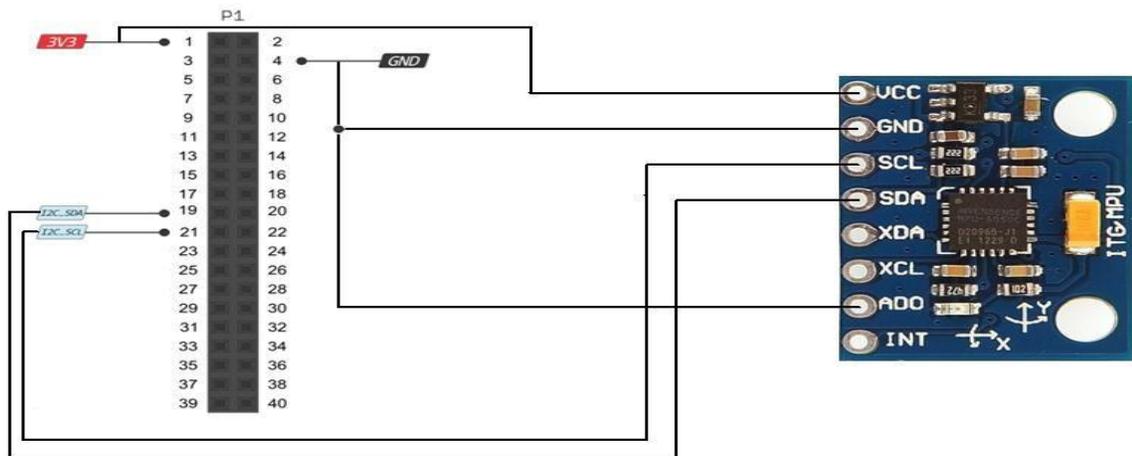
El acelerómetro MPU6050 se encuentra montado en una placa de expansión que facilita su conexionado y montaje. La misma ordena los pines de salida del sensor y los presenta en una fila de 8 pines. Asimismo, la placa viene integrada con un regulador KB33, para adaptar las tensiones de alimentación y referencias necesarias para el sensor, y las resistencias de pull-up, queridas para la comunicación I2C.



Placa de expansión	MPU6050	Descripción	
-	1	CLKIN	Entrada de referencia externa de clock (opcional)
XDA	6	AUX_DA	BUS maestro de datos I2C, para conectar un sensor externo
XCL	7	AUX_CL	BUS maestro de datos I2C, para conectar un sensor externo
Vcc	8	VLOGIC	Referencia para salida digital
AD0	9	AD0	LSB para la dirección de esclavo en el protocolo I2C
-	10	REGOUT	Conector para filtro regulador
-	11	FSYNC	Sincronización
INT	12	INT	Interrupción digital
Vcc	13	VDD	Tensión de alimentación
GND	18	GND	Tierra
-	19	RESV	Reservado. No conectar
-	20	CPOUT	Capacitor
-	21	RESV	Reservado. No conectar
-	22	RESV	Reservado. No conectar
SCL	23	SCL	Bus de entrada de clock I2C esclavo
SDA	24	SDA	Bus de datos I2C esclavo
-	2	NC	Sin conexión interna
-	3		
-	4		
-	5		
-	14		
-	15		
-	16		
-	17		

Es recomendable fijar una tensión de referencia al pin AD0, ya que el mismo configura la dirección del dispositivo en el protocolo I2C. Si se deja sin conexión se corre el riesgo que cualquier ruido externo modifique el valor de la dirección y se pierda la comunicación en medio de la operación.

A continuación se muestra un esquema de conexión para el sensor:



Donde P1 corresponde al puerto de expansión 1 de la placa EDU-CIAA.



DIRECCIÓN DE DERECHO DE AUTOR  
Y DERECHOS CONEXOS  
RESOLUCIÓN ADMINISTRATIVA NRO. 1-4579/2023  
La Paz, 22 de Diciembre del 2023

VISTOS:

La solicitud de Inscripción de Derecho de Autor presentada en fecha **18 de Diciembre del 2023**, por **JUAN ANTONIO CHAMBI RAMIREZ** con C.I. N° **7005758 LP**, con número de trámite **DA-E 300516/2023**, señala la pretensión de inscripción del Proyecto de Grado titulado: "**DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN PÉNDULO INVERTIDO PARA ENTRENAMIENTO EN EL IIME**", cuyos datos y antecedentes se encuentran adjuntos y expresados en el Formulario de Declaración Jurada.

CONSIDERANDO

Que, en observación al Artículo 4º del Decreto Supremo N° 27938 modificado parcialmente por el Decreto Supremo N° 28152 el "*Servicio Nacional de Propiedad Intelectual SENAPI, administra en forma desconcentrada e integral el régimen de la Propiedad Intelectual en todos sus componentes, mediante una estricta observancia de los regímenes legales de la Propiedad Intelectual, de la vigilancia de su cumplimiento y de una efectiva protección de los derechos de exclusiva referidos a la propiedad industrial, al derecho de autor y derechos conexos; constituyéndose en la oficina nacional competente respecto de los tratados internacionales y acuerdos regionales suscritos y adheridos por el país, así como de las normas y regímenes comunes que en materia de Propiedad Intelectual se han adoptado en el marco del proceso andino de integración*".

Que, el Artículo 16º del Decreto Supremo N° 27938 establece "*Como núcleo técnico y operativo del SENAPI funcionan las Direcciones Técnicas que son las encargadas de la evaluación y procesamiento de las solicitudes de derechos de propiedad intelectual, de conformidad a los distintos regímenes legales aplicables a cada área de gestión*". En ese marco, la Dirección de Derecho de Autor y Derechos Conexos otorga registros con carácter declarativo sobre las obras del ingenio cualquiera que sea el género o forma de expresión, sin importar el mérito literario o artístico a través de la inscripción y la difusión, en cumplimiento a la Decisión 351 Régimen Común sobre Derecho de Autor y Derechos Conexos de la Comunidad Andina, Ley de Derecho de Autor N° 1322, Decreto Reglamentario N° 23907 y demás normativa vigente sobre la materia.

Que, la solicitud presentada cumple con: el Artículo 6º de la Ley N° 1322 de Derecho de Autor, el Artículo 26º inciso a) del Decreto Supremo N° 23907 Reglamento de la Ley de Derecho de Autor, y con el Artículo 4º de la Decisión 351 Régimen Común sobre Derecho de Autor y Derechos Conexos de la Comunidad Andina.

Que, de conformidad al Artículo 18º de la Ley N° 1322 de Derecho de Autor en concordancia con el Artículo 18º de la Decisión 351 Régimen Común sobre Derecho de Autor y Derechos Conexos de la Comunidad Andina, referentes a la duración de los Derechos Patrimoniales, los mismos establecen que: "*la duración de la protección concedida por la presente ley será para toda la vida del autor y por 50 años después de su muerte, a favor de sus herederos, legatarios y cesionarios*".



"2023 AÑO DE LA JUVENTUD HACIA EL BICENTENARIO"

Oficina Central - La Paz  
Av. Montes, N° 515,  
entre Esq. Uruguay y  
C. Batallón Illimani.  
Telfs.: 2115700  
2119276 - 2119251

Oficina - Santa Cruz  
Av. Uruguay, Calle  
prolongación Quijarro,  
N° 29, Edif. Bicentenario.  
Telfs.: 3121752 - 72042936

Oficina - Cochabamba  
Calle Bolívar, N° 737,  
entre 16 de Julio y Antezana.  
Telfs.: 4141403 - 72042957

Oficina - El Alto  
Av. Juan Pablo II, N° 2560  
Edif. Multicentro El Ceibo  
Ltda. Piso 2, Of. 5B,  
Zona 16 de Julio.  
Telfs.: 2141001 - 72043029

Oficina - Chuquisaca  
Calle Kilómetro 7, N° 366  
casi esq. Urriolagoitia,  
Zona Parque Bolívar.  
Telf.: 72005873

Oficina - Tarija  
Av. La Paz, entre  
Calles Giro Trigo y Avaroa  
Edif. Santa Clara, N° 243.  
Telf.: 72015286

Oficina - Oruro  
Calle 6 de Octubre N° 5837  
entre Ayacucho y Junín,  
Galería Central, Of. 14.  
Telf.: 67201288

Oficina - Potosí  
Av. Villazón entre calles  
Wenceslao Alba y San Alberto,  
Edif. AM. Salinas N° 242,  
Primer Piso, Of. 17.  
Telf.: 72018160

Que, se deja establecido en conformidad al Artículo 4º de la Ley Nº 1322 de Derecho de Autor, y Artículo 7º de la Decisión 351 Régimen Común sobre Derecho de Autor y Derechos Conexos de la Comunidad Andina que: *"...No son objeto de protección las ideas contenidas en las obras literarias, artísticas, o el contenido ideológico o técnico de las obras científicas ni su aprovechamiento industrial o comercial"*.

Que, el artículo 4, inciso e) de la ley 2341 de Procedimiento Administrativo, instituye que: *"... en la relación de los particulares con la Administración Pública, se presume el principio de buena fe. La confianza, la cooperación y la lealtad en la actuación de los servidores públicos y de los ciudadanos ..."*, por lo que se presume la buena fe de los administrados respecto a las solicitudes de registro y la declaración jurada respecto a la originalidad de la obra.

**POR TANTO**

El Director de Derecho de Autor y Derechos Conexos sin ingresar en mayores consideraciones de orden legal, en ejercicio de las atribuciones conferidas

**RESUELVE:**

**INSCRIBIR** en el Registro de Tesis, Proyectos de Grado, Monografías y Otras Similares de la Dirección de Derecho de Autor y Derechos Conexos, el Proyecto de Grado titulado: **"DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN PÉNDULO INVERTIDO PARA ENTRENAMIENTO EN EL IIME"**, a favor del autor y titular: **JUAN ANTONIO CHAMBI RAMIREZ** con C.I. Nº **7005758 LP**, quedando amparado su derecho conforme a Ley, salvando el mejor derecho que terceras personas pudieren demostrar.

Regístrese, Comuníquese y Archívese.



Abg. Roberto Ilich Garcia Herrera  
**DIRECTOR DE DERECHO DE AUTOR  
Y DERECHOS CONEXOS a.i.**  
**SERVICIO NACIONAL DE PROPIEDAD INTELECTUAL**



**"2023 AÑO DE LA JUVENTUD HACIA EL BICENTENARIO"**

Oficina Central - La Paz  
Av. Montes, Nº 515,  
entre Esq. Uruguay y  
C. Batallón Illimani.  
Telfs.: 2115700  
2119276 - 2119251

Oficina - Santa Cruz  
Av. Uruguay, Calle  
prolongación Quijarro,  
Nº 29, Edif. Bicentenario.  
Telfs.: 3121752 - 72042936

Oficina - Cochabamba  
Calle Bolívar, Nº 737,  
entre 16 de Julio y Antezana.  
Telfs.: 4141403 - 72042957

Oficina - El Alto  
Av. Juan Pablo II, Nº 2560  
Edif. Multicentro El Ceibo  
Ltda. Piso 2, Of. 5B,  
Zona 16 de Julio.  
Telfs.: 2441001 - 72043029

Oficina - Chuquisaca  
Calle Kilómetro 7, Nº 366  
casi esq. Urriolagoitia,  
Zona Parque Bolívar.  
Telf.: 72005873

Oficina - Tarija  
Av. La Paz, entre  
Calles Ciro Trigo y Avaroa  
Edif. Santa Clara, Nº 243.  
Telf.: 72015286

Oficina - Oruro  
Calle 6 de Octubre Nº 5837  
entre Ayacucho y Junín,  
Galería Central, Of. 14.  
Telf.: 67201288

Oficina - Potosí  
Av. Villazón entre calles  
Wenceslao Alba y San Alberto,  
Edif. AM. Salinas Nº 242,  
Primer Piso, Of. 17.  
Telf.: 72018160

**AUTOR: JUAN ANTONIO CHAMBI RAMÍREZ**

**CORREO: [juan\\_tony\\_chambi@hotmail.com](mailto:juan_tony_chambi@hotmail.com)**

**CEL.: 72534727**