

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRÉS
VICERRECTORADO
CENTRO PSICOPEDAGÓGICO Y DE INVESTIGACIÓN EN
EDUCACIÓN SUPERIOR – CEPIES



ESTRATEGIA METODOLÓGICA PARA EL FORTALECIMIENTO
DEL RAZONAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO EN
ESTUDIANTES DE 6TO DE SECUNDARIA
(Unidad Educativa Plena Técnico Humanístico “San Javier”, Gestión 2022)

Tesis de Maestría para optar el grado académico de Magister Scientiarum en Educación Superior
Mención: Psicopedagogía y Educación Superior

MAESTRANTE: LIC. YSAU MARTE QUIROGA CHAMBI

TUTOR: PH. D. MARCELO QUIROZ CALLE

LA PAZ – BOLIVIA
2023

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRÉS
VICERRECTORADO

CENTRO PSICOPEDAGÓGICO Y DE INVESTIGACIÓN EN
EDUCACIÓN SUPERIOR

Tesis de Maestría:

**ESTRATEGIA METODOLÓGICA PARA EL
FORTALECIMIENTO DEL RAZONAMIENTO LÓGICO
MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES DE 6TO DE SECUNDARIA
(Unidad Educativa Plena Técnico Humanístico “San Javier”, Gestión 2022)**

Para optar el Grado Académico de Magister Scientiarum en Educación Superior,
Mención: Psicopedagogía y Educación Superior, del postulante:

Lic. Ysau Marte Quiroga Chambi

Nota Numeral:

Nota Literal:

Significado de Calificación:

Director a.i. CEPIES:

Ph. D. Alberto Leandro Figueroa Soliz

Coordinador de Maestrías y Diplomados CEPIES:

M. Sc. Aldo Ramiro Valdez Alvarado

Tutor: Ph. D. Joaquín Marcelo Quiroz Calle

Tribunal: Ph. D. Jaime Vargas Condori

Tribunal: M. Sc. Victor Rolando Cansaya Juchani

La Paz, 7 de junio de 2023

Escala de Calificación para programas Postgraduales Según el Reglamento para la elaboración y Sustentación de Tesis de Grado vigente en el Centro Psicopedagógico y de Investigación en Educación Superior CEPIES: a) Summa cum laude (91-100) Rendimiento Excelente; b) Magna cum laude (83-90) Rendimiento Muy Bueno; c) Cum laude (75-82) Rendimiento Bueno; d) Rite (66-74) Rendimiento Suficiente; e) (0-65) Insuficiente.

“Ser docente es ser estudiante de por vida”

- Alex Urquidi Peralta

DEDICATORIA

A la persona que siempre me brindó su apoyo incondicional y supo darme ánimos en cada momento de mi vida, mi madre Damiana Zenovia Chambi Zapata.

¡Lo logramos madrecita!

AGRADECIMIENTOS

A Dios, por ayudarme en cada momento de mi vida y nunca abandonarme.

A mis padres y hermano, por el apoyo moral y ayuda brindada en toda mi formación académica.

Al Dr. Alex Gutiérrez Rodríguez y todos los monitores de la Escuela de Auxiliares de Docencia UMSA, por fomentar y fortalecer mi pasión por la enseñanza.

A la Lic. Jenny Tambo, M. Sc. Fernando Sandoval y todo el personal docente y administrativo de la Unidad Educativa Plena Técnico Humanístico “San Javier”, por la ayuda, apoyo y confianza brindada durante la recolección de datos.

Al Dr. Marcelo Quiroz Calle, por toda la enseñanza, apoyo, guía y paciencia brindada durante el desarrollo del presente documento.

Al Colegio Jerusalem y la carrera de Matemática de la UMSA, por el apoyo brindado para la validación de los instrumentos de investigación.

RESUMEN

La presente investigación pretende servir de ayuda para el desarrollo de estrategias metodológicas enfocadas al fortalecimiento del razonamiento lógico matemático en estudiantes de 6to de secundaria, es decir, permita la selección de un conjunto de métodos, técnicas y recursos enfocados a que la enseñanza de la matemática sea más llamativa e innovadora.

Teniendo como objetivo general "Proponer una estrategia metodológica que fortalezca el razonamiento lógico matemático de los estudiantes de 6to de secundaria a partir del análisis e identificación de las estrategias metodológicas aplicadas por los docentes (Unidad Educativa Plena Técnico Humanístico "San Javier", La Paz – Bolivia, Gestión 2022)." el presente estudio se enmarca dentro de los lineamientos de los enfoques cualitativo y cuantitativo (dando mayor prioridad al primero), con un diseño no experimental, utilizando los métodos: analítico-sintético, fenomenológico y teoría fundamentada. La muestra a considerar fueron los 14 estudiantes y docente de la mencionada unidad educativa, además de emplear las técnicas de la observación, entrevista, encuesta y grupo focal para la recolección de la información.

Fruto de los datos recolectados y el sustento desarrollado en el marco teórico, se pudo construir una propuesta la cual pretende servir de guía y complemento a la enseñanza de la matemática para los estudiantes de 6to de secundaria, la cual tiene como finalidad que los alumnos puedan tener una participación más activa en su propio aprendizaje, que los conocimientos adquiridos sean significativos, como el desarrollo y fortalecimiento del razonamiento lógico matemático.

Palabras clave: Enseñanza, aprendizaje, aprendizaje activo, aprendizaje significativo, estrategia metodológica, razonamiento, matemática.

ABSTRACT

This research aims to help the development of methodological strategies that allow the strengthening of mathematical logical reasoning in 6th grade of secondary school, that is, it allow the selection of a set of methods, techniques and resources focused on the teaching of mathematics be more striking and innovative.

Having as general objective "To propose a methodological strategy that strengthens the mathematical logical reasoning of the students of 6th grade of secondary school from the analysis and identification of the methodological strategies applied by the teachers (Educational Unit Technical Humanistic "San Javier", La Paz – Bolivia, Management 2022)." The present study is framed within the guidelines of the qualitative and quantitative approaches (giving greater priority to the first), with a non-experimental design, using the methods: analytical-synthetic, phenomenological and grounded theory. The sample to be considered were the 14 students and teacher of the aforementioned educational unit, in addition to using the techniques of observation, interview, survey and focus group for the data collection.

As a result of the data collected and the support developed in the theoretical framework, it was possible to build a proposal which aims to serve as a guide and complement to the teaching of mathematics for students in the 6th year of secondary school, which has the purpose that students can have a more active participation in their own learning, that the knowledge acquired is significant, such as the development and strengthening of mathematical logical reasoning.

Keywords: teaching, learning, active learning, significant learning, methodological strategy, reasoning, mathematics.

ÍNDICE

DEDICATORIA	I
AGRADECIMIENTOS	II
RESUMEN.....	III
ABSTRACT	IV
INTRODUCCIÓN.....	1
CAPÍTULO I.....	3
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	3
1.1. Planteamiento del Problema.....	3
1.2. Formulación del Problema	6
1.2.1. Identificación de Categorías por Indagar.	6
1.2.1.1. Categorización Pregunta Principal	7
1.2.2. Preguntas Secundarias de Investigación	8
1.3. Objetivos de Investigación	8
1.3.1. Objetivo General	8
1.3.2. Objetivos Específicos	9
1.4. Justificación.....	9
1.4.1. Justificación Social.....	9
1.4.2. Justificación Académica.....	10
1.5. Delimitación de la Investigación	11
1.5.1. Temática	11
1.5.2. Espacial	11
1.5.3. Temporal	11
CAPITULO II.....	12
SUSTENTO TEÓRICO.....	12
2.1. Estado del Arte	12
2.1.1. Investigación Internacional	12
2.1.2. Investigación Nacional.....	17
2.2. Marco Teórico	20
2.2.1. Elementos Actuales de la Educación	20
2.2.1.1. Cognitivismo	21
2.2.1.2. Constructivismo	23
2.2.1.3. Aprendizaje Significativo.....	26
2.2.1.4. Aprendizaje Cooperativo.....	28

2.2.1.5. Aprendizaje Activo o Participativo	30
2.2.2. Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática.....	33
2.2.2.1. La Enseñanza Tradicional y la Enseñanza Actual de la Matemática	33
2.2.2.2. Retos Actuales en la Enseñanza y Aprendizaje en la Matemática	35
2.2.3. Dificultades en el Aprendizaje	38
2.2.3.1. Definición Dificultades Aprendizaje.....	38
2.2.3.2. Tipos de Dificultades	39
2.2.3.3. Dificultades o Deficiencias en el Aprendizaje de la Matemática.....	40
2.2.4. Estrategias Metodológicas.....	44
2.2.4.1. Las Estrategias Metodológicas y su Caracterización	44
2.2.4.2. Estrategias de Enseñanza y Aprendizaje	46
2.2.4.3. Metodologías Activas Participativas	48
2.2.5. Métodos y Técnicas de Enseñanza.....	50
2.2.5.1. Definición y Características Métodos de Enseñanza	50
2.2.5.2. Clasificación Métodos de Enseñanza	51
2.2.5.3. Definición y Características Técnicas de Enseñanza	53
2.2.5.4. Clasificación Técnicas de Enseñanza.....	55
2.2.5.4.1. Técnicas Relacionadas al “Método de Enseñanza Expositivo”	55
2.2.5.4.2. Técnicas Relacionadas al “Método de Enseñanza de Elaboración Conjunta” ...	58
2.2.5.4.3. Técnicas Relacionadas al “Método de Enseñanza Basado en el Trabajo Independiente”	61
2.2.5.5. Algunas Técnicas no Convencionales para la Enseñanza de la Matemática	64
2.2.5.6. Las TIC y su Importancia en Educación	68
2.2.6. Razonamiento Lógico Matemático	70
2.2.6.1. Definición e Importancia Razonamiento Lógico Matemático	70
2.2.6.2. Diferencias Pensamiento, Inteligencia y Razonamiento	71
2.2.6.3. Definición e Importancia Resolución de Problemas	72
2.2.6.4. Definición y Clasificación Problemas Matemáticos	73
2.2.6.5. Estrategias para la Resolución de Problemas Matemáticos	75
2.2.6.5.1. Modelo de Resolución de Problemas de Pólya	76
2.2.6.5.2. Modelo de Resolución de Problemas de Maza	78
2.3. Marco Legal	79
2.3.1. Constitución Política del Estado	79
2.3.2. Ley Avelino Siñani – Elizardo Pérez	80
2.4. Marco Referencial	82
2.4.1. Antecedentes de la Educación Matemática en Bolivia	82
2.4.2. Enfoque de la Educación Matemática en Bolivia	83
2.4.3. Estrategias Metodológicas de la Educación Matemática en Bolivia.....	86
2.5. Marco Institucional	87

CAPITULO III	89
DISEÑO METODOLÓGICO	89
3.1. Paradigma de Investigación	89
3.2. Enfoque de Investigación	89
3.3. Tipo de Investigación	92
3.4. Diseño de Investigación	92
3.5. Métodos de Investigación.....	92
3.6. Universo, Población y Muestra	93
3.6.1. Universo	93
3.6.2. Población.....	93
3.6.3. Muestra.....	93
3.7. Técnicas de Investigación	94
3.7.1. Grupos Focales	94
3.7.2. Entrevista.....	95
3.7.3. Observación.....	95
3.7.4. Encuesta	96
3.8. Instrumentos de Investigación.....	96
3.8.1. Guía de Preguntas.....	97
3.8.2. Cuaderno de Campo	97
3.8.3. Cuestionario	97
3.9. Validación de Instrumentos.....	98
3.10. Procedimientos de la Investigación	98
CAPÍTULO IV	100
RESULTADOS.....	100
4.1. Estrategias Metodológicas Según Estudiantes y Docente.....	101
4.1.1. Métodos de Enseñanza	101
4.1.2. Técnicas de Enseñanza.....	104
4.1.3. Recursos Didácticos	108
4.1.4. Características Estudiantes.....	110
4.1.5. Aprendizaje Significativo de Contenidos.....	114
4.2. Educación Matemática y Razonamiento Lógico Matemático de los Estudiantes.....	117
4.3. Sugerencias para la Mejora en la Enseñanza de la Matemática.....	125
CAPITULO V	129
PROPUESTA DE INVESTIGACIÓN	129
5.1. Antecedentes Teóricos	129
5.2. Método o Estrategia de Aplicación	129

5.3. Fases y Objetivos de Desempeño del Método	130
5.3.1. Fase Uno: Diagnóstico	130
5.3.2. Fase Dos: Elaboración.....	131
CAPÍTULO VI	155
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	155
6.1. Conclusiones	155
6.2. Recomendaciones.....	158
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	160
ANEXOS	167

INDICE DE TABLAS

Tabla 1 Matriz Categorización Pregunta Principal.....	7
Tabla 2 Ejemplo Técnica SQA.....	57
Tabla 3 Ejercicios Gimnasia Cerebral.....	66
Tabla 4 Modelos de Resolución de Problemas Matemáticos.....	76
Tabla 5 Contenidos por año de Escolaridad (Nivel Secundaria).....	85
Tabla 6 Estrategias Metodológicas de la Nueva ley 070 Avelino Siñani – Elizardo Pérez.....	87
Tabla 7 Resultados Métodos de Enseñanza.....	101
Tabla 8 Resultados Técnicas de Enseñanza.....	105
Tabla 9 Resultados Recursos Didácticos.....	109
Tabla 10 Resultados Características Estudiantes.....	111
Tabla 11 Resultados Aprendizaje Significativo.....	114
Tabla 12 Modelo Planificación General Temas Matemática.....	132
Tabla 13 Modelo Planificación General Tema Ecuaciones.....	133
Tabla 14 Modelo “Situación Didáctica” Temas Matemática.....	135
Tabla 15 Situación Didáctica Tema: Ecuaciones (Clase 1).....	136
Tabla 16 Situación Didáctica Tema: Ecuaciones (Clase 2).....	136
Tabla 17 Situación Didáctica Tema: Ecuaciones (Clase 3).....	137
Tabla 18 Situación Didáctica Tema: Ecuaciones (Clase 4).....	138
Tabla 19 Situación Didáctica Tema: Ecuaciones (Clase 5).....	138
Tabla 20 Situación Didáctica Tema: Ecuaciones (Clase 6).....	139
Tabla 21 Situación Didáctica Tema: Ecuaciones (Clase 7).....	140
Tabla 22 Situación Didáctica Tema: Ecuaciones (Clase 8).....	140
Tabla 23 Situación Didáctica Tema: Ecuaciones (Clase 9).....	141
Tabla 24 Situación Didáctica Tema: Ecuaciones (Clase 10).....	142
Tabla 25 Situación Didáctica Tema: Ecuaciones (Clase 11).....	142

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Resultados Pregunta 8 (Ejercicio Ecuación).....	118
Figura 2 Resultados Pregunta 9 (Ejercicio Simplificación)	119
Figura 3 Resultados Pregunta 10 (Ejercicio Regla de Tres).....	120
Figura 4 Resultados Pregunta 11 (Problema Razonamiento).....	121
Figura 5 Resultados Pregunta 12 (Problema Planteo de Ecuaciones).....	122
Figura 6 Sugerencias Estudiantes	126
Figura 7 Sugerencias Docente	128
Figura 8 Diapositiva 1 “Introducción Ecuaciones”	144
Figura 9 Diapositiva 2 “Introducción Ecuaciones”	145
Figura 10 Diapositiva 3 y 4 “Introducción Ecuaciones”	145
Figura 11 Diapositiva 5 “Introducción Ecuaciones”	146
Figura 12 Diapositiva 6 “Introducción Ecuaciones”	147
Figura 13 Diapositiva 7 y 8 “Introducción Ecuaciones”	147
Figura 14 Ejemplo Gráfico Sistema de Ecuaciones Lineales.....	149
Figura 15 Ejemplo Resolución Ecuación Lineal	150
Figura 16 Ejercicio Desarrollo Ecuación Lineal	151
Figura 17 Ejercicio Justificación Ecuación Lineal	152
Figura 18 Ejemplo Resolución Ejercicios	153
Figura 19 Ejemplo Estructuración Problema Matemático	154

INTRODUCCIÓN

La matemática es una de las áreas más importantes y utilizadas a nivel mundial, esto debido a que permite el estudio de diversos fenómenos mediante una representación simplificada de la misma, permitiendo así realizar un análisis más profundo y tener un mejor entendimiento de la problemática; por tanto, no es de extrañar que cuando uno profundiza lo suficiente en un tema de estudio se encuentre con determinados conceptos matemáticos los cuales son necesarios para desarrollar una teoría sólida.

A pesar de esta gran utilidad, es preocupante observar que muchos estudiantes alrededor del mundo la consideran complicada de entender e inclusive llegan a tener un cierto temor a la misma. Si bien es cierto que estos inconvenientes suelen tener diversas causas, una de las principales es forma de enseñanza tradicional y aún mecánica de la misma, dicha situación es confirmada tanto por estudios nacionales como internacionales, los cuales mencionan que:

1. La educación matemática se basa principalmente en una resolución mecánica de ejercicios.
2. A medida que el estudiante avanza de nivel educativo se tiene un rendimiento más bajo en matemática.
3. Los docentes aún continúan impartiendo la materia de una manera teórica, dando a entender una falta de capacitación en metodologías de enseñanza.

La carencia de investigaciones en el área de la educación matemática sumado a las dificultades presentes en los estudiantes durante la enseñanza y aprendizaje de la misma fueron los pilares que sirvieron de base e impulso para la presente investigación, la cual busca salir de esa forma "algorítmica" de enseñanza y hacer que los alumnos puedan ser partícipes de su propio aprendizaje; por ello se busca identificar la estrategia metodológica empleada por la docente como analizar el estado del razonamiento lógico matemático de los estudiantes de 6to de secundaria de la Unidad Educativa Plena Técnico Humanístico "San Javier", mismas que servirán de ayuda para el diseño de una estrategia metodológica enfocada al desarrollo y fortalecimiento del razonamiento lógico matemático como la innovación en su forma de enseñanza.

Es por ello que el presente estudio se estructura en seis capítulos, mismos que abordan los siguientes aspectos:

En el capítulo I, planteamiento del problema, se da a conocer una descripción más detallada y justificada de la problemática, además de plantear la pregunta principal, categorización pregunta principal, preguntas secundarias, objetivo general y objetivos específicos (los cuales sirvieron de guía para la presente investigación), así también se da a conocer la justificación y delimitación de la misma.

El capítulo II, sustento teórico, presenta las investigaciones más relacionadas a la problemática (mostrando estudios tanto a nivel nacional como internacional) además del marco teórico, marco legal, marco referencial y marco institucional (siendo el primero fundamento base para la presente investigación); los contenidos del marco teórico son: aprendizaje activo o participativo, el estado actual de la educación matemática, las dificultades presentes en su aprendizaje, las estrategias metodológicas que permitan el desarrollo de un aprendizaje activo y significativo y una descripción de los elementos que involucran el razonamiento lógico matemático.

En el capítulo III, diseño metodológico, se presenta la metodología usada en la presente investigación como la muestra seleccionada; asumiendo el enfoque cualitativo y cuantitativo (dando mayor prioridad al primero) y utilizando las técnicas de grupo focal, entrevista, observación y encuesta para la recolección de datos.

El capítulo IV, resultados, presenta un análisis e interpretación de toda la información recolectada referente a la estrategia metodológica empleada por la docente y razonamiento lógico matemático de los estudiantes; dicho estudio fue realizado tomando como referencia los identificadores establecidos en la sección de “categorización pregunta principal”, así también se presenta un sector el cual contiene sugerencias de la profesora y alumnos para la mejora de la enseñanza de la matemática (sirviendo esta de base para el desarrollo del siguiente capítulo).

En el capítulo V, propuesta, se toma en consideración tanto el sustento teórico como los datos recolectados en la investigación para el diseño de una estrategia metodológica que permita un aprendizaje más activo y significativo como el desarrollo del razonamiento lógico matemático.

Finalmente, el capítulo VI, conclusiones y recomendaciones, presenta los resultados finales producto de los datos recolectados y la base teórica construida; así también se brindan sugerencias para la mejora en la educación matemática como propuestas de investigaciones futuras.

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Planteamiento del Problema

Si se decide analizar la historia del proceso educativo se observa que esta ha sufrido bastantes cambios a lo largo de los años, teniendo como inicio una educación tradicional donde, prácticamente, el conocimiento brindado por el docente debía ser “memorizado” y no podía ser justificado o contradicho por el alumno ya que “la palabra del docente era la única verdad evidente”.

Actualmente se tiene una visión mucho más amplia de lo que implica la palabra “educación”, donde la idea principal es que el alumno tenga un papel mucho más protagónico en la misma, pueda construir su propio conocimiento y cuente con la guía del docente, el cual ahora tiene como función: orientar al alumno en la búsqueda de saberes y brindarle las herramientas necesarias para ello, todo con el fin de que el estudiante esté en condiciones óptimas de realizar estudios superiores según el área de su interés; como menciona Barrientos (2013):

La visión integral de la educación responde a un nuevo paradigma, ya no se trata sólo de transmitirle al educando información académica y desarrollar sus habilidades cognitivas, sino aprender de manera permanente, integral y a lo largo de la vida. Ello implica que debemos desarrollar todos los aspectos del ser humano: cognitivo, emocional, social, corporal, estético y espiritual, así como nutrir lo mejor del espíritu humano para lograr seres humanos con conciencia personal, comunal, social, planetaria y cósmica. (p. 61)

Poco a poco este nuevo paradigma se fue insertando en distintas áreas de la educación, sin embargo, dicho paradigma no está presente (o no es tan visible) en el área de la matemática, siendo esta una de las materias más importantes y reconocidas en todas partes del mundo por la amplia utilidad que brinda en distintas áreas de conocimiento.

En la memoria del Primer Congreso de Educación Matemática de América Central y el Caribe (llevada a cabo el año 2013), se detalla que “en las asignaturas de Matemática, independiente del nivel educativo la metodología consistía en impartir clases magistrales presentadas de forma sistemática, deductiva, yendo de lo general a lo particular” (Blandón, 2017, p. 5) así también la autora detalla que solo se implementaría un pequeño sector práctico donde, en su mayoría, se basa

en la resolución mecánica de problemas. Con ello se evidencia que la enseñanza matemática en Latinoamérica aún continúa "estancada" en una metodología tradicional complementada con una baja implementación práctica, viendo así una falencia en el desarrollo del razonamiento lógico matemático como en el aprendizaje activo de los estudiantes (pudiendo incluso considerarse como memorístico).

En lo que respecta al contexto boliviano, en el año 2010 se decide promulgar la ley de educación "Avelino Siñani - Elizardo Pérez" (Ley 070), modelo educativo que permite ir acorde a las necesidades actuales de la sociedad boliviana y estar a la par de estas nuevas innovaciones educativas; ya a casi 13 años de su implementación son diversas las opiniones que se tienen respecto a la efectividad o cumplimiento de los objetivos planificados, siendo principalmente abordados en documentos de investigación tanto a nivel nacional como internacional.

Respecto a la educación matemática en Bolivia, uno de los documentos que presenta gran relevancia es el diagnóstico e informe presentado por la UNESCO a través del LLECE (Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación) en el año 2020, donde se realizó un diagnóstico nacional en las áreas de matemática y lenguaje (en 3ro y 6to de primaria) como también en ciencias naturales (en 6to de primaria). Los resultados obtenidos indican que mayoría de los estudiantes (aproximadamente 70% del total) se encuentran en los niveles de desempeños más bajos de matemática (encontrándose en los niveles I y II, siendo el nivel IV el más alto) donde:

1. El 62,2% de los estudiantes de 3ro de primaria y 62,1% de los alumnos de 6to de primaria se encontrarían con un aprendizaje básico correspondientes al nivel I, siendo capaces de "ordenar números naturales y comparar cantidades, identificar figuras geométricas básicas, identificar elementos faltantes en secuencias simples y leer datos explícitos en tablas y gráficos" (UNESCO, 2020b, p. 13).
2. El 18,4% de los estudiantes de 3ro de primaria y 30,2% de los alumnos de 6to de primaria se encontrarían con conocimientos correspondientes al nivel II, siendo capaces de "interpretar fracciones simples, identificar posiciones relativas de objetos en mapas, identificar elementos en figuras geométricas, o extraer información entregada en tablas y gráficos (UNESCO, 2020b, p. 13).

Es así que la UNESCO concluye que Bolivia aún enfrenta desafíos en el aprendizaje de conocimientos básicos particularmente en el área de la matemática y recomienda se pueda trabajar

en desarrollar la habilidad de resolución de problemas (considerada por la UNESCO como una competencia fundamental); situación totalmente preocupante ya que los conocimientos adquiridos en la educación primaria son la base para la adquisición de posteriores saberes, es decir, los aprendidos en la educación secundaria.

Ya centrada en la educación secundaria, se tiene el estudio realizado por la Universidad Católica "San Pablo", Unidad Académica Regional Tarija y la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (2020), donde se dio a conocer de qué manera se desarrolla el proceso de enseñanza-aprendizaje del área de la matemática de los estudiantes que cursan el nivel secundario en la ciudad de Tarija, teniendo como resultados que:

1. Los estudiantes consideran el aprendizaje de la matemática como “memorización de conceptos, fórmulas y procedimientos”, sin embargo, están conscientes que esto no es suficiente y que es necesario comprender los conceptos y procedimientos para resolver problemas matemáticos.
2. Muy pocos de los estudiantes (menos de la mitad) están conscientes del uso de la matemática en la resolución de problemas de la vida cotidiana.
3. Mayoría de los docentes promueven procesos cognitivos del tipo “reproducción”, es decir, el desarrollo de procedimientos técnicos o algorítmicos (dejando de lado el desarrollo del razonamiento).
4. Existe preocupación por parte de los docentes y directores, esto debido a la falta de conexión entre los contenidos desarrollados en los últimos cursos y las exigencias teóricas en la educación superior.

Así también se tiene el estudio llevado a cabo en el año 2014 por el Gobierno Autónomo Municipal de La Paz (GAMPL), el cual tenía por objetivo: obtener una primera visión global de la calidad de la educación en el Municipio de La Paz mediante pruebas de desempeño en matemáticas y lenguaje aplicadas a estudiantes de tercero, sexto de primaria y primero, tercero y sexto de secundaria; para ello se utilizó instrumentos muy similares a los empleados a nivel internacional (ej.: El uso de preguntas de la prueba PISA) sufriendo ligeras modificaciones para su aplicación en el contexto boliviano, los resultados obtenidos fueron:

1. Los estudiantes de dicho municipio pueden resolver problemas que implique aplicación de determinadas fórmulas, sin embargo, cuentan con bastante dificultad en la resolución de problemas de planteo (teniendo un porcentaje global de 26.2% de respuestas correctas).
2. A medida que se avanza de curso el porcentaje de respuestas correctas va disminuyendo, siendo el menor rendimiento el de los estudiantes de 6to de secundaria.
3. Los docentes imparten la materia de manera teórica, los contenidos no son aplicables a la vida cotidiana y cuentan con un bajo nivel de capacitación en la aplicación de metodologías de enseñanza.

Todos estos antecedentes dan evidencia de que en Bolivia aún se continúa impartiendo una enseñanza tradicional de la matemática, siendo en su mayoría de nivel básico, memorístico o la aplicación de fórmulas para la resolución de ejercicios (como si de una receta se tratara), esta sería la causa de que muchos de los estudiantes tengan un rendimiento bajo en la materia (llegando incluso a tener un cierto desprecio a la misma) y no estén conscientes de lo que realmente es la matemática y sus diversas aplicaciones.

Por tanto, es necesario salir de esta forma de educación y hacer que el alumno adquiera conocimientos prácticos y a largo plazo, es decir, se necesita de una estrategia metodológica que permita al estudiante tener una enseñanza más significativa, participativa y que proporcione el desarrollo del razonamiento lógico para la resolución de problemas matemáticos (llegando incluso a ser útil para la resolución de problemas de la vida diaria), referenciando a Coto (2016) “Los objetivos principales de la enseñanza de la matemática no sólo es aprender reglas de manera tradicional, su finalidad es que desarrollen la habilidad para resolver problemas matemáticos y apliquen los conceptos para desenvolverse en su diario vivir” (p. 2).

1.2. Formulación del Problema

¿Cuáles son las estrategias metodológicas que aplican los docentes para el fortalecimiento del razonamiento lógico matemático de los estudiantes de 6to de secundaria, para diseñar una estrategia metodológica de enseñanza de la matemática? (Unidad Educativa Plena Técnico Humanístico “San Javier”, La Paz – Bolivia, Gestión 2022).

1.2.1. Identificación de Categorías por Indagar.

A partir de la pregunta de investigación, se identifican las siguientes categorías:

- Estrategia metodológica.
- Razonamiento lógico matemático.

1.2.1.1. Categorización Pregunta Principal

Tabla 1

Matriz Categorización Pregunta Principal

Categoría	Conceptualización	Identificador	Técnica	Ítem	
Estrategia Metodológica	Son un conjunto de procedimientos (métodos, técnicas, recursos, etc.) que sirven a los docentes para la mejora del proceso enseñanza-aprendizaje, estas son seleccionadas y aplicadas de acuerdo a las características de los estudiantes permitiendo el cumplimiento de determinados objetivos (aprendizaje significativo de contenidos).	Métodos	Observación	Entrevista Docente (Ítem 1 y 3)	
		Técnicas	Entrevista	Grupo Focal Estudiante (Ítem 1 y 2)	
			Encuesta	Encuesta estudiante (Ítem 1)	
			Entrevista Docente (Ítem 1, 5 y 6)		
		Recursos didácticos	Grupo Focal Estudiante (Ítem 1, 2, 6, 7 y 8)		
			Encuesta estudiante (Ítem 3, 6 y 7)		
			Entrevista Docente (Ítem 2)		
		Características estudiantes	Grupo Focal Estudiante (Ítem 3)		
			Encuesta estudiante (Ítem 2)		
			Entrevista Docente (Ítem 4, 5, 8 y 9)		
					Grupo Focal Estudiante (Ítem 4, 5, 6 y 11)
					Encuesta estudiante (Ítem 5)

		Aprendizaje Significativa de Contenidos		Entrevista Docente (Ítem 7, 8 y 9) Grupo Focal Estudiante (Ítem 9 y 10) Encuesta estudiante (Ítem 4)
Razonamiento Lógico Matemático	Es la capacidad para comprender y resolver problemas, estructurar elementos para realizar deducciones y fundamentarlas con argumentos sólidos.	Comprensión y resolución de problemas	Encuesta	Encuesta estudiante (Ítem 8, 9, 10, 11 y 12)
		Estructuración y fundamentación de la solución	Encuesta	Encuesta estudiante (Ítem 8, 9, 10, 11 y 12)

Fuente: Elaboración propia

1.2.2. Preguntas Secundarias de Investigación

Así también se considera las siguientes preguntas secundarias:

1. ¿Cuáles son las estrategias metodológicas empleadas por la docente durante el desarrollo de las clases de matemática? (Unidad Educativa Plena Técnico Humanístico “San Javier”).
2. ¿Cuáles son las dificultades en el razonamiento lógico matemático de los estudiantes de 6to de secundaria y su relación con las estrategias metodológicas empleadas por la docente? (Unidad Educativa Plena Técnico Humanístico “San Javier”).
3. ¿Qué características debe presentar la estrategia metodológica que permita el desarrollo del razonamiento lógico matemático en los estudiantes de 6to de secundaria? (Unidad Educativa Plena Técnico Humanístico “San Javier”).

1.3. Objetivos de Investigación

1.3.1. Objetivo General

Proponer una estrategia metodológica que fortalezca el razonamiento lógico matemático de los estudiantes de 6to de secundaria a partir del análisis e identificación de las estrategias

metodológicas aplicadas por los docentes (Unidad Educativa Plena Técnico Humanístico “San Javier”, La Paz – Bolivia, Gestión 2022).

1.3.2. Objetivos Específicos

1. Identificar las estrategias metodológicas empleadas por la docente durante el desarrollo de las clases de matemática (Unidad Educativa Plena Técnico Humanístico “San Javier”).
2. Analizar las dificultades en el razonamiento lógico matemático de los estudiantes de 6to de secundaria y su relación con las estrategias metodológicas empleadas por la docente (Unidad Educativa Plena Técnico Humanístico “San Javier”).
3. Diseñar una estrategia metodológica que permita el desarrollo del razonamiento lógico matemático en los estudiantes de 6to de secundaria (Unidad Educativa Plena Técnico Humanístico “San Javier”).

1.4. Justificación

1.4.1. Justificación Social

La matemática es una de las áreas más conocidas y no se puede negar que está presente en todo el entorno y lo que concierne a la vida misma, esto debido a que permite estudiar aquellos fenómenos y situaciones que se presentan en la realidad mediante una representación simplificada y manipulable de la problemática (conocida como “modelo matemático”) la cual busca un análisis más profundo y un mejor entendimiento de la misma.

Sin embargo, es preocupante observar las dificultades presentes en la enseñanza y aprendizaje de la matemática en Bolivia, siendo visibles desde la educación inicial hasta la secundaria y más aún cuando los estudiantes desean continuar sus estudios superiores; Ruiz (2008) menciona que muchos jóvenes deciden estudiar carreras que “aparentemente” no tienen inmerso ningún elemento o concepto científico (en particular elementos matemáticos) esto debido a que en la educación regular no tuvieron una adecuada comprensión de las mismas.

Tomando como referencia las necesidades actuales de la sociedad boliviana marcadas por lo establecido en la Ley de Educación “Avelino Siñani - Elizardo Pérez”, es necesario hacer que los estudiantes entiendan la importancia que esta posee y ya no la consideren como una materia “fría” o “difícil”, por tanto, es imprescindible cambiar su forma de enseñanza tradicional e ir acorde a los enfoques educativos actuales, siendo esta una labor que cae primordialmente en los docentes pues

estos son los entes facilitadores de la educación, es más, todo este cambio debe ser principalmente evidenciado en la educación secundaria pues es ahí donde el estudiante analiza el área que es de su interés y decide realizar estudios superiores, todo para obtener una profesión que permita dar solución a las diversas problemáticas presentes.

1.4.2. Justificación Académica

Desde sus inicios, el enseñar matemática ha sido fuente de diversas dificultades siendo una de las materias menos preferidas por varios estudiantes en diversas partes del mundo, una de las adversidades que presenta es que al alumno le resulta muy complicado poder entenderla o bien no le resulta llamativa (viéndose reflejado en su desempeño académico). Desde la experiencia propia se considera que una de las causas es que los profesores acostumbran a enseñarla de manera mecánica y dejan de lado trabajar en el desarrollo del razonamiento lógico, es decir, no se fomenta el análisis del problema ni la estructuración ordenada para su solución.

Con la aparición de nuevos paradigmas y modelos educativos, el área de la educación ha sufrido cambios positivos permitiendo que el proceso de enseñanza-aprendizaje no sea el típico donde “el docente transfiere el conocimiento y el estudiante solo escucha”, sino que ahora el alumno toma un papel más protagónico en su propio aprendizaje (pudiendo así incrementar su satisfacción por el estudio) y la función actual del docente es la de un guía, el cual ayuda a que este desarrolle y se fortalezca en determinadas competencias educativas, por tanto, es necesario que el maestro se prepare continuamente para el desarrollo de un aprendizaje significativo y eficaz (Blandón, 2017).

Dedicarse al área de la educación matemática es incursionar en un ámbito que carece de investigaciones, no es que no existan, sino que son muy escasas e inclusive antiguas; Waldegg (1998) menciona que esta disciplina científica resulta ser relativamente nueva si se la compara con otras ciencias, pero que poco a poco va estructurando y dando sus respectivos aportes. Un panorama similar es evidenciado en la educación matemática en Bolivia pues, desde el punto de vista personal, se considera que esta es un área la cual se encuentra “estancada” y de alguna manera “olvidada”, pues los documentos e investigaciones relacionados al tema son escasos e inclusive antiguos.

Es por ello que la presente investigación pretende ser de ayuda en la elaboración e implementación de estrategias metodológicas enfocadas a orientar el desarrollo del razonamiento lógico en matemática; se espera que el aporte (tanto teórico como práctico) sirva de apoyo para los actuales

y futuros docentes de matemática en todos los niveles, así también permita la generación de futuras investigaciones enfocadas a la mejora e innovación de la educación matemática.

1.5. Delimitación de la Investigación

1.5.1. Temática

La presente investigación va dirigida a fortalecer el área de la educación matemática (enfocada principalmente en la forma de enseñanza de la misma), permitiendo al estudiante tomar un papel mucho más activo en la construcción de su propio aprendizaje como el desarrollo del razonamiento lógico matemático.

1.5.2. Espacial

La presente investigación está centrada en los estudiantes de nivel secundario de la ciudad de La Paz - Bolivia, tomando como referencia a los estudiantes de 6to de secundaria de la Unidad Educativa Plena Técnico Humanístico “San Javier”; si bien es cierto que centrar el estudio a una sola unidad educativa puede hacer que los resultados obtenidos tengan un sesgo o limitación, se aclara que este aspecto permitió tener un primer acercamiento a la problemática y que esta sea mejor estudiada desde la perspectiva de los involucrados (es decir, docente y estudiantes), así también, se decide trabajar con el curso de 6to de secundaria ya que varios de los alumnos que terminan la educación regular optan por continuar sus estudios y muchos de ellos presentan dificultades al postular a una universidad pública (en caso de realizar el curso preuniversitario o la prueba de suficiencia académica) o bien ya estando en una carrera.

1.5.3. Temporal

Toda la investigación será efectuada en la gestión académica del año 2022, particularmente en los meses de agosto y septiembre de dicha gestión, teniendo como muestra estudiantes entre 16 y 18 años (aproximadamente) además de su respectivo docente de matemática. Dado que las investigaciones relacionadas al área de la educación matemática son escasas, se espera que el presente trabajo sirva de ayuda para investigaciones posteriores.

CAPITULO II

SUSTENTO TEÓRICO

2.1. Estado del Arte

Según Hernández Sampieri et al. (2014) la revisión de la literatura “implica detectar, consultar y obtener la bibliografía (referencias) y otros materiales que sean útiles para los propósitos del estudio, de donde se tiene que extraer y recopilar la información relevante y necesaria para enmarcar nuestro problema de investigación” (p. 61).

2.1.1. Investigación Internacional

Para un mejor entendimiento de la problemática se procedió a la búsqueda y revisión de tesis o artículos relacionados con la misma siendo que, en su mayoría, se trataban de tesis orientadas al desarrollo del razonamiento lógico matemático en estudiantes de nivel primario y, en muy pocos casos, de nivel secundario (siendo en su mayoría tesis de licenciatura) o bien se encontraron tesis que abordan el proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática desde una perspectiva general; es así que los trabajos de investigación citados son los que guardan más relación con el presente estudio:

Blandón, M. (2017) en su tesis denominada “Propuesta metodológica para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la unidad de Álgebra en la asignatura de Matemática General en la Facultad Regional Multidisciplinaria FAREM-Estelí, UNAN-Managua” se plantea como objetivo general: Disponer de una propuesta metodológica para el aprendizaje significativo de los contenidos de la unidad de álgebra como parte de la asignatura de Matemática General en el primer año de dos carreras de la Facultad.

La autora inicia mencionando que, a pesar de los grandes aportes que posee la matemática, esta continúa siendo rechazada dando problemas a muchos estudiantes, mismos que tienen diversas dificultades cuando deciden continuar sus estudios superiores; siendo las causas de dicho problema:

1. Priorizar el uso de algoritmos en la enseñanza del álgebra a nivel secundario, dejando de lado la comprensión de los enunciados matemáticos.
2. Falta de competencias matemáticas, esto debido a que en la universidad aún continúan con dificultades en la resolución de problemas y ejercicios.

3. Los libros de matemática, tanto en el nivel medio como superior, carecen de un tratamiento metodológico de contenidos (teniendo una introducción superficial y no significativa).

Es así que plantea cambiar dichas dificultades y hacer que el aprendizaje de la matemática sea más significativo, teniendo como base las metodologías activas participativas además de brindar un rol más dinámico a docentes y estudiantes.

El paradigma usado es el interpretativo, el tipo de investigación es descriptivo, el enfoque empleado es cualitativo (abordando algunos aspectos cuantitativos), los métodos empleados son el hermenéutico, fenomenológico, interaccionismo simbólico y empírico-analítico; la muestra se encuentra constituida por el director del departamento de Ciencias de la Educación y Humanidades, dos coordinadoras de la carrera de Física-Matemática y Psicología, 49 estudiantes de la carrera de Física-Matemática y 46 de Psicología que cursan Matemática General en el I semestre 2017, además de dos docentes que imparten las clases en ambos grupos.

La investigación inicia llevando un estudio a profundidad del modelo educativo de la UNAN-Managua, además de recopilar los puntos de vista por parte de los docentes y estudiantes respecto la metodología empleada (esto mediante la observación de clases, desarrollo de grupos focales y entrevistas, además de la aplicación de una encuesta a los alumnos) pudiendo así identificar las fortalezas y debilidades existentes en el desarrollo y asimilación de los contenidos matemáticos.

A partir de los datos recopilados, se pudo llegar a la conclusión de que gran parte de los alumnos, independientemente a la carrera que estudian, presentan dificultades en los contenidos de álgebra y que el desempeño de los docentes, en su mayoría, son buenos pero pueden mejorar; así también la autora pudo elaborar una propuesta metodológica enfocada al desarrollo de un aprendizaje significativo y una mejor comprensión de la materia, disponiendo así de un documento que presenta importantes aportes (tanto teóricos como prácticos) los cuales pueden ser usados tanto por docentes como estudiantes.

Vargas, N. (2011) en su tesis titulada “Las estrategias metodológicas fortalecen el razonamiento lógico en el aprendizaje de la Matemática de los estudiantes de 3ro de bachillerato del Colegio Militar N° 10 “Abdón Calderón” en el año lectivo 2009 – 2010” menciona que su investigación surge debido al bajo rendimiento académico evidenciado en los bachilleres de Ecuador (esto al postularse para continuar sus estudios superiores e inclusive estando en colegio), la falta de actualización de la currícula en matemática y su forma aún tradicional de enseñanza; así también

la autora muestra un árbol de problemas donde es posible evidenciar tanto las causas como los efectos de la problemática.

Es por ello que se plantea como objetivo general: Determinar y analizar las estrategias metodológicas que se utilizan en el aprendizaje de la matemática para fortalecer el razonamiento lógico, en los estudiantes de 3ro de bachillerato del Colegio Militar N° 10 Abdón Calderón en el año lectivo 2009 – 2010. La investigación es un proyecto de intervención social, el tipo de investigación es descriptiva, exploratoria y correlacional, además de apoyarse en los paradigmas cualitativo y cuantitativo (dando mayor prioridad a lo cuantitativo).

Para iniciar, la autora buscó información proveniente de materiales impresos u otros documentos los cuales permitieran comprender la problemática y proponer una solución, posteriormente procedió a la recolección de datos mediante la observación y la encuesta (teniendo como muestra a 121 estudiantes y 7 docentes de matemática), dicha encuesta tuvo como objetivo conocer las estrategias metodológicas aplicadas en clase como el desarrollo del razonamiento lógico. Los principales resultados y conclusiones obtenidas de la investigación son:

1. Las estrategias metodológicas que pueden ser adecuadas para fortalecer el razonamiento lógico en los estudiantes se basan en el uso de organizadores gráficos (en toda su diversidad), juegos lúdicos, ejercicios de razonamiento lógico, además de la motivación (misma que debe estar presente en cualquier asignatura).
2. Se logró establecer una guía didáctica de estrategias metodológicas para el desarrollo del razonamiento lógico (orientado a mejorar el aprendizaje de la matemática).

Finalmente, con los datos recopilados y análisis estadístico, se pudo dar validación a la hipótesis planteada la cual afirma que: “Las estrategias metodológicas SI fortalecen significativamente al desarrollo del razonamiento lógico en el aprendizaje de la Matemática de los alumnos, de tercer año de bachillerato del Colegio Militar N° 10 “Abdón Calderón”.

Gómez, G. (2011) en su tesis “La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en secundaria con base en secuencias didácticas y el uso del trabajo colaborativo” plantea como objetivo general: Analizar el efecto en el aprendizaje de temas específicos de matemáticas cuando se usan secuencias didácticas apoyadas en actividades de trabajo colaborativo en estudiantes de secundaria del colegio Cristóbal Colón de Cuautla.

El autor menciona que México aún continúa arraigado en la enseñanza tradicional de la matemática y esto hace que los estudiantes la vean como una materia difícil de entender, situación que es sustentada al analizar el desempeño en pruebas internacionales (como PISA) donde es posible evidenciar dificultades en el desarrollo y aplicación del razonamiento (pues la mayoría solo se preocuparía en la memorización de procedimientos).

El autor, sustentado en su propia experiencia y determinados aspectos teóricos, considera que el uso del trabajo colaborativo permite la mejora en la enseñanza-aprendizaje de la matemática como el desarrollo de competencias, permitiendo al alumno ser más reflexivo, más crítico y trabajar en grupo para alcanzar objetivos en común (como el intercambio de saberes y la convivencia).

La investigación se basa en el enfoque cualitativo, utiliza el método hermenéutico-crítico y aplica las técnicas de observación de prácticas educativas, diario del investigador y entrevistas a profundidad a cada estudiante. El trabajo de campo se llevó a cabo teniendo como población tres grupos mixtos de tercer año de secundaria y tomando una muestra aleatoria de 20 alumnos con promedios de aprovechamiento diferentes (además de contar con la ayuda de sus respectivos docentes).

El experimento consistía en que cada profesor, durante tres sesiones, aplicara la técnica de secuencia didáctica o del trabajo colaborativo según un itinerario realizado por el investigador (contando además con una retroalimentación de los profesores respecto a las técnicas usadas); así también realizó una entrevista a cada estudiante antes y después de la clase, además de realizar una prueba para medir el nivel de aprendizaje. El investigador utilizó diversas e interesantes formas para el manejo y codificación de los datos presentando las siguientes conclusiones:

1. La planificación detallada de actividades en una secuencia didáctica por parte del profesor de la asignatura en un tema seleccionado facilita la enseñanza al docente y causa un efecto diferente y positivo en el aprendizaje de los alumnos.
2. El uso del trabajo colaborativo mejora significativamente tanto el aprendizaje del tema seleccionado como las relaciones interpersonales, principalmente en alumnos que han demostrado deficiencias en el aprendizaje de las matemáticas.
3. Al resolver actividades en pequeños grupos de trabajo es posible desarrollar un vínculo entre compañeros; pues se pudo observar contribuciones individuales como ver a los

integrantes de cada grupo participando con el resto de sus compañeros, compartiendo opiniones e incluso aceptando ayuda de quienes comprendieron mejor el tema.

Mendoza, J. (2019) en su tesis titulada “Estrategia Metodológica para Desarrollar la Competencia de Resolución de Problemas Matemáticos en los Estudiantes de Secundaria de una Institución Educativa Privada de Lima” menciona que es necesario que la educación vaya acorde a las diversas exigencias que se tiene en la sociedad actual, enfocado principalmente a la gran cantidad de información disponible gracias a la tecnología, permitiendo así que el estudiante pueda analizar dicha información además de dar soluciones a las diversas problemáticas de su contexto; sin embargo, menciona que esta visión no se encuentra presente en la educación matemática de Perú, teniendo como antecedente la prueba PISA llevada a cabo en el año 2012 donde se tuvo un 47% de desaprobados, el autor menciona que las principales dificultades son la incomprensión de los enunciados y fallas en la identificación y resolución de problemas (esto debido a la carencia de aplicación de métodos interactivos).

Es por ello que plantea como objetivo general: Diseñar una estrategia metodológica para contribuir al desarrollo de la competencia de resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de V grado de Secundaria de una institución educativa privada de Lima. La investigación se ubica en el paradigma socio-crítico interpretativo con enfoque cualitativo, emplea los métodos: histórico-lógico, análisis-síntesis, inductivo-deductivo y análisis documental; la muestra estuvo conformada por tres docentes y doce estudiantes seleccionados por muestreo no probabilístico.

Durante el trabajo de campo se emplearon diversas técnicas e instrumentos, como la entrevista a los docentes, observación de clases, cuestionario y prueba pedagógica a los estudiantes; estos tenían como objetivo verificar los conocimientos teóricos, metodológicos y didácticos del profesor, el grado de satisfacción del alumno con la metodología empleada y constatar el nivel de conocimientos y habilidades de los estudiantes en la competencia de resolución de problemas matemáticos. El trabajo realizado por el investigador fue desarrollado con minuciosidad, llegando a los siguientes resultados:

1. Los docentes aún continúan empleando una educación tradicionalista basada en la replicación de pasos.

2. Los estudiantes se sienten motivados únicamente por prepararse para un examen de conocimientos tradicional (pues el docente no prioriza en el desarrollo de un pensamiento crítico y reflexivo).
3. Los docentes presentan deficiencias teóricas y metodológicas al dirigir el proceso de enseñanza-aprendizaje, lo cual impide a los estudiantes desarrollar los conocimientos y las habilidades en la resolución de problemas matemáticos.

Para poder dar solución a estos inconvenientes, el autor finaliza la investigación ofreciendo una propuesta constituida por cinco fases las cuales presentan “los criterios teóricos y metodológicos que permitieron modelar la estrategia metodológica, misma que se sustenta en los enfoques teóricos actuales del aprendizaje y la enseñanza problémica en la orientación del proceso de enseñanza-aprendizaje” (Mendoza, 2019, p. 94).

2.1.2. Investigación Nacional

En lo que respecta a tesis elaboradas en el ámbito nacional, se pudo observar que en su mayoría son trabajos relacionados al uso de algún recurso didáctico o estrategia en particular para la mejora de la enseñanza-aprendizaje de la matemática y no así del razonamiento lógico matemático; es por ello que los siguientes documentos son los más relacionados a la problemática abordada:

Colque, L. (2020) en su tesis denominada “El Diagrama de Flujo de Datos en el Fortalecimiento del Razonamiento Lógico Matemático” plantea como objetivo general: Determinar el nivel de influencia de Diagrama de Flujo de Datos en el fortalecimiento del razonamiento lógico matemático de los estudiantes del sexto año de educación secundaria comunitaria productiva.

El autor parte de la idea de que Bolivia se encuentra sumergida en una enseñanza donde los maestros continúan con la práctica tradicional-memorística en los procesos de enseñanza aprendizaje, viéndose así limitada la creatividad y la habilidad de comprender y resolver los problemas matemáticos por parte de los estudiantes (situación que es reflejada cuando este intenta continuar con sus estudios superiores); así también menciona la carencia en la actualización de la currícula, falta de compromiso en los docentes y la ausencia en el uso de estrategias didácticas tecnológicas (siendo que estas presentan interesantes aplicaciones en el fortalecimiento del razonamiento lógico), es así que plantea la necesidad de incorporar nuevas formas de enseñanza que garanticen un mejor aprendizaje para los alumnos.

El trabajo se diseñó bajo el enfoque cuantitativo, el método utilizado fue el hipotético-deductivo, se recurrió a un diseño cuasi-experimental, el tipo de investigación es correlacional y las técnicas de recolección de datos fueron la observación, la encuesta y la entrevista; la población estuvo conformada por 120 estudiantes que cursan desde primero a sexto de secundaria y 12 docentes de la Unidad Educativa “Huatajata Secundario”, la muestra cuenta con 16 estudiantes del paralelo “A” y 15 estudiantes del paralelo ”B” del sexto curso del nivel secundario.

Durante el trabajo de campo se realizó la entrevista y encuesta al director y a los 12 docentes de la unidad educativa, así también se efectuó dos tipos de encuestas a los 31 estudiantes de sexto de secundaria: una para determinar la problemática de la investigación (pre test) y la otra para valorar el desarrollo del Razonamiento Lógico-Matemático posterior a la aplicación de la estrategia didáctica (post test). Los resultados de la investigación fueron:

1. Se pudo obtener un análisis y reflexión sobre las problemáticas académicas presentes en los estudiantes, siendo que un 78% de los alumnos no acertaron en las preguntas planteadas en el pre test.
2. Después de la aplicación de la estrategia didáctica “Diagrama de Flujo de Datos” se pudo observar que del 78% de estudiantes que tuvieron dificultades en el pre test hubo un aumento del 46% en la capacidad de razonar lógicamente para la resolución de problemas matemáticos.

Concluyendo así que: El uso del diagrama de flujo de datos, determina significativamente el nivel de Razonamiento Lógico-Matemático en los estudiantes del sexto año de educación secundaria comunitaria productiva (siendo esta la hipótesis validada por el investigador).

Huanca, M. (2020) en su tesis titulada “La Gimnasia Cerebral como Herramienta de Estimulación Cognitiva para la Resolución de Problemas Matemáticos en Estudiantes de Tercero de Secundaria de la Unidad Educativa República de Irán” menciona que, a pesar de las reformas educativas realizadas en Bolivia (Ley 070) aún se continúa teniendo problemas en la enseñanza de la matemática, ya que cuando se pide al estudiante resolver determinados problemas matemáticos estos no cuentan con las estrategias adecuadas; dando a entender que el avance de la materia es reducida al uso de procedimientos y manejo de fórmulas (es decir, procesos memorísticos).

Es por ello que propone la gimnasia cerebral, una herramienta innovadora y estimulante la cual permite la comprensión y análisis de ejercicios y problemas matemáticos como la mejora en la

atención y aprendizaje de los estudiantes, esto mediante “estrategias que estimulen las conexiones entre cerebro/cuerpo a través del movimiento, logrando armonía entre aspectos emocionales, físicos y mentales” (Huanca, 2020, p. 6).

La investigación tuvo como objetivo general “Determinar si la estimulación cognitiva a través de la Gimnasia Cerebral mejora la resolución de problemas de ecuaciones de primer grado, con algoritmos matemáticos de Pólya en los estudiantes de 3ro de secundaria de la Unidad Educativa Republica de Irán, de la ciudad del El Alto-Bolivia”. El fundamento paradigmático es positivista, el enfoque de la investigación es cuantitativo, el tipo de investigación es explicativo-correlacional, el diseño de investigación es cuasi-experimental, basado en el método hipotético deductivo y las técnicas de la investigación son la encuesta y observación.

La investigación fue llevada a cabo tomando como muestra a los estudiantes de tercero de secundaria de los paralelos “A” y “B” de la Unidad Educativa Republica de Irán (primer grupo experimental y el segundo de control); durante el pre test se pudo evidenciar que ambos grupos no pudieron resolver los problemas planteados además de tener dificultades en la comprensión y resolución (siendo, en ambos grupos, más del 80% del total), situación que mejoró en el post test donde, posterior a la enseñanza de los algoritmos matemáticos de Pólya, hubo un aumento en la comprensión y resolución de los problemas de un 53.58% en el grupo de control y un 84.32% en el grupo experimental, grupo en el cual además se aplicó la Gimnasia Cerebral.

Es así que la autora concluye que la estimulación cognitiva a través de la Gimnasia Cerebral y el uso de algoritmos matemáticos de Pólya brinda una mejora significativa en la resolución de problemas de ecuaciones de primer grado en los estudiantes de 3ro de secundaria de la Unidad Educativa Republica de Irán de la ciudad del El Alto-Bolivia.

Vargas, W. (2021) en su artículo titulado “La Resolución de Problemas y el Desarrollo del Pensamiento Matemático” menciona que el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática en Bolivia: no contempla la generación de un clima afectivo y emocional favorable para el aprendizaje, que los estudiantes no resuelven problemas lógico matemáticos y que el enfoque constructivista sería implementado de manera sesgada (pues la resolución de problemas es realizada de manera mecánica).

Es por ello que se plantea como objetivo “Proponer una metodología de enseñanza aprendizaje de la matemática orientada al desarrollo del pensamiento lógico matemático a partir de las

dimensiones del aprendizaje desarrollador: activación, regulación, significatividad y motivación”. El estudio emplea el método empírico de la observación científica indagando sobre las funciones del proceso de enseñanza aprendizaje a partir de sus componentes internos, así también la dimensión teórica es trabajada usando el método dialéctico y el método hipotético deductivo.

Mediante la observación y empleo de una prueba diagnóstica se pudo evidenciar que los procesos lógicos desarrollados en la enseñanza-aprendizaje de la matemática son reducidos, más aún, los datos recolectados fueron la base para la elaboración de una propuesta que:

Contempla el abordaje de las dimensiones de significatividad, motivación y activación–regulación [...] las dimensiones dan pie a las seis etapas metodológicas cuyo mayor aporte es la integración de las acciones para resolver problemas y un proceso eslabonado de tareas. (Vargas, 2021, p. 236)

Se considera la incorporación de este artículo ya que, al indagar en su bibliografía, se pudo evidenciar la existencia de una tesis doctoral la cual pertenece al autor de la investigación, dando la sospecha de que esta sirvió de base para el desarrollo del artículo científico, lastimosamente dicha tesis no se encuentra disponible en medios digitales.

2.2. Marco Teórico

En esta sección se presenta aquellos aspectos teóricos que sirvieron de guía y fundamento para la presente investigación, el mismo fue organizado de manera lógica y cuenta con los siguientes subtítulos.

2.2.1. Elementos Actuales de la Educación

Si bien en un inicio la educación era vista como “memorística”, es decir, una educación donde el estudiante era considerado una especie de “esponja” el cual debía “absorber” todos los conocimientos brindados por el docente sin la posibilidad de dar opinión o argumentación alguna, en la actualidad se tiene una perspectiva muy diferente influida por diversos paradigmas, tipos de aprendizajes y enfoques destinados a que el proceso de enseñanza-aprendizaje sea mucho más dinámico, permitiendo así que el estudiante tenga un papel mucho más activo en su propia educación y que el conocimiento adquirido sea mucho más significativo, entre ellos se tiene:

2.2.1.1. Cognitivismo. El cognitivismo es un paradigma iniciado durante los años 1950 y 1970 el cual tiene como objetivo conocer los elementos del aprendizaje y mejorarlos mediante el análisis de los procesos cognitivos, es decir, al estudiar los esquemas mentales que tiene una persona se busca determinar qué acciones realizar para el progreso en la adquisición de conocimientos (Ramírez, 2009). Este paradigma resultó ser una opción muy distinta a lo plasmado por el conductismo (el cual se basa en el estudio del comportamiento teniendo como base un conjunto de estímulos) siendo investigada principalmente por psicólogos y educadores.

Blandón (2017) menciona que el cognitivismo “estudia las representaciones mentales con tendencias hacia el constructivismo” (p. 42), esto debido a que una de sus particularidades es el “aprender a aprender”, es decir, construir el conocimiento a partir de experiencias anteriores. Así también se tiene lo mencionado por Trujillo (2017), afirmando que el cognitivismo:

Tiene muy en cuenta el procesamiento de la información, reconoce la importancia de cómo las personas organizan, filtran, codifican, categorizan, y evalúan la información, de igual manera, la forma en que sus estructuras o esquemas mentales son empleadas para acceder e interpretar la realidad. (p. 10)

Es así que el cognitivismo busca tener una información detallada de todo el proceso de adquisición de conocimientos que presenta una persona, desde la asimilación de la información hasta su posterior almacenamiento.

Si bien este proceso pareciera tener diversas (y complejas) etapas y procesos, Ramírez (2009) las presenta mediante el “Modelo de procesamiento de la información de Gagné” (1990) mismo que detalla el proceso sistemático del conocimiento y permite comprender la función de cada elemento del sistema cognitivo humano, los elementos que contiene dicho modelo son:

- **Receptores.** - Llevado a cabo por las percepciones, es decir, por los sentidos del cuerpo humano; estos son los encargados de que cada persona pueda percibir diversos estímulos externos (un sonido, un olor, etc.) en mayor o menor medida. Cabe mencionar que existen ciertos sentidos que predominan sobre otros, mismos que pueden ser usados para diversificar el aprendizaje y enriquecer la recepción de la información.
- **Registro sensorial.** - Son las “marcas” que deja cada estímulo al ingresar por los receptores, permite que cada persona pueda establecer una “relación” con la información recibida para que esta pueda ser recordada (Ej.: Al oler una fragancia es posible recordar a la persona u

objeto al que pertenece). El prestar atención a un determinado estímulo permite que estos sean llevados a la memoria de corto plazo.

- Memoria de corto plazo (MCP). – En ella ocurre todos los procesos mentales que una persona ejecuta día a día, como ser: la lectura de un libro, escuchar una conferencia, aprender un paso de baile, etc. Si bien la información guardada en esta memoria puede ser “olvidada”, es posible que esta sea trasladada y almacenada permanentemente en la memoria conocida como “de largo plazo”, esto mediante el uso de determinadas estrategias.
- Memoria de largo plazo (MLP). – Su capacidad de almacenamiento es ilimitada (en cierta manera), en ella se registran los datos más relevantes para una persona; entre las informaciones almacenadas se cuenta con: la episódica (relacionado a las experiencias vividas), semántica (compuesta de hechos, conceptos y explicaciones ordenadas jerárquicamente en esquemas), procedimental (relacionado con el “saber hacer”, pues ejecuta lo elaborado en la inteligencia semántica) y contextual (saber dónde, cuándo, y porqué hacer uso de determinados conceptos, estrategias y procedimientos).

Cabe mencionar que el almacenamiento y recuperación de la información en la MLP “está basado en los procesos de organización, por lo que el material debe tener sentido y significado para el aprendiz; sin éstos la recuperación de la información puede ser difícil” (Ramírez, 2009, p. 4), es por ello que toda persona que se dedica a enseñar debe plantearse la siguiente pregunta: ¿Cómo lograr que la información de la memoria “de corto plazo” pueda ser transferida a la “de largo plazo”?, una forma de lograr ello es que cada conocimiento sea impartido de manera ordenada y tenga cierta relevancia para la persona, dicha situación requiere que todo docente conozca las estrategias necesarias para lograr ese fin y más aún en las materias dedicadas a las ciencias exactas, ya que estas se basan en procesos sistemáticos y justificados.

Por tanto, el paradigma cognitivista se encarga de estudiar cómo un conjunto de información puede ser asimilada por la capacidad cognitiva de cada persona, radicando ahí la importancia de que esta pueda ser conocida y aplicada por cada docente para mejorar la experiencia de aprendizaje de la matemática o cualquier otra materia, permitiéndole así seleccionar las estrategias más adecuadas y hacer que el conocimiento transferido a los estudiantes sea significativo y pueda ser almacenado en la memoria de largo plazo; como menciona Trujillo (2017) “el aprendizaje depende de lo que el individuo perciba de acuerdo a sus capacidades y percepciones previas o antecedentes, las cuales

actúan en forma relativa y personal en cada individuo, influidas principalmente por sus actitudes y motivaciones” (p. 10), es decir, dependerá de la experiencia educativa brindada por cada profesor.

2.2.1.2. Constructivismo. El constructivismo es una corriente pedagógica que ha cobrado bastante importancia en el ámbito de la educación, psicología y las ciencias sociales; surgió para cuestionar al paradigma del positivismo siendo respaldada por los diversos hallazgos realizados, principalmente en el área de la física (Ortiz, 2015).

Según Trujillo (2017) el constructivismo “intenta explicar cuál es la naturaleza del conocimiento humano, asume que todo conocimiento previo da nacimiento a uno nuevo” (p. 13), es decir, se basa en la idea de que el conocimiento se construye. Enfocada al área de la educación, el autor menciona que el aprendizaje mediante el enfoque constructivista es “un proceso dinámico que se manifiesta cuando el estudiante ensambla, extiende, restaura e interpreta, y por lo tanto "construye" conocimientos partiendo de su experiencia e integrándola con la información que recibe” (p. 10), es así que el constructivismo permite que cada estudiante pueda participar activamente en la obtención de nuevos conocimientos teniendo como base los datos que posee previamente.

Una idea errónea que se tiene del constructivismo es pensar que el estudiante “construirá” su propio conocimiento sin una ayuda o intervención directa del docente, llegando incluso a considerar que este solo le proporcionaría aquellos recursos o insumos necesarios para su “auto aprendizaje”, situación que es aclarada por Ortiz (2015) quien menciona que en el constructivismo:

Existe una interacción entre el docente y los estudiantes, un intercambio dialéctico entre los conocimientos del docente y los del estudiante, de tal forma que se pueda llegar a una síntesis productiva para ambos y, en consecuencia, que los contenidos son revisados para lograr un aprendizaje significativo. (p. 94)

Entre las características que posee, se tienen las nombradas por Ortiz (2015) y Trujillo (2017), los cuales mencionan que:

1. Cada persona percibe la realidad de una forma particular y le da una interpretación propia; por tanto, el constructivismo permite el desarrollo de un conocimiento de acuerdo al tiempo empleado y las necesidades propias.
2. La forma en la que se desarrolla la información está determinada por el contexto, mismo que influye tanto en el docente como en el estudiante; es por ello que, para el proceso de

enseñanza-aprendizaje, se debe considerar tanto las condiciones biológicas, psicológicas, económicas, sociales y culturales (inclusive políticas e históricas).

3. Busca que los estudiantes puedan internalizar, reacomodar o transformar la información adquirida, proceso conocido como “asimilación y acomodación”.
4. Trata que lo aprendido pueda ser empleado en un ámbito práctico permitiendo asignar un significado al contenido teórico.
5. Se tiene una interacción dialéctica entre los conocimientos del docente y los del estudiante, es decir, un dialogo cuyo resultado es la obtención de un aprendizaje productivo y significativo.

Estas y muchas otras razones hacen que el constructivismo cobre relevancia e importancia en el mundo de la educación, pues permite la construcción propia de conocimientos, el intercambio de experiencias y una participación activa donde es posible la obtención de información significativa tanto para el docente como los estudiantes.

Ahora bien, dado que el constructivismo fue desarrollado tanto desde el ámbito psicológico como pedagógico, Blandón (2017) menciona que existen dos “clases de constructivismo”, los cuales son:

- **Constructivismo Psicológico**

Tiene como base que el conocimiento previo da origen a un conocimiento nuevo, siendo así que lo aprendido es incorporado a los saberes que uno posee o bien permite la creación de nuevas estructuras mentales (Blandón, 2017). El principal exponente de esta teoría fue Jean Piaget con la “Teoría Cognitiva de Piaget”, también conocida como “Teoría Evolutiva”, la cual afirma que:

Este proceso de maduración biológica conlleva al desarrollo de estructuras cognitivas, cada vez más complejas; lo cual facilita una mayor relación con el ambiente en el que se desenvuelve el individuo y, en consecuencia, un mayor aprendizaje que contribuye a una mejor adaptación. (Ortiz, 2015, p. 98)

Linares (s.f..) menciona que los elementos principales de esta teoría son:

1. Asimilación y acomodación. - Siendo la asimilación el primer contacto que tiene el individuo con los objetos de su entorno (permitiendo apropiarse de sus características) mientras la acomodación permite la integración de los conocimientos adquiridos a una red cognitiva (contribuyendo a la construcción de nuevas estructuras de pensamiento).

2. Estados del desarrollo cognitivo. - También conocida como “Etapas Cognoscitivas”, manifiesta que el desarrollo cognoscitivo se divide en 4 etapas: etapa sensoriomotora, etapa preoperacional, etapa de las operaciones concretas y etapa de las operaciones formales, siendo cada etapa una transición a una forma más compleja y abstracta del conocimiento (estando estrechamente vinculado al aprendizaje de la matemática).

Por tanto, para Piaget, el conocimiento humano va progresando paulatinamente siendo que, a medida que se va adquiriendo nuevas informaciones, se produce una ampliación de las estructuras mentales vigentes o bien se originan otras nuevas, potenciando así la cantidad y calidad de conocimientos.

- **Constructivismo Social**

En ella se sostiene que la mente no logra los conocimientos por sí misma, sino que tiene una influencia del contexto social donde se desarrolla, siendo así que el origen de todo conocimiento proviene de una sociedad, una cultura y una determinada época histórica; por tanto, la interacción en un determinado contexto social permite el desarrollo de un aprendizaje relevante para cada persona (Blandón, 2017).

Entre los principales exponentes de esta teoría se tiene a Lev Vygotsky con la “Teoría del Desarrollo Cognitivo de Vygotsky”; esta, a diferencia de la Teoría de Piaget, afirma que el conocimiento no solo se construye de manera individual, sino que cada uno cuenta con habilidades mentales elementales, mismas que se transforman en funciones mentales superiores producto de las interacciones sociales con personas que poseen mayor experiencia (Linares, s.f.).

La autora también menciona los diversos conceptos que presenta la teoría de Vygotsky, entre los principales se tiene:

1. Funciones mentales. – Esta se compone de una función mental inferior (que es aquella con la que uno nace y está determinada genéticamente) y una superior (la cual se adquiere y se desarrolla a través de la interacción social). A partir de esta perspectiva se tiene que: a mayor interacción social se produce un mayor conocimiento.
2. Lenguaje y desarrollo. – Vygotsky menciona que el lenguaje es una de las herramientas que más influye en el desarrollo cognoscitivo, es por ello que las distingue en tres etapas: habla social (que sirve fundamentalmente para comunicarse), habla egocéntrica (hablar con uno

mismo al realizar algunas tareas, regular la conducta y pensamientos) y habla interna (reflexión sobre la solución de problemas y secuencia de acciones en el cerebro).

3. Zona del desarrollo próximo. – Siendo una de las principales, menciona la existencia de funciones aún no desarrolladas ingresando a un proceso de “maduración”; gracias a ella es posible establecer la brecha existente entre lo que uno puede hacer por cuenta propia y lo que puede hacer con ayuda, siendo el objetivo la adquisición de ese conocimiento faltante.

Es así que Vygotsky plantea la idea de que: a mayor interacción con el contexto social, compañeros y personas más adultas es posible alcanzar un mejor nivel de funcionamiento cognitivo.

Como se puede observar, existen diversas teorías que tratan de explicar cómo una persona construye e integra nuevos conocimientos; si bien Piaget y Vygotsky desarrollaron sus ideas de manera separada (e incluso cada uno observó la teoría del otro), en la actualidad ambas perspectivas son altamente aplicadas en la educación de todo nivel llegando incluso a ser ejecutadas de manera conjunta produciendo resultados positivos. Teniendo esta idea en mente, es necesario que cada docente pueda tener conocimientos de las mismas y vea su importancia como sustento teórico en la enseñanza y aprendizaje de toda materia (esto si se desea realizarla de una manera más dinámica).

2.2.1.3. Aprendizaje Significativo. La teoría del aprendizaje significativo es una propuesta realizada en 1963 por el psicólogo y pedagogo David P. Ausubel, siendo una opción diferente a lo establecido por el conductismo. Según Rodríguez (2011) “se planteó como alternativa un modelo de enseñanza-aprendizaje basado en el descubrimiento, que privilegiaba el activismo y postulaba que se aprende aquello que se descubre” (p. 30), es decir, Ausubel plantea que la mejor forma en la que una persona puede educarse es mediante un aprendizaje que sea activo y permita la construcción de conocimientos.

Es así que el aprendizaje significativo puede ser entendido como:

Aquél en el que ideas expresadas simbólicamente interactúan de manera sustantiva y no arbitraria con lo que el aprendiz ya sabe. Sustantiva quiere decir no literal, que no es al pie de la letra, y no arbitraria significa que la interacción no se produce con cualquier idea previa, sino con algún conocimiento específicamente relevante ya existente en la estructura cognitiva del sujeto que aprende. (Moreira, 2012, p. 30)

Es decir, la idea principal del aprendizaje significativo es la interacción entre los nuevos conocimientos y los que uno ya posee, donde la información nueva adquiere un significado para la

persona y los saberes previos se encuentran más clarificados y fortalecidos, contando así con una mayor estabilidad cognitiva.

Así también Moreira (2012) da a conocer la importancia que tienen los conocimientos previos en la teoría del aprendizaje significativo, mismos que fueron llamados por Ausubel como “subsunsosres” o “ideas-anclas”, los cuales pueden ser entendidos como “un conocimiento previo específicamente relevante para un nuevo aprendizaje” (p. 33), lo que menciona el autor es que:

1. Un subsunsores va quedando cada vez más estable, diferenciado y rico en significados; esto mediante un proceso ordenado y progresivo de información siendo así más útil para “ideas-anclas” de nuevos conocimientos.
2. Si un subsunsores no es frecuentemente utilizado, se corre el riesgo de que haya una pérdida de discriminación entre significados; sin embargo, por tratarse de un aprendizaje significativo, es posible un reaprendizaje.
3. La estructura cognitiva de una persona es un conjunto de subsunsosres, mismos que tienen una jerarquía e interrelación.

Es así que los subsunsosres juegan un papel muy importante en la incorporación de nuevos conocimientos, esto debido a que son la base para que la información adquirida pueda ser fácilmente clasificada y debidamente incorporada, proceso que se repite paulatinamente y permite la asimilación diaria de nuevos saberes.

Ahora bien, algunas de las características del aprendizaje significativo en la educación son manifestadas por Moreira (2012) y Rodríguez (2011), entre ellas se tiene:

1. Centra su atención en las actividades y condiciones requeridas para el desarrollo y construcción del aprendizaje del estudiante, siendo objetivo del docente buscar la significatividad de lo que su alumno aprenderá.
2. Aporta elementos y recursos que garantizan la adquisición, asimilación y retención de contenidos de tal manera que se le pueda atribuir algún significado lógico.
3. Permite conocer las características y propiedades del aprendizaje para que estas puedan ser relacionadas y utilizadas en el desarrollo de cambios cognitivos estables.
4. Es necesario que el material utilizado sea potencialmente significativo y que el estudiante tenga una predisposición para aprender.

Por tanto, el uso del aprendizaje significativo permite la conexión entre los datos que uno posee e información nueva, siendo su objetivo principal asignar un significado y que estas no sean “olvidadas” tan fácilmente; es preciso aclarar que su uso en la educación no se reduce al desarrollo de clases “más dinámicas”, sino que requiere un compromiso tanto del docente como de los estudiantes, siendo la tarea primordial del profesor encontrar las estrategias que permitan el desarrollo y asimilación de estos nuevos conocimientos y la de los alumnos ser partícipes activos de su propio aprendizaje.

2.2.1.4. Aprendizaje Cooperativo. Johnson et al. (1999) en su libro “El aprendizaje Cooperativo en el Aula” mencionan que:

Aprender es algo que los alumnos hacen, y no algo que se les hace a ellos. El aprendizaje no es un encuentro deportivo al que uno puede asistir como espectador. Requiere la participación directa y activa de los estudiantes. Al igual que los alpinistas, los alumnos escalan más fácilmente las cimas del aprendizaje cuando lo hacen formando parte de un equipo cooperativo. (p. 5)

Teniendo esta premisa es que definen el aprendizaje cooperativo como “el empleo didáctico de grupos reducidos en los que los alumnos trabajan juntos para maximizar su propio aprendizaje y el de los demás” (p. 1), es decir, el aprendizaje cooperativo centra su atención en el trabajo grupal. Así también se tiene lo establecido por el Servicio de Innovación Educativa de la Universidad Politécnica de Madrid (UPM, 2008) definiendo el aprendizaje cooperativo como:

Un método de aprendizaje basado en el trabajo en equipo de los estudiantes. Incluye diversas y numerosas técnicas en las que los alumnos trabajan conjuntamente para lograr determinados objetivos comunes de los que son responsables todos los miembros del equipo. (p. 4)

Por tanto, el aprendizaje cooperativo permite la interacción de un grupo de estudiantes siendo su objetivo principal la adquisición de nuevos conocimientos de manera conjunta.

Una idea errada que se tiene del aprendizaje cooperativo es pensar que su desarrollo solo se basa en la asignación de preguntas, mismas que deben ser discutidas y respondidas por los miembros del grupo; es por ello que Pérez (2010) aclara que “El aprendizaje cooperativo hace posible entender los conceptos que tienen que ser aprendidos a través de la discusión y resolución de problemas a nivel grupal, es decir, a través de una verdadera interrelación” (párr. 6), es así que la

interacción de los miembros del grupo busca un aprovechamiento máximo del aprendizaje propio y en conjunto, siendo el objetivo principal que la actividad sea provechosa para todos los miembros.

Cabe mencionar que su desarrollo requiere de ciertas particularidades, es por ello que Johnson et al. (1999) mencionan cinco componentes esenciales para la implementación del aprendizaje cooperativo, las cuales son:

1. Interdependencia positiva. – El docente debe aclarar a sus estudiantes que son un grupo, por ello será necesario el compromiso de cada uno de sus miembros para el cumplimiento de los objetivos grupales, es decir, el esfuerzo de cada integrante no solo beneficiará a uno sino también a los demás miembros.
2. Responsabilidad individual y grupal. – Se debe asumir la responsabilidad, tanto individual como grupal, de poder alcanzar los objetivos propuestos; no se debe olvidar que los estudiantes realizan este aprendizaje grupal para un mejor desempeño de manera individual.
3. Interacción estimuladora. - También conocida como “cara a cara”, consiste en que los estudiantes deben ayudarse, respaldarse, alentarse y felicitarse unos a otros promoviendo así el éxito educativo de cada uno y fortaleciendo el compromiso con el grupo.
4. Integración social. – Desarrollar una actividad grupal no es una tarea que pueda ser llevada a cabo tan fácilmente, pues esta requiere de determinados elementos (toma de decisiones, clima de confianza, comunicación, etc.) mismas que serán necesarias para el buen funcionamiento de los grupos de aprendizaje; es por ello que el docente debe enseñar dichas prácticas a sus estudiantes de tal manera que estos tengan una mejor experiencia y desarrollo del trabajo en equipo.
5. Evaluación grupal. – En ella los miembros del grupo analizan en qué medida se están cumpliendo los objetivos planteados, los puntos positivos de las acciones de cada integrante y qué cosas se necesitan cambiar. Es muy importante realizar esta evaluación pues permite ver si el grupo se desvió de los objetivos propuestos, cuán cerca están de alcanzarlos y determinar las acciones para encaminar a cumplirlos.

Una aclaración importante es que el aprendizaje cooperativo contiene ciertos elementos que lo diferencian del conocido “trabajo en grupo” (mismo que suele ser utilizado en aulas y justificado por el docente como la realización de un “aprendizaje significativo”), para aclarar dicha situación Pérez (2010) menciona que:

1. El trabajo en grupo no toma en cuenta la responsabilidad individual, presentándose el caso de que existan miembros que no deseen realizar el trabajo asignado provocando así que dicha “carga” sea forzosamente realizada por sus demás compañeros; esto conlleva a que muchas personas rechacen la idea de “trabajar en grupo”.
2. El aprendizaje cooperativo permite una verdadera interrelación, misma que permite el desarrollo de habilidades sociales, en cambio, el trabajo en grupo solo se centra en la agrupación de personas para el desarrollo de una actividad sin importar si se presenta una interacción significativa entre sus miembros.

En conclusión, el aprendizaje cooperativo no solo busca que un grupo de personas pueda desarrollar una determinada actividad, sino además que dicha integración permita el logro de determinados objetivos (en el caso de la educación, el desarrollo del aprendizaje) donde cada miembro tiene una responsabilidad consigo mismo y con el grupo, logrando así una verdadera interrelación entre los participantes y un aprendizaje mucho más significativo.

2.2.1.5. Aprendizaje Activo o Participativo. Diversos estudios han demostrado que el desarrollo de las clases convencionales con una duración prolongada (al menos 50 minutos, en el nivel universitario) no son tan eficaces para la asimilación de nuevos conocimientos (Restrepo & Waks, 2018). Si bien esto se debe a diversos factores, uno de los principales es la limitada capacidad de atención que tiene cada persona, por tanto, es necesario pensar en el desarrollo de clases mucho más dinámicas además de contar con un ambiente más propicio para la generación del aprendizaje.

Es por ello que surge como alternativa la denominada “teoría del aprendizaje activo” misma que, según la Consejería de Educación en Cambridge (2019) (Cambridge Assessment International Education, en inglés), puede ser conceptualizada como “un enfoque de enseñanza en el que los alumnos participan del proceso de aprendizaje mediante el desarrollo del conocimiento y la comprensión” (p. 1), es así que este enfoque busca que los estudiantes tengan un papel mucho más protagónico en su propio aprendizaje; así también, Restrepo y Waks (2018) indican que el uso del aprendizaje activo busca que los alumnos puedan:

Aprender a cooperar, a dialogar, a conceptualizar, a pensar críticamente, a investigar, a evaluar ideas de acuerdo con sus méritos y resolver problemas reales de la ciencia, el arte,

la vida profesional, de participación social y política, de producción, de consumo y de la vida personal. (p. 3)

Es decir, la implementación de un aprendizaje activo permite a los estudiantes desarrollarse tanto en lo conceptual, procedimental y actitudinal, teniendo así una formación integral que permita la construcción de su propio conocimiento como la aplicación en la resolución de problemas de la vida diaria.

Entre las características que presenta este tipo de aprendizaje se tienen las descritas por Restrepo y Waks (2018) y la Consejería de Educación en Cambridge (2019), los cuales mencionan que:

1. Se tiene un aprendizaje centrado en el estudiante, pues se utilizan técnicas que permiten a los alumnos estar involucrados y ser conscientes de su propio aprendizaje, buscando así generar un proceso de pensamiento y reflexión del conocimiento adquirido por parte del alumno.
2. Se busca que el estudiante pueda “aprender a pensar”, es decir, tenga la capacidad de llevar a cabo un análisis donde se realice preguntas, use los conocimientos que ya posee y pueda realizar abstracciones o generalizaciones (dejando así de lado el desarrollo de un pensamiento mecánico).
3. Permite el desarrollo de un aprendizaje empírico, es decir, una formación a través de la experiencia la cual genera un conocimiento-comprensión que puede ser aplicada en diferentes contextos.

Así también, los mencionados autores dan a conocer las ideas erradas respecto a esta teoría de aprendizaje:

1. Se piensa que al ser un aprendizaje “centrado en el estudiante” se deja de lado el impartir las famosas “clases magistrales”, siendo esto totalmente falso pues no se trata de que estas desaparezcan o que el alumno aprenda “completamente solo” o con la ayuda de sus compañeros, sino que el docente pueda reducir un porcentaje del tiempo empleado en las clases teóricas para aplicarlas en otras actividades más significativas para los estudiantes.
2. Muchos docentes consideran que las actividades relacionadas al aprendizaje activo consisten en que los estudiantes estén en “constante movimiento por el aula” o bien realicen un “sin fin de trabajos en grupo”; si bien es cierto que dichas actividades pueden considerarse “activas” y ayudan al desarrollo de un aprendizaje significativo, su uso

dependerá del contexto y las metas que se pretenda lograr con el alumno. No se debe olvidar que lo más importante es lograr que los estudiantes puedan reflexionar y relacionar el nuevo aprendizaje con las ideas que ya poseen, esto para tener un progreso en el conocimiento adquirido.

3. Muchas veces se piensa que, por el dinamismo y significado que produce este tipo de aprendizaje, la información brindada por el docente fue claramente comprendida por el estudiante, siendo esto subjetivo pues no se debe olvidar que un hecho puede ser interpretado de diversas maneras existiendo la posibilidad de que el alumno haya adquirido el nuevo conocimiento de manera errónea; por lo mismo es necesario el desarrollo periódico de evaluaciones para ver en qué medida se asimiló el conocimiento transmitido.

Nótese que la idea del aprendizaje activo se complementa e integra mutuamente con los subtítulos desarrollados en anteriores secciones (teniendo incluso rasgos comunes entre cada uno de ellos), esto no es de sorprender pues cada uno de ellos está enfocado en el desarrollo dinámico y significativo del proceso de enseñanza-aprendizaje; la Consejería de Educación en Cambridge (2019) respalda esta situación mencionando que las teorías detrás del aprendizaje activo son:

1. La teoría del constructivismo. – Teniendo como base todo lo desarrollado por Jean Piaget (enfocada principalmente en los conceptos de asimilación y acomodación).
2. La teoría del cognitivismo. – Pues menciona que el aprendizaje ocurre al desplazar los conocimientos adquiridos de la memoria de corto plazo a la memoria de largo plazo, teniendo así esquemas mentales más concretos.
3. La teoría del constructivismo social. – Afirmando que un elemento importante para el desarrollo del aprendizaje es la interacción social, idea desarrollada principalmente por Vygotsky.
4. El andamiaje. - La cual se basa en el apoyo que recibe un estudiante (o grupo de estudiantes) al trabajar en un objetivo de aprendizaje, esta idea está muy relacionada a la zona de desarrollo próximo de Vygotsky como a la teoría del aprendizaje cooperativo.

Todo lo desarrollado permite afirmar que esta teoría es una gran opción si se desea salir del típico esquema tradicional de enseñanza de la matemática, pues permite que los estudiantes puedan ser partícipes más activos de su propio conocimiento además de contar con la guía, apoyo y compromiso del docente; el cual debe planificar todo el proceso educativo buscando y seleccionando los elementos necesarios para que el aprendizaje sea mucho más significativo.

2.2.2. Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática

Si se desea incorporar un nuevo rumbo al desarrollo del proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática, es necesario conocer cuáles fueron los fundamentos iniciales de su enseñanza, la perspectiva actual que se tiene de la misma y los desafíos presentes en su enseñanza y aprendizaje, mismos que serán desarrollados en los siguientes subtítulos.

2.2.2.1. La Enseñanza Tradicional y la Enseñanza Actual de la Matemática. A lo largo del tiempo son muchas las visiones e ideas presentes respecto al rumbo de la enseñanza y aprendizaje de la matemática, Bonilla (1991) menciona que este problema no solo fue estudiado por matemáticos o profesores, dando a conocer tres perspectivas importantes de cómo debe ser desarrollada la enseñanza de la matemática:

1. El conocimiento se transmite verbalmente, por ello es necesario la buena articulación y presentación del material de enseñanza.
2. El uso de material didáctico facilita la enseñanza de la matemática.
3. La mecanización y práctica constante de la matemática permite una buena enseñanza de la misma.

Los primeros dos puntos corresponden a la postura de Platón y Montessori respectivamente, siendo que:

1. Para Platón, el aprendizaje es una recepción pasiva de la información donde “enseñar” equivale a “decir” y aprender a “haber escuchado”, es decir, es necesario expresar con claridad las ideas dejando el aprendizaje del alumno a su buena atención. Considera la matemática como un componente fundamental de una formación integral, pues permite la reflexión y conduce al estudiante por “el camino del bien”, haciendo así que el estudiante no se conforme con la primera impresión y pueda avanzar de la imaginación a la razón.
2. Para Montessori, la mente humana es considerada como una “mente matemática”, esto debido a que, durante las actividades diarias, constantemente se emplean medidas visuales o se aplican relaciones matemáticas (ya sea al cruzar una calle o subir las escaleras); otro ejemplo de ello son los edificios o instrumentos construidos por las civilizaciones antiguas, siendo este un fruto de una mente matemática madura. Según Montessori, esta mente matemática está presente en los niños y afirma que la misma puede ser desarrollada a partir del uso y apoyo del material didáctico.

Respecto al tercer punto, Arce et al. (2019) menciona que en la actualidad son dos las corrientes que intentan explicar cómo se produce el proceso de enseñanza-aprendizaje en el ámbito escolar: la corriente empirista (o transmisiva) y la corriente constructivista; la educación matemática fue influenciada por la primera y en la actualidad aún se encuentra vigente, teniendo como base la propuesta realizada por Edward L. Thorndike a principios del siglo XX, siendo considerado como el padre fundador de la “psicología para la instrucción matemática”.

Entre las teorías desarrolladas por Thorndike, Bonilla (1991) menciona las denominadas “ligas” o “nexos”, mismas que pueden ser entendidas como el resultado de la relación entre un estímulo y su respuesta, por ejemplo: en una operación aritmética se tiene que “ $2 + 2$ ” es un estímulo y “4” su resultado; es así que esta teoría presenta su base en el conductismo dando como resultado la “mecanización” en la matemática.

Así también, la autora menciona que para Thorndike:

La tarea del profesor consiste exclusivamente en proveer y supervisar una mecanización y práctica adecuadas, en cantidad y orden, para cada clase de problemas. El maestro debe identificar los nexos de los que está constituido cada tema a enseñarse, para así ordenarlos de acuerdo a su grado de dificultad, partiendo de los que considere más fáciles. (p. 26)

Es así que, según esta teoría, la función del docente consiste en adiestrar al estudiante en la resolución de ejercicios y mostrarle una determinada estrategia para cada clase de problemas (dejando la función del alumno a la práctica constante de dicha estrategia). Dicha teoría fue objetada por el psicólogo William Brownell, quien afirmaba que la comprensión no debe estar fundamentada en una infinidad de respuestas automáticas, sino que esta debe promover el desarrollo de un aprendizaje significativo (Bonilla, 1991).

Si bien en la actualidad la enseñanza y aprendizaje de la matemática es fundamentada y guiada por la teoría de Thorndike, Gómez (2008) menciona los puntos débiles en esta forma de educación, siendo los más resaltantes:

1. La enseñanza de la matemática continúa siendo realizada como hace 100 años, teniendo como único cambio notable la incorporación de la calculadora (la cual sirvió de ayuda para la solución de cálculos complejos, ej.: El logaritmo de un número).
2. A menudo el docente continúa utilizando el mismo libro para el desarrollo de sus clases, teniendo prácticamente “una copia exacta” del texto empleado.

3. Existe una falta de actualización por parte de los docentes, teniendo como justificación que: ya es muy tarde para “actualizarse” en nuevas técnicas y metodologías o bien se sienten cómodos enseñando los temas “tal cual se lo enseñaron a él”.

Dicha situación necesariamente debe ser cambiada pues, como menciona Alsina (1995) citado por Gómez (2008) “Los estudiantes quieren aprender, pero de forma agradable y entretenida, con ganas de volver el próximo día a clase. Por eso sería interesante cambiar esta mecánica tradicional por una de más nueva adecuada a las necesidades de los interesados” (p. 9), es por ello que en la actualidad las investigaciones relacionadas al proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática toman como referencia lo establecido por Brownell y la corriente del constructivismo desarrollada por Piaget, Vygotsky o Ausubel (Arias et al., 2019); autores que en su momento también dieron aportes a la educación matemática.

No se puede objetar que la aplicación de la teoría de Thorndike es necesaria para el aprendizaje de conceptos matemáticos que requieren memorización (como aprender la tabla de multiplicación en la educación inicial), sin embargo, si el estudiante presenta una mayor destreza cognitiva en la matemática es fundamental prepararlo para que este pueda pensar de manera más abstracta (además de utilizar su razonamiento); es por ello que los aportes actuales deben estar enfocados en desarrollar una enseñanza matemática diferente a la tradicional y tomar en consideración los actuales paradigmas de educación, siendo su horizonte favorecer la creatividad y motivar a los estudiantes.

2.2.2.2. Retos Actuales en la Enseñanza y Aprendizaje en la Matemática. Gómez (2008) afirma que es usual escuchar a los profesores decir frases como “...estos conceptos..., ya verán su utilidad cuando estudien esta asignatura...”, dejando así que la educación matemática en colegio sea reducida solo a la aplicación de determinadas fórmulas sin especificar el significado o uso que presentan; es por ello que el autor da a conocer una interesante cita de Sixto Ríos (1996) misma que presenta una visión respecto a la educación matemática, menciona que:

Actualmente se considera que la forma tradicional de enseñar las matemáticas es comparable a un edificio acabado donde se parte de unos axiomas y se demuestran lemas, teoremas y corolarios en una sucesión extremadamente aburrida (al menos para el 95% de los estudiantes), acabando con unos ejercicios que van de las cosas triviales a las ingeniosas; pero están siempre tan lejos de sus aplicaciones reales como de la teoría expuesta [...]. Los

problemas de la realidad no se presentan nunca como ejercicios al final de las lecciones de un libro tradicional de matemáticas, que comienzan con frases como las siguientes: demostrad que si E es un espacio vectorial... Probar que si f es de clase... Son totalmente opuestos al tipo: ¿cómo puede evolucionar una población de 1000 peces que se colocan en un vivero...? ¿cómo podemos descubrir el movimiento de un satélite que...? (p. 10).

Es así que la orientación actual de la educación matemática debe considerar que lo que se enseñe tenga significado y sentido para el estudiante, es decir, se debe reflexionar para que esta pueda establecer una conexión lo más cercana posible a la realidad.

Así también Ruíz (2008) presenta un artículo donde es posible evidenciar los problemas actuales que presenta la enseñanza y aprendizaje de la matemática, entre ellos se tiene:

1. Cada vez son más los estudiantes que optan por estudiar disciplinas diferentes a las científicas, esto debido a que la enseñanza en las escuelas no brinda una adecuada comprensión de las mismas. Si bien es cierto que no toda persona debe dedicarse específicamente a las ciencias exactas o aspectos científicos, es necesario brindar a los estudiantes un buen conocimiento de la misma y evitar el temor a realizar una investigación (situación que debe partir desde la educación regular); no se olvide que, sea cual sea el área que uno se dedique, necesariamente se verá involucrada el desarrollo de una investigación científica.
2. Existen profesores que, a pesar de tener un excelente conocimiento en temas matemáticos, carecen de formación didáctica; no se debe olvidar que el dominio sobre un determinado tema no garantiza la competencia de poder explicarlo (es decir, que sea comprendido por el estudiante), por ello es totalmente necesario que todo docente cuente con estrategias de enseñanza y una formación en didáctica o pedagogía.
3. Muchas veces los profesores dan mayor prioridad a los estudiantes que presentan “más talento” en el aprendizaje de la matemática, pero se olvidan de aquellos alumnos que carecen de potencial para el mismo; dicha situación requiere considerar las diferencias individuales e intentar realizar un trabajo diferenciado (es decir, una enseñanza de acuerdo a las características que tenga el estudiante).

Finalmente, Arce et al. (2019) menciona tres factores a considerar si se desea renovar la enseñanza-aprendizaje de la matemática:

1. Vivimos en una sociedad que cuenta con una gran cantidad de datos, mismos que permiten conocer cuál es la situación actual en el mundo; para poder desenvolverse en este entorno es necesario que toda persona pueda contar con una “alfabetización matemática”, es decir, “llegar a comprender y organizar datos e informaciones matemáticas” (p. 33).
2. Es común seleccionar a los estudiantes que cuentan con mayores capacidades matemáticas haciendo que esta sea vista como “elitista”, por tanto, se debe luchar para “ofrecer la mejor educación matemática al mayor número posible de personas” (p. 34).
3. Si bien es cierto que existen diversas corrientes y teorías que tratan de explicar el proceso de enseñanza-aprendizaje, su aplicación a la educación matemática no presenta resultados tan positivos, esto debido a que fueron desarrolladas de manera general y no precisamente para el área de la matemática, por tanto, es necesario llevar a cabo estudios específicos respecto a la enseñanza de la misma.

En conclusión, uno de los retos más importantes es que la enseñanza de la matemática pueda tomar un rumbo distinto, enfocado principalmente en:

1. Establecer una conexión lo más cercana posible a la realidad y no así a situaciones que podrían considerarse como “ficticias”.
2. Hacer que su enseñanza sea accesible para todos los estudiantes, dando incluso mayor prioridad a los alumnos que, aparentemente, carecen de habilidad en la misma.

Si bien es cierto que no existe una “receta” que permita determinar cuál es la mejor forma de enseñanza, es posible afirmar que un docente necesita de variadas “herramientas de aprendizaje” que permitan hacer del proceso de enseñanza-aprendizaje una experiencia más dinámica, permitiendo así que el conocimiento impartido sea más significativo para el estudiante (además de ser partícipe en su propio aprendizaje), como menciona Gómez (2008):

Se trata, pues, de ofrecer una nueva orientación al carácter formativo de las matemáticas. La innovación es esencial, y no tan difícil como parece. La dificultad no radica en la misma innovación, sino en el hecho de que uno quiera o no quiera innovar [...] Se trata de situar la enseñanza en un status que favorezca la creatividad, en lugar de fomentar la memorización y los retorcidos algoritmos mecánicos de cálculo. (p. 12)

2.2.3. Dificultades en el Aprendizaje

Es común observar que, durante la enseñanza de una materia, existen estudiantes que, a pesar de que el docente tenga la mejor predisposición de enseñar, cuente con un “arsenal” de métodos y técnicas que permitan hacer más llamativo su aprendizaje e incluso sea considerado como “uno de los mejores profesores”, cuenten con dificultades para entender la misma. Si bien es cierto que estas causas pueden deberse a diversos factores, en los siguientes subtítulos se verá cuáles son los más comunes y que necesitan ser conocidos por los profesores de matemática.

2.2.3.1. Definición Dificultades Aprendizaje. Son diversas las definiciones e ideas referidas a las dificultades en el aprendizaje (usualmente abreviado como “DA”). Para un mejor entendimiento, Fiuza y Fernández (2014) presentan su recorrido histórico destacando tres etapas:

1. Etapa de la fundación (1800-1963). - En esta etapa las DA fueron asociadas a personas que perdían el habla pero no su inteligencia (trastorno actualmente conocido como “afasia”) afirmando que la causa se debía a factores neuropsicológicos; diversos estudios reafirmaron estas consideraciones además de añadir casos de lesiones cerebrales que originaban dificultades en la lectura (esto sin afectar la función del habla), también se estudió la dislexia y se desarrollaron materiales instruccionales para niños con retraso mental (mismos que fueron aplicados para las DA).
2. Etapa de los primeros años (1963-1990). - En esta etapa las DA eran consideradas como problemas relacionados al lenguaje (habla, comprensión, lectura, escritura y deletreo) y de causas neurológicas, ignorando totalmente otros factores interrelacionados. El aporte más importante fue desarrollado por Samuel A. Kirk (1962) considerado como el “Padre de la teoría de las dificultades de aprendizaje”, mismo que ofreció una mejor comprensión de las DA además de brindar su modelo teórico de funcionamiento psicolingüístico, siendo esta la base para enfrentar las DA desde el ámbito educativo. Debido a los grandes avances que se tuvieron, en esta época se usa oficialmente el término “dificultades de aprendizaje”, viendo además que estas abarcan problemas académicos como otros que no lo son (ej.: problemas visomotores).
3. Etapa actual (1990-). – En la actualidad ya se tiene una mejor concientización social, aclaración de falsas concepciones y conocimiento óptimo sobre la temática; si bien aún se continúa teniendo debates respecto a su definición, ya es posible su identificación en las diversas etapas de vida de una persona (priorizando su detección en temprana edad) esto

debido al desarrollo de asociaciones profesionales específicas como las aproximaciones teóricas.

Es así que las DA, en un inicio, fueron mayormente relacionadas a problemas neurológicos y requirió de bastantes estudios para tener una idea más clara del mismo. Corral et al. (2018) citando a Garibaldi (2011), Peñaloza (2016) y la Organización de Estados Iberoamericanos (OEI, 2009) presentan una idea que engloba todas las particularidades anteriormente vistas, afirmando que las dificultades en el aprendizaje:

Se refiere a un grupo heterogéneo de trastornos que se manifiestan por dificultades significativas en la adquisición y uso de la escucha, habla, lectura, escritura, razonamiento o habilidades matemáticas. Estas dificultades son intrínsecas al individuo quien las padece y pueden ser debidas a problemas afectivos o socio-familiares, pueden estar asociadas a alteraciones pedagógico-institucionales, neurológicas, etc., o a desventajas económicas, culturales y emocionales. (p. 52)

Una idea similar es presentada por Fiuza y Fernández (2014) agregando adicionalmente que las personas con DA "cursan, además, con problemas de personalidad, auto-concepto y sociabilidad, y pueden ocurrir a lo largo del ciclo vital del sujeto" (p. 25). Tomando en cuenta ambas consideraciones, es posible concluir que los principales elementos en las DA son:

1. Factores neurológicos, biológicos y genéticos.
2. Dificultades en áreas académicas, como la lectura, escritura y matemática (disciplinas elementales en una persona).
3. Problemas de personalidad, siendo esta una causa y no un efecto.

Teniendo así que las DA no solo implican factores neurológicos, sino también otros factores los cuales no suelen ser considerados e inclusive son desconocidos, de ahí la importancia de que el docente pueda contar con un mínimo conocimiento de las mismas y, en caso de estar presente en alguno de sus estudiantes, pueda saber cómo enfrentarlo.

2.2.3.2. Tipos de Dificultades. Si se decide analizar los documentos relacionados a las dificultades en el aprendizaje, en su mayoría están centradas en niños (pues es la edad donde se tienen los primeros indicios y se recomienda pueda tratarse) o bien deciden abordar temas como la dislexia o discalculia; debido a que las DA implican mucho más (como se vio en la anterior sección) Romero y Lavigne (2005) mencionan que estas pueden clasificarse en:

1. Problemas escolares (PE).
2. Bajo rendimiento Escolar (BRE).
3. Dificultades Específicas de Aprendizaje (DEA).
4. Trastorno por Déficit de Atención con Hiperactividad (TDAH).
5. Discapacidad Intelectual Límite (DIL).

Siendo el de mayor interés las DEA, pues en ella se encuentra las dificultades de aprendizaje de la matemática (DAM).

2.2.3.3. Dificultades o Deficiencias en el Aprendizaje de la Matemática. La matemática, según opinión de los estudiantes, es considerada como una de las materias que mayor grado de dificultad presenta, situación que puede ser comprendida e incluso justificada pues esta se caracteriza por un aspecto lógico (deductivo-formal), una estructuración “compleja” de conceptos y el uso de un lenguaje formal distinto al empleado en la cotidianidad (Fiuza & Fernández, 2014).

Por ello es posible encontrar alumnos que presentan DAM la cual, dentro de las DA, es considerada como una dificultad específica de aprendizaje (junto con las de lectura y escritura), esta puede manifestarse desde la educación inicial e inclusive extenderse hasta la edad adulta afectando el razonamiento y competencias matemáticas (Corral et al., 2018); se caracteriza por involucrar dificultades en el cálculo, en la solución de problemas o bien en aspectos personales (Romero & Lavigne, 2005).

Las DAM, según lo establecido por Carrillo (2009) y contrastado con el estudio de las DAM presentada por Fiuza y Fernández (2014), pueden clasificarse en:

- **Dificultades Relacionadas con la Propia Naturaleza de la Matemática**

Esto debido al nivel de abstracción, precisión y exactitud con la que son presentadas sus conceptos (pudiendo generar cierta ansiedad en los estudiantes); entre sus dificultades se tiene:

1. Complejidad en los conceptos. – Si bien es cierto que la matemática presenta conceptos y definiciones no tan “intuitivas”, la explicación poco clara del profesor suele causar confusión en los estudiantes, misma que suele ser “solucionada” por el docente usando analogías, presentándola en términos más abstractos o mediante la imposición de fórmulas; ejemplo de ello es la definición de “funciones trigonométricas” la cual suele ser presentada

como el resultado de un número insertado en una calculadora (dejando así de lado la construcción y significado que presentan).

2. Estructura jerárquica de los conocimientos matemáticos. – Los contenidos matemáticos pueden ser comparados a una cadena, donde cada conocimiento va enlazado con otro mediante una estructura lógica; si dicho contenido no es presentado de manera óptima se corre el riesgo de que los alumnos tengan dificultades y lagunas en su aprendizaje o se pierda el interés por la materia.
3. Carácter lógico. – La presentación deductiva de los conceptos matemáticos es considerada como una de las principales dificultades, esto debido a que los docentes no trabajan en el desarrollo del razonamiento lógico reduciendo la enseñanza de la matemática a un procedimiento mecánico; situación poco provechosa ya que esta es necesaria en todo nivel de aprendizaje de la matemática (incluso en la vida misma).
4. Lenguaje matemático. – La matemática, al igual que la música, presenta una serie de símbolos los cuales permiten expresar todas las ideas, conceptos y reglas que posee; al ser “un nuevo lenguaje” es necesario preparar al estudiante para evitar conflictos en su interpretación.

Todas estas problemáticas son situaciones vividas dentro del aula y muchas veces no suelen ser consideradas ni tomadas en cuenta por los profesores, teniendo como consecuencia la dificultad en la adquisición de nuevos conocimientos matemáticos.

- **Dificultades Relacionadas con la Organización, Enseñanza y Metodología**

Cada institución escolar, e inclusive los propios profesores, suele tener su propia metodología, estilo de enseñanza y recursos empleados, mismos que pueden ser apropiados o no para los estudiantes en general (esto debido a que cada alumno tiene sus propias necesidades y características).

La primera de estas dificultades está relacionada a la enseñanza “inadecuada” de la materia, no se debe olvidar que los contenidos aprendidos deben tener sentido para los alumnos de tal manera que estos no lo vean como ajenos o extraños (siendo este el horizonte que debe guiar al docente), dicha dificultad presenta dos características:

1. Ausencia o falta de dominio de conocimientos previos. – La falta en la comprensión de conocimientos previos hace que exista una carencia en el aprendizaje de la matemática,

complicando así la incorporación de nuevos saberes y creando un sentimiento de fracaso en los estudiantes; por ello es importante que el docente pueda identificar estas dificultades antes de continuar con el avance de la materia.

2. Nivel de abstracción. - Muchas veces los estudiantes no suelen estar listos para profundizar en determinados conceptos matemáticos, dicha situación suele estar relacionada al punto anteriormente mencionado o al hecho de que el estudiante aún no cuenta con las habilidades exigidas.

La segunda de estas dificultades está relacionada a la forma de enseñanza empleada por el docente, esto debido a que no suele considerar las características de sus alumnos (tanto de forma individual como grupal), es por ello que la metodología empleada suele resultar ineficaz debido a:

1. Exposición inadecuada del contenido. - Muchas veces el docente no explica los contenidos con claridad, su exposición carece de estructuración, presenta ejercicios confusos o bien desconoce el progreso real de sus alumnos; ya se mencionó que para la transmisión de un conocimiento es necesaria la preparación de un buen material de enseñanza, por tanto, es deber del docente presentar los contenidos de manera sistemática y repetirlos las veces que sea necesario para que el estudiante pueda comprenderlos.
2. Ritmo de trabajo. – Si bien es cierto que el tiempo no permite la profundización en determinados temas, será decisión del docente ver el ritmo con el cual se desarrollará un contenido, para ello puede tomar como referencia el avance que presenta cada alumno y no intentar cubrir “a la fuerza” todo el temario planeado, no se olvide que “cantidad” no es lo mismo que “calidad”.
3. Falta de recursos de aprendizaje. –Si bien es cierto que cada docente cuenta con el apoyo de un conjunto de recursos didácticos, en la práctica dichos recursos no son utilizados correctamente o simplemente se carece de su utilidad. Si se desea ver resultados positivos en el proceso de enseñanza-aprendizaje, será necesario que el docente los use de manera correcta y prepare con anterioridad (teniendo como guía los objetivos planificados).

- **Dificultades Procedentes del Propio Alumno**

Así también, es posible encontrar ciertas dificultades en el aprendizaje de la matemática vinculadas directamente con el alumno (siendo en su mayoría factores internos), entre ellas se tienen:

1. Creencias sobre la matemática. - Uno de los obstáculos que deben enfrentar los profesores son las creencias que los alumnos puedan tener sobre la matemática, esto debido a que muchos estudiantes la consideran como una materia abstracta, dominada por reglas, desvinculada de aplicaciones a la "vida real" y cuya comprensión está destinada solo a los más "dotados"; la solución a este problema dependerá de las características que presenten los alumnos, siendo necesaria la observación del docente para poder identificarlas.
2. Procesos de desarrollo cognitivo. - Muchas de las DAM suelen ser producto de un procesamiento de información inadecuado, Carrillo (2009) menciona que "los conocimientos matemáticos son interdependientes y su estructura es jerárquica" (p. 6), es decir, muchas de las dificultades son consecuencia de aprendizajes mal asimilados los cuales dificultan la conexión con otros conocimientos; entre los mencionados por la autora se tienen las "dificultades relacionadas con la resolución de problemas" misma que, según Romero y Lavigne (2005) puede ser descompuesta como: dificultades en el proceso de traducción, integración, planificación, realización de operaciones y revisión y control.
3. Causas internas de DAM. - Estas están relacionadas con posibles alteraciones neurológicas o trastornos consecuencia de lesiones cerebrales posterior a la adquisición de determinadas actividades matemáticas, ejemplo de ello son la acalculia y la discalculia. Si bien es cierto que dichas dificultades requieren una atención especializada, es necesario que el docente tenga un conocimiento básico de las mismas.

Se recomienda que las DAM puedan ser identificadas en edades tempranas, esto debido a que suelen ser más difíciles de solucionar al pasar el tiempo (Romero & Lavigne, 2005). Fiuza y Fernández (2014) mencionan que los primeros indicadores de estas dificultades se dan cuando:

1. El rendimiento académico del estudiante en la materia se sitúa por debajo de lo esperado (aun cuando cuente con un coeficiente intelectual promedio).
2. Dicho rendimiento académico no sea ocasionado por un déficit sensorial (es decir: motórico, visual y/o auditivo).

Si se desea confirmar que un estudiante cuenta con DAM, es posible aplicar determinadas pruebas psicológicas (donde se miden los procesos cognitivos y neuropsicológicos relacionados a las tareas matemáticas) o bien pruebas pedagógicas (las cuales están estandarizadas y permiten comparar los resultados con los parámetros establecidos para su edad). En caso de que las DAM no requieran de una atención especializada, Corral et al. (2018) recomienda lo siguiente:

1. Establecer cuál es el estilo de aprendizaje del estudiante (visual, auditivo, kinestésico, etc.) y buscar estrategias que le permitan aprender de acuerdo a ese estilo.
2. Enseñar al estudiante a traducir el lenguaje común al lenguaje matemático (proceso conocido como “simbolización”).
3. Realizar actividades prácticas para el fortalecimiento de las destrezas de comprensión y razonamiento matemático (priorizando en la retroalimentación de sus errores). Se recomienda que los ejercicios desarrollados en clases puedan ser explicados paso a paso.
4. Trabajar los ejercicios matemáticos de manera verbal antes de su planteamiento numérico.
5. Estimular la relectura del material.
6. Fomentar el desarrollo del vocabulario matemático.
7. Hacer que el estudiante pueda comprender los procedimientos, conceptos y operaciones matemáticas en la resolución de los ejercicios.
8. Fortalecer (o reforzar) las nociones básicas de matemática.

Por tanto, si se desea innovar y mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, es necesario que cada docente pueda conocer las diversas dificultades presentes en su aprendizaje, mismas que tienen como causa diversos factores (tanto internos como externos) los cuales influyen en el estudiante, estos forzosamente deben ser considerados por el profesor y solucionados en la medida de sus facultades.

2.2.4. Estrategias Metodológicas

2.2.4.1. Las Estrategias Metodológicas y su Caracterización. Si uno decide buscar la palabra “estrategia” es posible encontrarse con diversas definiciones e interpretaciones las cuales dependen del contexto, de manera general, Latorre y Seco del Pozo (2013) citado por Blandón (2017) mencionan que una estrategia puede ser entendida como “un procedimiento heurístico que permite tomar decisiones en condiciones específicas [...] es un conjunto finito de acciones no estrictamente secuenciadas que conllevan un cierto grado de libertad y cuya ejecución no garantiza la consecución de un resultado óptimo” (p. 43), es decir, una estrategia puede ser considerada como un grupo de pasos para el desarrollo de una determinada actividad.

Enfocada al contexto de la educación se tienen las denominadas “estrategias metodológicas” mismas que, según el Ministerio de Educación de Bolivia (2015b), pueden ser entendidas como la forma de selección y organización de un conjunto de métodos, técnicas y procedimientos enfocados

al cumplimiento de determinados objetivos. A la par de esta idea se tiene lo establecido por Arguello y Sequeira (2016) afirmando que las estrategias metodológicas son:

Un conjunto de procedimientos que sirven a los docentes para mejorar el proceso enseñanza-aprendizaje. Estas deben seleccionarse y aplicarse de acuerdo a los contenidos y características particulares de los estudiantes de manera estructurada, que permitan el desarrollo de habilidades de comprensión generando aprendizajes significativos. (Resumen, parr. 1)

Es así que, para la presente investigación, una estrategia metodológica será conceptualizada como “un conjunto de procedimientos (métodos, técnicas, recursos, etc.) que sirven a los docentes para la mejora del proceso enseñanza-aprendizaje, estas son seleccionadas y aplicadas de acuerdo a las características de los estudiantes permitiendo el cumplimiento de determinados objetivos (aprendizaje significativo de contenidos)”.

Cabe mencionar la confusión existente entre las “estrategias metodológicas” y las denominadas “estrategias didácticas” (siendo catalogadas incluso como sinónimos) mismas que, según la Subdirección de Currículum y Evaluación de la Universidad Tecnológica de Chile INACAP (2017):

Estrategia didáctica: Son procedimientos organizados que tienen una clara formalización/definición de sus etapas y se orientan al logro de los aprendizajes esperados. A partir de la estrategia didáctica, el docente orienta el recorrido pedagógico que deben seguir los estudiantes para construir su aprendizaje. (p. 2)

La mencionada institución manifiesta que las estrategias didácticas, como muchos otros elementos relacionados a la organización y desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje, son parte y están incluidas dentro de las estrategias metodológicas; para dejar ese hecho en claro presentan la siguiente definición.

Estrategia Metodológica: Conjunto integrado y coherente de estrategias y técnicas didácticas, actividades y recursos de enseñanza – aprendizaje. Facilitan el desarrollo de los aprendizajes esperados, según los principios pedagógicos de la formación orientada al desarrollo de competencias. Favorecen en los estudiantes el desarrollo de la capacidad de adquisición, interpretación y procesamiento de la información. (p. 1)

Ya aclarada esta situación, se procede a establecer algunas características de las estrategias metodológicas asumidas por el Ministerio de Educación de Bolivia (2015b), entre ellas se tiene:

1. Las estrategias metodológicas son acciones flexibles, adecuadas a diversas realidades y circunstancias, es decir, su uso o empleo no implica que deba ser cumplida al “pie de la letra”, al contrario, dicha estrategia puede sufrir diversas modificaciones según las circunstancias que se presentan.
2. Es considerada una guía de acción, por lo mismo será necesario una adecuada planificación, control y ejecución de los recursos y técnicas a emplear durante el desarrollo de las actividades.
3. Su selección será realizada de acuerdo a la acción pedagógica, es decir, dependerá mucho de las metas a lograr durante el proceso de enseñanza-aprendizaje (como ser: despertar el interés, fomentar la participación, etc.).

Por tanto, las estrategias metodológicas constituyen la base en la cual el docente construirá todo el proceso destinado al desarrollo de la enseñanza y aprendizaje de un determinado conocimiento.

2.2.4.2. Estrategias de Enseñanza y Aprendizaje. En la anterior sección se pudo evidenciar que las estrategias metodológicas permiten organizar el procedimiento para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje tomando en cuenta determinados medios y características de los estudiantes, lo que debe quedar claro es que, en dicho proceso, se tiene la intervención tanto del docente como de los estudiantes; para contextualizar mejor la idea, Arguello y Sequeira (2016) mencionan que:

Los profesores utilizan estrategias para planificar actividades, generar aprendizajes en los estudiantes, explorar conocimientos previos, cumplir con los objetivos de competencia, evaluar los aprendizajes, además le permiten la evaluación, hetero evaluación, a estas se les pueden llamar estrategias de enseñanza, en cambio, las estrategias de aprendizaje son procedimientos, conjunto de pasos que el estudiante adquiere y emplea de forma intencional como instrumento flexible para aprender significativamente. (p. 5)

Es decir, tanto el docente como los estudiantes cuentan con determinadas estrategias las cuales son parte de una estrategia metodológica; es por ello que se decide dar una aclaración de las mismas mostrando las características que presentan.

- **Estrategias de Enseñanza**

Parra (2003) citado por Blandón (2017) menciona que las estrategias de enseñanza son “los procedimientos utilizados por el docente para promover aprendizajes significativos, implican actividades conscientes y orientadas a un fin” (p. 44), es decir, este tipo de estrategias son utilizadas exclusivamente por el profesor permitiendo la guía y organización para el aprendizaje de los alumnos; cabe mencionar que toda su estructuración debe estar centrada en poder motivar al estudiante a aprender.

Según Blandón (2017) las estrategias de enseñanza:

1. Deben ser funcionales y significativas, es decir, deben incrementar la calidad de las actividades previstas teniendo un tiempo adecuado para su implementación.
2. Se debe mostrar la importancia de su uso en el aprendizaje de un determinado contenido.
3. Debe ser directa, informativa y explicativa.
4. Debe tener relación con la temática abordada y las percepciones que el estudiante tenga sobre la misma.
5. Los materiales empleados deben estar bien elaborados y ser de fácil uso.

El buen funcionamiento de estas estrategias requerirá del compromiso y dedicación tanto del docente como los estudiantes.

- **Estrategias de Aprendizaje**

Romero (2009) citado por Arguello y Sequeira (2016) afirma que una estrategia de aprendizaje puede ser entendida como “el conjunto de actividades mentales empleadas por el estudiante, en una situación particular de aprendizaje, para facilitar la adquisición de conocimientos” (p. 6); así también se tiene la definición brindada por Díaz y Hernández (2002) citado por Blandón (2017) mencionando que “es un procedimiento (conjunto de pasos o habilidades) que un alumno adquiere y emplea de forma intencional como instrumento flexible para aprender significativamente y solucionar problemas y demandas académicas” (p. 45). Por tanto, las estrategias de aprendizaje son procedimientos mentales empleados por los estudiantes para el desarrollo de un aprendizaje significativo y autónomo.

Entre sus características, Blandón (2017) menciona las siguientes:

1. Su aplicación no se basa en un proceso automático, sino en una actividad controlada.

2. El estudiante deberá seleccionar sus propios recursos y organizar sus horarios de aprendizaje, esto según las capacidades y tiempos disponibles.
3. Las estrategias empleadas estarán constituidas por otros elementos como ser: las técnicas de aprendizaje, destrezas o habilidades.

En conclusión, estas estrategias son exclusivas de los estudiantes y su efectividad requerirá de un gran compromiso, autorregulación y reflexión continua.

Para finalizar, González (2001) citado por Blandón (2017) menciona la vinculación y diferencias existentes entre la enseñanza y aprendizaje: “El aprendizaje y la enseñanza son dos procesos distintos que los profesores tratan de integrar en uno solo: el proceso enseñanza-aprendizaje. Por tanto, su función principal no es sólo enseñar, sino propiciar que sus alumnos aprendan” (p. 45), es decir, tanto las estrategias de enseñanza como aprendizaje deberán ser conocidas por el docente si es que este desea producir un aprendizaje significativo en el estudiante, ya que su labor no solo se reduce a la enseñanza de determinados conceptos, sino también involucra despertar la motivación en el alumno y fomentar su autoaprendizaje.

2.2.4.3. Metodologías Activas Participativas. Si se decide observar la definición adoptada para la presente investigación, se tiene que las estrategias metodológicas están destinadas al cumplimiento de determinados objetivos donde el estudiante pueda ser partícipe de su propia educación (es decir, tenga un aprendizaje activo y significativo). Para lograr esta finalidad será necesario contar con un tipo especial de estrategias metodológicas destinadas a fomentar dicha participación, mismas que son conocidas como “metodologías activas participativas” o simplemente llamadas “metodologías activas”.

Puga y Jaramillo (2015) mencionan que este enfoque tuvo sus inicios en el siglo XVIII gracias a Johann Heinrich Pestalozzi, defensor del aprendizaje a través de la práctica y observación; sin embargo, no es hasta finales del siglo XIX e inicios del siglo XX donde se fundamentan sus bases mediante el movimiento conocido como “Educación Nueva” (siendo estos los pilares de la metodología activa).

Buscaba cambiar el rumbo de la educación tradicional para darle un sentido activo al introducir nuevos estilos de enseñanza. El alumno se convierte en el centro del proceso educativo, se rechaza el aprendizaje memorístico y se fomenta el espíritu crítico [...] las cosas en lugar de las palabras; el estudio por la observación personal en lugar del

conocimiento por el maestro; la construcción real acompañada de la explicación teórica, etc. (Gima, 2008, p. 5 como se citó en Puga & Jaramillo, 2015, p. 297)

Teniendo este antecedente, Puga y Jaramillo (2015) mencionan que las metodologías activas pueden ser entendidas como “aquellos métodos, técnicas y estrategias que utiliza el docente para convertir el proceso de enseñanza en actividades que fomenten la participación activa del estudiante y lleven al aprendizaje” (p. 297), es decir, estas forman a ser parte de las estrategias metodológicas siendo su finalidad la participación del estudiante.

Tanto Mendoza (2019) como Puga y Jaramillo (2015) afirman que las metodologías activas buscan que el estudiante pueda desarrollar habilidades como la autonomía, trabajo en equipo, participación, comunicación, cooperación y creatividad, es decir, un pensamiento crítico y valores. Así también López (2007) y Serna et al. (2013) citados por Blandón (2017) mencionan que las metodologías activas:

1. Permiten el cambio de la enseñanza centrada en el docente por la enseñanza centrada en los estudiantes, siendo encaminados por la pregunta ¿Qué vamos a aprender?; este aspecto permite establecer una diferencia con la educación tradicional, pues permite una interacción más directa entre el profesor y los alumnos.
2. El “aprender” adquiere un nuevo significado separándose de la idea de “acumulación mecánica de conocimientos”, siendo ahora caracterizada por la adquisición de saberes mediante la resolución de problemas; cabe aclarar que esta idea no descarta ni está en contra de la denominada "enseñanza mecánica" pues, como se mencionó en anteriores secciones, habrán determinados conocimientos que necesariamente deberán ser memorizados para su posterior aplicación.
3. Se caracterizan por la comunicación y participación de todos los alumnos, donde es posible observar: responsabilidad, motivación, creatividad y calidad en los trabajos, intercambio de puntos de vista, consolidación e interpretación de lo estudiado en clase y compañerismo entre todos (es decir, valores actitudinales).

Por tanto, las metodologías activas resultan ser una alternativa si se quiere lograr un aprendizaje activo y significativo en los estudiantes, siendo distinto a lo establecido por la enseñanza tradicional e implicando mayor dedicación del docente para su desarrollo, permitiendo además obtener resultados positivos y una nueva perspectiva innovadora para la educación.

2.2.5. Métodos y Técnicas de Enseñanza

Puga y Jaramillo (2015) afirman que:

El conocimiento matemático utiliza al profesor para la planeación de secuencias didácticas de estudio, diseñadas especialmente para desarrollar las habilidades y necesidades cognitivas de sus estudiantes y que pueden ser modificadas de acuerdo con el progreso y dificultades que vaya observando en ellos. (p. 295)

Es así que, si se desea aplicar una metodología activa o cualquier otra estrategia metodológica, es necesario contar con ciertos elementos específicos que sirvan de complemento y apoyo para cumplir su finalidad, los mismos serán desarrollados en los siguientes subtítulos.

2.2.5.1. Definición y Características Métodos de Enseñanza. Al buscar información, ya sea en internet, libros, artículos científicos, etc., es posible observar que cada uno presenta una definición distinta del “método de enseñanza” de acuerdo a diversas perspectivas, objetivos e inclusive ideologías, llegando a ocasionar confusiones basadas principalmente en su significado o función. A manera de ejemplo se presentan las definiciones encontradas en los trabajos de Vargas (2011), Huanca (2017) y Mendoza (2019):

1. Vargas define el método de enseñanza como “el conjunto de conocimientos, momentos y técnicas lógicamente articulados para llevar a cabo un proceso de aprendizaje hacia un determinado objetivo” (p. 31); afirmando además que el método es el encargado de unir todos los pasos del proceso de enseñanza-aprendizaje.
2. Huanca utiliza la palabra “método de aprendizaje” y la define como “un conjunto de disponibilidades personales e instrumentales que, en la práctica formativa, deben organizarse para promover el aprendizaje” (p. 30) procediendo luego a usar esa definición para la planificación del docente.
3. Por su parte Mendoza presenta la definición de “método” como “el elemento que sistematiza y organiza la enseñanza - aprendizaje basado en la exposición y construcción del conocimiento e incluyendo la revisión, valoración, evaluación y retroalimentación de los resultados” (p. 36).

Al analizar estas definiciones se evidencia que todas entienden al método de enseñanza como la guía o forma de organización para el cumplimiento de determinados objetivos, siendo diferenciadas en la designación de su significado, entendimiento o uso.

A fin de evitar confusiones se detalla la investigación realizada por Navarro y Samón (2017) los cuales inician mencionando que las diversas definiciones de método de enseñanza pueden ocasionar dicotomías, confusiones en su significado o el empleo de palabras “similares” (como ser: métodos de aprendizaje, metodologías didácticas, etc.) originando incluso que varios autores asuman “las formas académicas de organizar el proceso como métodos de enseñanza, dígase clase magistral, taller” (p. 28).

Es por ello que, mediante un análisis de las diversas definiciones aceptadas por la comunidad científica, los citados autores presentan una redefinición de los métodos de enseñanza, entendiéndolas como “la secuencia de acciones, actividades u operaciones del que enseña que expresan la naturaleza de las formas académicas de organización del proceso para el logro de los objetivos de enseñanza” (p. 29) aclarando así, en palabras de los propios autores, que el método no es la forma académica de organización del proceso de enseñanza, sino es la esencia de esta (evitando así confundirlas con clases magistrales, talleres, etc.).

2.2.5.2. Clasificación Métodos de Enseñanza. Respecto a su clasificación, Paneque y Rosell (2009) mencionan que varios autores emplean diversas clasificaciones y ninguna es aceptada de forma universal, así también Navarro y Samón (2017) aclaran que esto es debido a que:

1. Algunos autores no utilizan los mismos términos para referirse a métodos que parecen similares.
2. Algunas denominaciones utilizadas para determinados métodos son similares a las que otros emplean para métodos diferentes.
3. Hay autores que unen unos métodos a otros como muestra de su similitud, pero estos parecidos no son compartidos por otros autores. (p. 26)

Cabe mencionar que la elección de los métodos dependerá de diversos factores como ser: la experiencia del docente, concepciones de lo que se entienda por enseñar y aprender, objetivos que se pretende alcanzar, características de los estudiantes, contenidos, entre otros (Hernández, s.f.); es por ello que, para la presente investigación, se decide asumir la clasificación de métodos “según el grado de participación de los sujetos o de interrelación profesor alumno” presentada por Paneque y Rosell (2009) misma que, en palabras de los propios autores, es una de las clasificaciones más difundidas de los métodos de enseñanza permitiendo lograr un aprendizaje más activo y

significativo en el estudiante (siendo este el camino buscado para la enseñanza de la matemática), misma que está constituida por:

- **Métodos de Enseñanza Expositivos**

Según Paneque y Rosell (2009) “se caracterizan porque en ellos predomina la participación activa del profesor, mientras que la participación de los alumnos es eminentemente receptiva” (p. 3), es decir, el docente tiene un papel más activo mientras que el de los alumnos resulta ser más pasivo; Así también la Universidad de las Américas (UDLA, 2015) menciona que, en este método, el docente entrega determinados saberes (como ser: conceptuales, procedimentales o actitudinales) los cuales serán de gran ayuda para los estudiantes.

Si se desea que el empleo de este método sea exitoso, será necesario que el docente cuente con ciertas “habilidades de enseñanza” las cuales permitan que la información transmitida sea entendida con claridad, entre ellas se tiene: centrarse en aspectos relevantes de la materia, explicar el valor o utilidad del tema, realizar preguntas retóricas, corrección o clarificación, usar un lenguaje familiar, etc. (Hernández, s.f.).

- **Métodos de Enseñanza de Elaboración Conjunta**

También llamada metodología “interactiva”, “socrática” o “comunicativa”, tanto Hernández (s.f.) como Paneque y Rosell (2009) afirman que en ella existe una participación activa tanto del docente como de los estudiantes, estimulando el intercambio de ideas y debate para la profundización de un tema, es considerado como uno de los métodos más enriquecedores. Así también la UDLA (2015) menciona que:

A través de este método el docente ayuda a los estudiantes a construir un significado que les permita comprender las ideas y procesos claves; los guía en discusiones en torno a problemas complejos, textos, casos, proyectos o situaciones, generando instancias para el cuestionamiento, el establecimiento de pruebas y la reflexión sobre procesos. (p. 7)

Es decir, el objetivo principal del método es estimular el pensamiento de los estudiantes mediante la guía del docente.

- **Métodos de Enseñanza Basados en el Trabajo Independiente**

También conocida como "metodología de descubrimiento", se basa en una participación más activa por parte de los alumnos dejando al docente un papel más pasivo; en ella el profesor encomienda una tarea a los estudiantes, misma que deberá ser trabajada y solucionada (Hernández, s.f.; Paneque & Rosell, 2009). Así también, la UDLA (2015) complementa que “Para ello, el docente comunica a los estudiantes los resultados de aprendizaje relacionados con el desempeño que evaluará y supervisa, a través de instancias de retroalimentación, el desarrollo de las habilidades en el contexto de oportunidades de aprendizaje” (p. 7), es decir, se centra en desarrollar el conocimiento a partir de actividades prácticas mismas que tendrán su posterior evaluación y retroalimentación.

Según Hernández (s.f.) existen dos variaciones de este método, mismas que dependen del enfoque del docente y tipo de asignatura, estas son:

1. Método de descubrimiento activo-reproductivo. – Este método se basa en la reproducción y desarrollo de contenidos estandarizados, en ella el docente presenta modelos concretos y los estudiantes practican sobre los mismos.
2. Método de descubrimiento activo-productivo. – A diferencia del anterior, se estimula el pensamiento productivo y usar lo aprendido en diversas situaciones, posibilitando así la búsqueda de información por parte de los estudiantes.

Cabe aclarar que el docente determinará qué contenidos requieren un desarrollo “activo-reproductivo” y qué otros requieren un desarrollo “activo-productivo”, pues habrán determinados conocimientos que requerirán ser aprendidos de manera procedimental y otros mediante la interacción con el objeto de estudio.

2.2.5.3. Definición y Características Técnicas de Enseñanza. Para precisar su significado, Delgado y Palacios (2014) presentan la definición de la palabra “técnica” que, según el diccionario de la lengua, puede ser entendida como “conjunto de recursos y procedimientos de un arte o ciencia. Pericia para usar de tales recursos y procedimientos” (p. 6), es decir, se basa en los elementos necesarios para el desarrollo de alguna actividad.

Enfocada al área de la educación, el Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey (2004) considera la palabra “técnica” como “un procedimiento didáctico que se presta a ayudar a realizar una parte del aprendizaje que se persigue con la estrategia” (p. 5), es decir, una técnica sirve de apoyo a la estrategia asumida, permitiendo que esta pueda lograr el objetivo asumido.

Ya con esta premisa, se definen las técnicas de enseñanza (también llamadas “técnicas didácticas”), como “un procedimiento lógico y con fundamento psicológico destinado a orientar el aprendizaje del alumno, lo puntual de la técnica es que ésta incide en un sector específico o en una fase del curso o tema que se imparte” (Tecnológico de Monterrey, 2004, p. 5). Así también Delgado y Palacios (2014) mencionan que:

La técnica en general se ejerce sobre instrumentos y cosas materiales [...] se ejerce sobre personas y con elementos intelectuales, sean éstos ideas, juicios, razonamientos, etc. La meta principal de la educación es el cultivo de todos los valores en el alumno, como ser en formación. (p. 7)

Es así que su uso está destinado a la enseñanza de conceptos específicos utilizando los recursos disponibles como ideas que se tengan de la misma, siendo necesaria una preparación y organización anticipada por parte del docente.

Cabe mencionar la confusión en el uso de la palabra “estrategia” y “técnica” (considerándose inclusive sinónimos). El Ministerio de Educación de Bolivia (2015b) menciona que “Las estrategias en un determinado momento pueden convertirse en técnicas, al igual que las técnicas se pueden convertir en estrategias. Por lo tanto, es necesario asumir siempre una actitud flexible en la actividad formativa.” (p. 10) debiéndose este “cambio de roles” a la finalidad buscada por el docente, es por ello que se decide especificar las definiciones y usos que tendrán para la presente investigación.

Si bien es cierto que existe una gama de técnicas que pueden ser usadas por los docentes, Martin (1998) citado por el Tecnológico de Monterrey (2004) menciona los siguientes criterios para su selección:

1. Validez. – Se refiere a la congruencia de la técnica con los objetivos; lo que se debe priorizar es que, con la técnica desarrollada, exista una mejora académica en el estudiante encaminado al cumplimiento de los objetivos planeados.
2. Variedad. – Poniendo en consideración que existen diversos tipos de aprendizaje por parte de cada estudiante.
3. Adecuación. – Es decir, adaptada a las diversas fases de desarrollo que presenten los estudiantes.

4. Relevancia o significación. – Es decir, que cuente con una utilidad para la vida actual y futura.

Así también el autor menciona que, en caso de no existir alguna técnica que se adapte a los objetivos buscados por el profesor, este puede modificar o diseñar una técnica específica para el desarrollo en clase.

Como se puede observar, las técnicas de enseñanza son un apoyo que permite orientar las ideas que tiene el profesor para el desarrollo de algún contenido, esto mediante el empleo de una serie de procedimientos, actividades y recursos, mismas que dependerán de la creatividad y los objetivos que pretenda alcanzar.

2.2.5.4. Clasificación Técnicas de Enseñanza. Al igual que en los métodos de enseñanza existen diversas clasificaciones referidas a las técnicas de enseñanza, mismas que pueden variar dependiendo su duración, complejidad, metas, etc. (presentándose inclusive el caso de que una técnica pueda pertenecer a más de una categoría) su selección estará acorde a las visiones, directrices e incluso ideologías que pueda tener el autor o institución que lo utiliza (Hernández, s.f.; Tecnológico de Monterrey, 2004).

Como en la presente investigación se desea estimular un aprendizaje activo y significativo de la matemática, se presentan una serie de técnicas las cuales fueron clasificadas a partir de los métodos “según el grado de participación de los sujetos o de interrelación profesor alumno” descritos en la anterior sección, para ello se toma como base lo establecido por la UDLA (2015) y se complementa con los trabajos de Blandón (2017), Delgado y Palacios (2014) y Espeleta et al. (2016).

Si bien estas técnicas son solo sugerencias e incluso muchas de ellas podrían no ser aplicadas para la enseñanza de la matemática, se espera que las mismas sean de ayuda para su incorporación en clases o para el diseño de nuevas técnicas (esto dependiendo a la creatividad y objetivos buscados por el docente).

2.2.5.4.1. Técnicas Relacionadas al “Método de Enseñanza Expositivo”. Como los métodos de enseñanza expositivos se caracterizan por una participación activa del docente y pasiva de los estudiantes, las técnicas que pueden ser asociadas a este método son:

- **Clase Expositiva del Docente**

Consiste en “la exposición lógica que realiza el docente en torno a saberes o contenidos (conceptuales y procedimentales). Usualmente, la participación de los estudiantes es reducida y se evidencia en preguntas o comentarios que ellos realizan al docente o viceversa” (UDLA, 2015), es decir, es la etapa donde el maestro transmite los conocimientos sobre un tema. Para que su desarrollo no sea tan monótono, la UDLA (2015) presenta las siguientes etapas:

1. **Introducción.** – Es la fase donde el docente trata de atraer la atención de los estudiantes para luego plantear las metas y visión general de la clase (fase conocida como “foco introductorio”).
2. **Exposición de saberes.** – Posterior a la introducción, el docente desarrolla la clase exponiendo los conceptos y teorías necesarias para el avance del contenido; se recomienda un descanso o cambio de actividad pasados 10 a 15 minutos.
3. **Cambio de actividad y monitoreo.** – Luego de la etapa dos, se recomienda que el docente pueda complementar la clase mediante una actividad de 15 minutos (esto para que el estudiante pueda mejorar su rendimiento), dicha actividad requerirá un monitoreo constante por parte del profesor.
4. **Consolidación y cierre de la clase expositiva.** – En esta etapa el docente formula un resumen de todo lo desarrollado en clase.

Para la etapa tres se recomienda que el docente pueda desarrollar actividades enfocadas a observar la comprensión de los estudiantes respecto al tema avanzado, además de realizar una retroalimentación del mismo (UDLA, 2015), para ello se dan a conocer las siguientes técnicas propuestas por Pimienta (2011) citado en Blandón (2017):

- **Luvia de ideas.** – Permite que los estudiantes manifiesten todas las ideas y conocimientos sobre un determinado tema.
- **Preguntas.** – Permiten la comprensión y aclaración de un tema mediante interrogantes, estas pueden ser clasificadas en: preguntas guía, preguntas literarias y preguntas exploratorias.
- **SQA (qué sé, qué quiero saber, qué aprendí).** – Permite una indagación sobre: lo que sabe el estudiante, lo que desea aprender y verificar lo que aprendió.

Tabla 2

Ejemplo Técnica SQA

Lo que sé	Lo que quiero saber	Lo que aprendí
Reducir términos semejantes en una expresión algebraica.	Resolver sistemas de ecuaciones lineales en dos y tres variables.	A resolver sistemas de ecuaciones lineales en dos y tres variables, utilizando:
Resolver una ecuación lineal en una variable.	Conocer diferentes métodos para resolver los sistemas de ecuaciones lineales en dos y tres variables.	<ul style="list-style-type: none">• El método de la forma trapezoidal• Gauss• Transformaciones elementales• Regla de Cramer.

Fuente: Blandón (2017)

- **Lectura Guiada por el Docente**

En esta técnica el docente proporciona un documento relacionado al tema de estudio para ser leído en colaboración con los estudiantes, el profesor guiará la lectura seleccionando fragmentos específicos y realizando preguntas respecto a su contenido (Delgado & Palacios, 2014; UDLA, 2015). Dicha técnica se compone de las siguientes fases:

1. El docente elabora una introducción del material a leer (destacando su importancia).
2. Los estudiantes leen el texto, lo revisan y formulan preguntas.
3. El docente aclara palabras, frases o trozos dudosos, además de generar un intercambio de ideas.
4. El docente realiza un cierre a través de comentarios y una síntesis del texto.

Si bien esta técnica puede dar la impresión de reducirse solo a la “lectura de un texto”, su utilidad e impacto dependerán de cómo el docente guie la actividad y el uso que le dé a la misma.

- **Tutoría del Docente**

En esta técnica el docente guía de manera personalizada a un estudiante viendo las fortalezas y debilidades que tenga y, en base a esos datos, selecciona un conjunto de estrategias que permitan mejorar su aprendizaje (UDLA, 2015), es decir, el profesor presenta una mayor interacción con un solo estudiante permitiendo una vigilancia de todos los progresos y retrocesos que presente, además de brindar una retroalimentación más efectiva y justificada.

Cabe mencionar que esta actividad requiere un trabajo más comprometido por parte del docente (pues exige una observación detallada de los avances que presente el estudiante), así también se recuerda que esta puede ser combinada con otras técnicas y recursos dependiendo a los objetivos que pretenda lograr.

2.2.5.4.2. Técnicas Relacionadas al “Método de Enseñanza de Elaboración Conjunta”.

Para el desarrollo de este tipo de técnicas es necesario contar con la participación activa tanto del docente como del estudiante, misma que será lograda a partir de la comunicación que exista entre ellos. Espeleta et al. (2016) mencionan que el acto educativo es, en esencia, un acto comunicativo donde existe una relación entre docente y estudiantes la cual permite el desarrollo del aprendizaje mediante intercambios comunicativos, competencias comunicativas y un proceso de enseñanza aprendizaje más significativo; si bien las autoras se enfocan particularmente en la enseñanza de la matemática, se recuerda y afirma que la comunicación será clave durante el desarrollo de cualquier materia y momento educativo.

Lee (2010) citado por Espeleta et al. (2016) propone ciertas técnicas y actividades para el desarrollo de la comunicación las cuales pueden ser aplicadas en las clases de matemática, entre ellas se tiene:

1. Establecer las reglas que permitan el aprovechamiento de esta técnica.
2. Organizar el aula de tal manera que los estudiantes puedan hablarse, verse y escucharse sin la necesidad de levantar la voz de manera exagerada.
3. Desarrollar los trabajos en equipo más como un dialogo y no como una competencia.
4. Dar la oportunidad de participación a todos los estudiantes (o al menos a una gran mayoría).
5. Permitir que los estudiantes puedan expresar las ideas que tienen sobre un concepto matemático como dialogar sobre los conceptos expresados por sus compañeros
6. Aclarar a los estudiantes que no ocurre nada si dan respuestas equivocadas, pues estas permiten identificar qué aspectos necesitan ser reforzados.
7. Dar tiempo a los estudiantes para pensar en las respuestas de las preguntas planteadas.
8. Permitir el apoyo mutuo entre los estudiantes.

Es así que la comunicación resulta ser un elemento imprescindible en la educación y mucho más en el desarrollo de las siguientes técnicas:

- **Observación**

En esta técnica los estudiantes analizan las características de un determinado objeto, proceso, fenómeno o comportamiento natural o social; dicha indagación es realizada mediante preguntas planteadas por el docente (Delgado & Palacios, 2014; UDLA, 2015). Según la UDLA (2015) su propósito es que “los estudiantes construyan supuestos preliminares, busquen información, establezcan semejanzas y diferencias, identifiquen cambios o elaboren descripciones y explicaciones sobre lo observado” (p. 17), es decir, el alumno pueda desarrollar las habilidades de análisis, organización de ideas y una presentación ordenada de las mismas.

Por su parte, Delgado y Palacios (2014) dan a conocer el procedimiento para su desarrollo:

1. Determinar el objeto a observar cómo los objetivos que se pretendan alcanzar.
2. Establecer cómo se registrarán los datos.
3. Observar cuidadosamente y registrar los datos que presenten más relevancia.
4. Analizar, interpretar y procesar los datos.
5. Presentar los resultados en un informe o documento.

Es importante que el docente pueda mostrar la importancia y habilidades que se desarrollan a partir del uso de esta técnica.

- **Taller**

Técnica donde los estudiantes aplican los conocimientos y habilidades adquiridos para la producción de ideas o materiales, es decir, permite plasmar la teoría en experiencias prácticas (Delgado & Palacios, 2014; UDLA, 2015). Para su desarrollo el docente formula actividades cuyo objetivo es la resolución de determinados problemas mediante la participación de los estudiantes (pudiendo brindar un documento de apoyo, de ser necesario), Delgado y Palacios (2014) proponen los siguientes pasos:

1. Presentación de la temática.
2. Lectura, análisis y desarrollo en grupos.
3. Presentación de los resultados (pidiendo creatividad en dicha presentación).
4. Unificación de resultados y conclusiones.

Es así que el taller no solo fortalece los conocimientos sobre un tema, sino también permite un desarrollo práctico y fomenta el trabajo en equipo.

- **Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)**

Esta técnica permite a los estudiantes desarrollar saberes conceptuales, procedimentales e incluso actitudinales. Se inicia con la formulación de un problema (el cual puede ser propuesto por el docente o los estudiantes) donde lo principal no es su resolución, sino la fundamentación presentada para la posible solución; es así que esta actividad está enfocada a la construcción práctica de conocimientos por parte de los alumnos (esto con la guía y monitoreo del docente).

Cabe mencionar que dicho problema puede ser muy estructurado y contar con muchos datos como ser un problema poco definido que no presente información (mismas que deberán ser buscadas por los estudiantes y trabajados de manera grupal), la UDLA (2015) da a conocer las etapas que presenta:

1. Aclaración de conceptos. - En esta etapa se despejan las dudas que pudieran tener los estudiantes respecto a conceptos asociados al problema.
2. Definición del problema. – Consiste en el primer intento de identificar el problema, posterior a los pasos 3 y 4 es posible regresar a esta definición (si se considera necesario).
3. Análisis del problema. – En esta etapa los alumnos realizan un intercambio de ideas respecto al problema.
4. Resumen sistemático. – Con los aportes de la etapa 3, el grupo sistematiza la información destacando las relaciones que hay entre ellas.
5. Identificación resultados de aprendizaje. – En esta etapa se identifican el o los resultados de aprendizaje que cubren el problema.
6. Búsqueda de información adicional. – Esta etapa permite que los estudiantes puedan buscar información faltante respecto a la problemática.
7. Síntesis de la información recogida. – Toda la información aportada es discutida y se extraen conclusiones respecto al problema, estas pueden ser presentadas en un documento o informe dependiendo a las instrucciones del profesor.

Si bien esta técnica es particularmente empleada en la educación superior (por el desarrollo de las competencias que brinda) no se descarta la idea de ser aplicada en la educación regular; a manera de ejemplo se menciona la investigación realizada por Crisanchó y Crisanchó (2018) titulada “Aprendizaje basado en problemas en matemáticas: el concepto de fracción” cuyo objetivo fue

“desarrollar actividades académicas orientadas al concepto de la fracción y su aplicación, en estudiantes de séptimo grado” (p. 52), todo el planteo se centra en el uso del ABP.

- **Redescubrimiento**

Esta técnica puede ser empleada para la enseñanza de todo tipo de materias, en particular aquellas relacionadas al estudio de las ciencias. Como su nombre lo indica, consiste en preparar experiencias que lleven al redescubrimiento de una explicación, una ley, un principio o una regla (Delgado & Palacios, 2014); los citados autores mencionan que esta técnica puede ser encaminada de la siguiente manera:

1. Se formulan preguntas o dudas que pudieran tener los estudiantes para luego realizar la actividad de investigación.
2. Se guía a los alumnos a una serie de experiencias u observaciones sin informarles cuál es la finalidad de los mismos, la idea es que los estudiantes vayan extrayendo por sí mismos las conclusiones respecto a la actividad desarrollada.
3. Se presenta a los alumnos casos similares de la experiencia desarrollada, pero en situaciones diferentes, esto con la finalidad de inducirlos a encontrar una explicación general.

Cabe aclarar que esta técnica permite la investigación de un hecho o fenómeno del cual se conoce un resultado o respuesta, misma que es “descubierta” por los alumnos; diferenciándose así del ABP el cual se centra su atención en la posible solución del problema.

2.2.5.4.3. Técnicas Relacionadas al “Método de Enseñanza Basado en el Trabajo Independiente”. Como los métodos de enseñanza basados en el trabajo independiente se caracterizan por una participación pasiva del docente y activa de los estudiantes, las técnicas asociadas a este método son:

- **Exposición**

Consiste en la presentación oral de un tema relevante el cual ha sido preparado con anterioridad, puede estar acompañado de un apoyo gráfico y ser desarrollado tanto de manera individual como grupal (UDLA, 2015), finalizada las exposiciones el profesor brinda una aclaración de los conceptos abordados además de una retroalimentación para la mejora en las presentaciones (como ser: tono de voz, desplazamiento, organización de la información, etc.).

Si bien esta técnica es ampliamente conocida, se recomienda no exceder en su uso ni dejar que toda la clase sea desarrollada en base a la exposición de los estudiantes; así también se aclara que el docente debe preparar con anterioridad toda esta actividad y seleccionar aquellos temas que pueden ser expuestos por los estudiantes.

- **Trabajo Colaborativo**

Siendo una de las técnicas por excelencia, permite a los estudiantes buscar objetivos comunes y alcanzar diversos resultados de aprendizaje, enfocados principalmente en saberes actitudinales como la cooperación, tolerancia, escucha activa, comunicación y compromiso con los compañeros de equipo (UDLA, 2015). Para que el desarrollo de esta técnica resulte exitoso, Espeleta et al. (2016) y la UDLA (2015) mencionan que:

1. El docente debe tener bien definidos los objetivos y aprendizajes que pretende alcanzar con esta técnica.
2. Los estudiantes deben tener muy en claro la importancia del trabajo en equipo y las metas a alcanzar el mismo-
3. Todo el trabajo debe ser desarrollado en una atmosfera agradable.
4. Todos los miembros del equipo deben hablar y presentar sus ideas de la forma más clara y explícita posible, esto para que pueda ser comprendida y evaluada de manera conjunta por los demás integrantes.
5. El trabajo se realiza en grupo, dejando la delegación de actividades como subtareas entrelazadas (misma que permite apoyo entre compañeros).
6. El aprendizaje surge por la colaboración existente entre los miembros (pues permite compartir y reforzar los saberes individuales).
7. Las decisiones deben ser adoptadas en conjunto.

Así también, los citados autores mencionan que esta técnica deberá ser organizada teniendo en cuenta los siguientes tipos de equipos:

- Equipos informales. – Se establecen de manera rápida y al azar, su duración es de unos minutos o una clase (como máximo); permite responder preguntas específicas, generar ideas y sirven como apoyo para actividades más extensas.
- Equipos formales. – Son usados para actividades o proyectos de mediana duración permitiendo alcanzar objetivos más complejos y elaborados, los integrantes son

seleccionados por el docente o por los estudiantes teniendo la posibilidad de desarrollar las actividades dentro o fuera de clase.

- Equipos de base. – Este grupo permanecerá junto durante todo un periodo académico (trimestre, semestre, etc.), sus integrantes son estables y “tienen como meta principal el fortalecerse, animarse y darse el apoyo necesario para que cada uno de ellos alcance el progreso y el logro de resultados de aprendizaje” (UDLA, p. 48).

Como se puede observar, este tipo de técnica permite un aprendizaje más activo por parte del estudiante, teniendo además la oportunidad de compartir sus experiencias y conocimientos con otros compañeros de aula. Ahora bien, existen variadas técnicas que permiten el trabajo en equipo, es por ello que Blandón (2017) recomienda las siguientes:

- Expectativas. – Permite conocer las necesidades e intereses de los estudiantes respecto al curso.
- El riesgo. – Esta técnica resulta ser útil cuando se desea conocer las dudas e inquietudes que tengan los estudiantes (mismas que deberán ser superadas con ayuda del profesor).
- Reformulación. – Consiste en ver el problema desde diversas perspectivas, se basa en la expresión de ideas de los miembros y la reformulación de las mismas hasta conseguir una que permita una resolución “menos distorsionada”.
- Discusión en grupos pequeños. – Como su nombre lo indica, esta técnica permite que un grupo de estudiantes (de cinco a nueve miembros) analicen y debatan sobre un problema hasta llegar a una conclusión.
- Discusión reiterada. – Esta técnica brinda mayor participación por parte de los estudiantes. Se divide en grupos de seis a ocho personas, se da un tiempo para trabajar (10 a 20 minutos), se realiza una plenaria donde se informan los resultados, se discute cuantas veces sea necesario y al final un miembro del grupo da las conclusiones.
- Phillips 66. - Se divide en subgrupos de seis personas y se da seis minutos para discutir sobre un tema y llegar a una conclusión, del aporte de todos los grupos se extrae una solución general.
- Panel. – Es la reunión de un grupo de personas las cuales exponen, desde su punto de vista, sus ideas respecto a un determinado asunto. El auditorio está formado por los alumnos y otras personas interesadas en el tema tratado.

- Entre dos. – El docente entrega un ejercicio para que sea resuelto individualmente por cada estudiante, luego se organizan entre parejas para intercambiar trabajos.

Es así que el trabajo colaborativo resulta ser una técnica muy interesante si es aplicada correcta y creativamente por el docente en consideración a los objetivos que pretende lograr; se resalta que esta actividad será exitosa siempre y cuando sea preparada con anterioridad y que los estudiantes estén motivados e interesados en su uso y participación.

2.2.5.5. Algunas Técnicas no Convencionales para la Enseñanza de la Matemática. En esta sección se dan a conocer algunas técnicas de enseñanza las cuales tienen una visión innovadora y que podrían ser implementadas en la enseñanza de la matemática, estas son:

- **El Juego**

También conocido como "actividades lúdicas", es una técnica enfocada al aprendizaje “divertido” de una materia siendo su ventaja principal la aplicabilidad sin importar la edad que el estudiante tenga (Cárdenas, 2017), en palabras de Espeleta et al. (2016):

Permite combinar el placer con el trabajo, lo cual, a su vez, redundará en la formación de actitudes favorables hacia la materia, el desarrollo de la inteligencia y de capacidades mentales (tales como la deducción, la inducción, estrategias y pensamientos creativos) y el fortalecimiento de las relaciones sociales que se dan en el aula. (p. 53)

Es así que esta técnica deja de lado el estudio pasivo y memorístico para convertirlo en una verdadera construcción del aprendizaje. Por la presencia de la palabra “juego” muchos docentes deciden no emplear esta técnica, siendo este un pensamiento erróneo pues dicha actividad requiere una planificación y control por parte del profesor de tal manera que los estudiantes puedan apropiarse de los contenidos a partir de la creatividad y diversión (Cárdenas, 2017).

Enfocado al área de la matemática, Groenwald y Martínez-Padrón (2007) citado por Espeleta et al. (2016) mencionan el cambio que ha sufrido la enseñanza tradicional mediante la incorporación de las actividades lúdicas, esto debido a que:

Son capaces de crear ambientes gratificantes, motivadores y atrayentes que sirven como estímulo para el desarrollo integral de los educandos. También, incentivan el gusto por aprender y despiertan el interés del estudiante implicado en el proceso de enseñanza

aprendizaje evaluación de la Matemática debido a que apuntan hacia el cambio de la rutina del aula clase que, aún, suele caracterizarse por hacer ejercicios repetitivos. (p. 52)

Ejemplos de estos juegos hay muchos, sin embargo, su selección dependerá de los objetivos que pretenda lograr el docente (aspecto mencionado a lo largo del documento) además de la forma en que este desee desarrollarlo.

- **El Cine**

Si bien hablar del cine y la matemática podría equipararse a conversar sobre “la mezcla del agua con aceite”, son diversos los documentos que fundamentan su viabilidad y aplicabilidad; Cárdenas (2017) da a conocer diversas investigaciones que estudia esta “simbiosis de cine y matemática” (nombrada así por el autor) afirmando que es posible introducir conceptos matemáticos utilizando escenas que cuenten con dichas referencias, para ello:

1. El docente debe incorporar una escena relacionada al concepto matemático abordado.
2. Los estudiantes analizan la escena intentando comprender el uso matemático que procede de ella.
3. Durante dicho análisis, el docente se convierte en mediador del conocimiento, guiando y aclarando las dudas que tengan los estudiantes.

Cómo ejemplo de su aplicabilidad se tiene el trabajo presentado por Devlin y Lorden (2007) citado por Cárdenas (2007) los cuales usaron la serie de televisión “Numb3rs” para mostrar cómo la matemática puede ser empleada en la resolución de crímenes, dando así la posibilidad de “mostrar la relación con el mundo real y a partir de ahí, plantear un problema centrado en el tema” (Cárdenas, 2007).

Por tanto, el incorporar determinados recursos audiovisuales posibilita despertar el interés del estudiante de tal manera que este pueda tener una asimilación más sencilla (y por qué no decir divertida) de los conceptos matemáticos.

- **Gimnasia Cerebral**

Remontando su origen a los años setenta, el Doctor Paul Dennison intentó ayudar a personas con problemas de atención y aprendizaje mediante el empleo de diversas rutinas de ejercicios basadas en técnicas de oriente (Tai-chi o yoga), investigaciones de kinesiología, neurología, pediatría, entre otros; originando así el “Brain Gym” (o Gimnasia Cerebral) misma que cuenta con 26 ejercicios

corporales las cuales permiten “estimular al cerebro, e integrar, conectar y mejorar las partes del cerebro y el funcionamiento de los hemisferios cerebrales, así como también ayudar a mejorar e incrementar la atención, percepción, memoria, equilibrio, comunicación, y el control de las emociones” (Huanca, 2017, p. 46).

La autora menciona que el empleo de estos ejercicios ayuda a la dislexia, hiperactividad y déficit de atención, permitiendo así mejorar la concentración y organización como también resolver problemas emocionales y aumentar el rendimiento en las áreas que se desee. A manera de ejemplo, se presenta algunos de los ejercicios que posee esta técnica:

Tabla 3

Ejercicios Gimnasia Cerebral

NOMBRE	IMAGEN	DESCRIPCIÓN
Botones del Cerebro		Se debe colocar una mano en el ombligo y con la otra se deben ubicar “unos botones” en la unión de la clavícula con el esternón. Sólo con esta mano se hacen movimientos circulares en el sentido de las manecillas del reloj.
Bostezo Energético		Ubica la yema de los dedos en las mejillas y simula que bostezas; posteriormente, haz presión con los dedos.
Ocho Perezoso		Consiste en dibujar de forma imaginaria o con lápiz y papel, un ocho grande “acostado”. Se comienza a dibujar en el centro y se continúa hacia la izquierda hasta llegar al punto de partida. Se debe estirar el brazo.

La Lechuza		Poner una mano sobre el hombro del lado contrario apretándolo con firmeza, voltear la cabeza de este lado. Respirar profundamente y liberar el aire girando la cabeza hacia el hombro opuesto. Repetir el ejercicio cambiando de mano
------------	---	---

Fuente: Elaboración Propia a partir de la Investigación de Huanca (2017).

Si bien esta actividad cuenta con efectivas aplicaciones, la autora menciona que no se presenta antecedentes de su uso en la educación matemática (siendo su investigación pionera en esta área) por lo mismo se considera elemental dar a conocerla y que esta pueda ser incorporada 5 a 10 minutos antes del inicio de una clase ya que, en palabras de la autora: “activan áreas específicas del cerebro y ayudan a restablecer las conexiones neuronales necesarias para aprender o perfeccionar una habilidad, potenciando el aprendizaje” (p. 47) permitiendo así motivar y estimular a los estudiantes. Se recomienda revisar la tesis de la autora (presente en las referencias bibliográficas), ya que ahí se encuentra una descripción y aplicación más detallada de los ejercicios que posee.

- **Cuentos e Historias**

Puga y Jaramillo (2015) dan a conocer una metodología activa que fácilmente puede ser considerada como técnica de enseñanza para la educación matemática, consiste en una enseñanza activa, participativa e interdisciplinaria basada en el uso de la narración de cuentos para la formulación de problemas matemáticos; los autores fundamentan su idea mencionando que el objetivo esencial de la matemática es que lo enseñado tenga un significado y sentido para el estudiante.

A manera de ejemplo, los autores desarrollan un problema de “ecuaciones algebraicas” presentando la historia de un rey que desea saber la altura que debe tener una horca; lo interesante de esta técnica es que la narrativa hace sentir al estudiante "dentro de la historia" (y, por ende, parte del problema) dando así un sentido de pertenencia y permitiendo una transición más sencilla del lenguaje usual al lenguaje matemático. Por la creatividad e ingenio que presenta esta técnica (elemento importante para la enseñanza) se la propone como una alternativa para la educación matemática.

- **El Humor**

Espeleta et al. (2016) mencionan que el humor (ya sea en chistes, historias, anécdotas, etc.) permite establecer un clima cálido y oportuno para el desarrollo de un aprendizaje sin incurrir en ambientes desordenados y poco serios.

Si bien la incorporación de este elemento resulta ser extraña (y mucho más en un área como la matemática) la misma se encuentra sustentada por diversas investigaciones; a manera de ejemplo se tiene la experiencia de Dri y Flores (2008) citados por Espeleta et al. (2016) los cuales decidieron reforzar el tema de fracciones a partir de chistes gráficos respecto a los números racionales, resultado de esta investigación es el libro “Los Matechistes” realizado por la primera autora.

Como la técnica de “el cine”, esta debe contar con una planificación que contemple los contenidos y objetivos a desarrollar. Si bien esta actividad podría no ser apta para todo docente (ya que la misma depende de la personalidad que este pueda tener) se la plasma como una interesante opción para ser incorporada en clases.

2.2.5.6. Las TIC y su Importancia en Educación. Tomando como referencia los trabajos de Córdoba (2014) y Lugo (2008) citados por Blandón (2017), se tiene que la tecnología promueve nuevos enfoques para la enseñanza y aprendizaje tanto dentro como fuera del aula, produciendo así una nueva definición de roles tanto para el docente como los estudiantes donde el primero deberá salir de su rol clásico e incorporar la creatividad y los segundos deberán tener mayor responsabilidad en el proceso de su aprendizaje.

Si bien el uso de las Tecnologías de la información y la comunicación (TIC) es reducido solo como un recurso didáctico, esta es solo una de las muchas aplicaciones que puede llegar a tener; ejemplo de ello son los llamados “Entornos Virtuales de Aprendizaje” (EVA) utilizados por la UDLA (2015), lo interesante aquí es la presencia de tres aulas virtuales que sirven como guía y apoyo para los métodos “según el grado de participación de los sujetos o de interrelación profesor alumno” (vistos en una anterior sección), siendo que:

- El “aula virtual de recursos” sirve de apoyo para los métodos de enseñanza expositivos (participación activa del docente y pasiva de los estudiantes).
- El “Aula virtual de actividades” sirve de apoyo para los métodos de enseñanza de elaboración conjunta (participación activa del docente y los estudiantes).

- El “Aula virtual colaborativa” sirve de apoyo para los métodos de enseñanza basado en el trabajo independiente (participación pasiva del docente y activa de los estudiantes).

Es así que estas aulas virtuales para nada pretenden reemplazar la educación tradicional o las clases magistrales, al contrario, su objetivo principal es apoyar este tipo de enseñanza y proporcionar un entorno donde el estudiante pueda participar y reforzar sus conocimientos.

En lo que respecta el uso de las TIC en la matemática, Vidal (2006) citado por Blandón (2017) menciona que esta es una herramienta poderosa que permite la consolidación de conceptos y procedimientos, permitiendo así que los estudiantes puedan romper el temor a la adquisición de nuevos conocimientos (en especial para aquellos que resultan “difíciles”). Es por ello que en la actualidad se cuentan con diversas herramientas digitales y aplicaciones las cuales permiten a los alumnos tener un mayor acercamiento a los contenidos matemáticos, por citar algunos se tienen:

1. El proyecto de simulaciones interactivas “PhET”, desarrollado por la Universidad de Colorado en Boulder, permite que los estudiantes puedan descubrir diversos conceptos matemáticos y de ciencias en un ambiente similar al de un juego (Universidad de Colorado, 2022).
2. La pizarra digital “Graspable Math”, creada por un grupo de psicólogos, matemáticos, educadores e informáticos, permite la visualización y desarrollo detallado de operaciones algebraicas teniendo la manipulación de los pasos a realizar, es decir, brinda la experiencia de resolver un ejercicio “manualmente” donde es posible observar y analizar cada paso realizado (Graspable Inc, 2022).
3. La aplicación “Brilliant”, una aplicación disponible para móviles y computadoras, cuenta con cursos guiados en resolución de problemas matemáticos o de ciencia. Lo interesante de esta herramienta es que una persona aumenta de nivel a medida que vaya resolviendo los ejercicios, dando la sensación de estar en un juego (Brilliant Worldwide, Inc, 2022).
4. La herramienta digital “GeoGebra”, este software matemático reúne diversos elementos de la geometría, álgebra, hojas de cálculo, gráficas, estadísticas y cálculo siendo un gran apoyo para la educación en ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas (STEM, por sus siglas en inglés) su uso se enfoca principalmente a la representación geométrica de diversos elementos (GeoGebra, 2022a).

Como se puede observar, existen variadas aplicaciones de las TIC en la educación (inclusive para el área de la matemática), sin embargo, su uso dependerá de la creatividad y metas que pueda tener el docente; se espera que la presente introducción sirva de guía y motivación para su incorporación en la enseñanza matemática como para reforzar los conocimientos de los estudiantes.

2.2.6. Razonamiento Lógico Matemático

Piaget menciona que la comprensión matemática inicia cuando un niño toma contacto con los objetos del nuevo mundo que le rodea iniciando así con sus primeras acciones de reconocimiento, misma que va desarrollando y permite un nivel más abstracto de pensamiento estando directamente relacionada con las “Etapas Cognoscitivas” (Bermejo et al., 2008), es decir, existe un proceso de transición hacia un pensamiento más formal.

Siendo necesario conocer las características de este “pensamiento más formal”, en la presente sección se da a conocer una descripción del razonamiento lógico matemático y su relación con la resolución de ejercicios y problemas.

2.2.6.1. Definición e Importancia Razonamiento Lógico Matemático. Para iniciar esta sección es necesario conocer el significado de la palabra “razonamiento”, según Ayora (2012) esta palabra tiene diversas interpretaciones según el contexto, pudiendo referirse a: un conjunto de actividades mentales que permiten conectar unas ideas con otras, resultado de la actividad mental de razonar o bien el estudio de este proceso. Dados estos conceptos, la autora define el razonamiento como la “facultad humana que permite resolver problemas, extraer conclusiones y aprender de manera consciente de los hechos, estableciendo conexiones causales y lógicas necesarias entre ellos” (p. 21).

Ahora bien, es posible establecer diversas formas de razonamiento para la deducción de determinados elementos, es así que Ayora (2012) y Colque (2020) citan los siguientes:

1. Razonamiento inductivo. – Entendido como aquel que nos lleva de una parte al entendimiento del todo, es decir, va de lo particular a lo general; siendo lo particular los conocimientos base que uno posee los cuales permiten entender y deducir conceptos más generales.
2. Razonamiento deductivo. – En este razonamiento se parte de elementos generales y se llega a conclusiones particulares, es decir, “consiste en la obtención de conclusiones a partir de ciertos enunciados, denominados premisas” (Colque, 2020, p. 20).

3. Razonamiento analógico. – Este tipo de razonamiento se logra obtener conclusiones a partir de una comparación, pudiendo evidenciar propiedades comunes.

Enfocada al área de la matemática, la autora menciona que el razonamiento lógico matemático es “un hábito mental y como tal debe ser desarrollado mediante un uso coherente de la capacidad de razonar y pensar analíticamente, es decir debe buscar conjeturas patrones, regularidades, en diversos contextos ya sean reales o hipotéticos” (p. 21) teniendo así que el razonamiento lógico en matemática se basa en la elaboración estructurada de conexiones destinadas a la resolución de problemas.

Es así que el rumbo actual de la enseñanza de la matemática debe estar enfocada en salir del aprendizaje mecánico y orientarse a desarrollar la manera lógica de pensar, esto según la edad y nivel matemático que presenten sus alumnos.

2.2.6.2. Diferencias Pensamiento, Inteligencia y Razonamiento. Esta sección es desarrollada por el significado que diversos autores tienen de las palabras “inteligencia”, “pensamiento” y “razonamiento”, siendo usadas de manera conjunta sin especificar la diferencia que existen y dando la idea de que se tratarían del mismo concepto (causando confusiones durante la revisión de distintos documentos).

Para empezar, la palabra “inteligencia” puede ser entendida como “la capacidad de relacionar conocimientos que se poseen, para resolver una determinada situación problemática” (García, 2014, p. 100), es decir, son el conjunto de aptitudes que posee una persona para la selección y asimilación de determinados saberes, mismos que permiten la solución de un problema. Es así que la inteligencia se caracteriza por escoger los elementos destinados a la resolución de un problema.

Ahora bien, la palabra “pensamiento” puede ser entendida como “aquello que se trae a la realidad por medio de la actividad intelectual [...] son productos elaborados por la mente, que pueden aparecer procesos racionales del intelecto o bien por abstracciones de la imaginación” (García, 2014, p. 101), es decir, el pensamiento se caracteriza por la actividad de creación en la mente (sea causada por un proceso del intelecto o una abstracción lógica) pudiéndose entender como el recuerdo o recepción de información que sucede en esta.

Ya teniendo todos estos conceptos, es posible concluir que el pensamiento es la obtención de las ideas, la inteligencia es la capacidad de procesar y asimilar dichas ideas, mientras que el razonamiento permite establecer una interpretación o estructura sistémica justificada, viéndose así

la existencia de un "sistema lineal" entre los procesos y, paralelamente, una interacción entre los mismos.

Por tanto, y teniendo en cuenta estas consideraciones, para la presente investigación el razonamiento lógico matemático será conceptualizado como "la capacidad para comprender y resolver problemas, estructurar elementos para realizar deducciones y fundamentarlas con argumentos sólidos".

2.2.6.3. Definición e Importancia Resolución de Problemas. Siendo ampliamente usada e investigada, la resolución de problemas constituye la base principal para el aprendizaje de la matemática, Cárdenas (2017) menciona que esta se fundamenta en las ideas de Vygotsky pues "el alumno aprende en situaciones interpersonales y se enfatiza el papel de la interacción entre profesor y alumno" (p. 12). En lo que respecta a su conceptualización se tienen variadas interpretaciones (aunque todas enfocadas en un mismo rumbo), Juidías y Rodríguez (2007) presentan las siguientes:

- Cawley y Miller (1986) la definen como "la interpretación de la información y el análisis de los datos para alcanzar una respuesta aceptable o con objeto de sentar las bases para una o más alternativas posibles" (p. 258).
- Orton (1990) la define como "generadora de un proceso a través del cual quien aprende combina elementos del procedimiento, reglas, técnicas, destrezas y conceptos previamente adquiridos para dar soluciones a una situación nueva" (p. 258).

Es así que la resolución de problemas puede ser entendida como aquel proceso donde se interpreta y analiza ciertos datos brindados a partir de conceptos previamente adquiridos, todo con el fin de dar una solución o posible solución al mencionado problema.

En cuanto a su importancia se comparte las opiniones vertidas por Cárdenas (2017), Espeleta et al (2016) y Puga y Jaramillo (2015), dando a entender que la resolución de problemas matemáticos debe permitir el desarrollo del pensamiento y razonamiento lógico en los estudiantes de tal manera que: puedan interpretar y resolver los diversos problemas presentes en la vida como aprender de sus errores sin que esto influya en la motivación e interés hacia la matemática.

Espeleta et al. (2016) complementan esta idea mencionando que el objetivo de la resolución de problemas es brindar la capacidad de análisis y síntesis en el estudiante, llevarlo a la toma de decisiones en situaciones problemáticas no familiares, concientizarlo respecto a la existencia de una dificultad y brindarle la posibilidad (y seguridad) de que esta será resuelta a partir de los

conocimientos que posee; es decir, el docente prepara al estudiante para que este pueda enfrentar una especie de "camino de obstáculos" (siendo, en este caso, el problema matemático), si el alumno logra superarlo se considerará que pudo adquirir dicha competencia (Puga & Jaramillo, 2015).

2.2.6.4. Definición y Clasificación Problemas Matemáticos. Una situación muy usual en matemática es utilizar las palabras "problema" y "ejercicio" como si de sinónimos se trataran; para tener una mejor idea de sus diferencias Espeleta et al. (2016) señalan lo establecido por el Ministerio de Educación Pública de Costa Rica en sus Programas de Estudio de Matemática (MEP, 2012), donde:

Una tarea matemática constituye un problema si para resolverla el sujeto debe usar información de una manera novedosa. En el caso que el individuo pueda identificar inmediatamente las acciones necesarias se trata de una acción rutinaria. Si una tarea matemática propuesta no tiene esas características, se consignará aquí como un ejercicio. (p. 34)

Dicho documento también explica que una tarea puede ser un ejercicio o problema dependiendo de las circunstancias educativas. Es por ello que, para la presente investigación, una determinada actividad o tarea matemática será considerada como "ejercicio" si su resolución implica el desarrollo de acciones rutinarias, en cambio será catalogada como "problema" si además requiere un análisis y organización de los datos en su resolución.

Ya aclarada esta situación, se presenta la definición de "problema matemático" vista desde la perspectiva de diversos autores: Meirieu (1988) citado por Puga y Jaramillo (2015) afirma que un problema matemático es "el obstáculo cognitivo al cual el aprendiz se enfrenta" (p. 298) donde dicho obstáculo es establecido de acuerdo a las competencias que se pretende alcanzar, por su parte Juidías y Rodríguez (2007) presentan las siguientes definiciones:

1. Una situación que exige la aplicación de un plan de acción con objeto de transformarla (McDermott, 1978, cit. en Puente, 1994).
2. Una tarea que plantea al individuo la necesidad de resolverla y ante la cual no tiene un procedimiento fácilmente accesible para hallar la solución (Lester, 1983, cit. en Pérez, 1987) (p. 261).

Teniendo así que un problema matemático consiste en llevar al estudiante a una situación que, aparentemente, no cuenta con un camino claro para su resolución, obligándolo así a usar todos los

conocimientos adquiridos para hallar su solución (siendo este factor el que determina la diferencia con un ejercicio).

Finalmente, para tener una mejor estructuración relacionada a los problemas y ejercicios matemáticos, se presenta la propuesta de clasificación descrita por Blanco (1993) citado por Espeleta et al. (2016), siendo clasificados en:

1. Ejercicios de reconocimiento. – Permiten resolver o recordar elementos específicos de la matemática, como ser: definiciones, proposiciones o teoremas.
2. Ejercicios algorítmicos o de repetición. – Son aquellos cuya resolución requiere un proceso algorítmico, permite reforzar propiedades matemáticas o habilidades de cálculo.
3. Problemas de traducción simple o compleja. – Son los problemas cuya resolución requiere la transición del lenguaje natural al lenguaje matemático (relaciones simbólicas o ecuaciones numéricas que deben ser resueltas posteriormente).
4. Problemas de procesos. – En este tipo de problemas el enunciado no plantea una solución tan “evidente”, siendo necesario estrategias de comprensión y planificación por parte del estudiante.
5. Problemas sobre situaciones reales. – Son actividades que hacen uso de conceptos y procesos matemáticos lo más cercanos posibles a la realidad de los estudiantes (llegando incluso al uso de modelos matemáticos).
6. Problemas de investigación. – Relacionados con conceptos y conocimientos matemáticos más profundos, ejemplo de ello son las demostraciones matemáticas.
7. Problemas de puzzles. – Pudiendo ser considerado como "recreativos", su resolución depende más de “ideas ingeniosas” que de conocimientos matemáticos.
8. Historias matemáticas. - Son historias de las cuales pueden desprenderse determinadas cuestiones matemáticas que provoquen curiosidad en el estudiantado, ejemplo de ello son las historias escritas por el matemático Lewis Carroll.

Como se puede observar, esta clasificación aborda una transición jerárquica entre los ejercicios y problemas matemáticos (siendo los dos últimos niveles enfocados más a un aspecto didáctico); no se niega que, en un principio, iniciar con ejercicios matemáticos permite que el estudiante pueda realizar una transición más “sencilla” a conocimientos matemáticos más profundos, sin embargo, será tarea del docente decidir si continuará con el uso de los mismos o decidirá profundizar más y

abordar problemas matemáticos (no se debe olvidar que todos los alumnos tienen un nivel propio de aprendizaje).

2.2.6.5. Estrategias para la Resolución de Problemas Matemáticos. Una dificultad presente en la enseñanza de la matemática es que mayoría de las clases están destinadas a una resolución rutinaria de ejercicios, tanto Espeleta et al. (2016) como Juidías y Rodríguez (2007) mencionan que la enseñanza de la matemática implica mucho más que el uso repetido de algoritmos, fórmulas o desarrollo de un conjunto de problemas con el mismo procedimiento.

Como se vio en la anteriores secciones, la enseñanza de la matemática debe encargarse de presentar los conceptos y elementos matemáticos como herramientas útiles para la solución de determinados problemas de la vida (siendo su mejor manifestación la enseñanza mediante el empleo de problemas matemáticos), ahora bien, desarrollar la capacidad de razonamiento para la resolución de ejercicios y problemas matemáticos requiere de un procedimiento estructurado que permita al estudiante tener “pistas” para encontrar la solución.

Juidías y Rodríguez (2007) afirman que el modelo más clásico (pero aún vigente) es el planteado por George Pólya el cual consta de cuatro fases: comprender el problema, concebir un plan, ejecución del plan y examinar la solución obtenida (Pólya, 1989). Los citados autores mencionan además que muchos de los modelos de resolución de problemas matemáticos han seguido la lógica de Pólya, viéndose la similitud en la siguiente tabla:

Tabla 4*Modelos de Resolución de Problemas Matemáticos*

	1ª fase	2ª fase	3ª fase	4ª fase
Polya (1945)	Comprensión del problema	Planificación	Ejecución del plan	Supervisión
Dunlap y McKnight (1980)	-Percepción de símbolos escritos -Decodificación de símbolos escritos -Formulación del significado general de las oraciones -Traducción del mensaje general en un mensaje matemático	-Determinación de lo que hay que buscar -Examen de los datos relevantes -Análisis de las relaciones entre los datos -Elección de las operaciones matemáticas -Estimación de las respuestas	-Formulación de los datos mediante la notación matemática -Ejecución de los cálculos matemáticos -Decodificación de los resultados para que tengan sentido técnico -Formulación de los resultados técnicos como respuestas a la cuestiones iniciales	-Verificación de las respuestas
Gagné (1983)	Traducción verbal de las situaciones descritas al lenguaje matemático		Fase central de cálculo	Validación de la solución
Montague (1988)	-Lectura del problema -Paráfrasis -Visualización -Enunciado del problema	-Hipótesis -Estimación	-Cálculo	-Verificación
Schoenfeld (1979)	-Análisis -Exploración	-Diseño	-Implementación	-Verificación
Uprichard, Phillips & Soriano (1984)	-Lectura -Análisis	-Estimación -Traducción	-Cálculo	-Verificación
Mayer (1991)	-Representación -Traducción -Integración	-Planificación	-Monitorización -Ejecución	-Verificación
Garofalo y Lester (1985)	-Orientación	-Organización	-Ejecución	-Verificación
Glass y Holyak (1986)	-Comprensión o representación del problema	-Planificación	-Ejecución del plan	-Evaluación de los resultados
Brandsford y Stein (1984)	-Identificación -Definición	-Exploración	-Actuación	-Observación -Aprendizaje

Fuente: Juidías y Rodríguez (2007)

Debido a la gran importancia que presenta, se decide dar una descripción del modelo de Pólya además del modelo de Maza (el cual es una reformulación de la propuesta de Pólya).

2.2.6.5.1. Modelo de Resolución de Problemas de Pólya. Como se mencionó en anteriores párrafos, este método está constituido por cuatro fases:

1. Comprender el problema. - Esta fase se caracteriza por la identificación y comprensión del problema además de asumir su existencia y la necesidad de resolverlo (Juidías & Rodríguez, 2007). Para ello se debe considerar el problema desde diversos ángulos de tal manera que el enunciado quede completamente claro, se pueda identificar las principales partes del

problema y las relaciones que pudieran existir, como tener cierta familiarización con los conceptos involucrados; preguntas como: ¿cuál es la incógnita?, ¿cuáles son los datos?, ¿cuál es la condición? pueden resultar de gran ayuda para una mejor interpretación del problema (Pólya, 1989).

2. Concebir un plan. – En esta etapa se diseña el esquema de acción para resolver el problema, esta idea puede darse de manera paulatina o bien por “prueba y error” (Juidías & Rodríguez, 2007; Pólya, 1989). Durante esta fase se debe considerar las partes más importantes del problema (esto para su análisis y visualización desde varios puntos de vista) como recordar conocimientos previos y circunstancias que fueron de ayuda en problemas análogos, es importante que en esta etapa se consideren todas las ideas que surjan sin importar si estas conduzcan a caminos incorrectos (pues estas serán de ayuda para la mejora en el desarrollo de los ejercicios); preguntas como: ¿conozco algún problema similar o relacionado?, ¿puede enunciarse el problema de forma diferente?, ¿por dónde debo empezar?, ¿he empleado todos los datos? pueden ser de gran ayuda para la elaboración de un plan (Pólya, 1989).
3. Ejecución del plan. – Es el desarrollo de lo previamente diseñado donde cada paso no da lugar a duda alguna, durante esta etapa se debe estar seguro de iniciar en base a ideas correctas como ejecutar y justificar todas las operaciones a partir de un razonamiento formal (Juidías & Rodríguez, 2007; Pólya, 1989).
4. Examinar la solución obtenida. – Al obtener la solución de un problema es común asumir su conclusión y no volverlo a ver nuevamente, tanto Juidías y Rodríguez (2007) como Pólya (1989) afirman que analizar la solución desde varios puntos de vista permite que las experiencias aprendidas sean asimiladas en los conocimientos que uno tiene; para ello será necesario: considerar los detalles empleados en la solución y hacerlos más sencillos, evaluar las decisiones, resultados y razonamiento empleado, como intentar aplicar el método usado para la resolución de otros problemas; todo ello permite desarrollar las aptitudes en la resolución de problemas, descubrir nuevos hechos interesantes y la búsqueda de una solución más simple o distinta del problema.

Pólya aclara que el "propósito" de este método es:

1. Ayudar al alumno. - Si se decide dejar solo al estudiante es posible que este no progrese en su aprendizaje, por ello será tarea del docente: brindar una ayuda equilibrada (ni mucho, ni

poco) e intentar comprender lo que pasa por la mente del alumno (es decir, ponerse en el lugar del estudiante y procurar ver desde su punto de vista).

2. Contar con preguntas, recomendaciones y operaciones intelectuales. - Las preguntas utilizadas en las cuatro fases anteriormente mencionadas serán de gran ayuda para la discusión del problema con los estudiantes, siendo su propósito principal dirigir la atención del alumno hacia la incógnita.
3. Generalidad. - Esto debido a que las preguntas presentadas en las cuatro fases pueden ser aplicadas para la resolución de todo tipo de problema, pues están destinadas a la aclaración de dudas.
4. Sentido común. - En palabras de Pólya (1989) "esta sugerencia le aconseja hacer lo que usted haría de todas formas, aún sin consejo, si está decidido a resolver el problema" (p. 26), es decir, todas las preguntas y recomendaciones brindadas a los estudiantes suelen ocurrir de forma natural, aunque no sean manifestadas de forma explícita, están presentes en toda persona que desea resolver un problema.
5. Imitación y práctica. - La resolución de un problema, en general, es una habilidad práctica, misma que será desarrollada al observar e imitar lo que una persona hace en situaciones similares para así poder aplicarlo durante la resolución de sus propios problemas. Si un docente utiliza repetidamente los pasos, preguntas y sugerencias para la resolución de problemas matemáticos, hace que sus alumnos puedan desarrollar dichas capacidades para la resolución y análisis de problemas posteriores (siendo estos aspectos mucho más importantes que enseñar a resolver un problema de manera mecánica).

Si bien este modelo podría considerarse como un "procedimiento algorítmico", la verdad es que todas estas fases son solo una guía para que los estudiantes puedan estructurar las ideas que tengan como desarrollar la habilidad en la resolución de problemas.

2.2.6.5.2. Modelo de Resolución de Problemas de Maza. Espeleta et al. (2016) dan a conocer la propuesta de resolución de problemas de Maza (1991) la cual es una reformulación de la propuesta realizada por Pólya, las fases que contiene son:

1. Análisis del problema. – La cual implica descomponer la información del enunciado, puede ser apoyada con las siguientes preguntas: ¿cuáles son los datos?, ¿qué se desea encontrar?, ¿qué condiciones cumplen los datos?

2. Representación del problema. – Se busca establecer relaciones y tener ideas más claras de los datos brindados, puede recurrirse a representaciones gráficas o diagramas, como emplear las siguientes preguntas: ¿qué relaciones existen entre los elementos del problema?, ¿cuál es la mejor representación del problema?, ¿se dispone de suficientes datos?
3. Planificación. – En esta etapa se selecciona la estrategia más adecuada para llegar a la solución, se recomienda plantearse las siguientes preguntas: ¿se parece a algún problema anterior?, ¿cuáles pasos se deben dar y en qué orden?, ¿qué operaciones se deben aplicar?
4. Ejecución. – En esta fase se aplica la estrategia planificada; se recomienda la revisión constante de la ejecución del plan, detección de errores, corrección de los pasos, etc.
5. Generalización. – En esta etapa, además de verificar las estrategias utilizadas en la resolución del problema, se debe buscar conexiones con principios generales que permitan resolver ejercicios similares en el futuro, es decir, aprender de lo realizado.

Es así que esta propuesta resulta ser un complemento al método planteado por Pólya (en especial en la fase 2 y 4 de dicha propuesta) siendo el objetivo de ambas dar una orientación para la resolución estructurada, justificada y lógica de problemas matemáticos.

2.3. Marco Legal

La presente investigación se sustenta bajo los siguientes documentos legales:

2.3.1. Constitución Política del Estado

Artículo 17: Toda persona tiene derecho a recibir educación en todos los niveles de manera universal, productiva, gratuita, integral e intercultural, sin discriminación.

Artículo 77:

- **Parágrafo I:** La educación constituye una función suprema y primera responsabilidad financiera del Estado, que tiene la obligación indeclinable de sostenerla, garantizarla y gestionarla.
- **Parágrafo III:** El sistema educativo está compuesto por las instituciones educativas fiscales, instituciones educativas privadas y de convenio.

Artículo 78:

- **Parágrafo I:** La educación es unitaria, pública, universal, democrática, participativa, comunitaria, descolonizadora y de calidad.
- **Parágrafo II:** La educación es intracultural, intercultural y plurilingüe en todo el sistema educativo.
- **Parágrafo III:** El sistema educativo se fundamenta en una educación abierta, humanista, científica, técnica y tecnológica, productiva, territorial, teórica y práctica, liberadora y revolucionaria, crítica y solidaria.

Artículo 81, parágrafo I: La educación es obligatoria hasta el bachillerato.

2.3.2. Ley Avelino Siñani – Elizardo Pérez

Artículo 3 (Bases de la Educación): La educación se sustenta en la sociedad, a través de la participación plena de las bolivianas y los bolivianos en el Sistema Educativo Plurinacional, respetando sus diversas expresiones sociales y culturales, en sus diferentes formas de organización. La educación se fundamenta en las siguientes bases:

- **Parágrafo 2:** Es comunitaria, democrática, participativa y de consensos en la toma de decisiones sobre políticas educativas, reafirmando la unidad en la diversidad.
- **Parágrafo 7:** Es inclusiva, asumiendo la diversidad de los grupos poblacionales y personas que habitan el país, ofrece una educación oportuna y pertinente a las necesidades, expectativas e intereses de todas y todos los habitantes del Estado Plurinacional, con igualdad de oportunidades y equiparación de condiciones, sin discriminación alguna según el Artículo 14 de la Constitución Política del Estado.
- **Parágrafo 10:** Es científica, técnica, tecnológica y artística, desarrollando los conocimientos y saberes desde la cosmovisión de las culturas indígena originaria campesinas, comunidades interculturales y afro bolivianas, en complementariedad con los saberes y conocimientos universales, para contribuir al desarrollo integral de la sociedad.
- **Parágrafo 11:** Es educación de la vida y en la vida, para Vivir Bien. Desarrolla una formación integral que promueve la realización de la identidad, afectividad, espiritualidad y subjetividad de las personas y comunidades; es vivir en armonía con la Madre Tierra y en comunidad entre los seres humanos.

- **Parágrafo 14:** Es liberadora en lo pedagógico porque promueve que la persona tome conciencia de su realidad para transformarla, desarrollando su personalidad y pensamiento crítico.

Artículo 4 (Fines de la Educación):

- **Parágrafo 3:** Universalizar los saberes y conocimientos propios, para el desarrollo de una educación desde las identidades culturales.
- **Parágrafo 4:** Fortalecer el desarrollo de la intraculturalidad, interculturalidad y el plurilingüismo en la formación y la realización plena de las bolivianas y bolivianos, para una sociedad del Vivir Bien. Contribuyendo a la consolidación y fortalecimiento de la identidad cultural de las naciones y pueblos indígena originario campesinos, comunidades interculturales y afrobolivianas, a partir de las ciencias, técnicas, artes y tecnologías propias, en complementariedad con los conocimientos universales.
- **Parágrafo 7:** Garantizar la participación plena de todas y todos los habitantes del Estado Plurinacional en la educación, para contribuir a la construcción de una sociedad participativa y comunitaria.
- **Parágrafo 11:** Impulsar la investigación científica y tecnológica asociada a la innovación y producción de conocimientos, como rector de lucha contra la pobreza, exclusión social y degradación del medio ambiente.

Artículo 5 (Objetivos de la Educación):

- **Parágrafo 1:** Desarrollar la formación integral de las personas y el fortalecimiento de la conciencia social crítica de la vida y en la vida para Vivir Bien, que vincule la teoría con la práctica productiva. La educación estará orientada a la formación individual y colectiva, sin discriminación alguna, desarrollando potencialidades y capacidades físicas, intelectuales, afectivas, culturales, artísticas, deportivas, creativas e innovadoras, con vocación de servicio a la sociedad y al Estado Plurinacional.
- **Parágrafo 2:** Desarrollar una formación científica, técnica, tecnológica y productiva, a partir de saberes y conocimientos propios, fomentando la investigación vinculada a la cosmovisión y cultura de los pueblos, en complementariedad con los avances de la ciencia y la tecnología universal en todo el Sistema Educativo Plurinacional.

- **Parágrafo 3:** Contribuir al fortalecimiento de la unidad e identidad de todas las ciudadanas y todos los ciudadanos como parte del Estado Plurinacional, así como a la identidad y desarrollo cultural de los miembros de cada nación o pueblo indígena originario campesino, y al entendimiento y enriquecimiento intercultural e intracultural dentro del Estado Plurinacional.
- **Parágrafo 16:** Establecer procesos de articulación entre los subsistemas y la secuencialidad de los contenidos curriculares desde la educación inicial en familia comunitaria hasta la educación superior de formación profesional.

2.4. Marco Referencial

En la presente sección se da a conocer la evolución, enfoque y estrategias metodológicas de la educación matemática establecidas por el Ministerio de Educación en concordancia a lo dispuesto por la ley de educación "Avelino Siñani - Elizardo Pérez", mismas que sirven de precedente para la investigación.

2.4.1. Antecedentes de la Educación Matemática en Bolivia

La matemática se caracteriza por la descripción e interpretación de diversos fenómenos de la realidad a través de un sistema de representación (lenguaje matemático) constituido por números, letras, símbolos, formas y medidas los cuales permiten “el desarrollo de capacidades propias del pensamiento lógico matemático en las personas jóvenes y adultas, tales como la abstracción, la deducción, la reflexión y el análisis” (Ministerio de Educación, 2015a, p. 49). Dicha forma de interpretación fue inicialmente aplicada por diversas culturas a lo largo del mundo, entre ellas la cultura boliviana; ya que es posible evidenciar el uso de diversos medios para medir una longitud (como ser: la mano, el codo, el pie, la palma), volúmenes e inclusive el tiempo, siendo estas revalorizadas para el desarrollo de posteriores conocimientos científicos (Ministerio de Educación, 2021b).

El cambio más profundo fue suscitado en el siglo XIX a partir del uso de la matemática en áreas como la probabilidad o la física cuántica (permitiendo así una nueva comprensión del universo que nos rodea) sin embargo, no es hasta mediados del siglo XX que, a partir de la incorporación de la lógica matemática y teoría de conjuntos, se tuvo una división de perspectivas basadas principalmente en su simbología abstracta, poco comprensible e introducción de conceptos y relaciones de manera no natural (Ministerio de Educación, 2021b) influenciada además por la

corriente del conductismo donde "los planes y programas estaban orientados al rigor de las definiciones, conceptos y reglas operatorias, seguida de una gran cantidad de ejercicios, cuyo propósito era la formación mecánica y la destreza en el cálculo" (Ministerio de Educación, 2021b, p. 184).

No es hasta la década de los años setenta que se decide dar un cambio a la enseñanza de la matemática, viéndola ahora como la ciencia que "trata sobre modelos de pensar acerca del mundo, que opera con cantidades, formas, medidas, relaciones y otros conceptos matemáticos" (Carlson, 1992; como se citó en Ministerio de Educación, 2021b, p. 184), es decir, se trabaja en el desarrollo del pensamiento y razonamiento a partir del uso de determinadas propiedades matemáticas; siendo esto considerado por la educación boliviana a partir de la ley de Reforma Educativa N° 1565 la cual enfatizaba en que el estudiante sea protagonista de su propio aprendizaje. Si bien este enfoque constructivista tuvo ciertas falencias (como restar importancia al desarrollo del pensamiento lógico) se destaca su trascendencia al permitir la didactización del área de la matemática (Ministerio de Educación, 2021b).

2.4.2. Enfoque de la Educación Matemática en Bolivia

En la actualidad, tanto la matemática como otras áreas de la educación boliviana buscan la unificación de saberes y conocimientos para ser usados en la resolución de problemas enfocadas al vivir bien en comunidad (Ministerio de Educación, 2015a), siendo esto plasmado en el Modelo Educativo Sociocomunitario Productivo el cual busca: recuperar, fortalecer y revalorizar los saberes matemáticos de los pueblos, la generación de procesos de aprendizajes productivos y, en general, el desarrollo en la formación integral y holística de los estudiantes (Ministerio de Educación, 2015a, 2021b).

Dado que la matemática se vincula con otras áreas a través del pensamiento lógico, concreto y abstracto, se tiene que el enfoque de la educación matemática en Bolivia es:

Lógico, deductivo – constructivo y analítico, desarrollando capacidades de razonamiento lógico, crítico, de abstracción, cuantificación e investigación, mediante la resolución de problemas prácticos de la vida cotidiana, familiar y comunitaria, contribuyendo a la formación integral, intracultural e intercultural enfocado al desarrollo social y productivo. (Ministerio de Educación, 2015a, p. 51)

Es decir, el saber matemático se caracteriza por ser aplicativo permitiendo la resolución de problemas de la vida diaria, esto a partir de la interpretación de diversos fenómenos mediante procesos heurísticos o modelización matemática (Ministerio de Educación, 2021b); no se la considera memorística sino como aquella que permite el desarrollo de la capacidad imaginativa y creativa en los estudiantes, permitiendo además una “educación comunitaria enfocada a la producción, recuperando valores y principios de reciprocidad, cooperación y bien común” (Ministerio de Educación, 2015a, p. 51).

Entre los componentes que aborda el área de la matemática se tienen:

1. Aritmética. - Permite que los estudiantes se familiaricen con las cantidades (contar, medir, comparar, estimar y ordenar), esto para el desarrollo del razonamiento lógico, crítico y resolución de problemas aplicados a la vida cotidiana.
2. Álgebra. – Se encarga del estudio de propiedades generales de las operaciones aritméticas, permitiendo el desarrollo, aplicación, interpretación y solución a problemas cotidianos.
3. Trigonometría. – Centrada en el estudio de las relaciones entre los ángulos y lados de los triángulos, contando con variadas aplicaciones en los campos de la navegación, la geodesia y la astronomía.
4. Geometría. – Siendo muy usada en la antigüedad, se encarga del estudio de las propiedades y medidas de una figura en el plano o espacio, permitiendo facilitar la comprensión e interpretación de la realidad y relacionarla con el lenguaje matemático.
5. Cálculo. – Basada principalmente en la medida, permite el desarrollo de operaciones matemáticas buscando el análisis y reflexión de los resultados.
6. Estadística. – Se basa en el recojo y análisis de la información a partir del estudio de variables para la toma de decisiones; por su aporte en el desarrollo del pensamiento lógico matemático es que decide ser incorporada en los programas de estudio de la educación secundaria.

Teniendo en cuenta estos parámetros es que el Ministerio de Educación de Bolivia decide estructurar los contenidos de matemática para cada nivel de escolaridad, siendo presentado en la siguiente tabla:

Tabla 5*Contenidos Matemática por año de Escolaridad (Nivel Secundaria)*

GESTIÓN	CONTENIDO		
	1° TRIMESTRE	2° TRIMESTRE	3° TRIMESTRE
1° Secundaria	<ul style="list-style-type: none"> - Los números naturales y sus operaciones aplicadas en diferentes situaciones de la vida cotidiana. - Conjunto de números enteros y sus operaciones. 	<ul style="list-style-type: none"> - Números racionales aplicadas en la vida cotidiana. - Polígonos regulares e irregulares en la producción del arte y la tecnología de los pueblos. 	<ul style="list-style-type: none"> - La geometría y sus relaciones con el entorno natural. - Levantamiento de datos estadísticos de las actividades productivas del contexto.
2° Secundaria	<ul style="list-style-type: none"> - Números enteros como elemento de abstracción natural. - Los números racionales. 	<ul style="list-style-type: none"> - El número la forma y el cálculo. - Números irracionales y reales. 	<ul style="list-style-type: none"> - Geometría, medida de las formas. - El lenguaje matemático y la relación con las actividades de la vida cotidiana.
3° Secundaria	<ul style="list-style-type: none"> - Lenguaje algebraico y su aplicación en la vida cotidiana. - Operaciones con polinomios. 	<ul style="list-style-type: none"> - Lenguaje algebraico y su valor en la diversidad cultural propiedades algebraicas. - Factorización. 	<ul style="list-style-type: none"> - El algebra en situaciones concretas de la realidad. - Ecuaciones e inecuaciones algebraicas de primer grado.
4° Secundaria	<ul style="list-style-type: none"> - Lenguaje algebraico y su valor en la diversidad cultural. - Factorización de polinomios. 	<ul style="list-style-type: none"> - Funciones y ecuaciones lineales en la productividad. - Sistemas de ecuaciones lineales de primer grado con dos y tres incógnitas. - Funciones cuadráticas y ecuaciones de segundo en la productividad. 	<ul style="list-style-type: none"> - Números complejos. - Progresiones y análisis combinatorio-aplicados en diferentes contextos. - Trigonometría tecnología y producción.
5° Secundaria	<ul style="list-style-type: none"> - Funciones y ecuaciones en la productividad ecuaciones lineales con una incógnita. - Sistemas de ecuaciones con dos 	<ul style="list-style-type: none"> - Trigonometría y la aplicación en la tecnología. - Números complejos en la tecnología y la diversidad cultural. 	<ul style="list-style-type: none"> - Identidades y ecuaciones trigonométricas para su aplicación en la tecnología. - Logaritmos y ecuaciones exponenciales en la realidad cotidiana.

	incógnitas y tres incógnitas. Ecuaciones cuadráticas.		- La estadística en procesos productivos y fenómenos sociales.
6° Secundaria	- Resolución de triángulos rectángulos y oblicuángulos en la diversidad cultural. - Identidades y ecuaciones trigonométricas para su aplicación en la tecnología.	- Geometría analítica aplicada al contexto y/o a la tecnología. - La ecuación de la recta y sus propiedades. - La circunferencia.	- La parábola, elipse e hipérbola. - Teoría de conjuntos. - Cálculo, tecnología y producción.

Fuente: Elaboración Propia a partir de Ministerio de Educación (2021b).

Todos estos saberes son llevados a cabo para el cumplimiento del siguiente objetivo:

Desarrollamos saberes y conocimientos matemáticos, utilizando las formas, números, letras, símbolos, medidas y el cálculo con sentido crítico y reflexivo en situaciones concretas de la vida, en el marco del respeto de los saberes, conocimientos y su aplicación de las diferentes situaciones de contexto, para contribuir de manera pertinente al desarrollo de los sistemas de producción y la tecnología de los pueblos de la diversidad cultural. (Ministerio de Educación, 2021, p. 188)

2.4.3. Estrategias Metodológicas de la Educación Matemática en Bolivia

Colque (2020) menciona que en la educación matemática en Bolivia:

Se consideran diversas metodologías y formas de enseñanza y aprendizaje, de acuerdo a la experiencia e iniciativa de los maestros y en función de las características locales del contexto donde está ubicado el centro educativo; pero teniendo cuidado que sean participativas dinámicas, críticas y creativas que desemboquen en acciones concretas y aplicaciones. (p. 37)

Es por ello que se presentan las siguientes estrategias metodológicas destinadas a la enseñanza matemática en Bolivia propuestas por el Ministerio de Educación:

Tabla 6*Estrategias Metodológicas de la Nueva ley 070 Avelino Siñani – Elizardo Pérez*

PRÁCTICA	TEORÍA	VALORACIÓN	PRODUCCIÓN
- Taller de matemática	- Demostración	- Reflexión crítica de	- Creación matemática
- Laboratorio matemático	matemática	procedimientos	- Producción de textos
- Investigación	- Interpretación de	matemáticos	de matemática
tecnológica	información	- Aprobación	- Desarrollo de
- Procedimientos	- Investigación	comunitaria	proyecto matemáticos
Heurísticos	matemática	- Diálogo comunitario	- Impacto productivo
- Procesamiento de	- Pensamiento	- Revalorización de	social
información	divergente	saberes matemáticos	- Producción en
- Aplicación matemática	- Argumentación lógica	- Validación crítica de	educación matemática
- Elaboración de	- Investigación	conceptos y	y tecnológica
proyectos	matemática	propiedades	- Producción de
- Prácticas en campo	- Pensamiento	- Reflexión de	modelos matemáticos
abierto	matemático	procedimientos	- Elaboración
- Modelización	reversible.	matemáticos	programas
matemática.		- Utilidad del saber	informáticos.
		matemático.	

Fuente: Colque (2020)

Cada una de estas estrategias metodológicas conlleva el uso de diversos métodos, técnicas y recursos didácticos, mismos que permiten facilitar la comprensión de los contenidos matemáticos como el desarrollo de "procesos cognitivos, afectivos, prácticos y de decisión" (Colque, 2020, p. 38).

2.5. Marco Institucional

La presente investigación tiene como contexto el municipio de La Paz el cual, hasta la gestión 2020, contaba con 84 193 estudiantes matriculados en el nivel secundario (Ministerio de Educación, 2022). En particular la investigación será realizada en la Unidad Educativa Plena Técnico Humanístico “San Javier”, un establecimiento ubicado en la zona de Pura Pura, Barrio Ferroviario de la ciudad de La Paz; dicha institución educativa “atiende el nivel Secundario de 1°

a 6° con dos paralelos cada uno, por el turno de la tarde. Cuenta con una infraestructura amplia, espacios con área verde, sala de computación y laboratorio de sistemas informáticos” (Unidad Educativa Técnico Humanístico “San Javier”, 2022).

Entre la misión y visión que presenta la institución se tiene:

- Misión: La Unidad Educativa Plena San Javier Técnico Humanístico, tiene como misión, promover una formación integral y dar una respuesta acorde a la realidad actual, una educación plena, inclusiva bajo los valores éticos, morales y espirituales bajo una formación crítica-reflexiva con identidad sociocultural para que, nuestros estudiantes se constituyan agentes de transformación social –ambiental-espiritual. Bajo los lineamientos Educativos del Estado Plurinacional, promoviendo el vivir bien.
- Visión: La Unidad Educativa Plena San Javier Técnico Humanístico, tiene como visión, lograr una educación que promueva una formación integral y plena acorde los nuevos modelos educativos y la lectura contextual bajo el avance tecnológico para desarrollar capacidades, habilidades y destrezas promoviendo los valores con excelencia académica, donde todos los actores de la comunidad educativa, aporten a la construcción de una sociedad inclusiva, plena, con justicia equitativa y transformadora (Unidad Educativa Técnico Humanístico “San Javier”, 2022).

CAPITULO III

DISEÑO METODOLÓGICO

3.1. Paradigma de Investigación

El paradigma usado para la siguiente investigación es de tipo interpretativo pues, como menciona Latorre et al. (2003) citado por Blandón (2017) “El paradigma interpretativo, hace uso de técnicas cualitativas de investigación, engloba un conjunto de corrientes humanístico-interpretativas, comprende e interpreta la realidad” (p. 75) teniendo así un mejor entendimiento de la realidad a estudiar, así también “profundiza en los diferentes motivos de los hechos. No busca la generalización, la realidad es dinámica e interactiva. Tienen en cuenta el comportamiento de los otros/as actuando consecuentemente desde una perspectiva holística” (Curtis, s.f., citado por Ricoy, 2006, p. 16).

Lo que se pretende efectuar con el uso de este paradigma es realizar una recolección de datos que permita conocer las estrategias metodológicas aplicadas por la docente como las dificultades y otros aspectos relacionados al razonamiento lógico matemático de los estudiantes de 6to de secundaria, mismos que serán de ayuda para el diseño de la propuesta metodológica que permita desarrollar la habilidad de resolución lógica de problemas matemáticos.

3.2. Enfoque de Investigación

Pereira (2011) menciona que la investigación en educación conlleva una exploración constante intentando comprender y profundizar en determinados fenómenos educativos buscando dar un aporte a dicho campo, producto de ello son los diversos paradigmas y enfoques desarrollados a lo largo de los años; situación también compartida por Gallardo (2017) la cual afirma que: para el desarrollo de una investigación, son diversos los caminos que uno podría seleccionar, siendo los más relevantes los enfoques cuantitativo y cualitativo.

En lo que respecta al enfoque cuantitativo, Monje (2011) menciona que:

Este enfoque investigativo plantea la unidad de la ciencia, es decir, la utilización de una metodología única que es la misma de las ciencias exactas y naturales [...] Su propósito es buscar explicación a los fenómenos estableciendo regularidades en los mismos, esto es, hallar leyes generales que explican el comportamiento social. (p. 11)

El autor complementa la idea mencionando que este enfoque parte de una teoría ya aceptada por la comunidad científica y busca analizar hechos reales, comprobados y cuantificados evitando la subjetividad, es decir, todos los datos recolectados son estudiados de manera neutral y objetiva empleando mediciones numéricas y análisis estadísticos los cuales permiten plantear y justificar tanto la hipótesis como teorías, todo con el fin de “explicar, predecir, verificar y controlar los fenómenos” (Gallardo, 2017, p. 22).

En cuanto al enfoque cualitativo, Monje (2011) menciona que:

Se interesa por captar la realidad social ‘a través de los ojos’ de la gente que está siendo estudiada, es decir, a partir de la percepción que tiene el sujeto de su propio contexto [...] No parte de supuestos derivados teóricamente, sino que busca conceptualizar sobre la realidad con base en el comportamiento, los conocimientos, las actitudes y los valores que guían el comportamiento de las personas estudiadas. (p. 13)

Cabe recalcar que el enfoque cualitativo no depende de una teoría ya establecida, siendo estas utilizadas solo como guía o referente; es por ello que dicho enfoque se encarga del estudio de la realidad tomando como referencia las experiencias y vivencias de los individuos analizados como el significado que le dan a las cosas y sus acciones, es decir, le interesa conocer y analizar la perspectiva que tengan los individuos objeto de estudio (Gallardo, 2017; Monje, 2011).

Si bien pareciera que estos enfoques resultan ser contrarios, la realidad muestra que existe una complementación en los mismos; Pereira (2011) menciona que a partir de 1960 son diversos los estudios que decidieron combinar ambos enfoques logrando así un análisis más profundo y diversificado de los datos, potenciando así su comprensión y siendo de gran ayuda para aquellos fenómenos de estudio que involucran al ser humano y su diversidad (como ser: la educación, enfermería, medicina, psicología y comunicación).

Es por ello que el presente trabajo se apoya en los enfoques tanto cualitativo como cuantitativo, también conocido como “diseño mixto” o “método mixto” (Hernández Sampieri et al., 2014; Pereira, 2011), siendo el que mejor se adapta a las características, necesidades y objetivos de la presente investigación, esto debido a que:

Representan el más alto grado de combinación entre los enfoques cualitativo y cuantitativo. En éstos, ambas aproximaciones se entremezclan desde el inicio hasta el final, o al menos, en la mayoría de sus etapas. Requiere de un manejo completo de los dos métodos y una

mentalidad abierta. Agrega complejidad al diseño de estudio, pero contempla todas las ventajas de cada uno de los enfoques. (Hernández Sampieri et al., 2014, p. 549)

Cabe mencionar que este enfoque asigna prioridad ya sea al enfoque cualitativo o cuantitativo (esto según la necesidad de la investigación), permitiendo además que estos puedan ser desarrollados de manera secuencial (es decir, usando los enfoques en determinados momentos) o concurrente (empleando al mismo tiempo ambos enfoques), es por ello que Driessnack et al. (2007) citado por Pereira (2011) detalla la siguiente clasificación:

CUAL + cual

CUAL → cual

CUAL + cuan

CUAL → cuan

CUAN + cuan

CUAN → cuan

CUAN + cual

CUAN → cual

Donde:

1. Mayúscula: señala el método o enfoque que tiene priorización en el diseño.
2. Cual: se refiere al enfoque o métodos cualitativos.
3. Cuan: se refiere al enfoque o métodos cuantitativos.
4. “+”: Significa que el método secundario se está utilizando simultáneamente o en el mismo período de tiempo de la recolección de datos.
5. “→”: Indica que el método secundario se utilizó posterior a la recolección de los datos primarios.

Es así que la investigación será desarrollada utilizando un diseño “CUAL → cuan” pues se dará mayor prioridad al enfoque cualitativo, siendo el cuantitativo un apoyo en la recolección e interpretación de datos.

3.3. Tipo de Investigación

La presente investigación es considerada analítica pues, como afirma Hurtado (2000) “la investigación analítica tiene como objetivo analizar un evento y comprenderlo en términos de sus aspectos menos evidentes” (p. 269) siendo el objetivo identificar las estrategias metodológicas aplicadas por la docente como las dificultades en el razonamiento lógico matemático de los estudiantes de 6to de secundaria.

Así también se considera que la investigación es del tipo propositivo pues, como menciona Paredes (2020) “es el estudio donde se formula una solución ante un problema, previo diagnóstico y evaluación de un hecho o fenómeno” (p. 6), siendo un objetivo la creación de una propuesta que sirva de opción o guía para desarrollar el razonamiento lógico matemático.

3.4. Diseño de Investigación

El diseño de investigación es del tipo no experimental utilizando la investigación transaccional pues, como menciona Liu (2008) citado por Hernández Sampieri et al. (2014) “recolectan datos en un solo momento, en un tiempo único. Su propósito es describir variables y analizar su incidencia e interrelación en un momento dado” (p. 154), complementando esta idea se tiene lo establecido por Latorre et al. (2003) citado por Blandón (2017) afirmando que “son investigaciones que estudian un aspecto de desarrollo de los sujetos en un momento dado” (p. 81).

Es así que el trabajo de investigación será realizado con los estudiantes de 6to de secundaria y profesora de matemática durante el mes de septiembre de la gestión 2022, buscando identificar la estrategia metodológica empleada por la docente como analizar las dificultades en el razonamiento lógico matemático de los alumnos.

3.5. Métodos de Investigación

Dado que el presente trabajo será desarrollado bajo un diseño mixto, los métodos a emplear son del tipo cualitativo y cuantitativo (dando mayor prioridad al primero), estos son:

- Analítico-Sintético. - Según Rodríguez y Pérez (2017) esta presenta dos procesos que podrían considerarse “inversos”: uno que permite la descomposición y estudio de un elemento en sus partes (análisis) para la posterior unión de los elementos estudiados pudiendo descubrir características generales (síntesis); siendo esto de gran utilidad para un

mejor entendimiento de la estrategia metodológica empleada por la docente y dificultades en el razonamiento lógico matemático de los estudiantes.

- Fenomenológico. - Como menciona Hernández Sampieri et al. (2014) “Su propósito principal es explorar, describir y comprender las experiencias de las personas con respecto a un fenómeno y descubrir los elementos en común de tales vivencias” (p. 493), es decir, se indaga sobre los datos brindados por los participantes buscando descubrir el significado del fenómeno estudiado. Lo que se busca con este método es tener una mejor comprensión de la estrategia metodológica empleada por el docente como las dificultades de los estudiantes respecto a la resolución lógica de problemas matemáticos.
- Teoría Fundamentada. - Lo que busca es generar alguna teoría a partir de los datos recolectados durante el proceso de investigación, es decir, su construcción se basa en la recolección y análisis inductivo de datos empíricos para el desarrollo de una teoría basada en un fenómeno (Monje, 2011). Es así que este método permitirá tener una base teórica para la propuesta enfocada al desarrollo del razonamiento lógico matemático implicando una mejora en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática.

3.6. Universo, Población y Muestra

3.6.1. Universo

Escobar (2016) citado por Huanca (2017) menciona que el universo puede ser entendido como “la totalidad de las personas, poblaciones o instituciones donde se presentan las características o problemas que se quieren investigar” (p. 69). Es por ello que, para la presente investigación, el universo a considerar será la Unidad Educativa Plena Técnico Humanístico “San Javier” de la Ciudad de La Paz, Bolivia.

3.6.2. Población

La población serán los estudiantes de 6to de secundaria de la Unidad Educativa Plena Técnico Humanístico “San Javier” de la ciudad de La Paz además de sus respectivos docentes, entendiendo a la población como “el conjunto de todos los casos que concuerdan con una serie de especificaciones” (Lepkowski, 2008, citado por Hernández Sampieri et al., 2014, p. 174).

3.6.3. Muestra

Monje (2011) menciona que la muestra puede ser definida como:

Un conjunto de objetos y sujetos procedentes de una población, es decir un subgrupo de la población, cuando esta es definida como un conjunto de elementos que cumplen con unas determinadas especificaciones. De una población se pueden seleccionar diferentes muestras. (p. 123)

Es por ello que, para la presente investigación, se utiliza el tipo de muestreo no probabilístico ya que, como menciona Hernández Sampieri et al. (2014) “la elección de los elementos no depende de la probabilidad, sino de causas relacionadas con las características de la investigación o los propósitos del investigador” (p. 176), particularmente se usa el muestreo por conveniencia pues, como menciona Otzen y Manterola (2017) “Permite seleccionar aquellos casos accesibles que acepten ser incluidos. Esto, fundamentado en la conveniente accesibilidad y proximidad de los sujetos para el investigador” (p. 230).

Siendo la finalidad una mejor comprensión de la problemática sumado a la accesibilidad con la que se pudo contar en mencionada institución, la muestra consta de los estudiantes de 6to de secundaria paralelo “B” de la Unidad Educativa Plena Técnico Humanístico “San Javier” contando con 14 estudiantes (7 varones y 7 mujeres) además de la docente de matemática.

3.7. Técnicas de Investigación

Gallardo (2017) menciona que las técnicas de investigación pueden ser entendidas como:

Un proceso que se lleva a cabo siguiendo un plan preestablecido donde se especifican los objetivos propuestos y los procedimientos para la recolección, incluyendo la ubicación de las fuentes de información o los sujetos, el lugar de aplicación, el consentimiento informado y la manera de abordarlos. (p. 72)

Así también se tiene lo establecido por Arias (2012) el cual afirma que una técnica de investigación es “el procedimiento o forma particular de obtener datos o información” (p. 67). Es por ello que, para obtener los datos requeridos de la presente investigación, se decide optar por las siguientes técnicas:

3.7.1. Grupos Focales

La técnica de los grupos focales, también llamada “entrevista exploratoria grupal”, puede ser entendida como “una reunión con modalidad de entrevista grupal abierta y estructurada, en donde se procura de un grupo de individuos seleccionados por los investigadores discutan y elaboren,

desde la experiencia personal, una temática o hecho social que es objeto de investigación” (Monje, 2011, p. 152). Así también el autor menciona que dicho grupo consta de 6 a 12 personas los cuales pueden expresarse de manera libre con la conducción del entrevistador.

Lo que se plantea con esta técnica es la recolección de datos dividiendo al grupo de estudiantes en subgrupos, esto para poder tener una opinión más específica respecto a la metodología aplicada por la docente durante las clases de matemática como las dificultades presentes en el razonamiento lógico matemático.

3.7.2. Entrevista

La entrevista puede ser entendida como “una técnica que permite obtener datos mediante un diálogo o conversación “cara a cara”, entre el entrevistador y el entrevistado de tal manera que el entrevistador pueda obtener la información requerida” (Arias, 2012, p. 73), gracias a esta intervención es posible construir ciertos significados respecto a un tema o fenómeno de estudio (Hernández Sampieri et al., 2014).

Lo que se planea con la implementación de esta técnica es tener una opinión personal y perspectiva de la problemática por parte de la docente de matemática, en particular se usará la entrevista semiestructurada la cual consta de una guía de preguntas donde el entrevistador puede introducir preguntas adicionales que permitan obtener una mejor información (Hernández Sampieri et al., 2014).

3.7.3. Observación

Para una mejor comprensión de las características y actividades de los sujetos implicados se utilizará la técnica de la observación ya que, como mencionan Eddy (2008), Patton (2002) y Grinnell (1997) citados por Hernández Sampieri et al. (2014), esta técnica permite "Explorar y describir ambientes, comunidades, subculturas y los aspectos de la vida social, analizando sus significados y a los actores que la generan" (p. 399). En particular se utilizará la participación pasiva, pues esta permite que el investigador esté presente durante la actividad sin presentar interacción alguna (Hernández Sampieri et al., 2014).

Es así que se observará el desarrollo de las clases teniendo como parámetro los indicadores de la matriz de categorización relacionados a la estrategia metodológica empleada por la docente.

3.7.4. Encuesta

Pedro (2015) citato por Colque (2020) menciona que la encuesta es “una técnica de recogida de datos a través de la interrogación de los sujetos cuya finalidad es la de obtener de manera sistemática medidas sobre los conceptos que se derivan de una problemática de investigación previamente construida” (p. 41) es decir, permite una recolección ordenada de datos; así también Gallardo (2017) menciona que la encuesta "pretende obtener información de un grupo o una porción de la población de interés. La información es recogida usando procedimientos estandarizados para que a cada sujeto se le hagan las mismas preguntas” (p. 73).

El uso de la presente técnica tiene la finalidad de obtener información personalizada de los estudiantes orientado a determinar la estrategia metodológica empleada por la docente como las dificultades que pudieran presentar en el aprendizaje de la materia. (siendo un apoyo y complemento a los datos recolectados en los grupos focales); así también la encuesta cuenta con algunos ejercicios y problemas matemáticos mismos que permiten analizar el razonamiento lógico de los alumnos.

3.8. Instrumentos de Investigación

Una vez seleccionadas las técnicas de investigación es necesario tener un medio que permita la recolección de datos, es por eso que Gallardo (2017) menciona que “la recolección de datos se efectúa mediante la aplicación de los instrumentos diseñados en la metodología, utilizando una gran diversidad de métodos, técnicas y herramientas que pueden ser utilizadas por el investigador para desarrollar los sistemas de información” (p. 72).

Monje (2011) define los instrumentos de investigación como “el mecanismo que utiliza el investigador para recolectar y registrar la información, tal es el caso de los formularios, las pruebas psicológicas, las escalas de opinión y de actitudes, las listas u hojas de control y otros” (p. 133), es así que estos instrumentos permiten la recolección de datos teniendo como guía las técnicas de investigación seleccionadas. Cabe mencionar que los instrumentos empleados para la presente investigación fueron contruidos a partir de una revisión detallada de la matriz de categorización además de tomar como referencia los instrumentos utilizados en las investigaciones de Blandón (2017), Mendoza (2019) y Vargas (2011).

3.8.1. Guía de Preguntas

Para llegar a cabo la entrevista y los grupos focales será necesario contar con una guía de preguntas la cual, como afirma Arias (2012) es “una guía prediseñada que contiene las preguntas que serán formuladas al entrevistado” (p. 73), puesto que la entrevista es semiestructurada será posible la incorporación de preguntas adicionales dependiendo al desarrollo que se tenga en la misma.

3.8.2. Cuaderno de Campo

También conocido como cuaderno de investigación, libreta, cuaderno de notas o diario de campo, es un instrumento donde los investigadores "anotan el desarrollo cotidiano de la investigación, sus percepciones, sentimientos, expectativas, etc. [...] El investigador describe los elementos concretos de la situación y refiere textualmente las afirmaciones de los sujetos observados" (Monje, 2011, p. 154).

Dado que la observación será desarrollada mediante una participación pasiva, es necesario tener un registro y compilado de los datos más importantes del transcurso de la clase, los mismos serán realizados siguiendo el formato de anotación descriptivo e interpretativo, es decir, “una hoja dividida en dos: de un lado se registran las anotaciones descriptivas de la observación y del otro las interpretativas” (Hernández Sampieri et al., 2014, p. 401).

3.8.3. Cuestionario

Arias (2012) menciona que un cuestionario es una modalidad de encuesta la cual contiene una serie de preguntas que deben ser llenados por el encuestado sin la intervención o influencia del encuestador; así también Chasteauneuf (2009) y Brace (2013) citados por Hernández Sampieri et al. (2014) afirman que un cuestionario “consiste en un conjunto de preguntas respecto de una o más variables a medir. Debe ser congruente con el planteamiento del problema e hipótesis” (p. 217).

El cuestionario empleado en la presente investigación consta de dos partes: la primera contiene preguntas cerradas respecto a la estrategia metodológica aplicada por la docente y la segunda contiene preguntas abiertas constituidas por ejercicios y problemas matemáticos (esto para analizar los resultados y procedimiento empleado) mismas que fueron construidas tomando como referencia los ejercicios y problemas de Machicao (2014) y el Organismo Supervisor de la Inversión en Energía y Minería (2017).

3.9. Validación de Instrumentos

Tanto Blandón (2017) como Monje (2011) menciona que todo instrumento bien diseñado debe cumplir dos condiciones:

1. **Confiabilidad.** - Entendida como “la capacidad del instrumento para arrojar datos o mediciones que correspondan a la realidad que se pretende conocer” (Monje, 2011, p. 165), es decir, permite obtener datos reales, representativos, consistentes y coherentes de la variable que se está midiendo; mientras mayor sea la confiabilidad del instrumento menor la cantidad de errores en los datos recolectados (Hernández Sampieri et al., 2014).
2. **Validez.** – La cual da a conocer “el grado en que un instrumento mide lo que pretende medir” (p. 165), es decir, permite obtener datos respecto a las variables empleadas y no así información irrelevante para la investigación, dicha validación puede ser establecida mediante la evaluación de los instrumentos ante expertos (Hernández Sampieri et al., 2014).

Así también Blandón (2017) menciona que un instrumento tendrá confiabilidad y validez siempre y cuando cuente con la opinión y análisis de expertos en la materia además de ser aplicada en una situación real (usualmente conocida como “prueba piloto”); es por ello que, para poder tener confiabilidad y validez de los instrumentos construidos, se cuenta con la opinión, análisis y validación de los siguientes expertos:

- Mg. Sc. Charlie Anibal Lozano Correa, docente investigador de la Carrera de Matemática UMSA y parte del comité académico de las Olimpiadas Paceñas de Matemática.
- Mg. Sc. Willy Condori Equice, docente investigador emérito de la Carrera de Matemática UMSA.

Además de realizar una prueba piloto con los estudiantes de 6to de secundaria del turno mañana del Colegio Jerusalem de la ciudad de La Paz. Todas las observaciones brindadas (tanto en la reunión desarrollada con los expertos como el desarrollo de la prueba piloto) permitieron la corrección y mejora de los instrumentos como el ajuste de las preguntas empleadas.

3.10. Procedimientos de la Investigación

En la presente sección se da una descripción de los pasos empleados durante la recolección de datos, misma que se encuentra constituida por las siguientes fases:

- **Fase 1: Grupo Focal Estudiantes**

Se realizaron grupos focales con los estudiantes de la unidad educativa mencionada, esto para tener un primer acercamiento sobre la metodología empleada por la docente como posibles dificultades en la enseñanza de la materia. Dado que se cuenta con 14 estudiantes se decidió realizar dos grupos focales, cada subgrupo fue distribuido intentando tener la misma cantidad de estudiantes varones como mujeres; cabe mencionar que en cada grupo focal se realizó una dinámica de introducción, misma que se encuentra descrita en la guía de preguntas del grupo focal. Para no interrumpir con el desarrollo académico se realizó la actividad al término de un día de clases.

- **Fase 2: Entrevista Docente**

Se realizó una entrevista a la docente de matemática de la unidad educativa mencionada, esto con la finalidad de conocer los métodos y técnicas de enseñanza empleados (como su punto de vista respecto a los mismos), dificultades que considera tienen los estudiantes en el aprendizaje de la matemática y cómo se podría mejorar tales aspectos; toda esta actividad fue desarrollada en un horario donde la profesora se encontraba libre.

- **Fase 3: Observación Clases**

Se realizó la observación de dos clases previa consulta y aceptación de la docente, esto para identificar la estrategia metodológica empleada por la profesora durante la enseñanza de la matemática (siendo esta información de ayuda para la triangulación de datos).

- **Fase 4: Encuesta Estudiantes**

Se realizó una encuesta a los estudiantes, la misma estuvo conformada por dos secciones: La primera sección permitió obtener una opinión personalizada de la estrategia metodológica empleada por la docente y las dificultades en la enseñanza de la misma, mientras que la segunda sección estuvo conformada por ejercicios y problemas matemáticos destinados a determinar el razonamiento lógico de los alumnos. Para no interrumpir el desarrollo académico la actividad fue desarrollada al término de un día de clases (priorizando un día donde las actividades académicas tengan una culminación temprana).

La ejecución de todas estas etapas fue posible gracias a una anticipada coordinación con los informantes, además de contar con el apoyo y permiso del director de la unidad educativa. Cabe aclarar que en cada una de las actividades se explicó el objetivo de la presente investigación.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS

“ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS PARA EL FORTALECIMIENTO DEL RAZONAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES DE 6TO DE SECUNDARIA”

4.1. Educación Matemática en el Nivel Secundario

A partir de los documentos analizados se pudo evidenciar que Bolivia continúa con la práctica tradicional de enseñanza en el área de la matemática produciendo así dificultades en la resolución de ejercicios y problemas matemáticos por parte de los estudiantes, dicha problemática se encuentra presente desde la educación primaria repercutiendo también en la educación secundaria ya que, como menciona Carrillo (2009), existe una ausencia o falta de conocimientos previos los cuales complican la incorporación de determinados saberes.

Esta situación también se encuentra presente en la ciudad de La Paz ya que, según un estudio realizado por el Gobierno Autónomo Municipal de La Paz (2014):

- Un 73.8% de los estudiantes del municipio cuentan con bastante dificultad en la resolución de problemas de planteo.
- A medida que se avanza en el nivel educativo el porcentaje de respuestas correctas va disminuyendo, es decir, los estudiantes de nivel secundario presentarían más dificultades en la resolución de ejercicios y problemas matemáticos.
- Los docentes imparten la materia de manera teórica contando con un bajo nivel de capacitación respecto a las metodologías de enseñanza.

Gómez (2008) menciona la necesidad de brindar una nueva orientación a la enseñanza de la matemática buscando fomentar la creatividad y no solo la memorización o el uso mecánico de algoritmos, es decir, el desarrollo de un aprendizaje activo y significativo; es por ello que la presente investigación busca identificar y analizar las estrategias metodológicas empleadas por la docente como las dificultades en el razonamiento lógico matemático de los estudiantes de 6to de secundaria de la Unidad Educativa Plena Técnico Humanístico “San Javier” de la ciudad de La Paz para el diseño de una propuesta metodológica que permita el desarrollo de dicho razonamiento.

La información recabada contiene datos tanto cuantitativos como cualitativos, siendo los primeros analizados mediante la herramienta "SPSS" (a partir de tablas de frecuencia) y los segundos con la herramienta "Atlas.ti" (mediante la interpretación, codificación y relación de los datos), cabe mencionar que las categorías e identificadores establecidos en la sección de "Categorización Pregunta Principal" fueron la guía para el desarrollo, organización y presentación de los datos.

4.1. Estrategias Metodológicas Según Estudiantes y Docente

Para identificar la estrategia metodológica empleada por la docente, se decidió analizar la información brindada por los estudiantes (esto según los grupos focales y la encuesta) y la profesora (esto a partir de la entrevista) de manera separada, para posteriormente ser contrastada mediante la observación y una posterior triangulación, obteniendo así los siguientes resultados:

4.1.1. Métodos de Enseñanza

Para la identificación de los métodos de enseñanza empleados por la docente, se toma como referencia la clasificación presentada por Paneque y Rosell (2009) de los métodos “según el grado de participación de los sujetos o de interrelación profesor alumno”, es decir, se considerará el nivel de participación del docente y estudiante en el desarrollo de las clases a partir de la forma de enseñanza, explicación, ayuda y motivación empleada por la profesora como la participación de los alumnos, siendo descritos en la siguiente tabla:

Tabla 7

Resultados Métodos de Enseñanza

CÓDIGO	RESULTADOS		
	GRUPO FOCAL (Estudiantes)	ENTREVISTA (Docente)	ENCUESTA (Estudiantes)
Forma de enseñanza	- Enseñanza dinámica, didáctica y llamativa la cual permite una comprensión rápida (mencionan que clase es iniciada haciendo una retroalimentación de lo avanzado).	- Empleo de una enseñanza inductiva-deductiva a partir de preguntas y retroalimentación (esto para la indagación en conocimientos previos).	¿Cómo calificaría la forma de enseñanza utilizada por el docente en el desarrollo de los contenidos de matemática? - Excelente: 9 estudiantes. - Muy buena: 3 estudiantes.

Participación de los estudiantes	- Mencionan que se estimula la participación activa, ya sea con la guía del docente o a partir de la resolución de ejercicios.	- La docente considera necesaria la práctica durante las clases, por ello estimula la participación de los estudiantes.	- Regular: estudiantes.	2
Explicación y ayuda docente	- Existe la aclaración de dudas (tanto de forma individual como grupal) para dejar la menor cantidad de dudas y reforzar los conocimientos adquiridos.	- La docente comenta que existe aclaración de dudas en el desarrollo de los ejercicios.		
Motivación docente	- Los motiva a aprender y ser una mejor persona (se sienten motivados por la forma de enseñanza de la docente).	- La docente considera necesaria la actualización constante respecto a los métodos y técnicas de enseñanza, esto para poder incorporarlo a las clases y motivar a los estudiantes.		

Fuente: Elaboración propia a partir de los datos grupo focal, entrevista y encuesta.

- **Según los estudiantes**

Los estudiantes mencionan que la docente emplea una enseñanza dinámica que permite captar la atención, Kira (nombre ficticio, según la dinámica realizada) menciona lo siguiente “la profesora tiene una forma diferente de enseñar, una forma que me lleva a... que me llama la atención [...] ella lo hace más didáctico, su clase, eso es lo que más me gusta”; además afirman que la docente siempre inicia las clases haciendo una retroalimentación de lo avanzado, “nos da una reseña de qué es lo que hemos avanzado para acordarnos ese día y no solo dejarlo en el día que hemos avanzado” menciona Neymar Jr.

Así también mencionan la participación que tienen durante las clases, esto a partir del desarrollo de preguntas, ejercicios e intercambio de ideas (los cuales permiten la construcción del conocimiento), Ip Ip Ip afirma “la profesora quiere que tú aprendas por tu propia cuenta y que

hagas funcionar tu memoria y todo eso” siendo este un punto positivo ya que permite que los estudiantes puedan atribuir un significado lógico a lo aprendido (Moreira, 2012; Rodríguez, 2011). Comentan además que la profesora aclara dudas tanto de manera personal como grupal (demostrando paciencia a los estudiantes) además de brindar una explicación detallada y comprensible de los contenidos de clase (intentando dejar la menor cantidad de dudas posibles), Poe menciona “Y si no entiendes, vuelve a repetirlo para que tu logres entender y si alguien tiene algún problema o no entiende, ella hace lo posible para que entiendas”, demostrando así que la docente no solo se limita a su función como maestra, sino además asume el papel de guía durante el aprendizaje.

Tanto el grupo focal como la encuesta muestran el consentimiento de los estudiantes con el método de enseñanza empleado por la maestra, 9 de los 14 estudiantes afirman que la forma de enseñanza es “excelente” comentando además sentirse cómodos y motivados por ello, Kira menciona “es motivadora porque digamos que no puedes algo, que estás trabado, la profesora te explica y eso te motiva a aprender más”; además aclaran que no solo los motiva a aprender sino también a ser mejor como personas (demostrando así trabajar en el aspecto actitudinal).

Es así que el método de enseñanza empleado por la docente, según los estudiantes, se basa en la participación dinámica tanto del profesor como los alumnos mediante el desarrollo de actividades específicas para estimular su participación, la misma se encuentra acompañada de una aclaración de dudas y retroalimentación para una mejor asimilación de los conocimientos adquiridos.

- **Según la Docente**

La docente menciona que es necesario analizar el tipo de estudiante que uno tiene para la selección de los métodos y técnicas de enseñanza, es por ello que decide aplicar los métodos inductivo y deductivo (principalmente usado para el desarrollo de ejercicios) además de iniciar la clase con una retroalimentación y preguntas referidos al tema a avanzar, permitiendo así tener una idea de los conocimientos que poseen.

En lo que respecta a la participación durante las clases, la docente comenta una frase muy interesante “solamente con escuchar la clase o con estar dos períodos al día, lo que corresponde a matemática, no mucho les va a servir al 100% para entender realmente lo que es el área de matemática, necesitan practicar”, es por ello que decide estimular la participación de los estudiantes interviniendo y aclarando las fallas que pudieran presentar en su desarrollo, evidenciando así que

la docente prioriza en que los alumnos sean participes de su propio conocimiento, es decir “el alumno se convierte en el centro del proceso educativo” (Gima, 2008, como se citó en Puga & Jaramillo, 2015, p. 297).

La docente comenta no sentirse satisfecha al 100% con su forma de enseñanza y considera que es necesario seguir mejorando y estar en constante actualización, “es importante tomar estos cursos, porque en esos mismos cursos es donde aprendes nuevas cosas, sí, y esas cosas te sirven para aplicarlas con tus estudiantes” comenta la profesora; demostrando así su interés por incorporar nuevos elementos a la forma de enseñanza de la matemática.

Es así que el método empleado por el docente toma como base las características que presentan sus estudiantes, buscando así estimular la participación activa donde la profesora toma el papel de guía aclarando las dudas que podrían presentarse.

- **Según el Investigador**

Al observar las clases desarrolladas por la docente se pudo constatar que efectivamente son dinámicas e inician con preguntas y retroalimentación de lo avanzado, pudiendo evidenciar la participación activa (y para nada forzada) del estudiante; demostrando así la incorporación de un “enfoque de enseñanza en el que los alumnos participan del proceso de aprendizaje mediante el desarrollo del conocimiento y la comprensión” (Cambridge, 2019, p. 1), es decir, un aprendizaje activo acompañado de la aclaración de dudas durante la resolución de los ejercicios. En todo el desarrollo se pudo evidenciar cómo la docente motivaba a los estudiantes.

Es así que no se encuentra contradicciones en la información brindada por los estudiantes y la docente, concluyendo así que el método de enseñanza empleado por la profesora es del tipo “de elaboración conjunta” que, según Paneque y Rosell (2009), se basa en la participación activa tanto del maestro como los alumnos permitiendo el intercambio, guía y construcción de ideas, donde el estudiante se vuelve el centro de todo el proceso educativo contando con el apoyo dinámico de la maestra.

4.1.2. Técnicas de Enseñanza

Durante el análisis de este indicador se pudo detectar la relevancia de tres elementos: técnicas empleadas por la docente, trabajo en equipo y comunicación, mismas que permitieron una identificación más estructurada de las técnicas de enseñanza.

Tabla 8

Resultados Técnicas de Enseñanza

CÓDIGO	RESULTADOS		
	GRUPO FOCAL (Estudiantes)	ENTREVISTA (Docente)	ENCUESTA (Estudiantes)
Técnicas empleadas por la docente	<ul style="list-style-type: none"> - Tutoría del docente: Se inicia la clase con una retroalimentación de lo avanzado. - Resolución de ejercicios: Los estudiantes aclaran que son realizados como competencias. - Lectura guiada: Lectura de textos relacionados a matemática (de manera individual y algunas veces grupal). 	<ul style="list-style-type: none"> - Resolución de ejercicios: Siendo esta la actividad principal, la clase inicia con preguntas activadores y retroalimentación de lo avanzado (comenta que algunas veces se apoya con materiales didácticos). - Técnicas de motivación: Esto para generar un ambiente más dinámico en el desarrollo de las clases 	<p><i>¿El docente estimula la participación activa de los estudiantes?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Siempre: 13 estudiantes. - Casi siempre: 1 estudiante.
Trabajo en equipo	<ul style="list-style-type: none"> - Mencionan que rara vez se aplica el trabajo en equipo. - Aclaran que mayormente trabajan de forma individual (esto para ver el avance que presenta cada uno de ellos). 	<ul style="list-style-type: none"> - Menciona que es realizado a la finalización de un tema. - Los equipos son asignados de forma heterogénea, intentado ser lo más equilibrado posible. 	<p><i>¿El docente estimula el trabajo en equipo?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Siempre: 1 estudiante. - Casi siempre: 3 estudiantes. - Algunas veces: 7 estudiantes. - Nunca: 3 estudiantes.
Comunicación	<ul style="list-style-type: none"> - Comentan que tienen una buena comunicación con la docente (los apoya y preocupa por las dificultades que pudieran tener). - Es posible aclarar las dudas durante y después de las clases. 	<ul style="list-style-type: none"> - Menciona que, como maestra, trata de indagar la realidad que viven sus estudiantes. - Comenta que los estudiantes la buscan para aclarar dudas (habiendo predisposición para atenderlos). 	<p><i>¿Cómo considera la comunicación con el docente de matemática?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Excelente: 10 estudiantes. - Muy buena: 2 estudiantes. - Regular: 2 estudiantes.

Fuente: Elaboración propia a partir de los datos grupo focal, entrevista y encuesta.

- **Según los Estudiantes**

Sobre las técnicas empleadas por la docente, 13 de los 14 estudiantes mencionan que estas “siempre” estimulan la participación activa, así también afirman que dichas técnicas se basan en la retroalimentación y preguntas de lo avanzado seguida de la resolución de ejercicios (siendo esta la actividad más usada); un aspecto a destacar es que estas actividades son realizadas como un juego o competencia, Iris menciona “también nos enseña ahhh... ejercicios con los cuales podemos ganar puntos haciéndolos, es lo que nos motiva a presionarnos, por ejemplo, los 5 primeros tienen 5 puntos, entonces todos nos apresuramos al hacerlo, los demás tienen un punto”. Así también, los estudiantes afirman realizar lecturas guiadas relacionadas con temas matemáticos, Iris comenta “se trataba de matemática, algo para el tema, en lo cual nos dio partecitas a cada uno para leer y nos dijo continuamente vamos a hacer así, nos repartió y leímos todos juntos”. En resumen, la docente emplea una combinación de técnicas que permiten una participación activa de los estudiantes siendo acompañada con una tutoría.

En lo referido al trabajo en equipo, tanto la encuesta como el grupo focal dan a entender que rara vez es aplicado, 7 de los 14 estudiantes mencionan que “algunas veces” es aplicada e inclusive aclaran que se prioriza el trabajo individual para que la docente pueda evaluar mejor sus avances, Poe menciona “mayormente es individual porque la profe trata de ver cómo es que vamos cada uno de nosotros respecto a lo que hemos entendido del tema”, siendo este un aspecto que debería ser cambiado ya que la interacción y el trabajo en equipo permite el desarrollo de un aprendizaje duradero en los estudiantes (Blandón, 2017), situación también respaldada por los alumnos ya que estos muestran su interés en desarrollar actividades en equipo.

Respecto a la comunicación con la docente, 10 de los 14 estudiantes la consideran como “excelente” y dan a entender que existe mucha confianza y apoyo por parte de la profesora, frases como “nos da la atención que necesitamos” y “se preocupa por nosotros” son un común denominador expresado por los alumnos; así también comentan la disposición de la docente por aclarar dudas tanto dentro como fuera del horario de clases permitiendo así mejorar su rendimiento, siendo este un punto resaltante ya que permite el intercambio de conocimientos y el desarrollo de un aprendizaje significativo (Ortiz, 2015). Es así que los estudiantes dan a entender que presentan una buena interacción con la maestra.

- **Según la Docente**

La docente comenta que la técnica de enseñanza más empleada es el desarrollo y resolución de ejercicios y problemas matemáticos, misma que es acompañada de otras técnicas como ser: preguntas activadoras (permitiendo realizar una retroalimentación y ver lo que conoce el estudiante) y el apoyo de materiales didácticos (comenta la vez que usó un rompecabezas el cual contenía un ejercicio resuelto que debía ser ordenado). Un aspecto a destacar es la aplicación de técnicas de motivación, “en alguna ocasión utilizo lo que es la gimnasia cerebral, porque en los cambios de período a veces los chicos, digamos, han pasado historia y están medio cansados o aburridos, generalmente es así, entonces llego con un ambiente muy apagado, entonces alguna dinámica les gusta hacer a los muchachos” comenta la profesora, siendo este un punto resaltante y respaldando la importancia de la gimnasia cerebral mencionada en el trabajo de Huanca (2008). En conclusión, la docente emplea técnicas y dinámicas que permiten y estimulan la participación de los estudiantes como la adquisición de nuevos conocimientos.

Respecto al trabajo en equipo, la docente comenta la importancia de su desarrollo y que es realizada al finalizar un tema, “hemos aprendido que es muy importante el trabajo en equipo, entonces después de los temas, de terminar los temas, se realiza un trabajo ya sea por pareja o por equipos” menciona la profesora; así también aclara que estos equipos son heterogéneos y se busca intercalarlos con los que “comprenden con facilidad” y los que “les cuesta un poco más”; siendo este un punto positivo ya que permite que “los alumnos trabajen conjuntamente para lograr determinados objetivos comunes de los que son responsables todos los miembros del equipo” (UPM, 2008, p. 4).

En lo referido a la comunicación, la profesora menciona que no es excelente, pero si muy buena; comenta que “nosotros como maestros no nos limitamos solamente a dar las clases y ahí se acabó, tenemos que conocer o tratar de conocer, de indagar la realidad que vive cada estudiante” evidenciando así su interés por establecer una comunicación con los alumnos, misma que es correspondida pues comenta que los estudiantes la buscan para aclarar dudas (demostrando su disponibilidad para ello). Es así que la docente trabaja en establecer una buena comunicación, misma que es correspondida obteniendo resultados positivos.

- **Según el Investigador**

A partir de las clases observadas, se pudo evidenciar que las técnicas empleadas por la docente consisten en preguntas de retroalimentación acompañado de la resolución de ejercicios matemáticos, lo interesante de esta última actividad es que fue desarrollada con la participación del estudiante (pues se pidió que este indique los pasos a desarrollar para resolver el ejercicio o bien el ejercicio era resuelto hasta una determinada parte para posteriormente ser completado por los alumnos); así también todas las clases presentaban un clima agradable pudiéndose observar diálogo, motivación y risas de por medio. Es así que no se encuentra variación en la información brindada por la docente y estudiantes, concluyendo así que la técnica principal empleada por la profesora es la clase expositiva, misma que es acompañada de variadas técnicas y actividades que estimulan y motivan la participación de los alumnos.

Respecto al trabajo en equipo, se observa que la docente no prioriza en el mismo siendo el trabajo individual el más empleado (esto para la aclaración personal de dudas); algo a destacar es que los alumnos colaboran entre ellos durante el desarrollo de los ejercicios, pudiendo considerarse como equipos informales según lo establecido por Espeleta et al. (2016) y la UDLA (2015). Si bien la docente mencionó el desarrollo de trabajos en equipo al término de un tema, se concluye que no se prioriza en dicha actividad, sin embargo, se destaca el interés de los alumnos por desarrollarla.

Finalmente, se evidencia la existencia de una buena comunicación y confianza entre la docente y los estudiantes, donde es posible observar un apoyo por parte del profesor como empatía y preocupación por sus alumnos; en el transcurso de las clases se observó que los estudiantes se acercaban donde la docente para aclarar dudas, mismas que eran respondidas por la profesora. En conclusión, existe una relación entre la maestra y los estudiantes, misma que permite el proceso de una enseñanza y aprendizaje más significativo (Espeleta et al., 2016).

4.1.3. Recursos Didácticos

Al analizar los datos brindados se pudo identificar la existencia de dos tipos de recursos, mismos que fueron denominados como “convencionales” (es decir, los empleados comúnmente en una clase de matemática) y los “innovadores” (es decir, aquellos que no suelen ser empleados en matemática o presentan cierta creatividad), siendo descritos en la siguiente tabla:

Tabla 9*Resultados Recursos Didácticos*

CÓDIGO	RESULTADOS		
	GRUPO FOCAL (Estudiantes)	ENTREVISTA (Docente)	ENCUESTA (Estudiantes)
Convencionales	<ul style="list-style-type: none"> - Pizarra: Siendo el más usado en el desarrollo de las clases (apoyado con marcadores de colores y estuche geométrico). - Libros: Propios de la docente como libros dotados por el Ministerio de Educación. 	<ul style="list-style-type: none"> - Pizarra: Siendo el recurso más utilizado, es acompañado con el empleo de marcadores y un estuche geométrico. 	<p><i>¿Cuáles de los siguientes recursos didácticos utiliza el docente en el desarrollo de la clase? (puede marcar más de una opción)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Libros de Texto: 14 - Pizarra: 13 - Calculadora: 12 - Guías de Aprendizaje: 6 - Herramientas Tecnológicas: 2 - Otros: 2 (reglas)
Innovadores	<ul style="list-style-type: none"> - Plataforma Digital: Usado durante las clases virtuales. 	<ul style="list-style-type: none"> - Rompecabezas: El cual contiene el desarrollo de un ejercicio (mismo que debe ser ordenado). - Maple de Huevos: Utilizado para representar un plano cartesiano. 	

Fuente: Elaboración propia a partir de los datos grupo focal, entrevista y encuesta.

- **Según los Estudiantes**

Tanto el grupo focal como la encuesta muestra que la pizarra es el principal recurso didáctico empleado por la docente, apoyado con el uso de marcadores de colores y un estuche geométrico (siendo este último usado para el trazado de figuras geométricas); así también afirman que la profesora utiliza libros, tanto propios como los dotados por el ministerio de educación, “yo puedo decir que, como vemos, la pizarra y también sus libros que tiene, y también el libro de educación que nos dieron, nos dotaron el Ministerio de Educación, eso es lo que utilizamos mayormente” afirma Neymar Jr.

Respecto a los recursos didácticos innovadores, se tiene el empleo de plataformas digitales y el uso de una pizarra digital (siendo esta última utilizada en las clases virtuales), Kira afirma “En las clases virtuales mayormente utilizaba la plataforma de clase y la pizarra digital”. Concluyendo así que la docente prioriza en el uso de recursos “clásicos” para la enseñanza de la matemática.

- **Según la Docente**

La docente inicia comentando que no todo contenido podrá ser sujeto al uso de recursos didácticos, por ello menciona que el recurso que más utiliza es la pizarra acompañada de ciertos complementos como ser: los marcadores y el estuche geométrico.

Sin embargo, también menciona el empleo de otros recursos didácticos como ser: rompecabezas (el cual presenta un ejercicio que debe ser ordenado) y el uso de maples de huevo (siendo utilizado como plano cartesiano para los contenidos de Geometría Analítica); lo más destacable de todas estas actividades es que, según la profesora, son del agrado de los estudiantes y estos desean participar en estas actividades. Es así que la docente intenta innovar en el uso de recursos didácticos siempre que exista la posibilidad de implementarlos en un contenido.

- **Según el Investigador**

Durante la clase observada se vio únicamente el empleo de la pizarra y libros (los previstos por el gobierno), además de mencionar el uso de ficheros, aula virtual y WhatsApp. Si bien la docente mencionó que no todo contenido podrá ser sujeto al empleo de un recurso didáctico “innovador”, se menciona la necesidad de que el material utilizado sea significativo y ayude al estudiante durante su aprendizaje (Moreira, 2012; Rodríguez, 2011). Por tanto, se concluye que las clases son desarrolladas empleando recursos didácticos “tradicionales”, sin embargo (y dependiendo al contenido avanzado), se hace uso de otros recursos más llamativos para el estudiante.

4.1.4. Características Estudiantes

Si bien es cierto que identificar las características de los estudiantes resulta ser algo subjetiva, esta pudo ser analizada al identificar las dificultades y la motivación que presentan durante la enseñanza y aprendizaje de la matemática.

Tabla 10*Resultados Características Estudiantes*

CÓDIGO	RESULTADOS		
	GRUPO FOCAL (Estudiantes)	ENTREVISTA (Docente)	ENCUESTA (Estudiantes)
Dificultades	<ul style="list-style-type: none"> - Dificultad en el aprendizaje de fórmulas o contenidos de la materia. - Problemas externos que los distraen o hacen que olviden lo aprendido. - Particularidades propias (distraerse por cosas aburridas). 	<ul style="list-style-type: none"> - La docente menciona bastantes dificultades presentes en el estudiante como ser: desagrado a la materia, rechazo al realizar ejercicios matemáticos, factores internos o problemas personales. 	<p><i>¿Considera las clases de matemática dinámicas y motivadoras?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Siempre: 6 estudiantes. - Casi siempre: 5 estudiantes. - Algunas veces: 3 estudiantes.
Motivación Estudiantes	<ul style="list-style-type: none"> - Se sienten motivados por la resolución, aprendizaje de los ejercicios y participación durante las clases. 	<ul style="list-style-type: none"> - La docente destaca que los estudiantes muestran interés en el desarrollo de las actividades realizadas en clase. 	

Fuente: Elaboración propia a partir de los datos grupo focal, entrevista y encuesta.

- **Según los Estudiantes**

Entre las principales dificultades mencionadas por los estudiantes se tiene el aprendizaje de fórmulas y la resolución de ejercicios, respecto a esta última actividad, Ip Ip Ip comenta lo siguiente “tiene sus ventajas, pero también tiene sus desventajas, porque a la hora de la clase no todos son los que comprenden, digamos, lo que estamos avanzando con facilidad”; así también Kira comenta “en matemáticas yo tengo un poco de dificultad, bueno, no me llevo muy bien con esa materia”, dando a entender que los alumnos presentan dificultades en: la complejidad de los conceptos, lenguaje matemático y creencias sobre la matemática comentadas por Carrillo (2009) y Fiuza y Fernández (2014).

Un factor importante (y muchas veces no considerado) son los problemas externos y pensamientos “distractores” que podrían tener los estudiantes, “la única dificultad que puedo tener en clase es, digamos, tal vez un problema externo que tengo, y tipo ya no presto atención a la profe y eso es lo que me dificulta a veces” comenta Neymar Jr., así también April menciona “ya estamos acostumbrados a ver a otras diferentes clases y a no poner atención a lo aburrido”, siendo este un problema de atención que suele surgir a lo largo de la vida de una persona y que dificulta el aprendizaje de cualquier materia (Fiuza & Fernández, 2014).

Las dificultades anteriormente mencionadas son sobrellevadas por los alumnos demostrando motivación en aprender y mejorar en la materia de matemática; 11 de los 14 estudiantes afirman sentirse “casi siempre” o “siempre” incentivados a resolver ejercicios a pesar de los fallos que pudieran tener, Poe menciona “una vez que entiendes el ejercicio, quieres saber más y cuando vas viendo el libro hay más ejercicios, más complejos y como que te da ganas de tratar de resolverlos en ese momento”. Así también comentan la motivación que sienten en la interacción y participación de las clases, “en esto de las interacciones es muy bonito con la profe” afirma April, nuevamente se corrobora la voluntad de la docente en desarrollar un aprendizaje que involucre activamente y genere animo en los estudiantes.

Es así que los estudiantes están conscientes de las dificultades que puedan presentar (centradas principalmente en el “aspecto memorístico” de la matemática), sin embargo, tratan de sobrellevarlo y se sienten motivados durante el aprendizaje de la misma.

- **Según la Docente**

Debido a la interacción de la docente con los estudiantes, esta menciona bastantes dificultades que influyen en el aprendizaje de la matemática, entre ellas se tiene: desagrado a la materia (teniendo sus orígenes desde la infancia) manifestada en un rechazo a desarrollar ejercicios matemáticos (muchos no practican e inclusive se copean de sus compañeros), factores internos (como la memoria a corto plazo o distracciones), además de problemas personales que puedan estar atravesando (complementando además que muchos alumnos trabajan y no cuentan con tiempo); la docente afirma “cada estudiante es un mundo y a veces no pensamos en lo que el estudiante siente o lo que el estudiante está viviendo”, nuevamente afirmando las dificultades en: la complejidad en los conceptos, lenguaje matemático y creencias sobre la matemática mencionadas por Carrillo

(2009) y Fiuza y Fernández (2014) además de incorporar los problemas personales que pudieran tener los estudiantes (factor que no suele ser considerado).

A pesar de las dificultades existentes, la docente comenta que son los propios estudiantes los que demuestran interés en el desarrollo de las actividades realizadas en clases, “se les pregunta, y a los chicos, a los estudiantes les gusta, a muchos les gusta responder, les gusta responder de acuerdo a lo que, a lo que, a su vivencia de ellos, de acuerdo a lo que ven o a lo que o a lo que saben” comenta la docente, así también aclara que se trabaja en que el alumno no tenga miedo a participar aunque su intervención sea errada. Es así que la docente está consciente y toma muy en cuenta las características que presentan sus estudiantes, siendo estas las bases para el diseño de una estrategia metodológica que permita enfrentar dichas dificultades y fomentar la participación.

- **Según el Investigador**

Durante la observación a las clases, la docente comentó “no les voy a pedir que sean matemáticos, sé que para algunos existe dificultad en los ejercicios de matemática” así también les dio un trabajo de reforzamiento (desarrollo de mapas mentales) a 6 de los 14 estudiantes, dando a entender que una gran parte de los alumnos presentan dificultades en el aprendizaje de la matemática; sin embargo, se pudo evidenciar que también los motiva durante el desarrollo de las clases, viendo su grado de participación, concentración y la convivencia que tiene con ellos, siendo un punto muy resaltante para el desarrollo constructivo del aprendizaje.

Como se puede observar, los estudiantes evidentemente presentan dificultades en el aprendizaje de la matemática, siendo las causas: falta de comprensión a la materia o factores personales; los mismos son comprendidos por la docente e intentan ser superados mediante la motivación y el desarrollo de actividades en clases, dando a entender el compromiso de la profesora por brindar una nueva perspectiva a la enseñanza-aprendizaje de la matemática como hacer sentir motivados a sus alumnos, en palabras de Trujillo (2017) “el aprendizaje depende de lo que el individuo perciba de acuerdo a sus capacidades y percepciones previas o antecedentes, las cuales actúan en forma relativa y personal en cada individuo, influidas principalmente por sus actitudes y motivaciones” (p. 10).

4.1.5. Aprendizaje Significativo de Contenidos

Para una mejor comprensión del presente indicador, se pudo evidenciar la existencia de los siguientes elementos: importancia y ejemplo de contenidos, aprendizaje memorístico y el desarrollo del aprendizaje significativo.

Tabla 11

Resultados Aprendizaje Significativo

CÓDIGO	RESULTADOS		
	GRUPO FOCAL (Estudiantes)	ENTREVISTA (Docente)	ENCUESTA (Estudiantes)
Importancia y ejemplo de contenidos	- Los estudiantes consideran que la matemática no solo consiste en fórmulas, sino además es aplicable a la vida cotidiana.	- La docente menciona que se intenta hacer una similitud de los contenidos avanzados con la vida cotidiana, esto a partir de los ejemplos brindados por la profesora o por los estudiantes.	¿Considera que las clases de matemática son desarrolladas de manera mecánica? (es decir, solo la aplicación de fórmulas para obtener un resultado) - Siempre: 6 estudiantes.
Aprendizaje memorístico	- Los estudiantes mencionan que la docente les hace memorizar fórmulas (presentando algunas dificultades en ello) además de su aplicación en la resolución de ejercicios.	- Un factor que limita el desarrollo del aprendizaje significativo (y justifica porqué se decide basar la clase en el desarrollo de ejercicios) es el tiempo y las exigencias de contenidos.	- Casi siempre: 5 estudiantes. - Algunas veces: 3 estudiantes.
Desarrollo del aprendizaje significativo	- Los estudiantes mencionan que la docente aborda en el significado de los conceptos y su ejemplificación como el desarrollo del razonamiento lógico.	- A partir de la participación, guía y corrección a los estudiantes se busca la comprensión significativa de contenidos.	

Fuente: Elaboración propia a partir de los datos grupo focal, entrevista y encuesta.

- **Según los Estudiantes**

Los estudiantes están conscientes de que la matemática no solo consiste en la aplicación de fórmulas o procedimientos sino además está presente en la vida cotidiana, Kira menciona “en la vida cotidiana, digamos, cuando vas a comprar algo haces un intercambio, prácticamente haces matemáticas en las cuentas, y no necesitas una fórmula para calcular, simplemente tu cabeza”; así también los estudiantes dieron ejemplos, desde básicos hasta más elaborados, de cómo la matemática se emplea en situaciones de la vida diaria, además de comentar la importancia que presenta para sus estudios superiores; este último aspecto muestra que: si bien se evidencia una comprensión en la importancia y uso de los contenidos matemáticos, aún los estudiantes la ven como una materia que solo será útil para los estudios.

En lo que respecta al aprendizaje memorístico, 11 de los 14 estudiantes afirman que las clases de matemática “casi siempre” o “siempre” son desarrolladas de manera mecánica, aclaran que la docente les hace memorizar fórmulas (presentando dificultades en ello) acompañado de un desarrollo mecánico en su implementación, es decir, las clases consistirían en el desarrollo de “ejercicios-formula”; sin embargo, también afirman que la docente trabaja en la comprensión de conceptos como la ejemplificación y desarrollo del razonamiento lógico, Ip Ip Ip comenta “No siempre es solo un ejercicio y la fórmula, ¿no?, sino que también se trata de (interrupción) se trata de comprensión también, al momento de leer algún ejercicio, pues tenemos que comprender bien para entender también”, es decir, se busca significatividad en lo que los alumnos puedan aprender (Moreira, 2012; Rodríguez, 2011).

Es así que: si bien la profesora se preocupa más en un desarrollo memorístico, también intenta que los alumnos puedan obtener una comprensión significativa de contenidos, es decir, se trabaja tanto en un aprendizaje memorístico como significativo.

- **Según la Docente**

La docente comenta que, durante las clases, se intenta hacer la comparación de los temas avanzados con elementos de la vida cotidiana, esto a partir de ejemplos brindados por su persona o bien por los propios estudiantes (pudiendo así construir y consolidar mejor los contenidos), “también me puedo acordar cuando avanzamos el tema de la parábola, si, les pregunto a los chicos, no es cierto, y ellos mismos se dan cuenta en el movimiento del balón, la trayectoria, me indicaron los puentes, algunos adornos de la iglesia, etcétera” afirma la maestra.

En lo que respecta al aprendizaje memorístico, la docente comenta el desarrollo de ejercicios de resolución corta (esto debido a que les resultaría tedioso resolver ejercicios “largos”), sin embargo, también aclara que se trabaja en el desarrollo de un aprendizaje significativo a partir de la guía y corrección durante las actividades y ejercicios desarrollados, “se les da paso a los estudiantes también para que piensen un poquito en qué situación pueden utilizar un tema” afirma la profesora, siendo así que la maestra busca que los estudiantes puedan analizar, preguntar, usar los conocimientos que ya poseen para realizar abstracciones o generalizaciones (Cambridge, 2019; Restrepo & Waks, 2018).

Un factor destacado por la docente es la influencia del tiempo en el abordaje significativo de los contenidos, “entonces mucho no van a abarcar y luego te piden que estén preparados para las universidades” comenta la maestra, dando a entender que factores como el tiempo o el avance de contenidos en un periodo limitado dificultan el desarrollo de un aprendizaje significativo.

Por tanto, se evidencia que la docente intenta priorizar en el desarrollo de un aprendizaje significativo acompañado de uno memorístico, sin embargo, este suele estar condicionado y limitado por el tiempo y exigencias de contenidos a avanzar, en palabras de Gómez (2008) la docente intenta “ofrecer una nueva orientación al carácter formativo de las matemáticas [...] Se trata de situar la enseñanza en un status que favorezca la creatividad, en lugar de fomentar la memorización y los retorcidos algoritmos” (p. 12), pero se recalca que este se encuentra reducido.

- **Según el Investigador**

A partir de la observación realizada se pudo constatar que, efectivamente, las clases priorizan el desarrollo de ejercicios matemáticos, sin embargo, dicha actividad presenta ciertas características como ser: una sección de ejercicios resueltos por la docente la cual permite que los estudiantes puedan comprender y reforzar conocimientos (se explica el significado de cada elemento matemático y se estimula la participación y retroalimentación mediante preguntas) acompañada de otra sección la cual consiste en el empleo de fórmulas y procedimientos memorísticos, en ambos casos los ejercicios eran de duración corta (siendo de 15 minutos a lo máximo); teniendo así que la maestra intenta implementar un aprendizaje activo según lo establecido por Restrepo y Waks (2018), pues se vio la cooperación, dialogo, evaluación de ideas y resolución de problemas (con una retroalimentación) en los alumnos.

Algo a destacar es que la docente, posterior al desarrollo de ejercicios, asigna una práctica la cual debe ser resuelta hasta finalizar la clase, lo interesante es que los alumnos se acercaban a la profesora para aclarar sus dudas o verificar si hicieron bien el ejercicio, demostrando así un aprendizaje activo y memorístico acompañado de lo significativo (aunque no siendo abordado del todo).

Si bien es cierto que existen contenidos los cuales necesariamente deberán ser memorizados (como ser las fórmulas), es necesario establecer un equilibrio en su uso y reforzarlo con problemas y actividades que permitan al alumno pensar y adquirir conocimientos, no se debe olvidar que la matemática es mucho más que el uso repetido de fórmulas o desarrollo mecánico de problemas (Juidías & Rodríguez, 2007). Viendo que la docente intenta realizar dicho equilibrio y considerando el factor tiempo como el cumplimiento de contenidos ya establecidos, se concluye el desarrollo inicial de un aprendizaje significativo basado en un desarrollo mecánico como en actividades que permiten la construcción del conocimiento (siendo la docente un guía y los alumnos partícipes de su propio conocimiento).

4.2. Educación Matemática y Razonamiento Lógico Matemático de los Estudiantes

Entendiendo que una actividad o tarea matemática será considerada como “ejercicio” si su resolución implica el desarrollo de acciones rutinarias y será catalogada como “problema” si además requiere un análisis y organización de los datos en su resolución (MEP, 2012, citado por Espeleta et al., 2016) la segunda parte de la encuesta empleada a los estudiantes consta de tres ejercicios (preguntas 8, 9 y 10) y dos problemas matemáticos (preguntas 11 y 12), cada pregunta fue analizada por separado viendo el desarrollo empleado por cada alumno (ver anexo) y utilizando los indicadores establecidos en la sección de "Categorización Pregunta Principal", las respuestas fueron catalogadas teniendo como parámetro la clasificación propuesta por Blandón (2017) estableciendo como:

- Correcto: El desarrollo y respuesta brindado por el estudiante es correcto.
- En parte: El estudiante pudo desarrollar el ejercicio estando próximo a la respuesta correcta.
- Incorrecto: El desarrollo empleado por el estudiante es incomprensible o erróneo, obteniendo una respuesta equivocada.
- No lo resolvió: No se evidencia desarrollo ni respuesta por parte del estudiante.

Así también se consideró el Modelo de Resolución de Problemas de Pólya (1989) mismo que permitió indagar respecto al razonamiento lógico empleado y examinar el procedimiento desarrollado por cada estudiante (priorizando en la comprensión, estructuración y justificación de la solución).

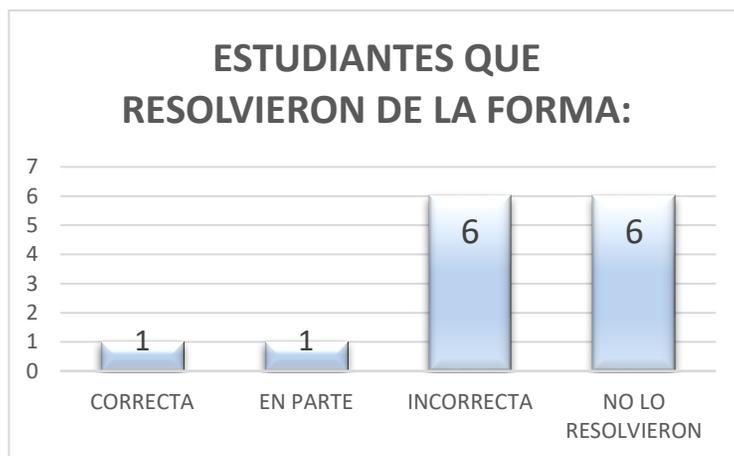
La pregunta 8 consistía en la resolución de un ejercicio del tipo “algorítmico o de repetición” (Blanco, 1993, citado por Espeleta et al., 2016) dicho ejercicio plantea resolver la ecuación:

$$\frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} x - 1 \right) - 1 \right] = 3$$

Obteniendo los siguientes resultados:

Figura 1

Resultados Pregunta 8 (Ejercicio Ecuación)



Fuente: Elaboración propia a partir de los datos encuesta.

Al analizar los procedimientos de cada alumno, se pudo evidenciar que 6 estudiantes (quienes respondieron de forma incorrecta) demostraron falta de conocimiento en las operaciones de ecuaciones, esto debido a que se observó errores en las propiedades de multiplicación y división en ecuaciones o en la aplicación de la propiedad distributiva; siendo aún más alarmante que 6 alumnos no demostraron ningún indicio de resolver el ejercicio, dando a entender su carencia en la resolución de ecuaciones (en este caso, de ecuaciones lineales). Los puntos a destacar es que dos estudiantes solo cometieron un error al inicio del ejercicio (siendo lo demás bien desarrollado), además que todos los alumnos que desarrollaron el ejercicio demostraron organización y orden en el procedimiento.

Es así que la principal dificultad fue la carencia en el conocimiento de las propiedades para la resolución de ecuaciones, dando a entender que los conocimientos transmitidos a los estudiantes (por lo menos del tema de ecuaciones) no tuvieron una asimilación en la memoria a largo plazo, lo cual implica que el contenido avanzado no tuvo sentido ni significado en los alumnos (Ramírez, 2009) siendo esta la causa del porqué muchos cometieron errores o no desarrollaron el ejercicio.

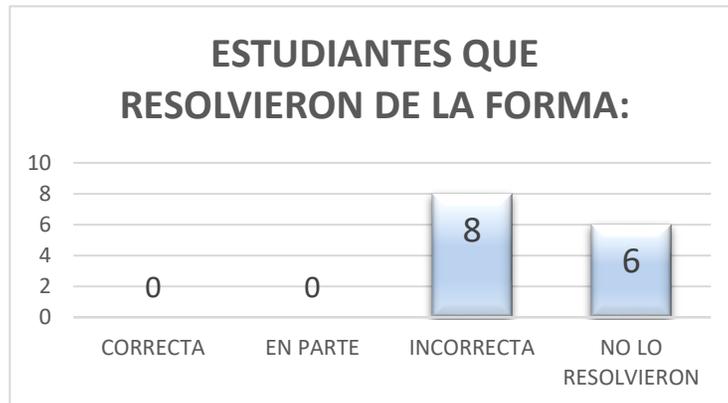
La pregunta 9 presenta un ejercicio del tipo “algorítmico o de repetición” (Blanco, 1993, citado por Espeleta et al., 2016) dicho ejercicio consiste en simplificar la expresión:

$$W = \sqrt[n]{\frac{x^n + y^n}{x^{-n} + y^{-n}}}$$

Los resultados fueron los siguientes:

Figura 2

Resultados Pregunta 9 (Ejercicio Simplificación)



Fuente: Elaboración propia a partir de los datos encuesta.

Al analizar el desarrollo de cada estudiante, se pudo observar la ausencia en la comprensión del enunciado como la falta en el conocimiento y significado de las propiedades algebraicas, esto debido a que emplearon las siguientes “fórmulas”:

i) $A = \frac{x^n + y^n}{x^{-n} + y^{-n}} \Rightarrow A = \frac{x + y}{x + y}$ (Una especie de “simplificación de exponentes”)

ii) $A = \frac{x + y}{x + y} \Rightarrow A = x^2 + y^2$ (Una especie de “suma de exponentes”)

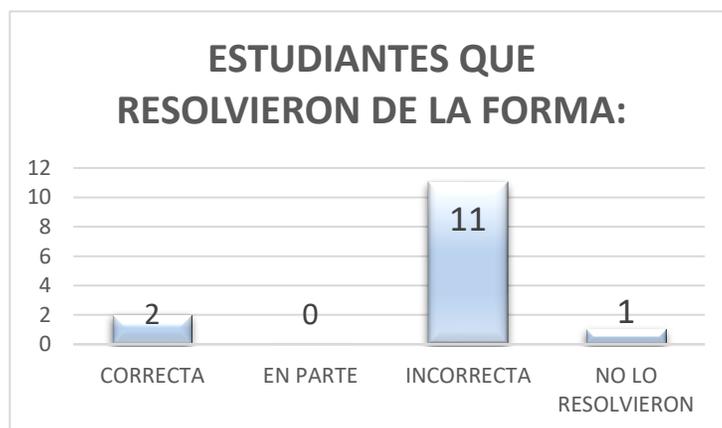
iii) $A = \sqrt[n]{b} \Rightarrow A = b$ (Un tipo de “simplificación de la raíz”)

Siendo esta una situación preocupante ya que ningún estudiante pudo resolver el ejercicio ni estuvo cerca de hacerlo, evidenciando así que el problema principal fue la confusión (o desconocimiento) en las propiedades de exponentes y radicales como inseguridad al enfrentarse a un ejercicio aparentemente “nuevo”. Durante todo el desarrollo del marco teórico se mencionó no estar en contra de iniciar la enseñanza matemática mediante procesos mecánicos o algorítmicos, sin embargo, se complementa esta idea afirmando la necesidad de que dichos procesos no sean solo memorizados, sino además se pueda mostrar cómo y en qué situaciones pueden ser utilizados (además de explicar el significado y consistencia lógica de las fórmulas).

La pregunta 10 presenta un ejercicio del tipo “de reconocimiento” (Blanco, 1993, citado por Espeleta et al., 2016) el enunciado dice “Cuatro personas decidieron juntar sus capitales para iniciar un negocio aportando el 15, 20, 25 y 40% respectivamente. Si la menor de las aportaciones fue de 900 Bs ¿cuál fue la mayor de las aportaciones?” Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

Figura 3

Resultados Pregunta 10 (Ejercicio Regla de Tres)



Fuente: Elaboración propia a partir de los datos encuesta.

Este ejercicio fue el que más intentos tuvo por ser resuelto, sin embargo, solo dos estudiantes llegaron a la respuesta correcta y al menos 6 estudiantes (incluyendo a los que respondieron de forma correcta) se dieron cuenta del empleo de la “regla de tres” para su solución (aunque esta fue aplicada de diversas formas o con datos incorrectos); mientras que el resto de los estudiantes solo aplicaron ciertas propiedades básicas (como sumas y multiplicación) para intentar encontrar una

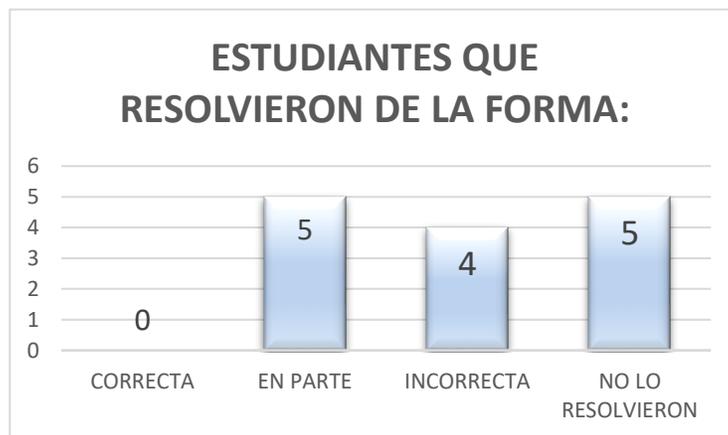
relación que permita resolver el ejercicio (siendo erróneas y careciendo de justificación); así también un estudiante intentó resolver el ejercicio empleando la “prueba y error” (aunque solo se pudo observar que anotó los datos).

Es así que, a partir de los procedimientos analizados, se pudo observar que los estudiantes pudieron comprender el planteamiento del enunciado, sin embargo, no se evidencia un fundamento o justificación que explique el desarrollo empleado (viendo que la mayoría de los estudiantes presentan estas dificultades) además de una falta en el recuerdo de propiedades (en este caso, de la regla de tres); dando nuevamente a entender que los conocimientos matemáticos no fueron asimilados y solo fueron memorizados para el avance del tema, siendo esta la causa del porqué hubo una pérdida de discriminación entre significados (Moreira, 2012), además de observar que los alumnos solo se concentran en obtener el resultado y no así en la estructuración y fundamentación del procedimiento (mostrando así una carencia en la resolución de ejercicios).

La pregunta 11 presenta un problema del tipo “de puzzles” (Blanco, 1993, citado por Espeleta et al., 2016) el enunciado dice “Una Oruga se encuentra en el fondo de un pozo de 10 metros. Cada día, durante las primeras 18 horas, asciende 4 metros; pero en las 6 horas restantes del día desciende 2 metros. A este ritmo ¿En cuánto tiempo llegará al borde del pozo?” Los resultados fueron los siguientes:

Figura 4

Resultados Pregunta 11 (Problema Razonamiento)



Fuente: Elaboración propia a partir de los datos encuesta.

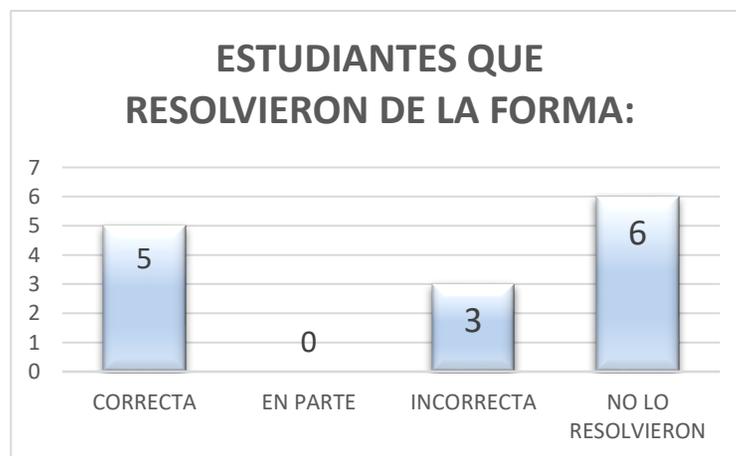
Al analizar los resultados se pudo observar que 5 estudiantes llegaron a la conclusión “errónea” de que la oruga sube 2 metros por día (siendo este un resultado esperado), lo preocupante fue ver que ninguno de los estudiantes pudo llegar a la respuesta correcta y que 5 alumnos no demostraron indicios de resolver el problema, pudiendo asumir que los estudiantes presentan una falta de comprensión para la resolución de problemas matemáticos.

En cuanto a los procedimientos empleados se evidencia que cada estudiante tuvo una interpretación distinta del problema, siendo cada desarrollo comprensible solo para quién resolvió el problema y careciendo de alguna justificación o explicación, dando a entender que la mayoría de los alumnos no desarrollaron la capacidad de razonamiento para la resolución de problemas matemáticos, presentando dificultades en la estructuración de la solución.

La pregunta 12 presenta un problema del tipo “de traducción simple o compleja” (Blanco, 1993, citado por Espeleta et al., 2016) el enunciado dice “Para el desarrollo de una rifa se repartieron 56 boletos entre 10 personas, de las cuales había hombres y mujeres. Si cada hombre recibió 6 boletos y cada mujer 5 boletos ¿cuántos hombres y mujeres había?”, obteniendo los siguientes resultados:

Figura 5

Resultados Pregunta 12 (Problema Planteo de Ecuaciones)



Fuente: Elaboración propia a partir de los datos encuesta.

Si bien este problema tuvo la mayor cantidad de aciertos por parte de los estudiantes (siendo 5 en total), la realidad muestra que los alumnos lo resolvieron mediante un “tanteo” o “prueba y error” careciendo así de un fundamento o justificación; esto debido a que solo se observan cálculos los cuales muestran que las respuestas encontradas cumplen con la condición del enunciado, siendo

este un punto relativamente positivo ya que da un indicio de que los alumnos decidieron verificar la solución obtenida (Juidías & Rodríguez, 2007; Pólya, 1989). Lo preocupante fue notar que 6 estudiantes no resolvieron el problema, dando nuevamente a entender la falta de conocimientos para la resolución de problemas matemáticos (Carrillo, 2009).

En conclusión, se pudo observar que los estudiantes presentan dificultades en el análisis de un problema (pues se evidencia la carencia en la comprensión de los ejercicios y problemas matemáticos) estructuración de la solución (pues los procedimientos empleados carecen de un orden) y su debida fundamentación (pues mayoría de los alumnos no justificaron los pasos desarrollados) pudiendo incluso afirmar que lo aprendido en matemática solo es utilizado para el avance del tema o desarrollo de un examen. Si bien esta situación está presente en al menos 9 de los 14 estudiantes (esto al considerar los estudiantes que respondieron de forma incorrecta o no resolvieron los enunciados planteados), se destaca los procedimientos empleados por el resto de los alumnos, donde se pudo observar una comprensión, estructuración y fundamentación (aunque inicial) en su desarrollo, siendo necesario continuar trabajando más en ello (principalmente en la comprensión y estructuración) y que la misma pueda estar presente en la mayoría de los estudiantes.

- **Relación Estrategia Metodológica – Razonamiento Lógico Matemático**

El proceso de triangulación permitió constatar que la estrategia metodológica empleada por la docente se centra en la participación activa del estudiante pudiendo asumir que los alumnos, en teoría, debieran presentar un rendimiento satisfactorio en la materia de matemática; sin embargo, los resultados obtenidos en la segunda parte de la encuesta dan a entender que los estudiantes presentan un nivel básico en el desarrollo del razonamiento lógico matemático y resolución de problemas y ejercicios. Si bien dicha situación pudiera presentar diversas causas como ser: la falta de significatividad de lo que el alumno aprende mencionada por Moreira (2012) y Rodríguez (2011), la falta de innovación en la enseñanza de la matemática nombrada por Gómez (2008) o las dificultades en el aprendizaje de la matemática mencionadas por Carrillo (2009); se destaca otro elemento el cual fue mencionado por la profesora e influye directamente en los problemas anteriormente mencionados: el tiempo.

Tanto la observación como la información brindada por la docente y estudiantes dan a entender que los problemas y ejercicios desarrollados en clases son, en su mayoría, memorísticos presentando un monitoreo por parte de la profesora (siendo este un factor importante para el

desarrollo de un aprendizaje significativo), sin embargo, dicha forma de enseñanza no puede ser mejorada o modificada por una sencilla razón: se debe cubrir un programa ya establecido el cual resulta ser extenso si además se considera que hubo un retraso en los avances de los contenidos de la materia (producto de la pandemia atravesada a nivel mundial).

Se sabe que cada estudiante presenta un nivel distinto de asimilación, es por ello que intentar acelerar en el desarrollo del contenido planificado puede traer como consecuencia que varios de los alumnos no puedan ir al ritmo de avance establecido, siendo esta una de las causas del porqué muchos estudiantes presentan un cierto temor y dificultad a la materia. Durante la recolección de datos se pudo observar que la maestra prioriza en el avance de puntos claves de un tema y no así en su profundización, si bien el contenido avanzado puede considerarse “la base del tema a desarrollar”, para nada se critica la decisión asumida por la docente (al contrario, se la considera buena) pero se destaca las dificultades que podrían presentar los alumnos producto de esta forma de enseñanza, como ser: inconvenientes al enfrentarse a problemas aparentemente “nuevos” (como lo visto en la encuesta), pudiendo empeorar cuando estos decidan realizar estudios superiores.

En conclusión, se puede decir que cada docente de matemática intenta transmitir la mayor cantidad de conocimientos según su propia experiencia, concepciones de la enseñanza y aprendizaje, características de los estudiantes, contenidos establecidos para la materia, entre otros (Hernández, s.f.), sin embargo, contar con una cantidad reducida de tiempo y cubrir un temario tan extenso sumado al hecho de que cada estudiante presenta un nivel diferente de aprendizaje es un factor que repercute en el desarrollo del razonamiento lógico matemático (siendo una de las causas del porqué esta no es trabajada o profundizada en clases), es necesario que esta problemática pueda ser considerada por las autoridades pertinentes y establecer las soluciones más adecuadas, en palabras de la profesora de la unidad educativa:

“hay que analizar mucho lo que es la parte de contenidos, también el tiempo que se debe llevar los contenidos y también analizar ese tipo de actividades porque requieren de tiempo, y pues sí, si vamos utilizando constantemente las actividades no va a haber mucho avance, ya, entonces hay que ajustar tal vez desde las autoridades; como maestro se hace lo que se puede acá dosificando los contenidos, pero ya también depende de nuestras autoridades, de la parte educativa, que vean esa situación y que hagan partícipes a los maestros que realmente han vivido este tipo de situaciones en el aula”.

4.3. Sugerencias para la Mejora en la Enseñanza de la Matemática

Dado que se desea diseñar una estrategia metodológica que permita el fortalecimiento del razonamiento lógico matemático de los estudiantes de 6to de secundaria, se decidió recabar sugerencias tanto de los alumnos como la docente de la Unidad Educativa Plena Técnico Humanístico “San Javier”, obteniendo las siguientes recomendaciones:

- **Sugerencias Estudiantes**

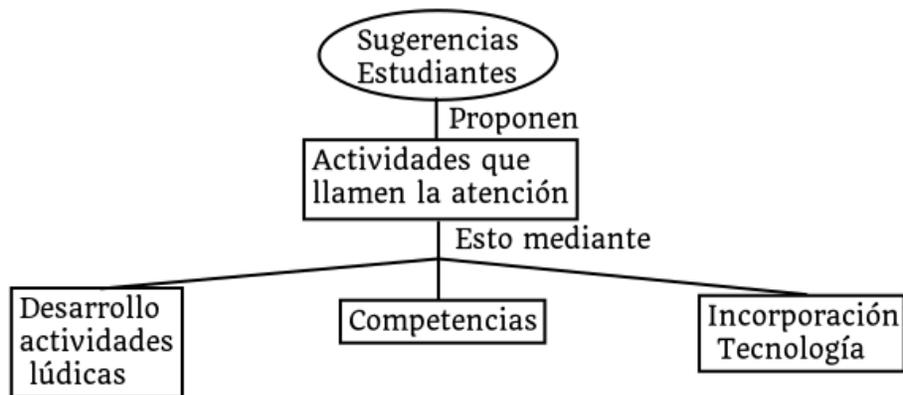
La última pregunta del grupo focal consistía en que los estudiantes puedan brindar alguna sugerencia que, según su perspectiva, permita la mejora en el desarrollo de las clases de matemática, esto debido a que es necesario cambiar la forma de enseñanza que presenta por una que sea más adecuada a las necesidades e intereses de los estudiantes (Alsina, 1995, citado por Gómez, 2008); los alumnos inician mencionando la necesidad de realizar actividades que “levanten la atención” y sean llamativas, además de complementar con los siguientes comentarios:

1. Los estudiantes mencionan que mayoría del contenido avanzado (desde primaria hasta secundaria) se basa mayormente en un avance teórico llegando muchas veces a ser aburrido, es por ello que recomiendan realizar las clases de manera más didáctica e incorporar diversas actividades como ser: el desarrollo de actividades lúdicas o competencias (ya sea de forma individual o en grupo), todo con el fin de “aprender o repetir más de lo aprendido”.
2. Los estudiantes comentan la presencia y el avance que tiene la tecnología en el mundo actual, por lo mismo proponen su uso e incorporación para la enseñanza en los colegios.

Es así que los estudiantes plantean una enseñanza didáctica de la matemática mediante la incorporación y el desarrollo de actividades más “llamativas” acompañada de diversos recursos tecnológicos, siendo este un punto resaltante y reafirmando el hecho de que los alumnos desean ser partícipes de su propio aprendizaje.

Figura 6

Sugerencias Estudiantes



Fuente: Elaboración propia a partir de los datos grupo focal

Respecto a este punto, en la entrevista realizada a la docente se pudo evidenciar su interés y motivación en incorporar diversas actividades en la enseñanza de la matemática (viéndose reflejada en las técnicas y recursos didácticas empleados por esta), sin embargo, menciona que el tiempo dificulta su implementación “Cuesta aplicar por el tiempo también lo que son muchas dinámicas, se lo hace a veces, no se hace siempre ya en el sentido de que también, como te digo, nos exigen a nosotros del ministerio un cierto avance” menciona la profesora; no obstante aclara que, en su función como maestra y en la medida de sus posibilidades, intenta incorporar actividades que despierten el interés y motivación en los estudiantes.

Nuevamente se evidencia que el factor tiempo sumado a las exigencias de cubrir un contenido preestablecido trae como consecuencia la imposibilidad de incorporar actividades didácticas destinadas a la participación activa del estudiante, motivación por la enseñanza de la matemática y fortalecimiento del razonamiento lógico matemático. Si bien esto resulta ser un limitante en la enseñanza de la matemática, es necesario que cada docente, de acuerdo a sus posibilidades, pueda incorporar diversas actividades que permita brindar un conocimiento sólido en los estudiantes de tal manera que estos puedan continuar aprendiendo por su propia cuenta, en palabras de Gómez (2008) “Se trata, pues, de ofrecer una nueva orientación al carácter formativo de las matemáticas. La innovación es esencial” (p. 12).

- **Sugerencias Docente**

Durante el transcurso de la entrevista realizada a la docente se realizó la siguiente pregunta: ¿Está satisfecho con la forma en que conduce el proceso de enseñanza-aprendizaje de la materia de matemática? ¿qué elementos consideran deben ser cambiados o mejorados?; son diversos los puntos que, según su experiencia, necesitan ser mejorados si se desea una mejora en la enseñanza de la matemática, entre ellos se tiene:

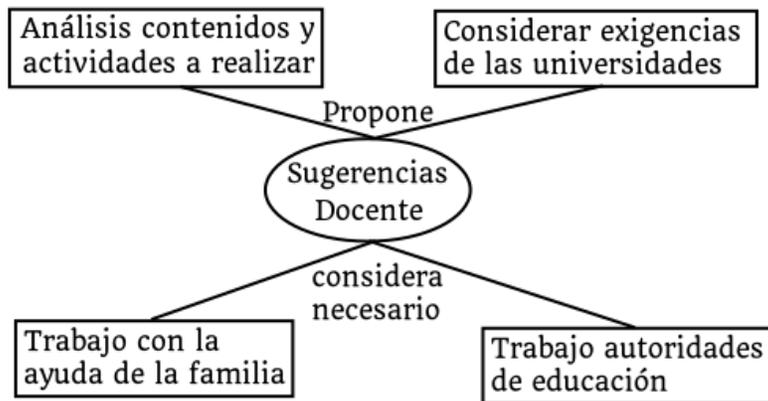
1. Analizar los contenidos y tipos de actividades a realizar, ya que estos requieren un tiempo para su aplicación (tiempo que, necesariamente, debe ser considerado y consensuado).
2. Considerar los contenidos avanzados respecto a las exigencias establecidas por las universidades; comenta que muchos de los estudiantes presentan dificultades para ingresar a las universidades públicas, además menciona “A nosotros nos piden de otra forma y después no están listos los estudiantes para ingresar”; siendo necesario establecer un nexo entre los colegios y universidades para solventar dicho inconveniente.

Estas y muchas otras dificultades, según la docente, necesitan de un compromiso “como comunidad educativa” si desean ser superados, además menciona que es necesario establecer:

1. Un trabajo con ayuda de la familia, esto con la finalidad de apoyar a los estudiantes en las dificultades (tanto internas como externas) que puedan estar atravesando.
2. Un trabajo con las autoridades de educación, de tal manera que los maestros puedan ser partícipes en la planificación de los contenidos y técnicas de enseñanza. Siendo totalmente fundamentado pues son ellos quienes presentan mayor interacción con los estudiantes.

Figura 7

Sugerencias Docente



Fuente: Elaboración propia a partir de los datos encuesta

En conclusión, si bien el tiempo y la cantidad de contenidos (además de las consecuencias derivadas de estas) repercuten directamente en el desarrollo de la enseñanza de la matemática, es necesario que cada docente, según sus posibilidades, pueda brindar los conocimientos necesarios a los estudiantes para que estos puedan continuar aprendiendo por su propia cuenta (siendo esta una característica del aprendizaje significativo); por ello se considera necesario trabajar en el desarrollo y fortalecimiento del razonamiento lógico de los alumnos de tal manera que estos puedan comprender un ejercicio o problema matemático además de estructurar y fundamentar su solución, siendo este el elemento clave para la comprensión de la matemática.

CAPITULO V

PROPUESTA DE INVESTIGACIÓN

5.1. Antecedentes Teóricos

A partir del marco teórico y los datos obtenidos en la recolección de datos, se pudo evidenciar la necesidad de incorporar ciertos elementos que permitan complementar la enseñanza de la matemática a nivel secundario como brindar ayuda a aquellos estudiantes que tengan mayor dificultad en la misma, como menciona Gómez (2008):

Se trata, pues, de ofrecer una nueva orientación al carácter formativo de las matemáticas. La innovación es esencial, y no tan difícil como parece. La dificultad no radica en la misma innovación, sino en el hecho de que uno quiera o no quiera innovar [...] Se trata de situar la enseñanza en un status que favorezca la creatividad, en lugar de fomentar la memorización y los retorcidos algoritmos mecánicos de cálculo. (p. 12)

El análisis de los datos permitió identificar dificultades en la resolución de ejercicios y problemas matemáticos por parte de los estudiantes siendo una de las causas la falta en el desarrollo del razonamiento lógico matemático. Si bien el uso de ejercicios resueltos de forma mecánica, la propia naturaleza de la matemática o las dificultades presentes en el alumno repercuten directamente en esta problemática, la información brindada permitió deducir además que el cumplimiento de ciertas exigencias impuestas a los profesores de matemática (como ser: cubrir todo el contenido planeado para un nivel educativo) sumado al hecho de contar con un tiempo limitado repercute en la implementación de estrategias de enseñanza innovadoras y el desarrollo de un aprendizaje activo y significativo en los alumnos.

Teniendo en cuenta estos antecedentes y tomando en consideración las sugerencias brindadas por los estudiantes y docente de la Unidad Educativa Plena Técnico Humanístico “San Javier” (la cual puede resumirse en la incorporación y desarrollo de actividades más “llamativas”), se presenta la siguiente propuesta la cual pretende servir de guía para la elaboración de una estrategia metodológica que permita orientar el desarrollo del razonamiento lógico en la matemática.

5.2. Método o Estrategia de Aplicación

Apoyado en la corriente pedagógica del constructivismo y los resultados obtenidos en la investigación se pudo deducir que las estrategias metodológicas basadas en un aprendizaje activo

permiten que los estudiantes puedan ser partícipes de su propio aprendizaje, teniendo como resultado un aprendizaje más significativo y de largo plazo donde el docente pasa a tener la función de guía y planifica cada actividad; es así que la presente propuesta se basa en los métodos, técnicas y recursos enfocados a lograr dicho fin, misma que se encuentra constituida por dos fases: Diagnóstico y Elaboración. Para fines prácticos y mejor comprensión de la propuesta esta será ejemplificada tomando en cuenta el tema de “Ecuaciones”, esto debido a que su contenido se enfoca al desarrollo del razonamiento lógico, además de trabajar en la comprensión, estructuración y fundamentación de la solución de un problema o ejercicio matemático, es decir, presenta conceptos y elementos matemáticos como herramientas útiles para la solución de determinados problemas.

5.3. Fases y Objetivos de Desempeño del Método

5.3.1. Fase Uno: Diagnóstico

La primera fase tiene por objetivo identificar el estado actual de conocimientos por parte de los estudiantes, para ello será necesario realizar un examen diagnóstico el cual permita conocer si los estudiantes poseen los conocimientos previos para el desarrollo del tema como también ver sus fortalezas y debilidades; para su construcción se recomienda que los ejercicios sean “de reconocimiento” y “de repetición” y que los problemas sean “de traducción simple o compleja” y “de procesos” (si fuera posible), esto según la clasificación establecida por Blanco (1993) citado por Espeleta et al. (2016).

Para el caso particular del tema de ecuaciones se presenta el siguiente ejemplo de examen diagnóstico, mismo que contempla los siguientes ejercicios:

- **Ejercicio 1:** Realizar las siguientes operaciones

$$a) (x^3 - 5x^2 + 7)(2x^3 + 6x^2 - 3x) \qquad b) \frac{2}{3}\left(x + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{4}\left(\frac{x}{2} + \frac{2}{3}\right)$$

Lo que busca este ejercicio es determinar si los estudiantes presentan conocimientos y dominio en las operaciones algebraicas, siendo estas necesarias para la resolución de una ecuación.

- **Ejercicio 2:** Factorizar las siguientes expresiones

$$a) abc^3 - ab^3c \qquad b) ap^2 + ax - bp^2 - bx$$

La función del ejercicio es determinar si los estudiantes presentan conocimientos del tema de factorización, esto debido a que su contenido suele ser empleados en la resolución de una ecuación.

- **Ejercicio 3:** Simplificar la siguiente expresión

$$\frac{(1 + xy)^2 - (x + y)^2}{1 - x^2}$$

Este ejercicio es una combinación de los temas de operaciones algebraicas y factorización, permitiendo observar si los estudiantes presentan un orden en la simplificación de expresiones algebraicas.

Como se puede observar cada ejercicio tiene como finalidad conocer el estado actual y dificultades de los estudiantes, siendo estos datos necesarios para la planificación óptima del tema a avanzar.

5.3.2. Fase Dos: Elaboración

Una vez identificado el estado actual de conocimientos por parte de los estudiantes el siguiente paso es considerar aquellos elementos que serán necesarios para el desarrollo del tema, por ello la segunda fase tiene como objetivo diseñar la estrategia metodológica que permita un aprendizaje activo y significativo en las clases de matemática.

Lo primero a considerar es la “planificación docente” la cual contiene los métodos, técnicas, recursos, objetivos y contenidos a desarrollar, dicha planificación puede ser realizada para el desarrollo de una materia o un tema en específico (siendo en este caso desarrollada para la segunda opción), se recomienda que este documento pueda ser del conocimiento de los alumnos permitiendo así que estos sean partícipes de su propio aprendizaje (Zabalza, 2004). Tomando como referencia al citado autor y lo establecido por la Universidad Politécnica de Cartagena (UPCT, 2014) los elementos mínimos que debe tener esta planificación son:

1. Datos generales. - El cual presenta el tema a desarrollar, curso, profesor que imparte la materia, horario de clases y correo electrónico (o número de celular) del profesor. En caso de ser necesario se podría incluir otros datos (ej.: Enlace del aula virtual).
2. Descripción del tema. - Breve sinopsis de lo que se desarrollará en el tema, elementos relevantes del mismo y la utilidad que presenta para su formación.
3. Objetivos y/o competencias. - La cual especifica las ganancias que obtendrán los alumnos durante el desarrollo del tema, esta puede abordar saberes conceptuales, procedimentales y actitudinales.
4. Contenidos del tema. - Listado de los elementos que se desarrollarán en las clases (definiciones, propiedades, etc.), para su selección se recomienda considerar el tiempo

disponible y examinar los contenidos más relevantes de tal manera que los alumnos puedan continuar "por su propia cuenta" (contando con una base teórica y práctica para ello).

5. Métodos, técnicas y recursos. - Presenta una descripción de aquellos elementos metodológicos que serán empleados para el desarrollo del tema.
6. Evaluación. – La cual permite determinar los conocimientos adquiridos por los estudiantes como realizar una retroalimentación de lo planificado, para ello se debe considerar los aspectos a evaluar como los instrumentos que serán utilizados.
7. Cronograma. - Consiste en presentar una propuesta tentativa del tiempo empleado para el desarrollo del tema.
8. Bibliografía. - Contiene el material bibliográfico básico para el desarrollo y reforzamiento del tema.

Para su estructuración se presenta el siguiente modelo:

Tabla 12

Modelo Planificación General Temas Matemática

1. DATOS GENERALES			
TEMA		DOCENTE	
CURSO		CORREO ELECTRÓNICO	
HORARIO DE CLASES		ENLACE AULA VIRTUAL	
2. DESCRIPCIÓN TEMA			
3. OBJETIVOS Y/O COMPETENCIAS			
4. CONTENIDOS DEL TEMA Y CRONOGRAMA			
CONTENIDO		DURACIÓN CLASES (APROX)	
5. ESTRATEGIA METODOLÓGICA			
MÉTODOS	TÉCNICAS	RECURSOS	
6. EVALUACIÓN			
CRITERIOS DE EVALUACIÓN		TÉCNICAS E INSTRUMENTOS	
7. BIBLIOGRAFÍA			

Fuente: Elaboración Propia.

En nuestro caso y con el fin de desarrollar una estrategia metodológica que permita un aprendizaje activo y significativo en los estudiantes, se decide trabajar con:

1. Una metodología activa que, según Puga y Jaramillo (2015), permita fomentar la participación activa en los estudiantes, trabajar a su ritmo de trabajo como la aclaración de dudas.
2. Los métodos de enseñanza expositivos y de elaboración conjunta, pues siempre será necesario la incorporación de una sección teórica donde el profesor pueda brindar las bases sobre el tema a avanzar además de una sección donde los estudiantes puedan asimilar y poner en práctica los conocimientos adquiridos.
3. Técnicas de enseñanza que prioricen el trabajo tanto individual como grupal, siendo indispensable la resolución de ejercicios y problemas matemáticos.
4. Recursos didácticos "convencionales" e "innovadores" según el tema a avanzar; cabe mencionar que no todo tema matemático será sujeto a la incorporación de un material didáctico distinto al tradicional, pero esta misma puede ser utilizada de forma diferente, creativa e innovadora (aspecto que dependerá mucho del docente).

Siendo esta la base y horizonte para el fortalecimiento y desarrollo del razonamiento lógico matemático, se presenta el siguiente ejemplo de planificación para el tema de ecuaciones:

Tabla 13

Modelo Planificación General Tema Ecuaciones

1. DATOS GENERALES			
TEMA	Ecuaciones	DOCENTE	Lic. Ysau Quiroga
CURSO	6to Secundaria	CORREO ELECTRÓNICO	-
HORARIO DE CLASES	Lunes y miércoles 17:00 – 18:00	ENLACE AULA VIRTUAL	-
2. DESCRIPCIÓN TEMA			
<p>¿Alguna vez te has preguntado qué calificación debes obtener para aprobar una materia sabiendo que los dos anteriores trimestres obtuviste notas de 56 y 75? O bien ¿saber cuánto dinero te queda luego de tener una cita con tu enamorado o enamorada? El poder representar determinados números utilizando símbolos y contar con una estructura algebraica bien definida facilita la resolución de aquellos problemas donde se desea hallar un determinado valor, es por ello que el tema de ecuaciones representa una gran importancia en el desarrollo de la matemática.</p> <p>Durante las siguientes sesiones se verá el significado de la palabra "ecuación", las propiedades que presenta, los tipos de ecuaciones que se tienen y su uso para la resolución de problemas de planteo, se espera puedan poner el mismo gran empeño demostrado durante el transcurso de las clases y consultar las dudas presentes en la misma.</p>			

3. OBJETIVOS Y/O COMPETENCIAS		
<ul style="list-style-type: none"> • Identificar las características y operaciones que presentan las ecuaciones. • Describir los tipos de ecuaciones y su desarrollo para la resolución de ejercicios algebraicos. • Aplicar la teoría de ecuaciones para la resolución de problemas de planteo. 		
4. CONTENIDOS DEL TEMA Y CRONOGRAMA		
CONTENIDO		DURACIÓN CLASES (APROX)
Reforzamiento contenidos previos (de ser necesario)		1 clase
Introducción ecuaciones (Definición, soluciones ecuación y operaciones ecuación)		1 clase
Ecuación lineal con una incógnita (Definición y ejemplos)		2 clases
Ecuación cuadrática (definición, tipos y ejemplos)		3 clases
Sistema dos ecuaciones (definición y métodos de resolución)		3 clases
Problemas de planteo		2 clases
5. ESTRATEGIA METODOLÓGICA		
MÉTODOS	TÉCNICAS	RECURSOS
<ul style="list-style-type: none"> • Método de Enseñanza Expositivos • Método de Enseñanza de Elaboración Conjunta 	<ul style="list-style-type: none"> • Clase Expositiva del Docente • Resolución problemas • Tutoría del Docente • Trabajo Colaborativo 	<ul style="list-style-type: none"> • Diapositivas (Power Point o Canva). • Medios digitales: Libros, guías explicativas, formularios y prácticas. • Herramientas digitales: videos, aplicaciones, aula virtual, pizarra digital, etc
6. EVALUACIÓN		
CRITERIOS DE EVALUACIÓN		TÉCNICAS E INSTRUMENTOS
El estudiante realiza un manejo conceptual y procedimental de los contenidos presentados		Trabajos prácticos (prácticas, investigaciones, etc.)
El estudiante desarrolla, explica y resuelve problemas variados (viendo la importancia de cada concepto y principio).		Examen parcial
7. BIBLIOGRAFÍA		
Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica 12ed, Swokowski & Cole La Biblia de la Matemática 8ed. Ed Letrarte Matemática Preuniversitaria. Edgar Lliulli Textos y Guías de Aprendizaje, Ministerio de Educación		

Fuente: Elaboración Propia.

Si bien esta planificación permite tener una estructuración general de lo que se desarrollará en el avance de un tema, será necesario contar con un instrumento donde el docente pueda estructurar el desarrollo de una sola clase, por ello se propone utilizar el instrumento conocido como "situación didáctica" mismo que presenta los siguientes elementos:

1. Contenidos y actividades. – Es la sección que muestra las actividades, técnicas de enseñanza o contenidos a desarrollar en la clase.
2. Desarrollo técnica. – Sección donde se da una descripción sistemática de la actividad a desarrollar.
3. Responsable. – Se detalla quien (o quienes) serán los encargados o partícipes en el desarrollo de las actividades.
4. Recursos. – Se da a conocer todo el material didáctico que servirá de apoyo para el desarrollo de la actividad.
5. Tiempo. – Siendo este un estimado de la duración de la actividad.
6. Observaciones. - Sección donde el docente hace una descripción de los puntos positivos y negativos durante el desarrollo de la actividad.

Tabla 14

Modelo “Situación Didáctica” Temas Matemática

UNIDAD	N° CLASE			
LECCIÓN				
CONTENIDOS Y ACTIVIDADES	DESARROLLO TÉCNICA	RESPONSABLE	RECURSOS	TIEMPO
OBSERVACIONES				

Fuente: Elaboración Propia.

Ahora bien, la estructura base de esta propuesta consiste en:

1. Iniciar la clase con una retroalimentación de lo avanzado o bien con una dinámica de motivación.
2. Realizar el avance del tema donde se brinda una base teórica y desarrollo práctico (tanto de forma individual como grupal).
3. Realizar un compartimiento de conocimientos y corrección de errores de manera conjunta.

Tomando como referencia el tiempo de clase empleado por la profesora de la Unidad Educativa Plena Técnico Humanístico "San Javier" (que es de 1 hora por clase), se presenta los siguientes ejemplos de avance (por clases) para el tema de ecuaciones:

Tabla 15*Situación Didáctica Tema: Ecuaciones (Clase 1)*

UNIDAD	Ecuaciones			N° CLASE	1
LECCIÓN	Introducción Ecuaciones				
CONTENIDOS Y ACTIVIDADES	DESARROLLO TÉCNICA	RESPONSABLE	RECURSOS	TIEMPO	
Dinámica de Motivación	Se realiza una dinámica de motivación al inicio del tema.	- Docente	- Ninguno	5 min	
Historia Ecuaciones	Se dan a conocer aspectos históricos relacionados al tema de ecuaciones.	- Docente	- Diapositiva	5 min	
Presentación Conceptos	Mediante la clase expositiva (apoyado en preguntas a los estudiantes) se dan a conocer los conceptos básicos de ecuaciones.	- Docente - Estudiantes	- Diapositivas - Libro	20 min	
Desarrollo ejercicios	Con la participación de los estudiantes se procede a desarrollar ejercicios relacionados al tema (intentando reforzar en las operaciones de ecuaciones).	- Docente - Estudiantes	- Libro - Práctica - Pizarra - Formulario	30 min	

Fuente: Elaboración Propia.

En la primera clase se dan a conocer los elementos básicos respecto al tema de Ecuaciones.

Tabla 16*Situación Didáctica Tema: Ecuaciones (Clase 2)*

UNIDAD	Ecuaciones			N° CLASE	2
LECCIÓN	Ecuaciones Lineales pt.1				
CONTENIDOS Y ACTIVIDADES	DESARROLLO TÉCNICA	RESPONSABLE	RECURSOS	TIEMPO	
Retroalimentación	Se hace una retroalimentación de lo avanzado en la clase anterior (puede ser apoyado con una lluvia de ideas o preguntas).	- Docente	- Diapositiva	5 min	

Presentación Conceptos	Se realiza una exposición del tema de "Ecuaciones Lineales" con la participación de los estudiantes.	- Docente - Estudiantes	- Diapositivas - Libro	15 min
Desarrollo Ejemplos	Con la participación de los estudiantes se procede a realizar ejercicios relacionados al tema.	- Docente - Estudiantes	- Pizarra - Graspable Math - Formulario	15 min
Desarrollo Ejercicios	Los estudiantes proceden a resolver ejercicios específicos de la práctica. (existiendo la posibilidad de ayudarse entre ellos).	- Estudiantes	- Libro - Práctica - Formularios	25 min

Fuente: Elaboración Propia.

En la segunda clase se da a conocer el tipo de ecuación más "sencilla", mostrando sus conceptos básicos como el desarrollo inicial de ejemplos y ejercicios.

Tabla 17

Situación Didáctica Tema: Ecuaciones (Clase 3)

UNIDAD	Ecuaciones			N° CLASE	3
LECCIÓN	Ecuaciones Lineales pt.2				
CONTENIDOS Y ACTIVIDADES	DESARROLLO TÉCNICA	RESPONSABLE	RECURSOS	TIEMPO	
Retroalimentación	Se hace una retroalimentación de lo avanzado en la clase anterior (puede ser apoyado con una lluvia de ideas o preguntas).	- Docente	- Diapositiva	5 min	
Desarrollo Ejercicios	Los estudiantes (distribuidos en grupos) proceden a resolver ejercicios relacionados al tema; se aclara que cada grupo deberá exponer un ejercicio de la forma más creativa posible.	- Estudiantes	- Libro - Práctica - Formularios	30 min	
Presentación Plenaria	Una vez resueltos los ejercicios por los estudiantes, cada grupo expone el ejercicio designado.	- Docente - Estudiantes	- Pizarra - Práctica - Formularios	25 min	

Fuente: Elaboración Propia.

La tercera clase pretende ser un reforzamiento de lo avanzado en la clase anterior, como también realizar trabajos colaborativos y la aclaración de dudas.

Tabla 18

Situación Didáctica Tema: Ecuaciones (Clase 4)

UNIDAD	Ecuaciones			N° CLASE	4
LECCIÓN	Ecuaciones Cuadráticas (Ecuación Cuadrática Pura)				
CONTENIDOS Y ACTIVIDADES	DESARROLLO TÉCNICA	RESPONSABLE	RECURSOS	TIEMPO	
Dinámica de Motivación	Se realiza una dinámica de motivación al inicio del tema.	Docente	Ninguno	5 min	
Presentación Conceptos	Se realiza una exposición del tema de "Ecuaciones Cuadráticas Puras" con la participación de los estudiantes.	- Docente - Estudiantes	- Diapositivas - Libro	15 min	
Desarrolló Ejemplos	Con la participación de los estudiantes se procede a realizar ejercicios relacionados al tema.	- Docente - Estudiantes	- Pizarra - Graspable Math - Formulario	20 min	
Desarrolló Ejercicios	Los estudiantes proceden a resolver ejercicios específicos de su práctica.	- Estudiantes	- Libro - Práctica - Formularios	20 min	

Fuente: Elaboración Propia.

En la cuarta clase se dan a conocer los conceptos básicos de "Ecuaciones Cuadráticas" como el tipo de ecuación más "sencilla" de la misma.

Tabla 19

Situación Didáctica Tema: Ecuaciones (Clase 5)

UNIDAD	Ecuaciones			N° CLASE	5
LECCIÓN	Ecuaciones Cuadráticas (Ecuación Cuadrática Mixta Incompleta)				
CONTENIDOS Y ACTIVIDADES	DESARROLLO TÉCNICA	RESPONSABLE	RECURSOS	TIEMPO	
Retroalimentación	Se hace una retroalimentación de lo avanzado en la clase anterior.	Docente	Ninguno	5 min	
Presentación Conceptos	Se realiza una exposición del tema de "Ecuaciones Cuadráticas Mixtas Incompletas" con la	- Docente - Estudiantes	- Diapositivas - Libro	15 min	

	participación de los estudiantes.			
Desarrolló Ejemplos	Con la participación de los estudiantes se procede a realizar ejercicios relacionados al tema.	- Docente - Estudiantes	- Pizarra - Graspable Math - Formulario	20 min
Desarrolló Ejercicios	Los estudiantes proceden a resolver ejercicios específicos de su práctica (existiendo la posibilidad de ayudarse entre ellos).	- Estudiantes	- Libro - Práctica - Formularios	20 min

Fuente: Elaboración Propia.

En la quinta clase se dan a conocer los conceptos, ejemplos y ejercicios del segundo tipo de ecuaciones cuadráticas.

Tabla 20

Situación Didáctica Tema: Ecuaciones (Clase 6)

UNIDAD	Ecuaciones			N° CLASE	6
LECCIÓN	Ecuaciones Cuadráticas (Ecuación Cuadrática Mixta Completa)				
CONTENIDOS Y ACTIVIDADES	DESARROLLO TÉCNICA	RESPONSABLE	RECURSOS	TIEMPO	
Retroalimentación	Se hace una retroalimentación de lo avanzado en la clase anterior (puede ser apoyado con una lluvia de ideas o preguntas).	- Docente	- Ninguno	5 min	
Presentación Conceptos	Se realiza una exposición del tema de "Ecuaciones Cuadráticas Mixtas Completas" con la participación de los estudiantes.	- Docente - Estudiantes	- Diapositivas - Libro	15 min	
Desarrolló Ejemplos	Con la participación de los estudiantes se procede a realizar ejercicios relacionados al tema.	- Docente - Estudiantes	- Pizarra - Graspable Math - Formulario	20 min	
Desarrolló Ejercicios	Los estudiantes proceden a resolver ejercicios específicos de su práctica (existiendo la posibilidad de ayudarse entre ellos).	- Estudiantes	- Libro - Práctica - Formularios	20 min	

Fuente: Elaboración Propia.

En la sexta clase se dan a conocer los conceptos, ejemplos y ejercicios del tercer tipo de ecuaciones cuadráticas.

Tabla 21

Situación Didáctica Tema: Ecuaciones (Clase 7)

UNIDAD	Ecuaciones			N° CLASE	7
LECCIÓN	Sistema de Ecuaciones (Método por Igualación)				
CONTENIDOS Y ACTIVIDADES	DESARROLLO TÉCNICA	RESPONSABLE	RECURSOS	TIEMPO	
Dinámica de Motivación	Se emplea un ejercicio de "Gimnasia Cerebral" para el inicio del tema.	- Docente	- Ninguno	5 min	
Presentación Conceptos	Se realiza una exposición del tema de "Método por Igualación" con la participación de los estudiantes.	- Docente - Estudiantes	- Diapositivas - Libros - GeoGebra	10 min	
Desarrollo Ejemplos	Con la participación de los estudiantes se procede a realizar ejercicios relacionados al tema.	- Docente - Estudiantes	- Pizarra - Graspable Math - Formulario	20 min	
Desarrollo Ejercicios	Los estudiantes proceden a resolver ejercicios específicos de su práctica.	- Estudiantes	- Libro - Práctica - Formularios	25 min	

Fuente: Elaboración Propia.

En la séptima clase se dan a conocer los conceptos básicos de "Sistema de Ecuaciones" como el primer método para resolverlos.

Tabla 22

Situación Didáctica Tema: Ecuaciones (Clase 8)

UNIDAD	Ecuaciones			N° CLASE	8
LECCIÓN	Sistema de Ecuaciones (Método por Sustitución)				
CONTENIDOS Y ACTIVIDADES	DESARROLLO TÉCNICA	RESPONSABLE	RECURSOS	TIEMPO	
Retroalimentación	Se hace una retroalimentación de lo avanzado en la clase anterior (puede ser apoyado con una lluvia de ideas o preguntas).	- Docente	- Ninguno	5 min	

Presentación Conceptos	Se realiza una exposición del tema de “Método por Sustitución” con la participación de los estudiantes.	- Docente - Estudiantes	- Diapositivas - Libros - GeoGebra	10 min
Desarrollo Ejemplos	Con la participación de los estudiantes se procede a realizar ejercicios relacionados al tema.	- Docente - Estudiantes	- Pizarra - Graspable Math - Formulario	20 min
Desarrollo Ejercicios	Los estudiantes proceden a resolver ejercicios específicos de su práctica (existiendo la posibilidad de ayudarse entre ellos).	- Estudiantes	- Libro - Práctica - Formularios	25 min

Fuente: Elaboración Propia.

En la octava clase se dan a conocer los conceptos, ejemplos y ejercicios del segundo método para resolver un sistema de ecuaciones.

Tabla 23

Situación Didáctica Tema: Ecuaciones (Clase 9)

UNIDAD	Ecuaciones			N° CLASE	9
LECCIÓN	Sistema de Ecuaciones (Método por Reducción)				
CONTENIDOS Y ACTIVIDADES	DESARROLLO TÉCNICA	RESPONSABLE	RECURSOS	TIEMPO	
Retroalimentación	Se hace una retroalimentación de lo avanzado en la clase anterior.	Docente	Ninguno	5 min	
Presentación Conceptos	Se realiza una exposición del tema de “Método por Reducción” con la participación de los estudiantes.	- Docente - Estudiantes	- Diapositivas - Libros - GeoGebra	10 min	
Desarrollo Ejemplos	Con la participación de los estudiantes se procede a realizar ejercicios relacionados al tema.	- Docente - Estudiantes	- Pizarra - Graspable Math - Formulario	20 min	
Desarrollo Ejercicios	Los estudiantes proceden a resolver ejercicios específicos de su práctica (existiendo la posibilidad de ayudarse entre ellos).	- Estudiantes	- Libro - Práctica - Formularios	25 min	

Fuente: Elaboración Propia

En la novena clase se dan a conocer los conceptos, ejemplos y ejercicios del tercer método para resolver un sistema de ecuaciones.

Tabla 24

Situación Didáctica Tema: Ecuaciones (Clase 10)

UNIDAD	Ecuaciones			N° CLASE	10
LECCIÓN	Problemas de Planteo				
CONTENIDOS Y ACTIVIDADES	DESARROLLO TÉCNICA	RESPONSABLE	RECURSOS	TIEMPO	
Dinámica de Motivación	Se emplea un ejercicio de "Gimnasia Cerebral" para el inicio del tema.	- Docente	- Ninguno	5 min	
Presentación Conceptos	Se realiza una exposición del tema "Problemas de Planteo" con la participación de los estudiantes.	- Docente - Estudiantes	- Diapositivas - Libro	15 min	
Desarrollo Ejemplos	Con la participación de los estudiantes, se procede al desarrollo de problemas matemáticos (intentando priorizar en la comprensión y estructuración del problema)-	- Docente	- Pizarra - Graspable Math - Formulario	20 min	
Desarrollo Ejercicios	Los estudiantes proceden a resolver problemas específicos de su práctica.	- Estudiantes	- Libro - Práctica - Formularios	20 min	

Fuente: Elaboración Propia.

En la décima clase se dan a conocer los conceptos básicos de “problemas de planteo” como el análisis a realizar para poder resolverlos.

Tabla 25

Situación Didáctica Tema: Ecuaciones (Clase 11)

UNIDAD	Ecuaciones			N° CLASE	11
LECCIÓN	Problemas de Planteo				
CONTENIDOS Y ACTIVIDADES	DESARROLLO TÉCNICA	RESPONSABLE	RECURSOS	TIEMPO	
Retroalimentación	Se hace una retroalimentación de lo avanzado en la clase anterior (puede ser	- Docente	- Diapositiva	5 min	

	apoyado con una lluvia de ideas o preguntas).			
Desarrollo Ejercicios	Los estudiantes (distribuidos en grupos) proceden a resolver problemas relacionados al tema, se aclara que el grupo que responda los problemas más rápido tendrá un premio.	- Estudiantes	- Libro - Práctica - Formularios	30 min
Presentación Plenaria	Una vez terminada la actividad, cada grupo manda a un representante para la explicación de un problema al azar.	- Docente - Estudiantes	- Pizarra - Práctica - Formularios	25 min

Fuente: Elaboración Propia.

Finalmente, en la undécima clase se realiza un reforzamiento de lo avanzado en la clase anterior (intentando aclarar la mayor cantidad de dudas posibles), como también realizar trabajos colaborativos y exposiciones por parte de los estudiantes.

Como se puede observar, cada actividad busca el desarrollo de clases más dinámicas, prácticas y de trabajo tanto individual o grupal dependiendo al contenido a avanzar; cabe mencionar que la duración y selección de dichas actividades puede variar según las expectativas y objetivos que pretenda cada docente como las características de los estudiantes (Hernández, s.f.), pero no se debe olvidar que estas deben estar enfocadas al desarrollo de un aprendizaje activo y significativo.

Ahora bien, para el desarrollo de esta estrategia metodológica será necesario contar con el apoyo de recursos didácticos que sean “creativos” y “llamativos” para los estudiantes; si bien es cierto que muchos de los temas requerirán el uso de materiales didácticos “tradicionales”, en los siguientes párrafos se dan a conocer algunos recursos didácticos que podrían ser útiles para la enseñanza de la matemática siendo, en este caso, ejemplificadas al tema de ecuaciones.

- **Diapositivas**

El uso de diapositivas no solo se reduce a un compilado de información la cual debe ser presentada de manera sistemática, al contrario, lo que se busca con el empleo de este recurso es contar con un material de apoyo el cual contiene los elementos más importantes de un tema permitiendo así que su explicación sea lo más comprensiva posible. Su uso en la enseñanza de la matemática implica

salir del avance teórico desarrollado en pizarra y hacer que el mismo pueda ser llamativo para los estudiantes, permitiendo así que los conocimientos adquiridos sean de larga duración como de fácil accesibilidad (esto al poder compartir las diapositivas con los alumnos).

Ahora bien, muchas veces este recurso suele ser usado de manera errónea (Ej.: leer las diapositivas sin explicarlas) por ello se recomienda que estas puedan ser: visualmente atractivas, no se encuentren saturadas de letras y se tenga un equilibrio entre imagen y texto. Cabe mencionar que el diseño de las diapositivas dependerá de la personalidad que tenga el docente como las características que presenten los estudiantes; para una mejor comprensión se presenta el siguiente ejemplo de diapositivas enfocadas al desarrollo de la sección “Introducción Ecuaciones”.

Figura 8

Diapositiva 1 “Introducción Ecuaciones”

UNA ECUACIÓN...

Es una **igualdad entre 2 expresiones algebraicas** donde están presentes una o más incógnitas (variables) .Esta es verdadera **SOLO PARA DETERMINADOS VALORES.**

Expresión 1 = Expresión 2

1° Miembro 2° Miembro



A thick dark blue horizontal bar is located at the bottom of the slide content.

Fuente: Elaboración Propia.

Lo que se busca en esta diapositiva es explicar que una ecuación puede ser comparada con “una balanza” la cual debe estar equilibrada (es decir, todo lo que se desarrolle debe ser empleado en ambos lados de la ecuación).

Figura 9

Diapositiva 2 "Introducción Ecuaciones"

EJEMPLO

La ecuación " $3x = 2x + 3$ " es verdadera si x se sustituye por 3, pues:

$$3(3) = 2(3) + 3 \Rightarrow 9 = 6 + 3 \\ \Rightarrow 9 = 9$$

Pero falsa si x se sustituye por 2 (u otro valor) pues:

$$3(2) = 2(2) + 3 \Rightarrow 6 = 4 + 3 \\ \Rightarrow 6 = 7 ???$$

El valor que permite que la ecuación sea verdadera se llama "**raíz de la ecuación**" o "**solución de la ecuación**".

Fuente: Elaboración Propia.

Lo que se busca explicar en esta diapositiva es que la igualdad en una ecuación no se cumple para cualquier número.

Figura 10

Diapositiva 3 y 4 "Introducción Ecuaciones"

¿CÓMO RESOLVER UNA ECUACIÓN?

Se debe efectuar ciertas operaciones para **despejar la variable**, estas son:



1. Se puede sumar o restar cualquier constante o expresión en ambos miembros

$$x - 3 = 2 \Rightarrow x - 3 + 3 = 2 + 3 \quad ; \text{sumar } 3 \\ \Rightarrow x = 5$$

¿CÓMO RESOLVER UNA ECUACIÓN?



2. Se puede multiplicar o dividir cualquier constante o expresión (distinta de 0) en ambos miembros

$$3x = 27 \Rightarrow \frac{3x}{3} = \frac{27}{3} ; \text{dividir entre } 3 \\ \Rightarrow x = 9$$

3. Se puede elevar a una misma potencia o extraer una raíz en ambos miembros

$$\sqrt{16+x} = 3 \Rightarrow (\sqrt{16+x})^2 = 3^2 ; \text{elevar } ()^2 \\ \Rightarrow 16+x = 9$$

Fuente: Elaboración Propia.

Tanto la diapositiva 3 como la 4 buscan explicar las operaciones empleadas al resolver una ecuación (usualmente utilizadas para “despejar x”).

Figura 11

Diapositiva 5 “Introducción Ecuaciones”

DICHO DE OTRO MODO...

1. Lo que suma pasa al otro lado a restar (y viceversa)

$$x - 3 = 2 \Rightarrow x = 3 + 2 = 5$$

2. Lo que multiplica pasa al otro lado a dividir (y viceversa)

$$3x = 27 \Rightarrow x = \frac{27}{3} = 9$$

3. Lo que está elevado a una potencia pasa al otro lado como raíz (y viceversa)

$$\sqrt{16+x} = 3 \Rightarrow 16+x = 3^2 = 9$$



Fuente: Elaboración Propia.

En esta diapositiva se presenta un resumen de las operaciones vistas en las diapositivas 3 y 4 además de mostrar la similitud de estas con “un puente”, donde al cruzar “cambian de operación” (usualmente conocido como “pasa al otro lado con el signo cambiado”).

Figura 12

Diapositiva 6 “Introducción Ecuaciones”



1. Se debe estar seguro que el numero «que pasa a dividir» sea distinto de cero

$$\begin{aligned} \text{Ej: Si } x = 5 &\Rightarrow 2(x - 5) = x - 5 \\ &\Rightarrow 2 = 1 ??? \end{aligned}$$

2. Al «extraer raíz en ambos miembros» se debe estar seguro que ambos números sean positivos

$$\begin{aligned} \text{Ej: } (2)^2 = (-2)^2 &\Rightarrow \sqrt{(2)^2} = \sqrt{(-2)^2} \\ &\Rightarrow 2 = -2 ??? \end{aligned}$$

Para evitar ello se debe recurrir a la siguiente propiedad:

$$\boxed{\text{Si } a^2 = b^2 \Rightarrow a = b \text{ ó } a = -b}$$

Fuente: Elaboración Propia.

En esta sección se muestran ciertos errores cometidos al “despejar x”, los cuales deben ser conocidos por los estudiantes para evitar ser realizados durante la resolución de ecuaciones.

Figura 13

Diapositiva 7 y 8 “Introducción Ecuaciones”

ASÍ TAMBIÉN...

Se recomienda seguir los siguientes pasos

1. Quitar paréntesis.

$$2(x - 3) = 5x \Rightarrow 2x - 6 = 5x$$

2. Quitar denominadores.

$$\frac{2x}{3} = \frac{x + 1}{5} \Rightarrow 5(2x) = 3(x + 1)$$



ASÍ TAMBIÉN...

Se recomienda seguir los siguientes pasos

3. Agrupar términos semejantes

$$4x + 5 + 7x = 2x - 5 + x$$
$$\Rightarrow (4x + 7x) = (2x + x) - 5$$

4. Reducir términos semejantes

$$(4x + 7x) = (2x + x) - 5 \Rightarrow 11x = 3x - 5$$



Fuente: Elaboración Propia.

Tanto las diapositivas 7 y 8 dan a conocer algunas recomendaciones para que la resolución de ecuaciones pueda ser realizada de manera ordenada.

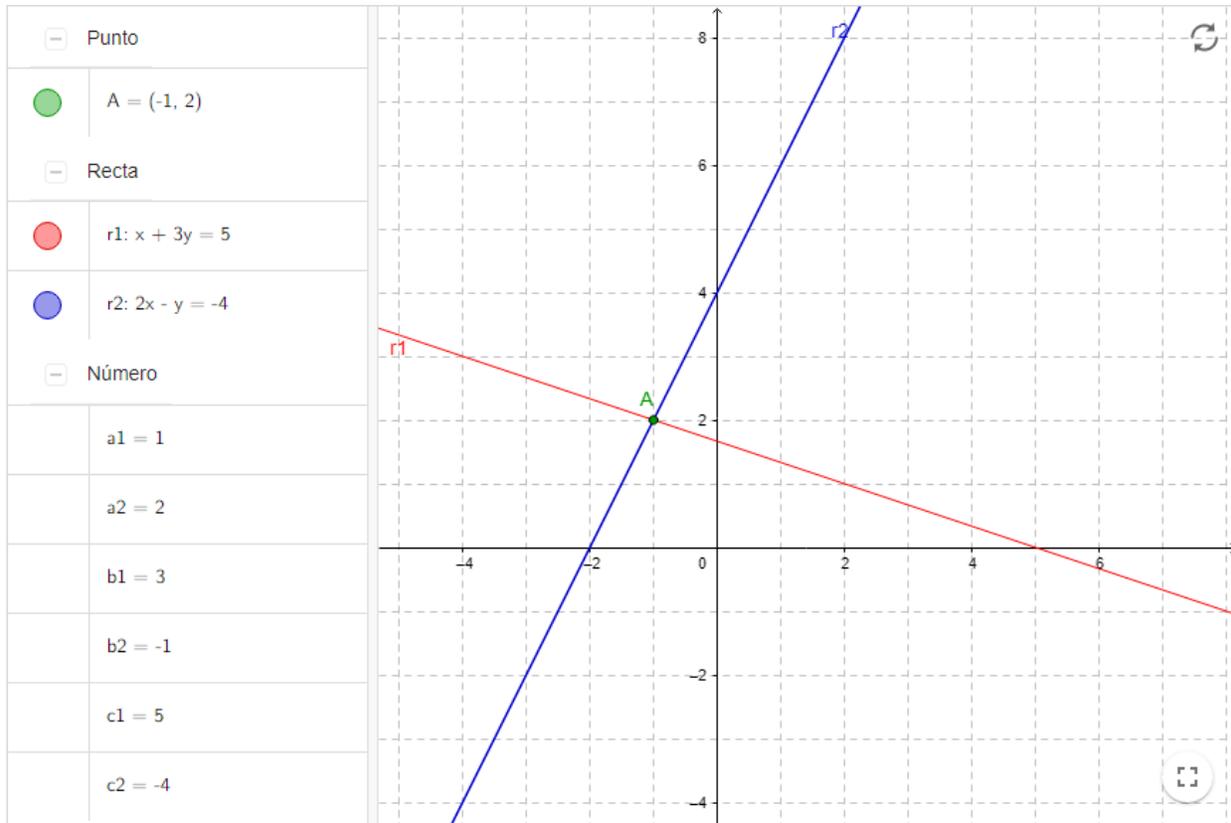
- **Apoyo de Recursos TIC**

Córdoba (2014) y Lugo (2008) citados por Blandón (2017) mencionan la importancia de la incorporación de la tecnología en el proceso de enseñanza aprendizaje; si bien se mencionó que esta usualmente es utilizada como un recurso didáctico, dependerá de la creatividad y motivación que tenga el docente para su incorporación óptima.

Uno de los recursos que será de gran ayuda para el desarrollo de una clase de matemática (en particular para aquellos que se basan en el empleo de gráficas) es la herramienta digital “GeoGebra”, la cual permite que los estudiantes puedan tener una interacción más directa con los diversos elementos y conocimientos matemáticos; a manera de ejemplo se presenta la interpretación gráfica de la solución de un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas realizada en GeoGebra, donde es posible manipular las ecuaciones además de visualizar y entender que la solución obtenida al resolver el sistema de ecuaciones es la intersección de dos rectas.

Figura 14

Ejemplo Gráfico Sistema de Ecuaciones Lineales



Fuente: GeoGebra (2022b).

Así también se recomienda el uso de la herramienta digital “Graspable Math” particularmente para aquellos estudiantes que presentan dificultades en el desarrollo de operaciones matemáticas, esto debido a que la herramienta permite una visualización didáctica de la resolución de ejercicios matemáticos (contando además con un acceso a la herramienta digital “GeoGebra”); para fines prácticos se muestra la resolución de una ecuación lineal acompañada de su interpretación gráfica:

Figura 15

Ejemplo Resolución Ecuación Lineal

The image shows a digital whiteboard interface with a green header bar containing 'Whiteboards > Untitled Whiteboard', 'COLLABORATE LIVE', and 'LOG IN'. Below the header is a toolbar with various editing tools like 'insert', 'transform', 'keypad', 'scrub', 'draw', 'erase', 'arrange', 'undo', 'redo', 'smaller', 'larger', 'fullscreen', 'settings', 'new', 'save', and 'load'. The main workspace is divided into two sections. On the left, the algebraic solution of the equation $2x + 1 = 5$ is shown in handwritten style, with steps: $2x = 5 - 1$; sumar -1, $x = \frac{5-1}{2}$; Dividir entre 2, $x = \frac{4}{2}$, and $x = 2$; simplificar. On the right, a coordinate plane graph shows a red line passing through the points (0, -4) and (2, 0), with the x-axis labeled from -4 to 5 and the y-axis from -4 to 4. A vertical sidebar on the left of the graph contains icons for 'Algebra', 'Tools', and 'Table'. At the bottom of the whiteboard is a virtual keypad with buttons for numbers 0-9, mathematical symbols like '+', '-', '*', '/', 'x', 'y', 'a²', 'a³', 'aⁿ', 'αβγ', and other functions like 'Cancel', 'Done', 'log', 'ln', 'long var', and navigation arrows.

Fuente: Graspable Math (2022).

Un último recurso que podría ser empleado en la enseñanza matemática es la plataforma “Google Drive”, esto debido a la posibilidad de compartirla con diversas personas y realizar una actualización constante en línea, pudiendo así incorporar las fórmulas, documentos e incluso videos empleados durante el desarrollo de cada clase.

Si bien es cierto que algunas instituciones educativas no cuentan con los recursos necesarios para la implementación de este u otros recursos digitales (como ser: un proyector, laptop, computadoras o acceso a internet), se decide presentarlas como sugerencias y se espera que el docente tenga las condiciones óptimas para su uso o, caso contrario, pueda aplicar recursos que cumplan con la misma finalidad, todo con el fin de innovar en el avance teórico y hacer que la enseñanza matemática sea más llamativa y significativa para los estudiantes.

Finalmente, tanto el marco teórico como la recolección de datos puso en evidencia la importancia del desarrollo de ejercicios y problemas matemáticos (siendo la base fundamental en la adquisición de conocimientos matemáticos); si bien esta técnica es constantemente utilizada, es necesario realizar una innovación en su aplicación al añadir ejercicios y problemas que permitan despertar el interés y la curiosidad en los estudiantes, para ello se sugiere considerar los siguientes elementos:

- **Prácticas**

Se recomienda que las practicas puedan iniciar con ejercicios y problemas que presenten una estructura similar a los empleados en los “Textos de aprendizaje” y “Guía de Trabajo” disponibles en la página web del Ministerio de Educación, esto por la forma didáctica con la cual son presentados permitiendo que los estudiantes puedan desarrollar una resolución sistemática. A manera de ejemplo se presentan ejercicios relacionados al tema de ecuaciones.

Figura 16

Ejercicio Desarrollo Ecuación Lineal

Actividad 1.

Resolver la ecuación: $3x-5=x+3$

Tenemos la ecuación	$5x=8x-15$
Ordenamos la ecuación.	
Sumamos y/o restamos en cada miembro.	
El coeficiente de “ x ” pasa a dividir.	
Hacemos la división o simplificación y tenemos valor de “ x ”.	

Verificación o comprobación.

A la ecuación	$5x=8x-15$
Reemplazamos a las incógnitas con el valor $x=$	$5()=8()-15$
Realizamos las operaciones en cada miembro.	
Si ambos miembros igualan, entonces la ecuación es correcta.	

Fuente: Ministerio de Educación (2021a)

Figura 17

Ejercicio Justificación Ecuación Lineal



En la solución del ejemplo 3, reconoce los pasos realizados:

Ejemplo 3. $\frac{5}{2x+4} + 3 = \frac{5}{3}$

Solución

$$\frac{5}{2x+4} = \frac{5}{3} - 3 \quad \dots\dots\dots$$

$$\frac{5}{2x+4} = -\frac{4}{3} \quad \dots\dots\dots$$

$$5 \cdot 3 = 4(2x + 4) \quad \dots\dots\dots$$

$$15 = 8x + 16 \quad \dots\dots\dots$$

$$15 - 16 = 8x \quad \dots\dots\dots$$

$$-1 = 8x \quad \dots\dots\dots$$

$$x = -\frac{1}{8} \quad \dots\dots\dots$$

RECUERDA QUE UNA ECUACIÓN SE PUEDE SOLUCIONAR DE VARIAS MANERAS, SIEMPRE RESPETANDO LAS REGLAS DE TRANSPOSICIÓN DE TÉRMINOS.



Fuente: Ministerio de Educación (2021c)

Ya en posteriores ejercicios y problemas se recomienda quitar estas estructuras, esto para ver si el estudiante presenta un desarrollo sistemático y lógico en las resoluciones, además de establecer un equilibrio óptimo en la “cantidad” y “calidad” de los ejercicios y problemas propuestos.

- **Explicación Ejercicios y Problemas Matemáticos**

Complementando el anterior punto, para que los estudiantes puedan fortalecer el razonamiento lógico (en particular: la comprensión, estructuración y fundamentación de un ejercicio o problema matemático) es necesario que el docente priorice en desarrollar la habilidad práctica de “resolución” misma que, según Pólya (1989), es fomentada al imitar lo que una persona hace en situaciones similares. Es por ello que se propone los siguientes pasos y sugerencias para la resolución de ejercicios y problemas matemáticos:

Para la explicación de los ejercicios matemáticos se recomienda que estos puedan ser desarrollados de manera ordenada y por pasos, además (en lo posible) se pueda justificar cada procedimiento empleado en su resolución; a manera de ejemplo se presenta el siguiente ejercicio donde es posible observar los pasos y justificación empleados para la resolución de una ecuación cuadrática pura:

Figura 18

Ejemplo Resolución Ejercicios

Resolver la siguiente ecuación cuadrática pura

$$2x^2 - 4 = 0$$

SOL.- $2x^2 - 4 = 0 \Rightarrow \frac{2x^2 - 4}{2} = \frac{0}{2}$;dividir entre 2

$$\Rightarrow \frac{\cancel{2}x^2}{\cancel{2}} - \frac{\cancel{4}}{\cancel{2}} = 0 \quad ; \text{ pues } \frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$$

$$\Rightarrow x^2 - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0 \quad ; \text{ dif de cuadrados}$$

$$\Rightarrow x - \sqrt{2} = 0 \text{ o } x + \sqrt{2} = 0 \quad ; \text{ T. del Factor 0}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2} \text{ o } x = -\sqrt{2}$$

Fuente: Elaboración Propia.

Como se puede observar, el ejercicio es desarrollado ordenadamente además de describir las propiedades empleadas, buscando así que los estudiantes puedan comprender cada paso como el uso correcto de las propiedades (además de buscar su participación).

Para el desarrollo y explicación de problemas matemáticos se propone utilizar la siguiente estructura basada en el modelo de resolución de Pólya (1989), dicha estructura consiste en una sucesión de pasos la cual permite tener una mejor organización durante el desarrollo del problema; estos pasos son:

1. Leer el enunciado cuidadosamente y determinar las cantidades desconocidas que deben hallarse (frases que contengan las palabras: qué, encuentre, cuánto, hallar, etc., permiten obtener pistas sobre la cantidad desconocida).
2. Designar con una letra las cantidades desconocidas (siendo este uno de los pasos más importantes para la resolución del problema).

3. Si fuera necesario, realizar una interpretación gráfica.
4. Analizar los datos conocidos y ver la relación que posee con las cantidades desconocidas.
5. Formular una ecuación que describa, de manera precisa, lo que está expresado con palabras.
6. Resolver la ecuación formulada.
7. Verificar si la solución obtenida tiene relación con las condiciones expresadas en el problema.

Para una mejor comprensión se presenta el siguiente ejemplo enfocado a la resolución de un problema de ecuaciones:

Figura 19

Ejemplo Estructuración Problema Matemático

1. Alejandra tiene 39 años, el triple de la edad de su hijo. Determinar la edad del hijo de Alejandra

SOL.- Para resolver este ejercicio, realicemos los pasos planteados:

Paso 1: Al leer el enunciado, se tiene que la cantidad desconocida es la edad del hijo de Alejandra

Paso 2: Designemos con "x" la cantidad desconocida, es decir, sea

$$x := \text{Edad del hijo de Alejandra}$$

Paso 3: No es necesario realizar un dibujo para entender el problema

Paso 4: Los datos conocidos son la edad de Alejandra (que tiene 39 años) y que su edad triplica a la de su hijo

Paso 5: Expresando el enunciado en forma de ecuación se tiene lo siguiente:

$$39 = 3 \cdot x$$

Edad de Ale. = 3 veces la edad de su hijo

Paso 6: Resolvamos la ecuación:

$$3x = 39 \Rightarrow x = \frac{39}{3} \Rightarrow x = 13$$

Paso 7: Si la edad del hijo de Alejandra es 13 años, entonces Alejandra tiene

$$3 \cdot 13 = 39 \text{ Años}$$

Fuente: Elaboración Propia.

Si bien es cierto que el desarrollo de estos pasos puede resultar moroso, se recomienda que los mismos puedan ser aplicados durante la resolución de los primeros ejercicios y problemas matemáticos, de tal manera que dicho procedimiento pueda ser asumido por los estudiantes.

CAPÍTULO VI

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1. Conclusiones

La presente investigación surgió a partir de las dificultades presentes en el aprendizaje de la matemática la cual, según diversas investigaciones, se encuentra presente tanto en la educación primaria como secundaria y se basa principalmente en la prevalencia de la enseñanza tradicional y mecánica de la misma. Siendo el rumbo actual de la educación buscar que los estudiantes puedan ser partícipes de su propio aprendizaje es necesario cambiar esta forma tradicional de enseñanza e ir acorde a los paradigmas actuales de educación, esto mediante la incorporación de una estrategia metodológica que permita el desarrollo de un aprendizaje activo acompañado de una serie de métodos, técnicas y recursos enfocados a lograr dicho fin.

Para lograr la elaboración de dicha estrategia metodológica se hizo una revisión de libros, artículos, sitios web y tesis relacionadas al tema de investigación además del desarrollo de un trabajo de campo; la interpretación y análisis de los datos recolectados permitió obtener un contexto de la problemática además de conocer las estrategias metodológicas empleadas por la docente como el estado y dificultades en el razonamiento lógico matemático de los estudiantes de 6to de secundaria paralelo “B” de la Unidad Educativa Plena Técnico Humanístico “San Javier”.

Los resultados obtenidos son presentados teniendo como referencia los tres objetivos específicos propuestos para el presente estudio, siendo el objetivo específico:

1. Identificar las estrategias metodológicas empleadas por la docente durante el desarrollo de las clases de matemática (Unidad Educativa Plena Técnico Humanístico “San Javier”).

Se realizó la triangulación de los datos brindados tanto por la docente como los estudiantes llegando a la conclusión de que la estrategia metodológica empleada se basa en la participación activa del estudiante, donde la profesora asume un papel de guía empleando técnicas como: clases expositivas, preguntas activadoras, resolución de problemas y ejercicios matemáticos (siendo esta la principal), retroalimentación y monitoreo, como el uso de recursos didácticos según el tema de avance y tomando en consideración las características de los estudiantes que, de manera general, presentan dificultades en el aprendizaje de fórmulas y conceptos matemáticos pero se sienten motivados por aprender de sus errores.

Así también, se pudo observar que las clases se basan en el desarrollo de un aprendizaje memorístico intentando la incorporación de un aprendizaje significativo (esto a través de la aclaración de dudas y explicación de conceptos a los estudiantes); todos estos aspectos permiten destacar la estrategia metodológica empleada por la docente (siendo incluso considerada como un ejemplo) además de demostrar la posibilidad de incorporar una enseñanza matemática innovadora.

En lo que respecta al objetivo específico:

2. Analizar las dificultades en el razonamiento lógico matemático de los estudiantes de 6to de secundaria y su relación con las estrategias metodológicas empleadas por la docente (Unidad Educativa Plena Técnico Humanístico “San Javier”).

Se realizó una encuesta donde la segunda parte de la misma consistía en la resolución de tres ejercicios y dos problemas matemáticos (estas permitieron examinar el razonamiento lógico y procedimiento empleado por cada estudiante); los resultados obtenidos muestran que más del 50% de los alumnos (9 de los 14 estudiantes) presentan dificultades en la resolución de ejercicios y problemas matemáticos, basados principalmente en: carencia en el recuerdo de propiedades y conceptos, inconvenientes en la comprensión del enunciado o problemas en la estructuración y fundamentación de la solución; dando a entender que los conocimientos en matemática son aprendidos solo para el desarrollo de un tema o la aprobación de un examen siendo posteriormente "olvidados", es decir, no son significativos.

Si bien esta situación es preocupante y pareciera tener relación con la estrategia metodológica empleada por la docente, se pudo identificar que: el factor tiempo, el hecho de cubrir un contenido ya establecido, además del nivel de aprendizaje presente en cada estudiante dificulta poder trabajar en el desarrollo del razonamiento lógico matemático (siendo estos factores ignorados o excluidos), por lo mismo se afirma que la estrategia metodológica asumida por la profesora fue la decisión más óptima de acuerdo a sus posibilidades y las dificultades presentes.

Finalmente, en lo que respecta al objetivo específico:

3. Diseñar una estrategia metodológica que permita el desarrollo del razonamiento lógico matemático en los estudiantes de 6to de secundaria (Unidad Educativa Plena Técnico Humanístico “San Javier”).

Se tomó en consideración los fundamentos del marco teórico, los resultados obtenidos durante la recolección de datos como las sugerencias brindadas tanto por la docente como los estudiantes, siendo plasmados en una guía de acción la cual contiene los métodos, técnicas y recursos necesarios para innovar en la enseñanza de la matemática, permitiendo despertar el interés y motivación por el aprendizaje de la misma como el desarrollo del razonamiento lógico matemático (ejemplificado, en este caso, para el tema de "ecuaciones"). Si bien es cierto que los alumnos muestran su interés por el desarrollo de clases más dinámicas y la incorporación de diversas actividades, las limitantes del tiempo, el cumplimiento de contenidos ya establecidos y las dificultades presentes en el aprendizaje de la matemática hacen que su integración resulte ser limitada, siendo estos parámetros considerados para el diseño de la propuesta.

Todos estos resultados dan a conocer algunas de las dificultades presentes en la enseñanza y aprendizaje de la matemática además de reforzar la importancia de mejorar ciertos factores relacionados a la misma, como ser: el tiempo empleado para su enseñanza y aprendizaje, la revisión y rediseño de los contenidos avanzados o la importancia de desarrollar el razonamiento lógico matemático; siendo una solución el diseño y aplicación de estrategias metodológicas enfocadas al desarrollo de un aprendizaje más activo y significativo. Si bien es cierto que la estrategia metodológica propuesta aún no fue aplicada y que el tamaño de la muestra podría considerarse de alcance “corto y específico”, se reitera que la misma permitió tener un primer acercamiento a la problemática para que esta sea mejor comprendida; por lo mismo se menciona la importancia de aplicar este u otros estudios similares en diferentes contextos para así tener una comprensión más completa de la problemática como nuevos aportes al área de la educación matemática.

Es así que, a partir de los resultados y conclusiones de los objetivos específicos, se logra dar cumplimiento al objetivo general de la investigación el cual es “Proponer una estrategia metodológica que fortalezca el razonamiento lógico matemático de los estudiantes de 6to de secundaria a partir del análisis e identificación de las estrategias metodológicas aplicadas por los docentes (Unidad Educativa Plena Técnico Humanístico “San Javier”, La Paz – Bolivia, Gestión 2022)” contando así con un material que fomenta el desarrollo de un aprendizaje activo, además de servir de guía y apoyo para la elaboración e implementación de estrategias metodológicas enfocadas a orientar el desarrollo del razonamiento lógico en matemática.

6.2. Recomendaciones

Concluida la investigación, se dan a conocer las siguientes recomendaciones:

1. Desarrollar investigaciones que permitan profundizar en el conocimiento de la educación matemática, como ser: Dificultades en el aprendizaje de la matemática a nivel secundario, herramientas TIC para reforzar la enseñanza de la matemática o la efectividad del trabajo en equipo durante las clases de matemática; esto debido a que no existe mucha información relacionada a estos temas y, como menciona Waldegg (1998), esta disciplina científica es relativamente nueva en comparación a otras ciencias; por lo mismo es necesario indagar en esta área y mucho más en Bolivia donde las líneas de investigación relacionadas son escasas o antiguas.
2. Motivar a los maestros y maestras de las distintas unidades educativas de Bolivia a la implementación de estrategias metodológicas destinadas al desarrollo del razonamiento lógico de sus estudiantes, siendo necesario el planteamiento de ejercicios y problemas que, aparte de brindar la habilidad del manejo de fórmulas y ecuaciones, permita trabajar en la comprensión, estructuración y justificación de las soluciones. Si bien se pudo observar que los estudiantes de la Unidad Educativa Plena Técnico Humanístico "San Javier" presentan un nivel básico en el desarrollo del razonamiento lógico, se destaca la estrategia metodológica empleada por la docente y la motivación presente en cada uno de sus alumnos, siendo esta la base para el desarrollo de un aprendizaje significativo y, en una opinión personal, un ejemplo para innovar en la enseñanza de la matemática.
3. Informar al Ministerio de Educación de Bolivia sobre las dificultades existentes en el avance de los contenidos de matemática a nivel secundario; una categoría emergente durante la investigación fue el hecho de que el factor tiempo sumado al desarrollo de un temario tan extenso repercute negativamente en el avance de la materia de matemática, por ello se considera necesario una reformulación del mismo donde se tenga la participación de maestros y profesionales entendidos del área, todo ello destinado al intercambio de experiencias, mejora del proceso de enseñanza aprendizaje y el desarrollo de un aprendizaje más significativo; más aún, se deja en consideración desarrollar una investigación que sirva de base para describir la situación actual de esta problemática como posibles soluciones a la misma.

4. Aplicar la metodología empleada en la presente investigación (u otras similares) en diversas unidades educativas de La Paz, esto para tener un mejor conocimiento de la problemática estudiada como posibles soluciones a la misma.
5. Considerar la propuesta de estrategia metodológica como alternativa o apoyo para el fortalecimiento del razonamiento lógico matemático. Si bien es cierto que este diseño aún no fue aplicado, se considera que su ejecución traerá resultados positivos, esto debido a que toda su estructuración se basa en la teoría del aprendizaje activo y significativo (fundamentada por diversos investigadores) como las experiencias y sugerencias brindadas por la docente y estudiantes de la Unidad Educativa Plena Técnico Humanístico "San Javier".

Referencias Bibliográficas

- Arce, M., Cornejo, L. & Muñoz, J. (2019). Ideas generales sobre el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. En *Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas* (pp. 27-36). Síntesis. <https://tinyurl.com/26sj7mwc>
- Arguello, B. & Sequeira, M. (2016). *Estrategias metodológicas que facilitan el proceso de enseñanza aprendizaje de la Geografía e Historia en la educación secundaria básica* [Tesis de Licenciatura, Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua]. Repositorio Institucional UNAN – Managua. <https://repositorio.unan.edu.ni/1638/1/10564.pdf>
- Arias, F. (2012). *El proyecto de investigación: Introducción a la metodología científica*. (6ª ed.). Episteme. <https://tinyurl.com/2plkgzjn>
- Ayora, R. (2012). *El razonamiento lógico matemático y su incidencia en el aprendizaje de los estudiantes de la escuela teniente Hugo Ortiz, de la comunidad Zhizho, cantón Cuenca, provincia del Azuay* [Tesis de Licenciatura, Universidad Técnica de Ambato]. Repositorio Universidad Técnica de Ambato https://repositorio.uta.edu.ec/bitstream/123456789/2843/1/tebs_2012_416.pdf
- Barrientos, P. (2013). Visión integral de la educación. *Horizonte de la Ciencia*, 3(4), 61-65. <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/5420518.pdf>
- Bermejo, R., Ferrándiz, C., Ferrando, M., Prieto, M. & Sainz, M. (2008). Estudio del razonamiento lógico-matemático desde el modelo de las inteligencias múltiples. *Anales de Psicología*, 24(2), 213-222. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=16711589005>
- Blandón, M. (2017). *Propuesta metodológica para el proceso de enseñanza aprendizaje de la unidad de álgebra en la asignatura de matemática general en la facultad regional multidisciplinaria FAREM-Esteli, UNAM-Managua* [Tesis de Doctorado, Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua]. Repositorio Institucional UNAN – Managua. <https://tinyurl.com/2fxnay2r>
- Bonilla, E. (1991). La enseñanza y aprendizaje de las matemáticas vistos desde fuera de las matemáticas. *Ciencias*, (21), 23-28. <https://tinyurl.com/2qtyvnq6>
- Brilliant Worldwide, Inc. (2022). *Brilliant*. <https://brilliant.org/>

- Cambridge Assessment International Education. (2019). *Aprendizaje activo*.
<https://www.cambridgeinternational.org/Images/579618-active-learning-spanish-.pdf>
- Cárdenas, W. (2017). *Estrategias didácticas de aprendizaje en matemáticas*. Universidad Militar de Granada. <https://tinyurl.com/2n5zscg8>
- Carrillo, B. (2009). Dificultades en el aprendizaje matemático. *Innovación y Experiencias Educativas*, (16), 1-10. <https://tinyurl.com/2ggtesgn>
- Colque, L. (2020). *El diagrama de flujo de datos en el fortalecimiento del razonamiento lógico matemático* [Tesis de Maestría, Universidad Mayor de San Andrés]. Repositorio Institucional UMSA. <https://tinyurl.com/2oxg7bso>
- Constitución Política del Estado [CPE]. 7 de febrero de 2009 (Bolivia).
<https://tinyurl.com/2nylqmpo>
- Corral, I., Castro, R. & Corral, Y. (2018). Dificultades de aprendizaje de la matemática: Cómo ayudar al estudiante. *Revista Arjé*, 12(23), 49-59. <https://tinyurl.com/2joacoh4>
- Coto, D. (2016). *Dificultades de los adolescentes de secundaria en la resolución de problemas durante el aprendizaje matemático* [Tesis de Licenciatura, Universidad Rafael Landívar].
<http://recursosbiblio.url.edu.gt/tesiseortiz/2016/05/86/Coto-Deysi.pdf>
- Cristancho, D. & Cristancho, L. (2018). Aprendizaje basado en problemas en matemáticas: El concepto de fracción. *Educación y Ciencia*, (21), 45-58. <https://tinyurl.com/2jkmcasv>
- Delgado, C. & Palacios, P. (2014). *Técnicas educativas*. Universidad del Azuay.
<https://www.uazuay.edu.ec/sites/default/files/public/TECNICAS-EDUCATIVAS.pdf>
- Espeleta, A., Fonseca, A., Wilkerson, T. & Zamora, W. (2016). *Estrategias didácticas para la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática*. Repositorio INIE.
<http://repositorio.inie.ucr.ac.cr/bitstream/123456789/409/1/18.08.01%202354.pdf>
- Fiuza, M. & Fernández, M. (2014). *Dificultades de aprendizaje y trastornos del desarrollo*. Pirámide. <https://tinyurl.com/ye2tslem>
- Gallardo, E. (2017). *Metodología de la investigación: Manual autoformativo interactivo*. Universidad Continental. <https://tinyurl.com/yyfyk9uc>

- García, J. (2014). Pensamiento lógico matemático: Una breve descripción de sus principios y desarrollo. *Universita Ciencia*, 3(8), 95-105. <https://zenodo.org/record/7149637>
- GeoGebra. (2022a). *¿Qué es GeoGebra?*. <https://www.geogebra.org/about>
- GeoGebra. (2022b). *Sistema de ecuaciones lineales*. <https://www.geogebra.org/m/RF94HQn3>
- Gobierno Autónomo Municipal de La Paz. (2015). *Medición de la calidad educativa en el municipio de La Paz*. La Paz, Bolivia. <https://tinyurl.com/2j2yjbpy>
- Gómez, G. (2011). *La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en secundaria con base en secuencias didácticas y el uso del trabajo colaborativo* [Tesis de Maestría, Tecnológico de Monterrey]. Repositorio Institucional del Tecnológico de Monterrey (RITEC). <https://tinyurl.com/2ofarbsr>
- Gómez, J. (2008). *La innovación frente a la tradición: Reflexiones y retos en el noble oficio de educar*. Universidad Politécnica de Cataluña. <https://tinyurl.com/2gzv68r4>
- Graspable Inc. (2022). *Graspable Math*. <https://activities.graspablemath.com/>
- Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey (2004). *Capacitación en estrategias y técnicas didácticas*. http://sitios.itesm.mx/va/dide/documentos/inf-doc/Est_y_tec.PDF
- Johnson, D. Johnson, R. & Holubec, E. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Paidós SAICF. <https://tinyurl.com/yx4zvb49>
- Juidías, J. & Rodríguez, I. (2007). Dificultades de aprendizaje e intervención psicopedagógica en la resolución de problemas matemáticos. *Revista de Educación*, 342, 257-286. <https://tinyurl.com/2o3653od>
- Hernández, C. (s.f.). *Metodologías de enseñanza y aprendizaje en altas capacidades*. Universidad de la Laguna. <https://gtisd.webs.ull.es/metodologias.pdf>
- Hernández Sampieri, R., Fernández, C. & Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación*. (6ª ed.). Mc. Graw Hill. <https://tinyurl.com/y3a7tmvj>
- Huanca, M. (2017). *La gimnasia cerebral como herramienta de estimulación cognitiva para la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de tercero de secundaria de la Unidad Educativa República de Irán* [Tesis de Maestría, Universidad Mayor de San Andrés]. Repositorio Institucional UMSA. <https://tinyurl.com/2p6ps2j5>

- Hurtado, J. (2000). *Metodología de la investigación holística*. (3ª ed.). Fundación Sypal. <https://tinyurl.com/2mdzfqks>
- Linares, A. (s.f.). *Desarrollo cognitivo: Las teorías de Piaget y Vygotsky*. Universidad Autónoma de Barcelona. http://www.paidopsiquiatria.cat/files/teorias_desarrollo_cognitivo_0.pdf
- Machicao, M. (2014). *Fascinantes desafíos al ingenio*.
- Mendoza, J. (2019). *Estrategia metodológica para desarrollar la competencia de resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de secundaria de una institución educativa privada de Lima* [Tesis de Maestría, Universidad San Ignacio de Loyola]. Repositorio USIL. <https://tinyurl.com/2jtfrbsd>
- Ministerio de Educación Bolivia. (2010). *Ley N°070 “Avelino Siñani – Elizardo Pérez”*. <https://tinyurl.com/2fnjrl6v>
- Ministerio de Educación Bolivia. (2015a). *Unidad de formación Nro. 13 “Campos y áreas de saberes y conocimientos en la educación de personas jóvenes y adultas”*. Equipo PROFOCOM. <https://tinyurl.com/28jkygpd>
- Ministerio de Educación Bolivia. (2015b). *Unidad de formación Nro. 15 “Estrategias metodológicas en la educación de personas jóvenes y adultas”*. Equipo PROFOCOM. https://www.minedu.gob.bo/files/publicaciones/veaye/dgea/UF15_EPJA-2.pdf
- Ministerio de Educación Bolivia. (2021a). *Matemática (Guía de trabajo) aprendizajes complementarios*. <http://educa.minedu.gob.bo/assets/uploads/files/cont/ales/ales9fndu.pdf>
- Ministerio de Educación Bolivia. (2021b), *Programas de estudios dosificados 2021*. <https://tinyurl.com/2ykf353n>
- Ministerio de Educación Bolivia. (2021c). *Textos de aprendizaje 5to de secundaria*. <http://educa.minedu.gob.bo/assets/img/sec/cont/621.pdf>
- Ministerio de Educación Bolivia. (2022). *Indicadores y análisis educativo*. Sistema de Estadísticas e Indicadores Educativos. <http://seie.minedu.gob.bo/reportes/estadisticas/grupo1/matricula>
- Monje, C. (2011). *Metodología de la investigación cuantitativa y cualitativa: Guía didáctica*. Universidad Surcolombiana. <https://tinyurl.com/yyka3bft>

- Moreira, M. (2012). ¿Al final, qué es aprendizaje significativo?. *Revista Currículum*, 25, 29-56.
<https://tinyurl.com/yxk67jmk>
- Navarro, D. & Samón, M. (2017). Redefinición de los conceptos método de enseñanza y método de aprendizaje. *EduSol*, 17(60), 26-32. <https://tinyurl.com/2opyqa8g>
- Ortiz, D. (2015). El constructivismo como teoría y método de enseñanza. *Colección de Filosofía de la Educación*, (19), 93-110. <https://www.redalyc.org/pdf/4418/441846096005.pdf>
- Organismo Supervisor de la Inversión en Energía y Minería. (2017). *Libro de razonamiento matemático*. <https://tinyurl.com/2dhqwpun>
- Otzen, T. & Manterola, C. (2017). Técnicas de muestreo sobre una población a estudio. *Int. J. Morphol.*, 35(1), 227-232. <https://scielo.conicyt.cl/pdf/ijmorphol/v35n1/art37.pdf>
- Paneque, E. & Rosell, W. (2009). Consideraciones generales de los métodos de enseñanza y su aplicación en cada etapa del aprendizaje. *Revista Habanera de Ciencias Médicas*, 8(2), 1-12. <https://www.redalyc.org/pdf/1804/180414044016.pdf>
- Paredes, R. (2020). *Investigación propositiva*. Instituto de Educación Superior Pedagógico Público Indoamérica. <https://es.calameo.com/read/006239239f8a941bec906>
- Pereira, Z. (2011). Los diseños de método mixto en la investigación en educación: Una experiencia concreta. *Revista Electrónica Educare*, 15(1), 15-29. <https://tinyurl.com/y7fr7nwh>
- Pérez, S. (2010). El aprendizaje cooperativo. *Temas para la Educación*, 8(1). <https://www.feandalucia.ccoo.es/docu/p5sd7194.pdf>
- Pólya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas*. (J. Zugazagoita, trad.). Trillas. <https://cienciaymatematicas.files.wordpress.com/2012/09/como-resolver.pdf>
- Puga, L. & Jaramillo, L. (2015). Metodología activa en la construcción del conocimiento matemático. *Sophia: Colección de Filosofía de la Educación*, 19(2), 291-314. <https://revistas.ups.edu.ec/index.php/sophia/article/view/19.2015.14>
- Ramírez, M. (2009). Importancia del paradigma cognitivo: Memoria y procesamiento en Gagné. *Retos y Redes*, (2), 2-4. <https://tinyurl.com/2mpwz3td>
- Restrepo, R. & Waks, L. (2018). *Aprendizaje activo para el aula: Una síntesis de fundamentos y técnicas*. Observatorio de la Educación-UNAE. <https://tinyurl.com/ydzvcpdk>

- Ricoy, C. (2006). Contribución sobre los paradigmas de investigación. *Educação*, 31(1), 11-22. <https://www.redalyc.org/pdf/1171/117117257002.pdf>
- Romero, J. & Lavigne, R. (2005). *Dificultades en el aprendizaje: Unificación de criterios diagnósticos*. Junta de Andalucía. https://www.uma.es/media/files/LIBRO_I.pdf
- Rodríguez, A. & Pérez, A. (2017). Métodos científicos de indagación y de construcción del conocimiento. *Revista EAN*, (82), 179-200. <https://tinyurl.com/yygv3ubt>
- Rodríguez, M. (2011). La teoría del aprendizaje significativo: Una revisión aplicable a la escuela actual. *Investigació Innovació Educativa i Socioeducativa*, 3(1), 29-50. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3634413>
- Ruiz, J. (2008). Problemas actuales de la enseñanza aprendizaje de la Matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, 47(3), 1-8. <https://tinyurl.com/2m5ymxp3>
- Trujillo, L. (2017). *Teorías pedagógicas contemporáneas*. Fondo Editorial Areandino. <https://tinyurl.com/2ylj34zs>
- Servicio de Innovación Educativa – UPM (2008). *Aprendizaje cooperativo*. Universidad Politécnica de Madrid. <https://tinyurl.com/2hfzt8qt>
- Subdirección de Currículum y Evaluación. Universidad Tecnológica de Chile INACAP. (2017). *Manual de estrategias didácticas: Orientaciones para su selección*. Ediciones INACAP. https://drive.google.com/file/d/1FK3h2QxyJ5bqmCJ1pIR_vZfqIu2CIfzi/view
- UNESCO. (2020a). *Análisis curricular estudio regional comparativo y explicativo (ERCE 2019) Bolivia: Documento nacional de resultado*. <https://tinyurl.com/2kajha3v>
- UNESCO. (2020b). *Aplicación del tercer estudio regional comparativo y explicativo (TERCE): Diagnóstico nacional de Bolivia*. <https://tinyurl.com/2jnfyuxm>
- Unidad Educativa Pleno Técnico Humanístico “San Javier”. (2020). *Unidad Educativa Técnico Humanístico “San Javier”*. <https://www.ue-sanjavier.org/inicio>
- Universidad Católica Boliviana “San Pablo”, Unidad Académica Regional Tarija (UCB Tarija), Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (PUCV). (2020). *Caracterización del proceso enseñanza – aprendizaje en el área de matemática en las Unidades Educativas del nivel secundario de la ciudad de Tarija*. <https://tinyurl.com/2qbolrzf>

- Universidad de Colorado. (2022). *Simulaciones interactivas de ciencias y matemáticas*.
<https://phet.colorado.edu/es/>
- Universidad de Las Américas. (2015). *Guía de métodos y estrategias de enseñanza y aprendizaje*.
<https://tinyurl.com/2knuqokv>
- Universidad Politécnica de Cartagena. (2014). *Instrucciones para planificar la actividad docente de una asignatura: La guía docente y la programación temporal*.
<https://tinyurl.com/23ywg2zu>
- Vargas, N. (2011). *Las estrategias metodológicas fortalecen el razonamiento lógico en el aprendizaje de la Matemática de los estudiantes de 3ro de bachillerato del Colegio Militar N° 10 “Abdón Calderón” en el año lectivo 2009 – 2010* [Tesis de Maestría, Universidad Técnica de Ambato]. Repositorio Universidad Técnica de Ambato.
<https://repositorio.uta.edu.ec/bitstream/123456789/13120/1/BG-1176.pdf>
- Vargas, W. (2021). La resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento matemático. *Revista Horizontes*, 5(17), 230-251. <https://tinyurl.com/2kqqe8uz>
- Waldegg, G. (1998). La educación matemática ¿Una disciplina científica?. *Colección Pedagógica Universitaria*, (29). <https://tinyurl.com/2gpk4ztu>
- Zabalza, M. (2004). *Guía para la planificación didáctica de la docencia universitaria en el marco del EEES (Guía de Guías)*. Universidad de Santiago de Compostela.
<https://www.udc.gal/grupos/apumefyr/docs/guiadeguias.pdf>

ANEXOS

GUIA DE ENTREVISTA AL DOCENTE

UNIDAD EDUCATIVA PLENA TÉCNICO HUMANÍSTICO “SAN JAVIER”

1. Objetivo de la Entrevista

El objetivo de la entrevista es recopilar datos sobre la metodología aplicada para el desarrollo de la asignatura de matemática, así también las dificultades que pudieran presentarse en la enseñanza de la misma.

2. Cantidad de participantes y sugerencias

La entrevista será realizada al docente de la unidad educativa, esto por la cercanía que tiene con los estudiantes.

3. Ambiente

- Se deberá contar con un ambiente adecuado en cuanto al espacio, ventilación y luz; así también se priorizará que en el lugar no pueda ocurrir interrupciones (como ser ruidos que interfieran en la entrevista).
- Se recomienda que el ambiente cuente con agua o líquidos a libre disposición del participante.

4. Materiales

- Guía para entrevista al docente.
- Una grabadora.
- Cuaderno de apuntes y bolígrafo.

5. Equipo de trabajo

- El equipo estará conformado por el entrevistador (investigador) el cual se encarga de formular las preguntas y de tomar apuntes de las respuestas dadas por el/la entrevistado/a.
- Es importante tener respeto por el/la entrevistado/a y no realizar juicios de valor respecto a las respuestas que puedan dar.

6. Duración

Se plantea que la entrevista dure entre 30 a 45 minutos como máximo.

7. Desarrollo

a. Introducción y presentación

El entrevistador es presentado al/la entrevistado/a por el director (o encargado) de la unidad educativa. El entrevistador explica, de manera sencilla, el objetivo de la actividad (incluyendo un breve resumen de la investigación) el uso que se dará a la información que se recogerá en la actividad, además de cuándo y cómo se hará devolución de la misma. Así también solicita permiso para grabar la entrevista.

b. Preguntas

Una vez que terminadas las presentaciones, el entrevistador da inicio a la ronda de preguntas.

1. ¿Cuáles son los principales métodos y técnicas de enseñanza que emplea para el desarrollo de su clase? (complementar, de ser necesario, con: tanto el aspecto teórico como práctico)
2. ¿Cuáles son los recursos didácticos que utiliza para el desarrollo de su clase?
3. ¿Cómo es que usted se actualiza respecto a los nuevos paradigmas, modelos y métodos de enseñanza? Explique
4. Según su perspectiva ¿Cuáles son las dificultades más frecuentes de sus alumnos durante la asimilación de los contenidos de matemática? (complementar, de ser necesario, con ¿cómo subsana esos inconvenientes?)
5. ¿Cómo promueve la participación de sus estudiantes en clases? (complementar, de ser necesario, ¿estimula el trabajo en equipos o en grupos?)
6. ¿Cómo considera la comunicación entre usted y sus estudiantes?
7. ¿Considera usted que la matemática solo consiste en la aplicación de fórmulas para obtener un resultado? ¿por qué?
8. En el desarrollo de la clase ¿cómo muestra la importancia y aplicación de lo aprendido en la resolución de problemas de la vida diaria? ¿muestra ejemplos claros y concisos?
9. ¿Cómo estimula el desarrollo del razonamiento lógico matemático en sus estudiantes? Explique
10. ¿Está satisfecho con la forma en que conduce el proceso de enseñanza-aprendizaje de la materia de matemática? (Complementar, de ser necesario, con: de manera general ¿qué elementos consideran deben ser cambiados o mejorados?)

8. Cierre

Una vez concluidas las preguntas, el entrevistador agradece a el/la entrevistador/a por su participación y termina la actividad despidiéndose.

GRUPO FOCAL ESTUDIANTES DE 6TO DE SECUNDARIA

UNIDAD EDUCATIVA PLENA TÉCNICO HUMANÍSTICO “SAN JAVIER”

1. Objetivo

El objetivo de la presente actividad es recopilar datos sobre la percepción de los estudiantes de 6to de secundaria respecto a la metodología aplicada por el docente en el desarrollo de la asignatura de matemática, así también las dificultades que pudieran presentarse en el aprendizaje de la misma.

2. Cantidad de participantes

El grupo estará conformado por un mínimo de seis y un máximo de diez estudiantes.

3. Ambiente

- Se deberá contar con un ambiente adecuado en cuanto a espacio, ventilación y luz, en el cual no pueda presentarse algún tipo de interrupción (como ser gente que entre y salga del lugar).
- El ambiente debe contar con sillas y mesas para la cantidad de participantes que asistirán a la actividad.

4. Materiales

- Guía de preguntas para el grupo de estudiantes.
- Una grabadora.
- Cuaderno de apuntes y bolígrafo.
- Masking y marcadores de agua.
- Plataforma zoom o Google Meet de ser necesario (explicado en la parte de “observación”).

5. Equipo de trabajo

- El equipo estará conformado por un facilitador (investigador) el cual se encarga de llevar adelante toda la actividad: breve introducción, realizar las dinámicas de presentación, dar las consignas de trabajo, etc.
- Es importante tener respeto y no realizar juicios de valor respecto a las respuestas que puedan dar los estudiantes.

6. Duración

Se plantea que la actividad tenga una duración de 30 a 45 minutos como máximo.

7. Desarrollo

a. Introducción

El facilitador da la bienvenida a los y las participantes, se presenta y explica, de manera sencilla, el objetivo principal de la actividad (incluyendo un breve resumen de la investigación), el uso que se dará a la información brindada, además de cuándo y cómo se hará la devolución de la misma; así también solicita

permiso para grabar la actividad. Se menciona que los datos recabados no influirán en la evaluación de la materia de matemática.

b. Dinámica de presentación

La dinámica a utilizar se llama “Your Name” la cual consiste en que el estudiante piense en algún nombre (ya sea de una celebridad, serie, apodo, etc.) mismo que será usado durante toda la actividad y permitirá “cubrir su identidad”, esta será escrita en un trozo de Masking y colocada en un sector visible del estudiante.

c. Preguntas

Una vez que terminadas la dinámica, el facilitador da inicio a la ronda de preguntas.

1. ¿Cuáles son sus opiniones respecto a la forma de enseñanza utilizada por el profesor en el desarrollo de las clases de matemática?
2. ¿Cuáles son los principales métodos y técnicas que utiliza el docente para el desarrollo de las clases de matemática? (ejemplificar, de ser necesario, las palabras “métodos” y “técnicas”)
3. ¿Cuáles son los principales recursos didácticos que el docente utiliza para el desarrollo de su clase? (explicar la palabra “recursos didácticos”)
4. ¿Comprenden con facilidad los contenidos abordados en la materia de matemática? ¿Cuáles son las principales dificultades que se presentan?
5. ¿Consideran las clases de matemática dinámicas y motivadoras? ¿por qué?
6. ¿El docente estimula la participación durante el desarrollo de las clases? (como ser: la resolución de algún ejercicio, preguntas durante las clases, ¿qué otras actividades realizan?)
7. ¿El docente estimula el trabajo en equipo o grupos? Explique
8. ¿Cómo consideran la comunicación con el profesor de matemática? (complementar, de ser necesario, con: ¿es posible aclarar dudas durante y después de las clases?)
9. ¿Consideran que la matemática solo consiste en la aplicación de fórmulas para obtener un resultado? (complementar, de ser necesario, con: ¿sus clases son desarrolladas de esta forma?)
10. ¿Consideran que los contenidos abordados en matemática son importantes para la resolución de problemas de la vida cotidiana? (complementar, de ser necesario, con: ¿Su docente muestra la importancia y el uso práctico de los contenidos aprendidos?)
11. ¿Qué sugerencias tendrían para mejorar el desarrollo de las clases de matemática?

8. Cierre

Una vez concluidas las preguntas, el facilitador agradece a todos por su participación y da por finalizada la actividad despidiéndose personalmente de cada participante.

9. Observación

En caso de que exista imposibilidad de llevar a cabo la actividad de manera presencial, se optará por realizarla de manera virtual utilizando la plataforma Zoom o Google Meet.

ENCUESTA ESTUDIANTES DE 6TO DE SECUNDARIA

UNIDAD EDUCATIVA PLENA TÉCNICO HUMANÍSTICO “SAN JAVIER”

1. Datos Generales

Fecha: _____ Edad: _____ Sexo: Masculino () Femenino ()

1. Objetivo

El objetivo de la presente actividad es recopilar datos sobre la percepción de los estudiantes de 6to de secundaria respecto a la metodología aplicada por el docente en el desarrollo de la asignatura de matemática como las dificultades presentes en el razonamiento lógico matemático.

2. Preguntas

Estimado (a) estudiante, a continuación, se presenta una serie de preguntas las cuales son de gran importancia para el desarrollo de la presente investigación y serán tratados solo con fines académicos. Se pide pueda leer cada pregunta cuidadosamente y responder con la mayor sinceridad posible.

1. ¿Cómo calificaría la forma de enseñanza utilizada por el docente en el desarrollo de los contenidos de matemática?
 - a) Excelente
 - b) Muy buena
 - c) Regular
 - d) Deficiente

2. ¿Cuáles de los siguientes recursos didácticos utiliza el docente en el desarrollo de la clase? (puede marcar más de una opción)
 - a) Libros de texto
 - b) Guías de aprendizaje
 - c) Calculadora
 - d) Pizarra
 - e) Videos
 - f) Herramientas Tecnológicas (data show, laptop, etc.)
 - g) Otros _____ (especifique en el espacio en blanco)

3. ¿El docente estimula el trabajo en equipo?
 - a) Siempre
 - b) Casi siempre
 - c) Algunas veces
 - d) Nunca

4. ¿Considera que las clases de matemática son desarrolladas de manera mecánica? (es decir, solo la aplicación de fórmulas para obtener un resultado)
 - a) Siempre
 - b) Casi siempre
 - c) Algunas veces
 - d) Nunca

5. ¿Considera las clases de matemática dinámicas y motivadoras?
 - a) Siempre
 - b) Casi siempre
 - c) Algunas veces
 - d) Nunca

TRABAJO DE CAMPO “UNIDAD EDUCATIVA SAN JAVIER”

1. ENLACE DATOS RECOLECTADOS



<https://tinyurl.com/2yo4kkyw>

2. OBSERVACIÓN CLASE 1



3. OBSERVACIÓN CLASE 2



4. DESARROLLO ENCUESTA



RESULTADOS ENCUESTA

1. ¿Cómo calificaría la forma de enseñanza utilizada por el docente en el desarrollo de los contenidos de matemática?

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Excelente	9	64,3	64,3
	Muy buena	3	21,4	85,7
	Regular	2	14,3	100,0
	Total	14	100,0	100,0

2. ¿Cuáles de los siguientes recursos didácticos utiliza el docente en el desarrollo de la clase? (puede marcar más de una opción)

	Respuestas		Porcentaje de casos	
	Nº	Porcentaje		
Recursos	Libros de texto	14	28,6%	100,0%
	Guías de aprendizaje	6	12,2%	42,9%
	Calculadora	12	24,5%	85,7%
	Pizarra	13	26,5%	92,9%
	Herramientas tecnológicas	2	4,1%	14,3%
	Otros	2	4,1%	14,3%
Total	49	100,0%	350,0%	

3. ¿El docente estimula el trabajo en equipo?

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Siempre	1	7,1	7,1
	Casi siempre	3	21,4	28,6
	Algunas veces	7	50,0	78,6
	Nunca	3	21,4	100,0
	Total	14	100,0	100,0

4. ¿Considera que las clases de matemática son desarrolladas de manera mecánica? (es decir, solo la aplicación de fórmulas para obtener un resultado)

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Siempre	6	42,9	42,9	42,9
Válidos Casi siempre	5	35,7	35,7	78,6
Válidos Algunas veces	3	21,4	21,4	100,0
Total	14	100,0	100,0	

5. ¿Considera las clases de matemática dinámicas y motivadoras?

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Siempre	6	42,9	42,9	42,9
Válidos Casi siempre	5	35,7	35,7	78,6
Válidos Algunas veces	3	21,4	21,4	100,0
Total	14	100,0	100,0	

6. ¿El docente estimula la participación activa de los estudiantes?

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Siempre	13	92,9	92,9	92,9
Válidos Casi siempre	1	7,1	7,1	100,0
Total	14	100,0	100,0	

7. ¿Cómo considera la comunicación con el docente de matemática?

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Excelente	10	71,4	71,4	71,4
Válidos Muy buena	2	14,3	14,3	85,7
Válidos Regular	2	14,3	14,3	100,0
Total	14	100,0	100,0	

ANÁLISIS EJERCICIOS Y PROBLEMAS MATEMÁTICOS (ENCUESTA)

PREGUNTA 8			
ESTUDIANTE	CLASIFICACIÓN	RESPUESTA	ANÁLISIS
Estudiante 1	No lo resolvió	-	-
Estudiante 2	En parte	$x = 60 / 8$	<p>Todo el procedimiento es ordenado y estructurado, el único error cometido fue en la división de fracciones, pues desarrolló:</p> $x = \frac{\frac{15}{4}}{\frac{1}{8}} = \frac{15}{8} \cdot \frac{4}{1}$
Estudiante 3	No lo resolvió	-	-
Estudiante 4	Incorrecto	$x = 3 / 2$	<p>Hubo una mala aplicación en las operaciones de ecuaciones, ejemplo de ello es</p> $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}x - 1 \right) - 1 = 3$ $\Rightarrow \frac{1}{2}x - 1 - 1 = 3$
Estudiante 5	Incorrecto	$x = 1 / 2$	<p>Hubo una incorrecta aplicación en las operaciones de ecuaciones: Multiplicó por “2” pero no en ambos lados, la distributividad fue aplicada como si fuera resta, el despeje de números no fue con signos cambiados.</p>
Estudiante 6	Incorrecto	$x = 10$	<p>Incorrecta aplicación de las operaciones de ecuaciones: Al inicio simplificó $1 / 2$ con $1 / 2$, lo demás fue bien desarrollado.</p>
Estudiante 7	Correcto	$x = 30$	<p>El ejercicio fue bien desarrollado y presenta orden.</p>
Estudiante 8	Incorrecto	$x = 1 / 2$	<p>Incorrecta aplicación de las operaciones de ecuaciones: Para simplificar $1 / 2$ multiplicó por “2” (pero no en ambos lados), los paréntesis y corchetes fueron convertidos en sumas, el despeje de</p>

			números no fue con signos cambiados.
Estudiante 9	No lo resolvió	-	-
Estudiante 10	No lo resolvió	-	-
Estudiante 11	No lo resolvió	-	-
Estudiante 12	Incorrecto	$x = 8$ ó $x = 28$	Resolvió el ejercicio de dos formas, en ambos casos se ve una mala aplicación de las operaciones de ecuaciones:
Estudiante 13	Incorrecto	$x = 10$	Incorrecta aplicación de las operaciones de ecuaciones: Al inicio simplificó $1 / 2$ con $1 / 2$, lo demás fue bien desarrollado.
Estudiante 14	No lo resolvió	-	-

PREGUNTA 9			
ESTUDIANTE	CLASIFICACIÓN	RESPUESTA	ANÁLISIS
Estudiante 1	No lo resolvió	-	-
Estudiante 2	No lo resolvió	-	-
Estudiante 3	Incorrecto	$W = \frac{x^n + y^n}{x^{-n} + y^{-n}}$	Para su resolución solo aplicó la “propiedad” i) $A = \sqrt[n]{b} \Rightarrow A = b$ (una especie de simplificación de la raíz).
Estudiante 4	No lo resolvió	-	-
Estudiante 5	Incorrecto	$W = 2^2x - 1y$	El desarrollo presenta procedimientos incomprensibles.
Estudiante 6	Incorrecto	$W = x^2 + y^2$	Las “propiedades” que aplicó son: i) $A = \frac{x^n + y^n}{x^{-n} + y^{-n}} \Rightarrow A = \frac{x + y}{x + y}$ ii) $A = \frac{x + y}{x + y} \Rightarrow A = x^2 + y^2$ Al final “eliminó” la raíz con: iii) $A = \sqrt[n]{b} \Rightarrow A = b$
Estudiante 7	Incorrecto	$W = \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2}$	Aparentemente consideró el caso particular $n = 2$ y aplicó la siguiente “propiedad”: i) $A = \sqrt[n]{b} \Rightarrow A = b$
Estudiante 8	Incorrecto	$W = x^{-2} + y^{-2}$	Aplicó el paso particular $n = 2$ obteniendo: $\sqrt[2]{x^{-2} + y^{-2}}$ Y al final utilizó la “propiedad”: i) $A = \sqrt[n]{b} \Rightarrow A = b$
Estudiante 9	No lo resolvió	-	-
Estudiante 10	No lo resolvió	-	-
Estudiante 11	Incorrecto	$W = 1$	Al parecer aplicó la “propiedad”: i) $A = \frac{x^n + y^n}{x^{-n} + y^{-n}} \Rightarrow A = \frac{x + y}{x + y}$ Y una simplificación para llegar al resultado.

Estudiante 12	Incorrecto	$W = \frac{x^n + y^n}{x^{-n} + y^{-n}}$	Solo aplicó la propiedad: i) $A = \sqrt[n]{b} \Rightarrow A = b$
Estudiante 13	Incorrecto	$W = x^2 + y^2$	Las “propiedades” aplicadas fueron: i) $A = \frac{x^n + y^n}{x^{-n} + y^{-n}} \Rightarrow A = \frac{x + y}{x + y}$ ii) $A = \frac{x + y}{x + y} \Rightarrow A = x^2 + y^2$ iii) $A = \sqrt[n]{b} \Rightarrow A = b$
Estudiante 14	No lo resolvió	-	-

PREGUNTA 10			
ESTUDIANTE	CLASIFICACIÓN	RESPUESTA	ANÁLISIS
Estudiante 1	Incorrecto	-	Se evidencia el uso de una “regla de tres” aunque aplicada con datos incorrectos, el desarrollo es poco comprensible.
Estudiante 2	Incorrecto	60%	Solo sumó los porcentajes 15% + 20% + 25% Asumiendo que esta sería la mayor aportación (el desarrollo no presenta justificación).
Estudiante 3	Incorrecto	La menor aportación es de 267	Al parecer no entendió lo que se debía hallar en el ejercicio (es decir, la mayor aportación). Se evidencia el uso de porcentajes, aunque con un dato erróneo (obtuvo el 15% y 20% de 4500), no se evidencia justificación de su desarrollo.
Estudiante 4	Incorrecto	-	Se evidencia un pequeño desarrollo (anotó los datos y al parecer intentó resolverlo por “prueba y error”).
Estudiante 5	Incorrecto	4000 Bs	Solo puso el resultado (no hay ningún procedimiento).
Estudiante 6	Correcto	2400 la mayor aportación	En el desarrollo se evidencia cálculos como: $15 \times 60 = 900$ $40 \times 60 = 2400$ Dando a entender (aunque el alumno no lo explica) que realizó la división $900 \div 15 = 60$ (obteniendo así el 1% del aporte).
Estudiante 7	Incorrecto	925 Bs	El razonamiento empleado fue: 900 Bs = 15%, 905 Bs = 20% y 910 Bs = 25%, entonces $910 + 15 = 925$ Bs = 40% dando a entender que estableció una relación basada en el incremento del porcentaje.
Estudiante 8	Incorrecto	4000 Bs	No se evidencia el desarrollo de algún procedimiento.

Estudiante 9	Incorrecto	36.000	No se evidencia el desarrollo de algún procedimiento.				
Estudiante 10	Incorrecto	La mayor aportación es de 267	Se evidencia el uso de una “regla de tres” aunque con datos erróneos (siendo poco comprensible y careciendo de justificación).				
Estudiante 11	Incorrecto	3200	Obtuvo los 4 aportes usando datos que no estaban en el ejercicio (además de ser incomprensible), ejemplo de ello es el siguiente razonamiento: <div style="text-align: center;"> <table> <tr> <td>Sueldo</td> <td>Aporte</td> </tr> <tr> <td>2100</td> <td>= 20 = 400</td> </tr> </table> </div>	Sueldo	Aporte	2100	= 20 = 400
Sueldo	Aporte						
2100	= 20 = 400						
Estudiante 12	No lo resolvió	-	-				
Estudiante 13	Correcto	Bs 2400	Solo se evidencia multiplicaciones como ser: <div style="text-align: center;"> $15 \times 60 = 900$ $40 \times 60 = 2400$ </div>				
Estudiante 14	Incorrecto	36.000	No se evidencia el desarrollo de algún procedimiento.				

PREGUNTA 11			
ESTUDIANTE	CLASIFICACIÓN	RESPUESTA	ANÁLISIS
Estudiante 1	No lo resolvió	-	-
Estudiante 2	Incorrecto	En 12 h	Se observa que el estudiante dedujo una especie de relación donde: $18h \rightarrow 4m$ y $6h \rightarrow 2m$ Obteniendo así que: $6m = 24h$ y $4m = 12h$ (El primer resultado se entiende que fue una suma de las relaciones, pero el segundo no).
Estudiante 3	En parte	Tardará 120 horas (5 días)	Por el desarrollo empleado (una suma) el estudiante dedujo que la oruga avanza 2m cada día y así saldrá en 5 días (no se menciona ese razonamiento, pero da a entender que fue así).
Estudiante 4	No lo resolvió	-	-
Estudiante 5	No lo resolvió	-	-
Estudiante 6	Incorrecto	En 60 horas	Solo se evidencia el cálculo: $18 \times 4 - 12 = 60 \text{ horas}$ Aunque no se explica el porqué
Estudiante 7	En parte	120 h	Se evidencia una interpretación gráfica seguido de un esquema, donde el estudiante dedujo que la oruga avanzará 2m cada día (esto no es explicado por el alumno, pero da a entender que fue así).
Estudiante 8	No lo resolvió	-	-
Estudiante 9	En parte	3 días y 8 horas	No se evidencia ningún desarrollo, sin embargo, se lo clasifica como “en parte” por la proximidad al resultado.
Estudiante 10	No lo resolvió	-	-
Estudiante 11	Incorrecto	$h = 72$	Solo se evidencia el empleo de la ecuación:

			$h = \frac{18(m)6(h)}{10(m)4(h)2(m)}$ <p>Y no se explica ni entiende el porqué.</p>
Estudiante 12	En parte	120 horas restantes	<p>Solo se evidencia el cálculo:</p> $18 + 6 = 24h = 2m$ <p>Dando a entender que el estudiante dedujo que la oruga avanza 2m cada día (pero no es explicado de esta forma).</p>
Estudiante 13	Incorrecto	60 horas	<p>El procedimiento empleado fue:</p> $18 \times 4 - 6 \times 2 = 60 \text{ horas}$ <p>Dando a entender que el estudiante pensó: 4 días de subida (18×4) con 2 días de bajada (6×2)</p>
Estudiante 14	En parte	3 días y 8 horas	<p>No se evidencia ningún desarrollo, sin embargo, se lo clasifica como “en parte” por la proximidad al resultado (el cual no pudo ser obtenido por “pura casualidad”).</p>

PREGUNTA 12			
ESTUDIANTE	CLASIFICACIÓN	RESPUESTA	ANÁLISIS
Estudiante 1	No lo resolvió	-	-
Estudiante 2	Correcto	6 hombres, 4 mujeres	Al parecer el estudiante lo resolvió mediante el tanteo, ya que solo se evidencia la comprobación del resultado obtenido.
Estudiante 3	Correcto	Había 6 hombres y 4 mujeres	Al parecer el estudiante lo resolvió por “prueba y error”, ya que solo se ve cálculos como: $H = 6 \text{ boletos} = 6 \text{ boletos} = 36 \text{ bole}$
Estudiante 4	No lo resolvió	-	-
Estudiante 5	No lo resolvió	-	-
Estudiante 6	Correcto	6 hombres y 4 mujeres	Para su resolución solo se evidencia multiplicaciones (tipo “prueba y error”) pero no se ve una justificación de cómo llegó a ella.
Estudiante 7	Incorrecto	10 personas	No se evidencia ningún tipo de procedimiento y al parecer no entendió el problema (es decir, se observa una falta de comprensión).
Estudiante 8	No lo resolvió	-	-
Estudiante 9	No lo resolvió	-	-
Estudiante 10	No lo resolvió	-	-
Estudiante 11	Incorrecto	H 35 y 25 m	No se evidencia ningún desarrollo (además que el resultado brindado no guarda relación con las condiciones del problema).
Estudiante 12	Correcto	En total hay 6 hombres y 4 mujeres	Al parecer el estudiante lo resolvió mediante el tanteo, ya que se pudo evidenciar que: $\begin{aligned} \text{Hombres} &= 6 \text{ boletos} \times 6 \\ &= 36 \text{ boletos} \\ \text{Mujeres} &= 5 \text{ boletos} \times 4 \\ &= 20 \text{ boletos} \end{aligned}$ Y al final lo sumó.

Estudiante 13	Correcto	6 hombres y 4 mujeres	Se evidencia que el estudiante lo hizo por tanteo ya que se observa una multiplicación (siendo ese el único desarrollo empleado).
Estudiante 14	Incorrecto	7 varones y 4 mujeres	No se evidencia ningún desarrollo.

ANEXO N°
INFORME TÉCNICO DE OPINIÓN DE EXPERTOS DE INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN
CUESTIONARIO DE ENCUESTA O ENTREVISTA

I. DATOS GENERALES

- I.1. **Apellidos y Nombres del experto:** CHARLIE ANIBAL LOZANO CORREA
- I.2. **Cargo o Especialidad de experto:** DOCENTE
- I.3. **Tipo de Instrumento evaluado:** GRUPO FOCAL ESTUDIANTES DE 6TO DE SECUNDARIA - UNIDAD EDUCATIVA PLENA TÉCNICO HUMANÍSTICO "SAN JAVIER"
- I.4. **Propuesta considerada.** (Investigación): "ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS PARA EL FORTALECIMIENTO DEL RAZONAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES DE 6TO DE SECUNDARIA" (UNIDAD EDUCATIVA PLENA TÉCNICO HUMANÍSTICO "SAN JAVIER", GESTIÓN 2022)
- I.5. **Autor del Instrumento.** (Investigación): YSAU MARTE QUIROGA CHAMBI

II. VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO, SEGÚN INDICADOR

INDICADORES	CRITERIOS	Deficiente	Regular	Buena	Muy buena	Excelente
		0 – 20 %	21 – 40 %	41 – 60 %	61 – 80 %	81 - 100 %
1. CLARIDAD	Está formulado con un lenguaje comprensible y apropiado				62	
2. OBJETIVIDAD	Está expresado con indicadores observables				65	
3. ACTUALIDAD	Está adecuado al avance de la ciencia y la tecnología			60		
4. ORGANIZACIÓN	Existe una organización lógica y coherente			57		
5. SUFICIENCIA	Reúne los aspectos suficientes en cantidad y calidad de tema tratado				65	
6. INTENCIONALIDAD	Responde al objeto y objetivo de investigación tratada			60		
7. CONSISTENCIA	Está integrado a un proceso de discusión teórico metodológico suficiente			60		
8. COHERENCIA	Integrado los índices, indicadores y las dimensiones de investigación				65	
9. METODOLOGÍA	La estrategia responde al propósito de la indagación			55		

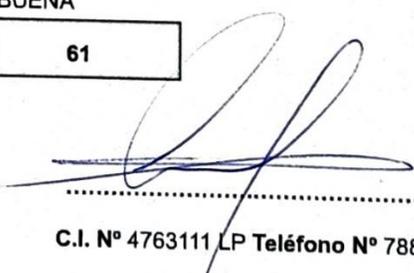
III. DATOS DE VALORACIÓN FINAL

I.6. **OPINIÓN DE APLICABILIDAD:** BUENA

I.7. **PROMEDIO DE VALORACIÓN**

61

I.8. **Firma del Experto Informante**



C.I. N° 4763111 LP Teléfono N° 78827203

Lugar: La Paz Fecha: 16 de septiembre Año: 2022

ANEXO N°
INFORME TÉCNICO DE OPINIÓN DE EXPERTOS DE INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN
CUESTIONARIO DE ENCUESTA O ENTREVISTA

I. DATOS GENERALES

- I.1. **Apellidos y Nombres del experto:** CHARLIE ANIBAL LOZANO CORREA
- I.2. **Cargo o Especialidad de experto:** DOCENTE
- I.3. **Tipo de Instrumento evaluado:** GUIA DE ENTREVISTA AL DOCENTE - UNIDAD EDUCATIVA PLENA TÉCNICO HUMANÍSTICO "SAN JAVIER"
- I.4. **Propuesta considerada.** (Investigación): "ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS PARA EL FORTALECIMIENTO DEL RAZONAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES DE 6TO DE SECUNDARIA" (UNIDAD EDUCATIVA PLENA TÉCNICO HUMANÍSTICO "SAN JAVIER", GESTIÓN 2022)
- I.5. **Autor del Instrumento.** (Investigación): YSAU MARTE QUIROGA CHAMBI

II. VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO, SEGÚN INDICADOR

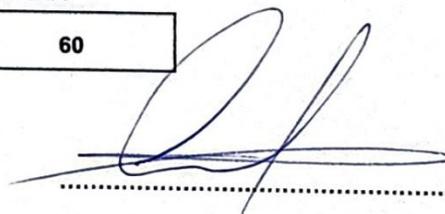
INDICADORES	CRITERIOS	Deficiente	Regular	Buena	Muy buena	Excelente
		0 – 20 %	21 – 40 %	41 – 60 %	61 – 80 %	81 - 100 %
1. CLARIDAD	Está formulado con un lenguaje comprensible y apropiado			47		
2. OBJETIVIDAD	Está expresado con indicadores observables				63	
3. ACTUALIDAD	Está adecuado al avance de la ciencia y la tecnología			60		
4. ORGANIZACIÓN	Existe una organización lógica y coherente			58		
5. SUFICIENCIA	Reúne los aspectos suficientes en cantidad y calidad de tema tratado				65	
6. INTENCIONALIDAD	Responde al objeto y objetivo de investigación tratada			60		
7. CONSISTENCIA	Está integrado a un proceso de discusión teórico metodológico suficiente				63	
8. COHERENCIA	Integrado los índices, indicadores y las dimensiones de investigación				65	
9. METODOLOGÍA	La estrategia responde al propósito de la indagación				61	

III. DATOS DE VALORACIÓN FINAL

- I.6. **OPINIÓN DE APLICABILIDAD:** BUENA
- I.7. **PROMEDIO DE VALORACIÓN**

60

- I.8. **Firma del Experto Informante**



C.I. N° 47 63111 LP Teléfono N° 78827203

Lugar: La Paz Fecha: 16 de septiembre Año: 2022

ANEXO N°
INFORME TÉCNICO DE OPINIÓN DE EXPERTOS DE INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN
CUESTIONARIO DE ENCUESTA O ENTREVISTA

I. DATOS GENERALES

- I.1. **Apellidos y Nombres del experto:** CHARLIE ANIBAL LOZANO CORREA
- I.2. **Cargo o Especialidad de experto:** DOCENTE
- I.3. **Tipo de Instrumento evaluado:** ENCUESTA ESTUDIANTES DE 6TO DE SECUNDARIA - UNIDAD EDUCATIVA PLENA TÉCNICO HUMANÍSTICO "SAN JAVIER"
- I.4. **Propuesta considerada.** (Investigación): "ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS PARA EL FORTALECIMIENTO DEL RAZONAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES DE 6TO DE SECUNDARIA" (UNIDAD EDUCATIVA PLENA TÉCNICO HUMANÍSTICO "SAN JAVIER", GESTIÓN 2022)
- I.5. **Autor del Instrumento.** (Investigación): YSAU MARTE QUIROGA CHAMBI

II. VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO, SEGÚN INDICADOR

INDICADORES	CRITERIOS	Deficiente	Regular	Buena	Muy buena	Excelente
		0 – 20 %	21 – 40 %	41 – 60 %	61 – 80 %	81 - 100 %
1. CLARIDAD	Está formulado con un lenguaje comprensible y apropiado			45		
2. OBJETIVIDAD	Está expresado con indicadores observables			50		
3. ACTUALIDAD	Está adecuado al avance de la ciencia y la tecnología			60		
4. ORGANIZACIÓN	Existe una organización lógica y coherente			55		
5. SUFICIENCIA	Reúne los aspectos suficientes en cantidad y calidad de tema tratado				65	
6. INTENCIONALIDAD	Responde al objeto y objetivo de investigación tratada			60		
7. CONSISTENCIA	Está integrado a un proceso de discusión teórico metodológico suficiente			60		
8. COHERENCIA	Integrado los índices, indicadores y las dimensiones de investigación				65	
9. METODOLOGÍA	La estrategia responde al propósito de la indagación				65	

III. DATOS DE VALORACIÓN FINAL

- I.6. **OPINIÓN DE APLICABILIDAD:** BUENA
- I.7. **PROMEDIO DE VALORACIÓN**

58

- I.8. **Firma del Experto Informante**



C.I. N° 47 63111 LP Teléfono N° 78827203

Lugar: La Paz Fecha: 16 de septiembre Año: 2022

ANEXO N°
INFORME TÉCNICO DE OPINIÓN DE EXPERTOS DE INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN
CUESTIONARIO DE ENCUESTA O ENTREVISTA

I. DATOS GENERALES

- I.1. **Apellidos y Nombres del experto:** WILLY CONDORI EQUICE
- I.2. **Cargo o Especialidad de experto:** DOCENTE
- I.3. **Tipo de Instrumento evaluado:** GRUPO FOCAL ESTUDIANTES DE 6TO DE SECUNDARIA - UNIDAD EDUCATIVA PLENA TÉCNICO HUMANÍSTICO "SAN JAVIER"
- I.4. **Propuesta considerada.** (Investigación): "ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS PARA EL FORTALECIMIENTO DEL RAZONAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES DE 6TO DE SECUNDARIA" (UNIDAD EDUCATIVA PLENA TÉCNICO HUMANÍSTICO "SAN JAVIER", GESTIÓN 2022)
- I.5. **Autor del Instrumento.** (Investigación): YSAU MARTE QUIROGA CHAMBI

II. VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO, SEGÚN INDICADOR

INDICADORES	CRITERIOS	Deficiente	Regular	Buena	Muy buena	Excelente
		0 – 20 %	21 – 40 %	41 – 60 %	61 – 80 %	81 - 100 %
1. CLARIDAD	Está formulado con un lenguaje comprensible y apropiado				62	
2. OBJETIVIDAD	Está expresado con indicadores observables				65	
3. ACTUALIDAD	Está adecuado al avance de la ciencia y la tecnología			60		
4. ORGANIZACIÓN	Existe una organización lógica y coherente			57		
5. SUFICIENCIA	Reúne los aspectos suficientes en cantidad y calidad de tema tratado				65	
6. INTENCIONALIDAD	Responde al objeto y objetivo de investigación tratada			60		
7. CONSISTENCIA	Está integrado a un proceso de discusión teórico metodológico suficiente			60		
8. COHERENCIA	Integrado los índices, indicadores y las dimensiones de investigación				65	
9. METODOLOGÍA	La estrategia responde al propósito de la indagación			55		

III. DATOS DE VALORACIÓN FINAL

- I.6. **OPINIÓN DE APLICABILIDAD:** BUENA
- I.7. **PROMEDIO DE VALORACIÓN**

61

- I.8. **Firma del Experto Informante**

C.I. N° 3965203-PO Teléfono N° 69760936

Lugar: La Paz Fecha: 16 de septiembre Año: 2022

ANEXO N°
INFORME TÉCNICO DE OPINIÓN DE EXPERTOS DE INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN
CUESTIONARIO DE ENCUESTA O ENTREVISTA

I. DATOS GENERALES

- I.1. **Apellidos y Nombres del experto:** WILLY CONDORI EQUICE
- I.2. **Cargo o Especialidad de experto:** DOCENTE
- I.3. **Tipo de Instrumento evaluado:** GUIA DE ENTREVISTA AL DOCENTE - UNIDAD EDUCATIVA PLENA TÉCNICO HUMANÍSTICO "SAN JAVIER"
- I.4. **Propuesta considerada.** (Investigación): "ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS PARA EL FORTALECIMIENTO DEL RAZONAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES DE 6TO DE SECUNDARIA" (UNIDAD EDUCATIVA PLENA TÉCNICO HUMANÍSTICO "SAN JAVIER", GESTIÓN 2022)
- I.5. **Autor del Instrumento.** (Investigación): YSAU MARTE QUIROGA CHAMBI

II. VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO, SEGÚN INDICADOR

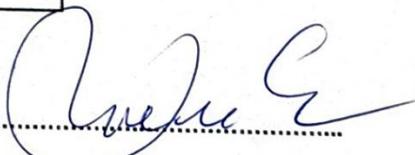
INDICADORES	CRITERIOS	Deficiente	Regular	Buena	Muy buena	Excelente
		0 – 20 %	21 – 40 %	41 – 60 %	61 – 80 %	81 - 100 %
1. CLARIDAD	Está formulado con un lenguaje comprensible y apropiado			47		
2. OBJETIVIDAD	Está expresado con indicadores observables				63	
3. ACTUALIDAD	Está adecuado al avance de la ciencia y la tecnología			60		
4. ORGANIZACIÓN	Existe una organización lógica y coherente			58		
5. SUFICIENCIA	Reúne los aspectos suficientes en cantidad y calidad de tema tratado				65	
6. INTENCIONALIDAD	Responde al objeto y objetivo de investigación tratada			60		
7. CONSISTENCIA	Está integrado a un proceso de discusión teórico metodológico suficiente				63	
8. COHERENCIA	Integrado los índices, indicadores y las dimensiones de investigación				65	
9. METODOLOGÍA	La estrategia responde al propósito de la indagación				61	

III. DATOS DE VALORACIÓN FINAL

- I.6. **OPINIÓN DE APLICABILIDAD:** BUENA
- I.7. **PROMEDIO DE VALORACIÓN**

60

- I.8. **Firma del Experto Informante**



C.I. N° 3965203 PO Teléfono N° 69760936

Lugar: La Paz Fecha: 16 de septiembre Año: 2022

ANEXO N°
INFORME TÉCNICO DE OPINIÓN DE EXPERTOS DE INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN
CUESTIONARIO DE ENCUESTA O ENTREVISTA

I. DATOS GENERALES

- I.1. **Apellidos y Nombres del experto:** WILLY CONDORI EQUICE
- I.2. **Cargo o Especialidad de experto:** DOCENTE
- I.3. **Tipo de Instrumento evaluado:** ENCUESTA ESTUDIANTES DE 6TO DE SECUNDARIA - UNIDAD EDUCATIVA PLENA TÉCNICO HUMANÍSTICO "SAN JAVIER"
- I.4. **Propuesta considerada.** (Investigación): "ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS PARA EL FORTALECIMIENTO DEL RAZONAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES DE 6TO DE SECUNDARIA" (UNIDAD EDUCATIVA PLENA TÉCNICO HUMANÍSTICO "SAN JAVIER", GESTIÓN 2022)
- I.5. **Autor del Instrumento.** (Investigación): YSAU MARTE QUIROGA CHAMBI

II. VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO, SEGÚN INDICADOR

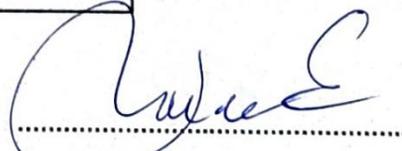
INDICADORES	CRITERIOS	Deficiente	Regular	Buena	Muy buena	Excelente
		0 – 20 %	21 – 40 %	41 – 60 %	61 – 80 %	81 - 100 %
1. CLARIDAD	Está formulado con un lenguaje comprensible y apropiado			45		
2. OBJETIVIDAD	Está expresado con indicadores observables			50		
3. ACTUALIDAD	Está adecuado al avance de la ciencia y la tecnología			60		
4. ORGANIZACIÓN	Existe una organización lógica y coherente			55		
5. SUFICIENCIA	Reúne los aspectos suficientes en cantidad y calidad de tema tratado				65	
6. INTENCIONALIDAD	Responde al objeto y objetivo de investigación tratada			60		
7. CONSISTENCIA	Está integrado a un proceso de discusión teórico metodológico suficiente			60		
8. COHERENCIA	Integrado los índices, indicadores y las dimensiones de investigación				65	
9. METODOLOGÍA	La estrategia responde al propósito de la indagación				65	

III. DATOS DE VALORACIÓN FINAL

- I.6. **OPINIÓN DE APLICABILIDAD:** BUENA
- I.7. **PROMEDIO DE VALORACIÓN**

58

- I.8. **Firma del Experto Informante**



C.I. N° 3965203 PO Teléfono N° 69760936

Lugar: La Paz Fecha: 16 de septiembre Año: 2022