

**UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRÉS**

**FACULTAD DE TECNOLOGÍA**

**CARRERA DE COSTRUCCIONES CIVILES**



**“TRABAJO DE APLICACIÓN”**

**ÁREA DE ESTRUCTURAS**

**ANÁLISIS Y DISEÑO ESTRUCTURAL DE UNA ESCALERA  
DE DOS TRAMOS**

**POSTULANTE: OSMAR FERNANDO GUTIERREZ RODRIGUEZ**

**LA PAZ - BOLIVIA**

**2023**

## **DEDICATORIA**

- ✚ A Dios por nunca soltarme la mano, por ser mi guía y fortaleza.
- ✚ A mi familia Marcia, Valentina y Matheo por el apoyo y amor incondicional que me brindan, son mi fuente de inspiración, los amo con todo mi ser.
- ✚ A mis padres Patricia y David por su apoyo incondicional en cada etapa de mi vida y por toda su paciencia, los amo.
- ✚ A la facultad y mis docentes por su experiencia, conocimiento y guía han sido fundamentales para mi desarrollo académico y para alcanzar mis objetivos. Valoraré siempre su compromiso y contribución en esta etapa crucial de mi formación.

## **AGRADECIMIENTO**

- ✚ En especial a mi adorada familia Marcia, Valentina, Matheo, les agradezco de corazón por toda la paciencia, apoyo y amor inquebrantable e incondicional que me brindan, ustedes son todo lo bueno que tengo en esta vida, son mi fuente de inspiración, los amo.
- ✚ A mi amada Mama Patricia, gracias por el amor incondicional, por siempre creer en mí, tu ejemplo de fortaleza y dedicación son mi fuente de inspiración.
- ✚ A mi amado Padre David, gracias por enseñarme con sabiduría y acciones todo lo que la vida tenía preparado para mí, han sido fundamentales en mi formación personal y académica.
- ✚ A mis hermanos Dani, Katy, Neiber, gracias por siempre estar ahí, son un ejemplo de valentía y determinación, espero ser un ejemplo para ustedes, así como ustedes lo son para mí.
- ✚ A mis abuelitas, Luisa, Cecilia, gracias mama lucha eres mi ejemplo de vida, te lo prometí y lo logre, gracias abuela Ceci ya, aunque ya no estes en este plano físico siempre siento tu presencia, gracias por creer en mí.

## INDICE GENERAL

<b>1.</b>	<b>INTRODUCCION .....</b>	<b>1</b>
<b>2.</b>	<b>JUSTIFICACION .....</b>	<b>2</b>
<b>3.</b>	<b>PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....</b>	<b>2</b>
<b>4.</b>	<b>OBJETIVOS.....</b>	<b>3</b>
4.1	OBJETIVO GENERAL .....	3
4.2	OBJETIVOS ESPECIFICOS .....	3
<b>5.</b>	<b>MARCO TEORICO.....</b>	<b>3</b>
5.1	ANALISIS ESTRUCTURAL.....	3
5.2	DISEÑO ESTRUCTURAL DE UNA ESCALERA.....	5
5.3	ESCALERAS.....	6
	<i>5.3.1 PARTES DE UNA ESCALERA</i>	<i>6</i>
	<i>5.3.2 PARTES DE UNA ESCALERA DESDE EL PUNTO DE VISTA CONSTRUCTIVO</i>	<i>7</i>
	<i>5.3.3 TIPOS DE ESCALERAS</i>	<i>9</i>
	5.3.3.1 SEGÚN SU DISEÑO.....	9
	5.3.3.2 SEGÚN EL MATERIAL DE CONSTRUCCION .....	13
	5.3.3.3 SEGÚN SU FUNCIONAMIENTO .....	16
5.4	DISEÑO DE ESCALERAS.....	17
	<i>5.4.1 DEFINICION Y CLASIFICACION DE LAS ESCALERAS</i>	<i>17</i>
	<i>5.4.2 HIPOTESIS DE DEFICIENCIA EN EL ANALISIS Y DISEÑO DE ESCALERAS</i>	<i>18</i>
	<i>5.4.3 CONSIDERACIONES FUNCIONALES Y ERGONOMICAS EN EL DISEÑO DE LAS ESCALERAS</i>	<i>20</i>
	<i>5.4.4 FACTORES A TENER EN CUENTA EN EL DISEÑO DE ESCALERAS DE DOS TRAMOS</i>	<i>21</i>
	<i>5.4.5 REQUISITOS DE ACCESIBILIDAD EN EL DISEÑO DE ESCALERAS</i>	<i>22</i>
5.5	DISPOSICIONES DE LA NORMA CBH-87 PARA ESCALERAS.....	23

5.5.1	<i>DISPOSICIONES</i>	24
5.5.1.1	ESTADOS LIMITES ULTIMOS .....	24
5.5.1.2	ESTADOS LIMITE DE UTILIZACION (SERVICIO) .....	25
5.5.1.3	ESTADOS LIMITE DE DURABILIDAD.....	26
5.5.1.4	COEFICIENTES DE SEGURIDAD.....	26
5.5.1.5	COMBINACION DE ACCIONES.....	28
5.5.1.6	ESTADOS DE DEFORMACIONES DE UNA SECCION ARMADA.....	30
5.6	ANALISIS ESTRUCTURAL DE LAS ESCALERAS .....	33
	<i>5.6.1 ACCIONES Y/O CARGAS A CONSIDERAR EN EL ANALISIS ESTRUCTUIRAL DE LAS ESCALERAS</i>	33
5.6.1.1	ACCIONES DIRECTAS.....	34
5.6.1.2	ACCIONES INDIRECTAS .....	36
	<i>5.6.2 MODELADO ESTRUCTURAL Y METODOS DE ANALISIS PARA ESCALERAS DE DOS TRAMOS</i>	38
	<i>5.6.3 COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL Y DISTRIBUCION DE CARGAS EN LAS ESCALERAS DE DOS TRAMOS</i>	39
5.7	MATERIALES UTILIZADOS EN ESCALERAS.....	42
	<i>5.7.1 TIPOS DE MATERIALES COMUNMENTE UTILIZADOS EN LA CONSTRUCCION DE ESCALERAS</i>	42
	<i>5.7.2 SELECCIÓN DE MATERIALES ADECUADOS PARA ESCALERAS DE DOS TRAMOS EN FUNCION DE LAS CARGAS Y REQUERIMIENTOS ESPECIFICOS</i>	42
5.8	DISEÑO ESTRUCTURAL DE LAS ESCALERAS DE DOS TRAMOS.....	43
	<i>5.8.1 DISEÑO Y DIMENSIONAMIENTO DE LOS PELDAÑOS, HUELLA Y CONTRAHUELLA</i>	43
	<i>5.8.2 CONSIDERACIONES SOBRE LAS JUNTAS Y SISTEMAS DE CONEXIÓN EN ESCALERAS DE DOS TRAMOS</i>	45
5.9	PROCESO CONSTRUCTIVO .....	45

5.9.1	<i>DISEÑO Y PLANIFICACIÓN</i>	46
5.9.2	<i>TRAZADO DE LA ESCALERA</i>	46
5.9.3	<i>UBICAR LOS ENCOFRADOS</i>	47
5.9.4	<i>ENMALLADO</i>	47
5.9.5	<i>ENCOFRADO DE LOS PELDAÑOS</i>	49
5.9.6	<i>VACIADO DE CONCRETO</i>	50
5.9.7	<i>DESENCOFRADO</i>	53
<b>6.</b>	<b>DESARROLLO DEL TRABAJO .....</b>	<b>54</b>
6.1	CRITERIOS DE DIMENSIONAMIENTO PARA ESCALERAS SEGÚN “GUIA BOLIVIANA DE CONSTRUCCION DE EDIFICACIONES” .....	54
6.2	PREDIMENSIONAMIENTO .....	56
6.2.1	<i>INFORMACION PARA EL DISEÑO</i>	56
6.2.2	<i>GEOMETRÍA DE LA ESCALERA</i>	57
6.2.2.1	Datos requeridos para el calculo .....	57
6.2.2.2	Calculo de numero de huellas y contrahuellas .....	58
6.2.2.3	Cálculo de la garganta de la escalera.....	58
6.2.3	<i>METRADO DE CARGAS</i>	59
6.2.4	<i>SOLICITACIONES</i>	61
<b>7.</b>	<b>CONCLUSIONES .....</b>	<b>67</b>
<b>8.</b>	<b>BIBLIOGRAFIA.....</b>	<b>68</b>
<b>9.</b>	<b>ANEXOS .....</b>	<b>69</b>

## INDICE DE IMAGENES

Imagen 1 parte de las escaleras .....	7
Imagen 2 Escaleras rectas .....	9
Imagen 3 Escaleras de dos tramos .....	10
Imagen 4 Escaleras en L .....	11
Imagen 5 Escaleras en espiral .....	12
Imagen 6 Escaleras de hormigón armado .....	13
Imagen 7 Escaleras de madera .....	14
Imagen 8 Escaleras de metal .....	15
Imagen 9 Escaleras fijas .....	16
Imagen 10 Escaleras mecánicas .....	17
Imagen 11 trasado de la Escalera .....	46
Imagen 12 Ubicación de los encofrados .....	47
Imagen 13 Enmallado .....	48
Imagen 14 Encofrado de peldaños .....	50
Imagen 15 Vaciado .....	52
Imagen 16 Desencofrado.....	53

## **RESUMEN**

El propósito del presente trabajo de aplicación es diseñar y analizar escaleras de dos tramos de acuerdo con la “Norma Boliviana del Hormigón CBH-87” para garantizar la seguridad, durabilidad y resistencia de estas estructuras. Las escaleras desempeñan un papel crucial en la construcción, proporcionando un acceso vertical entre diferentes niveles de las edificaciones, públicas o privadas. Es esencial cumplir con las normas de seguridad y construcción apropiadas, con el fin de garantizar una escalera segura y cómoda.

El diseño estructural de escaleras implica determinar las dimensiones y proporciones de los componentes, como los peldaños, huellas, se evaluó la capacidad de resistencia y estabilidad de la escalera frente a las diferentes cargas aplicadas, así como también se analizó dos sistemas, un hiperestático y un isostático de los cuales se halló una envolvente y se calculó el requerimiento de aceros positivos y negativos.

La “Norma Boliviana del Hormigón CBH-87” establece las disposiciones necesarias para el diseño de escaleras, la cual utiliza el método de los estados límites. Se requiere que la resistencia de diseño sea igual o mayor que la resistencia requerida. También se plantea la hipótesis de deficiencia en el análisis y diseño de escaleras, destacando la importancia de abordar posibles fallas durante la planificación y ejecución, como el diseño inadecuado de peldaños.

## **SUMMARY**

The central purpose of this practical project is to design and analyze two-flight staircases according to the "Bolivian Concrete Standard CBH-87" to ensure the safety, durability, and strength of these structures. Staircases play a crucial role in construction, providing vertical access between different levels of buildings, whether public or private. It's essential to comply with appropriate safety and construction standards in order to ensure a safe and comfortable staircase.

The structural design of staircases involves determining the dimensions and proportions of components such as treads and risers. The load-bearing capacity and stability of the staircase were evaluated against various applied loads. Additionally, two systems were analyzed: one hyperstatic and one statically determinate, from which an envelope was derived, and the requirement for positive and negative reinforcement steel was calculated.

The "Bolivian Concrete Standard CBH-87" establishes the necessary provisions for staircase design, utilizing the limit state method. The design strength must be equal to or greater than the required strength. The hypothesis of deficiencies in staircase analysis and design is also presented, underscoring the importance of addressing potential failures during planning and execution, such as inadequate tread design.

## **1. INTRODUCCION**

Las escaleras son estructuras diseñadas para permitir el cambio de lugar en sentido vertical, entre diferentes niveles de una estructura o edificación. Conformado por una serie de escalones, conectados entre sí. Las escaleras se utilizan generalmente en viviendas, edificios comerciales, instituciones públicas y otros espacios arquitectónicos para facilitar el movimiento de personas de un nivel a otro. Además de su función práctica, pueden ser construidas de variedad de materiales, como madera, metal, piedra o concreto, y pueden presentar diferentes estilos y diseños, desde escaleras rectas y simples hasta escaleras curvas, helicoidales o en espiral. Es importante destacar que las escaleras deben cumplir con ciertas normas de seguridad y construcción para garantizar la estabilidad, resistencia y accesibilidad adecuadas. Estas normas incluyen consideraciones como la altura y profundidad de los escalones, para proporcionar un medio seguro y cómodo de transporte vertical. La norma que aplicaremos para su diseño será la “Norma Boliviana del Hormigón CBH-87”, la cual establece las prescripciones que deben ser analizadas y consideradas en el trabajo. El propósito de este trabajo es garantizar la seguridad, durabilidad y mayor resistencia de la estructura.

## **2. JUSTIFICACION**

Las escaleras es un elemento estructural importante debido es el elemento que recibe directamente los diferentes tipos de carga, a veces, contribuye a la estabilidad de los edificios. El enfoque principal del presente trabajo se basa en la importancia de garantizar la seguridad, durabilidad y resistencia de las escaleras, que son estructuras diseñadas para permitir el desplazamiento vertical entre diferentes niveles de una edificación. Las escaleras son utilizadas en diversos entornos arquitectónicos, desde viviendas hasta edificios comerciales e instituciones públicas y privadas.

## **3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

Las escaleras son elementos estructurales son muy importantes para el acceso vertical y en caso de emergencias son las que sirven de evacuación razón por la cual en el análisis y diseño y debemos ser cautelosos. Por lo tanto, necesitamos profundizar en los conceptos fundamentales asociados al diseño y análisis de las escaleras de dos tramos, estableciendo las directrices claras que permitan enfrentar de manera eficiente y segura los desafíos relacionados con este tipo de escaleras. Es vital que se cumplan con las normas de seguridad y construcción apropiadas, las cuales proporcionan tanto el pre dimensionamiento como el diseño estructural.

## **4. OBJETIVOS**

### **4.1 OBJETIVO GENERAL**

Diseñar y analizar escaleras de dos tramos según la norma CBH -87 la cual tiene el fin de proporcionar parámetros para una solución estructural eficiente.

### **4.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS**

- Recopilar información de los principios de análisis y diseño de una escalera de dos tramos.
- Determinar los momentos flectores utilizando dos modelos, uno isostático y otro hiperestático.
- Analizar la envolvente obtenida de los resultados.
- Determinar cuidadosamente todas las dimensiones necesarias.
- Analizar y calcular las diferentes posiciones del acero.

## **5. MARCO TEORICO**

### **5.1 ANALISIS ESTRUCTURAL**

El análisis estructural es un proceso esencial en el campo de la ingeniería civil. Consiste en la evaluación y estudio detallado de las características, así como el

comportamiento de una estructura para comprender su capacidad de resistencia y estabilidad frente a las cargas y fuerzas aplicadas.

Según <sup>1</sup>(Hibbeler, 2011), el análisis estructural tiene como objetivo principal garantizar la seguridad y la funcionalidad de una estructura al examinar su respuesta ante diferentes tipos de cargas. Esto implica evaluar la distribución de las cargas, las tensiones y las deformaciones en los elementos estructurales, así como prever posibles puntos de falla o colapso.

Una vez recopilada la información, se procede al modelado estructural, en este período se definen los elementos estructurales. También se deben considerar las propiedades mecánicas de los materiales, como la resistencia y la elasticidad.

El análisis y los cálculos estructurales se realizan utilizando métodos y fórmulas establecidos. Según <sup>2</sup>(Kassimali, 2010), se resuelven ecuaciones y sistemas de ecuaciones para determinar las deformaciones, los esfuerzos y las reacciones en los elementos estructurales. Estos resultados se comparan con las capacidades de resistencia de los materiales y los criterios de diseño según las normas vigentes.

Finalmente, se evalúan los resultados obtenidos y se realiza el diseño estructural. Según <sup>3</sup>(McCormac, 2012) se verifican las tensiones, las deformaciones y la estabilidad

de la estructura, y se realizan ajustes o modificaciones en el diseño si es necesario para garantizar su seguridad y eficiencia.

## **5.2 DISEÑO ESTRUCTURAL DE UNA ESCALERA**

El diseño estructural de escaleras es un proceso crucial en la ingeniería civil, ya que implica el diseño y análisis profundo de una estructura segura y funcional que permita el acceso vertical entre diferentes niveles.

Según el libro <sup>4</sup>(Nelson & McCormac, 2006), el diseño estructural de escaleras implica la determinación de las dimensiones y proporciones de los componentes de la escalera, como los peldaños, las contrahuellas, las vigas de soporte, las columnas y las barandas. Estos elementos deben diseñarse para resistir las cargas aplicadas, incluyendo el peso de las personas que utilizan la escalera, las cargas muertas y las cargas vivas.

El diseño estructural de escaleras también implica el análisis de las fuerzas y momentos que actúan sobre la estructura. Según <sup>5</sup>(Garcia, 2009)), es necesario realizar cálculos y modelados para determinar las cargas máximas y las combinaciones de carga que se aplicarán a la escalera. Esto permitirá dimensionar los elementos estructurales de manera adecuada y garantizar su resistencia y estabilidad.

### **5.3 ESCALERAS**

Las escaleras están diseñadas construidas para comunicar varios espacios verticales de diferentes alturas, estas pueden disponer de varios tramos separadas mediante descansos, están conformadas por huella y contrahuella.

- Reciben cargas de su peso propio y cargas vivas según al uso.
- Las cargas se transmiten a las vigas de arranque y desembarco

#### **5.3.1 PARTES DE UNA ESCALERA**

Una escalera está conformada por las siguientes partes:

a) **PELDAÑOS**

Está conformada por la huella y contrahuella

b) **HUELLA**

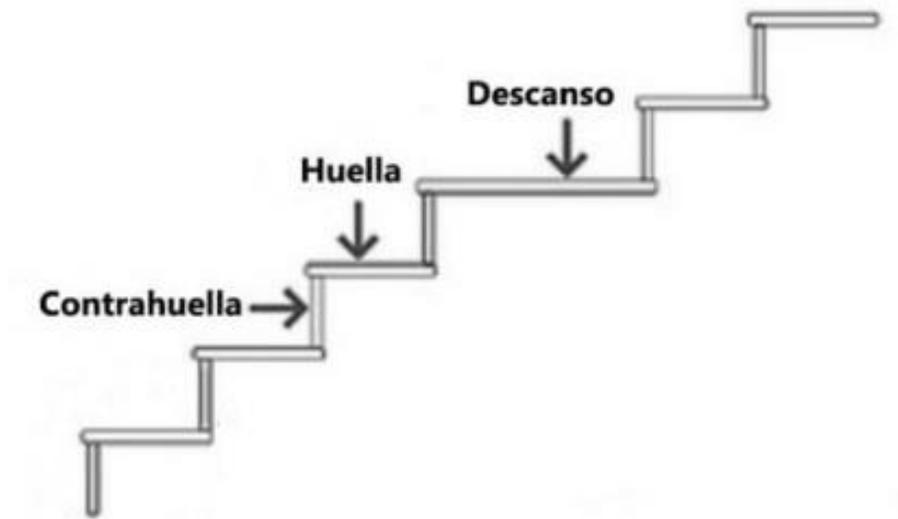
Es la parte horizontal del peldaño donde apoyamos la planta de los pies

c) **CONTRAHUELLA**

Es la parte vertical del peldaño la cual tiene una altura.

d) **DESCANSO**

Parte de la escalera que no tiene peldaños no sirve para descansar.



*Imagen 1 parte de las escaleras*

FUENTE: Conoce las partes y elementos de una escalera.

### **5.3.2 PARTES DE UNA ESCALERA DESDE EL PUNTO DE VISTA CONSTRUCTIVO**

#### **a) ARRANQUE**

Es el punto exacto donde arranca o comienza la escalera, siempre en sentido de subida.

#### **b) DESEMBARCO**

Es el punto de llegada al subir una escalera

c) TRAMO

Es el conjunto de escalones o peldaños.

d) VIGA DE ARRANQUE

La viga de arranque de una escalera es un elemento estructural, ya sea una viga de cimentación o de atado, sobre la cual se apoya el primer peldaño o tramo de la escalera.

e) VIGA DE DESCANSO

La viga de descanso se posiciona de manera perpendicular a los tramos de escalones con el propósito de brindar un punto de apoyo adicional, permitiendo redistribuir el peso y disminuir la carga en cada uno de los tramos de escalones.

f) VIGA DE DESEMBARCO

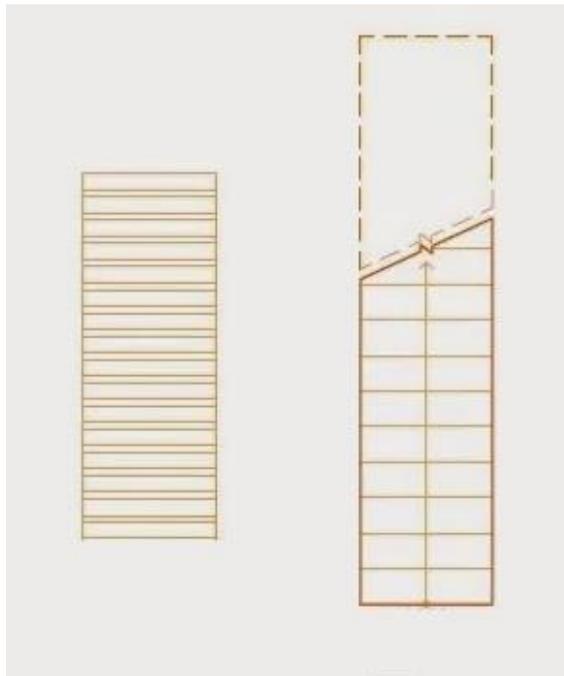
Es una viga horizontal colocada al final de un tramo, proporciona una zona de transición y apoyo entre el último escalón y el piso superior. Su función es asegurar un acceso estable y seguro al nivel superior.

### 5.3.3 TIPOS DE ESCALERAS

#### 5.3.3.1 SEGÚN SU DISEÑO

##### a) ESCALERAS RECTAS

Estas son las más comunes, son las que no presentan descanso.

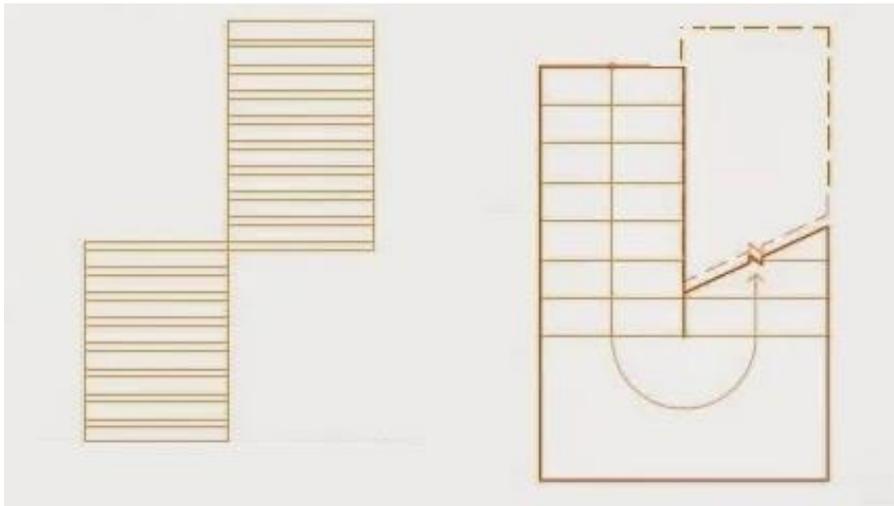


*Imagen 2 Escaleras rectas*

FUENTE: [Luis MC: TIPOS DE ESCALERAS](#)

## b) ESCALERAS EN “U” O DOS TRAMOS

Este tipo de escaleras tiene por característica un descanso antes del segundo tramo, el cual hace que sea más fácil la transitabilidad.

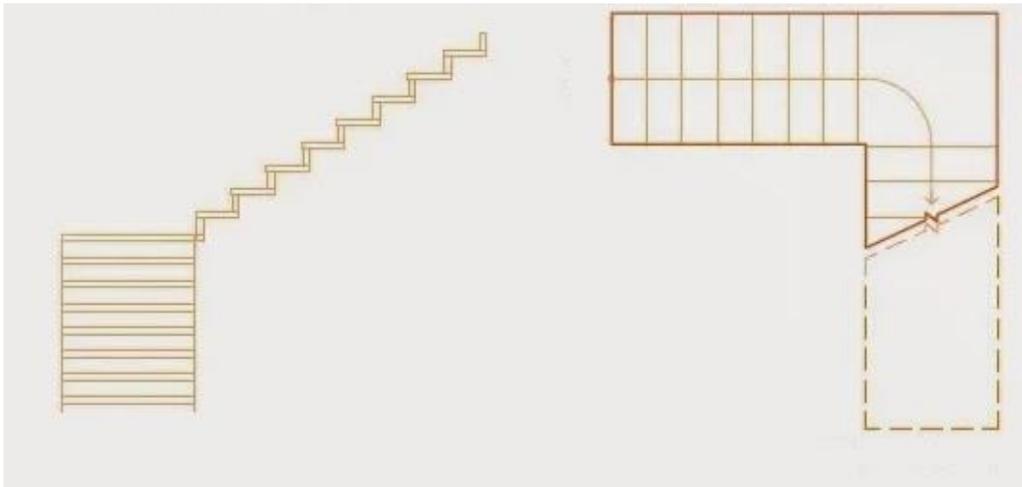


*Imagen 3 Escaleras de dos tramos*

FUENTE: [Luis MC: TIPOS DE ESCALERAS](#)

### c) ESCALERAS EN “L”

Este tipo de escaleras tiene como característica, que el segundo tramo se desvía de forma transversal.

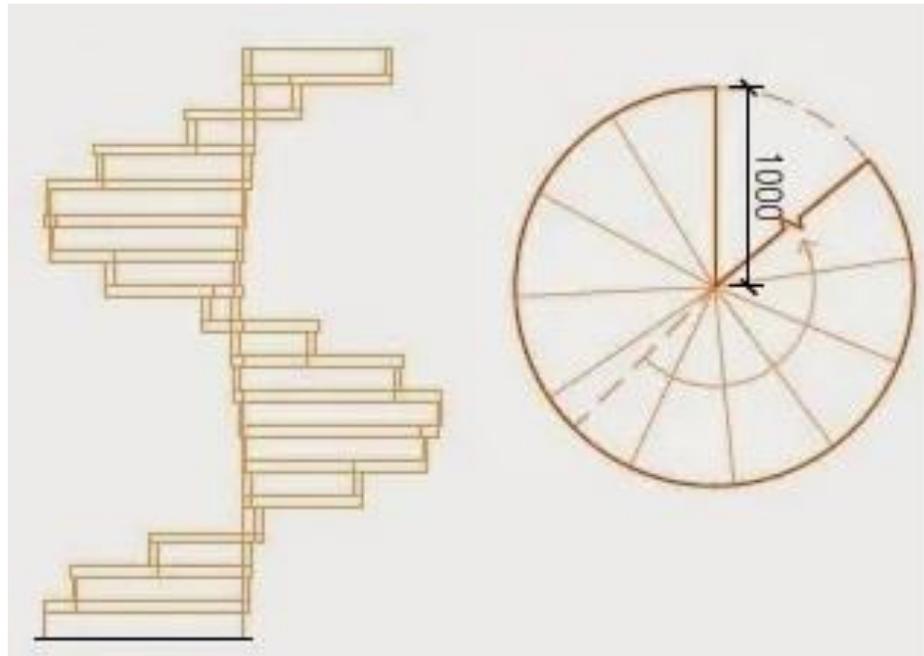


*Imagen 4 Escaleras en L*

FUENTE: [Luis MC: TIPOS DE ESCALERAS](#)

#### d) ESCALERAS EN ESPIRAL

Este tipo de escaleras es muy útil ya que está diseñado para espacios reducidos, y que no sean de gran altura.



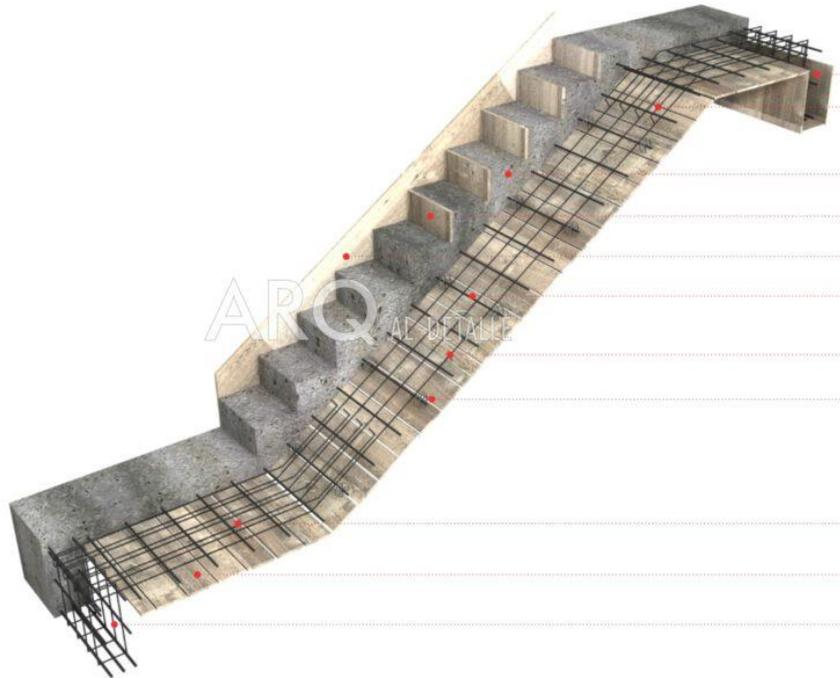
*Imagen 5 Escaleras en espiral*

FUENTE: [Luis MC: TIPOS DE ESCALERAS](#)

### 5.3.3.2 SEGÚN EL MATERIAL DE CONSTRUCCION

#### a) DE HORMIGON ARMADO

Este tipo de escaleras esta construido a partir de hormigón y armadura de fierro corrugado.



*Imagen 6 Escaleras de hormigón armado*

FUENTE: [F-TRAMO DE ESCALERA](#)

## **b) DE MADERA**

Toda esta construida en madera, tanto la estructura donde se va a apoyar llamadas también zancas, así como los peldaños, Este tipo de escaleras actualmente se utiliza con fines ornamentales.



*Imagen 7 Escaleras de madera*

FUENTE: [Maderas BravoCOMPENSADA.](#) -

### c) DE METAL

Toda la construcción está realizada en metal los peldaños la estructura, etc.



*Imagen 8 Escaleras de metal*

FUENTE: [Escaleras Metalicas | ASLAM](#)

### 5.3.3.3 SEGÚN SU FUNCIONAMIENTO

#### a) FIJAS

Es una escalera en estado estático.

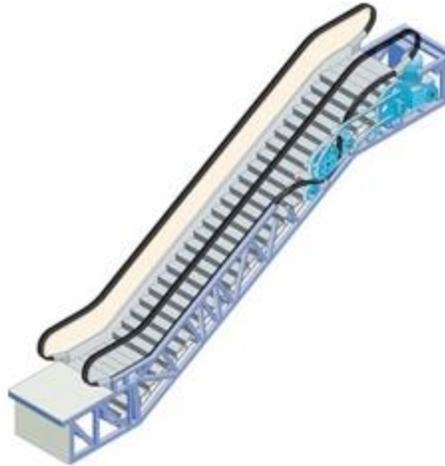


*Imagen 9 Escaleras fijas*

FUENTE: [Escalera fija - Previpedia](#)

## **b) ESCALERAS MECANICAS**

Este tipo de escaleras cuenta con peldaños que desplazan automáticamente.



*Imagen 10 Escaleras mecánicas*

FUENTE: [Escaleras mecánicas o ascensor >>](#)

## **5.4 DISEÑO DE ESCALERAS**

### **5.4.1 DEFINICION Y CLASIFICACION DE LAS ESCALERAS**

Las escaleras son elementos estructurales fundamental en la ingeniería civil, el cual es usado para proporcionar acceso vertical entre diferentes niveles de una edificación. y su diseño adecuado es esencial para garantizar la comodidad y la seguridad de los usuarios.

Existen diversas clasificaciones de las escaleras, que pueden basarse en su forma, estructura y uso. En el caso de las escaleras en forma de U, se caracterizan por tener una configuración que cambia de dirección de un descanso intermedio, formando una forma de "U". Esta clasificación se encuentra ampliamente aceptada en la literatura técnica <sup>6</sup>(McCormac & Brown, 2014)

En el caso específico de las escaleras de dos tramos estas se caracterizan por tener un tramo recto que se conecta con un descanso intermedio. Estas características permiten cambios de dirección suaves y ofrece una mayor seguridad y estabilidad.

Es importante considerar que el diseño de escaleras debe cumplir con aspectos funcionales y ergonómicos. Se deben tener en cuenta medidas como la altura y la profundidad de los peldaños, así como la inclinación de la escalera, para asegurar un tránsito seguro y cómodo de las personas <sup>7</sup>(McCormac & Brown, 2014)

#### **5.4.2 HIPOTESIS DE DEFICIENCIA EN EL ANALISIS Y DISEÑO DE ESCALERAS**

Hay que destacar la importancia de identificar y encarar las posibles fallas en la planificación y ejecución de estos elementos. Esta hipótesis se basa en reconocer que las

escaleras pueden presentar fallas si no se tienen en cuenta de manera adecuada elementos fundamentales durante el análisis, diseño y construcción.

Algunas fallas habituales que pueden presentarse en el diseño escaleras abarcan:

- a) Diseño inadecuado de peldaños: Si los peldaños no se diseñan adecuadamente en cuanto a sus dimensiones, relación huella-contrahuella, o resistencia estructural, pueden surgir inconvenientes en términos de seguridad y comodidad para los usuarios.
- b) Fallas en la estabilidad estructural: Si no se considera de manera adecuada la estabilidad y resistencia estructural de las escaleras, pueden ocurrir deformaciones excesivas, vibraciones indeseadas o incluso colapsos parciales o totales.
- c) Deficiencias en la conexión con elementos estructurales: Si la unión entre la escalera y los elementos estructurales adyacentes, como las losas o vigas, no se realiza de manera adecuada, puede haber problemas de estabilidad y transferencia de cargas.
- d) Errores en la construcción: Una mala ejecución durante la construcción, la mala posición del acero, falta de control de calidad o incumplimiento de

las normas de construcción, puede dar lugar a escaleras defectuosas o inseguras.

Esta hipótesis de deficiencia enfatiza la importancia de realizar un análisis detallado, un diseño cuidadoso y una construcción adecuada de los sistemas de escaleras para evitar estas deficiencias.

### **5.4.3 CONSIDERACIONES FUNCIONALES Y ERGONOMICAS EN EL DISEÑO DE LAS ESCALERAS**

Las consideraciones funcionales abarcan elementos como la ubicación y disposición de las escaleras dentro de un edificio. Es esencial asegurar que las escaleras estén convenientemente ubicadas y accesibles para facilitar la circulación de personas. Además, se deben tener en cuenta los flujos de tráfico y la capacidad de las escaleras para acomodar un número adecuado de usuarios simultáneamente.

Desde una perspectiva ergonómica, es fundamental garantizar que el diseño de los peldaños, huellas y contrahuellas sea adecuado. Estos elementos deben proporcionar una superficie estable y antideslizante para evitar accidentes, así como dimensiones adecuadas que permitan un ascenso y descenso cómodo. Se deben considerar parámetros como la altura y la profundidad de los peldaños, así como la inclinación de la escalera, de acuerdo

con las recomendaciones de diseño establecidas en las normas pertinentes <sup>8</sup>(McCormac & Brown, 2014).

La ergonomía también abarca la consideración de las dimensiones antropométricas de los usuarios, como la longitud de zancada y la altura promedio de las personas. Estos factores influyen en el diseño de los peldaños y en la determinación de la altura de la barandilla, para proporcionar un agarre seguro y una protección adecuada contra caídas.

#### **5.4.4 FACTORES A TENER EN CUENTA EN EL DISEÑO DE ESCALERAS DE DOS TRAMOS**

El diseño de escaleras requiere tener en cuenta varios factores, como la carga de diseño, la capacidad de los materiales, la geometría y los aspectos estéticos. Al considerar estos factores de manera integral, se puede lograr una escalera segura, funcional y visualmente atractiva en el contexto del proyecto de construcción.

En el diseño de escaleras, existen diversos factores que deben considerarse para garantizar la seguridad, funcionalidad y estética del sistema. <sup>9</sup>(McCormac & Brown, 2014) señalan que uno de los factores principales a tener en cuenta es la carga de diseño. Esta carga incluye tanto las cargas vivas, como las cargas muertas y las cargas de impacto, que pueden variar según el uso y la ocupación del edificio.

Además de la carga de diseño, es esencial considerar la capacidad de carga de los materiales utilizados en la construcción de la escalera. Según <sup>10</sup>(Gaylord et al., 2021), se deben evaluar las propiedades mecánicas de los materiales, como la resistencia a la compresión y a la flexión, para garantizar que la escalera pueda soportar las cargas aplicadas sin comprometer su integridad estructural.

Otro factor importante es la geometría de la escalera, que incluye la altura total, el ancho, la inclinación de los peldaños y la altura de las barandillas. Según <sup>11</sup>(Kassimali, 2010), estas dimensiones deben cumplir con las normativas y regulaciones locales de accesibilidad y seguridad, para garantizar la comodidad y la facilidad de uso para las personas.

#### **5.4.5 REQUISITOS DE ACCESIBILIDAD EN EL DISEÑO DE ESCALERAS**

Para el diseño de escaleras, es importante tener en cuenta los requisitos de accesibilidad para garantizar que sean seguras y utilizables para todas las personas, independientemente de sus capacidades físicas. En este sentido, la normativa y los códigos de construcción establecen los requisitos mínimos para la accesibilidad de las escaleras, como la anchura mínima de la escalera, la altura y profundidad de los escalones, entre otros aspectos.

Según <sup>12</sup>(McCormac & Brown, 2014), "los requisitos de accesibilidad se aplican tanto a escaleras en edificios residenciales como comerciales, y en algunos países existen leyes y regulaciones específicas para garantizar la accesibilidad en la construcción de escaleras". Asimismo, <sup>13</sup>(Gaylord et al., 2021) señala que "la accesibilidad también se debe considerar en la ubicación y diseño de las barandillas y pasamanos de la escalera".

Es importante tener en cuenta que, además de cumplir con los requisitos de accesibilidad, el diseño de escaleras también debe considerar otros aspectos relacionados con la seguridad y funcionalidad, como la ubicación de la escalera, el tráfico de personas, la iluminación, entre otros. En este sentido, <sup>14</sup>(Kassimali, 2010) señala que "el diseño de escaleras debe ser cuidadosamente considerado para garantizar la seguridad de las personas que las utilizan y minimizar el riesgo de accidentes"

## **5.5 DISPOSICIONES DE LA NORMA CBH-87 PARA ESCALERAS**

Según la norma Boliviana CBH-87, utiliza el método de cálculo de los Estados Limite, en el cual la estructura debe reunir las condiciones apropiadas de: seguridad, funcionalidad y durabilidad, con el objeto de que pueda rendir la prestación para el que ha sido proyectada.

### 5.5.1 DISPOSICIONES

1. Obtención del efecto  $S_d$ , de las acciones exteriores, referentes al estado límite en estudio, a partir de los valores ponderados de las acciones características.
2. Obtención de la respuesta  $R_d$ , de la estructura, correspondiente al estado límite en estudio, comenzando con los valores minorados de las características resistentes de los materiales.
3. El criterio de admisión consiste en la demostración:

$$R_d \geq S_d$$

***Donde:***

*$R_d$  = Valor de cálculo de la resistencia o respuesta estructural.*

*$S_d$  = Valor de cálculo de los efectos acciones.*

Los estados límites se refieren a aquellas situaciones en las que, al ser superadas, hacen que la estructura quede fuera de servicio.

Estos se clasifican en:

#### 5.5.1.1 ESTADOS LÍMITES ÚLTIMOS

La denominación de Estados Límites Últimos abarca todas aquellas situaciones que provocan el fallo de la estructura debido a la pérdida de equilibrio, colapso o rotura,

ya sea de la estructura en su totalidad o de una parte de la misma. Algunos de los Estados Límites Últimos que deben ser considerados son:

- Fallo por deformaciones plásticas, rotura o pérdida de estabilidad.
- Pérdida de equilibrio de la estructura, tratada como un sólido rígido.
- Fallo debido a la acumulación de deformaciones o fisuración bajo cargas distribuidas.

En la verificación de los Estados Límites Últimos que involucran la rotura de una sección o elemento, se debe cumplir con la siguiente condición:

$$Rd \geq Sd$$

#### **5.5.1.2 ESTADOS LIMITE DE UTILIZACION (SERVICIO)**

La denominación de Estados Límites de Servicio abarca todas aquellas situaciones en las que los requisitos de funcionalidad, comodidad o aspecto de la estructura no se cumplen. Para verificar los Estados Límites de Servicio, se debe asegurar el cumplimiento de la siguiente condición

$$Cd \geq Ed$$

***Donde:***

*Cd = Valor límite admisible para comprobar. (Deformaciones, vibraciones, aberturas de fisura).*

*Ed = Valor de cálculo de las acciones. (Tensiones, Nivel de vibración, abertura de fisura)*

### **5.5.1.3 ESTADOS LIMITE DE DURABILIDAD**

El Estado Límite de Durabilidad hace referencia a las condiciones físicas y químicas que pueden degradar las propiedades del hormigón y el acero de refuerzo hasta niveles inaceptables. La verificación del Estado Límite de Durabilidad consiste en asegurarse de que cumpla con la siguiente condición:

$$tL \geq td$$

***Donde:***

*tL = Tiempo necesario para que el agente agresivo produzca un ataque o degradación significativa.*

*td = Valor de cálculo de la vida útil.*

### **5.5.1.4 COEFICIENTES DE SEGURIDAD**

De acuerdo con la norma CBH-87, en su Sección 7.3.1, se incorpora la seguridad mediante el uso de coeficientes: dos coeficientes de reducción (para la resistencia del

hormigón y la resistencia del acero) y otros coeficientes para aumentar o ponderar las cargas.

#### 5.5.1.4.1 ESTADOS LIMITES ULTIMOS

a. Coeficiente de minoración de la resistencia de los materiales

*TABLA 1 – CBH-87 SECCION 7.3.1 ESTADOS LIMITES ULTIMOS*

Material	Coeficiente básico	Nivel de control	Corrección
Acero	$\gamma_s = 1.15$	Reducido	+ 0.05
		Normal	0
		Intenso	- 0.05
Hormigón	$\gamma_c = 1.50$	Reducido (1)	+ 0.20
		Normal	0
		Intenso (2)	- 0.10
En el caso de las piezas hormigonadas en vertical, la resistencia del proyecto del hormigón deberá, además, minorarse 10%.			
(1) No se adoptará en el cálculo una resistencia de proyecto del hormigón mayor de 15 MPa.			
(2) En especial, para hormigones destinados a elementos prefabricados en instalación industrial con control a nivel intenso.			

b. Coeficiente de mayoración de acciones

*TABLA 1 – CBH-87 SECCION 7.3.1 ESTADOS LIMITES ULTIMOS*

Coeficiente básico	Nivel de control y daños previsibles		Corrección
$\gamma_f = 1.6$	Nivel de control en la Ejecución	Reducido	+ 0.20
		Normal	0
		Intenso	- 0.10
	Daños previsibles en caso de accidente	Mínimos y exclusivamente materiales	- 0.10

		Medios	0
		Muy importantes	+ 0.20
<p>El valor final de <math>\gamma_f</math>, será el que se obtenga como resultado de la combinación de las correcciones introducidas ene. Coeficiente básico, en función del nivel de control adoptado y de la magnitud de los daños previsibles.  Se tendrá en cuenta que, en el caso de daños previsibles muy importantes, no es admisible un control de ejecución a nivel reducido.  Se podrá reducir el valor final de <math>\gamma_f</math> 5%, cuando los estudios, cálculos e hipótesis sean muy rigurosos, se consideren todas las solicitaciones y sus combinaciones posibles y se estudien con el mayor detalle los anclajes, nudos, enlaces, apoyos, etc.  Deberán comprobarse, con especial cuidado y rigor, las condiciones de figuración, cuando el producto <math>\gamma_s * \gamma_f</math> resulte inferior a 1.65.</p>			

#### 5.5.1.4.2 ESTADOS LIMITES DE UTILIZACION

a) Coeficiente de minoración de materiales:

- Hormigón  $\gamma_c = 1$
- Acero  $\gamma_s = 1$

b) Coeficiente de mayoración de acciones:

- Acciones de carácter variable, con efecto favorable, Cuando puedan actuar o dejar de hacerlo  $\gamma_f = 0$
- En los demás casos  $\gamma_f = 1$

#### 5.5.1.5 COMBINACION DE ACCIONES

Las combinaciones consideradas según CBH-87, SECCION 7.4.2 son:

##### 5.5.1.5.1 ESTADOS LIMITES ULTIMOS

- Hipótesis I:  $\gamma_{fg} \cdot G + \gamma_{fq} \cdot Q$

- Hipótesis II:  $0.9 \cdot (\gamma_{fg} \cdot G + \gamma_{fq} \cdot Q) + 0.9 \cdot \gamma_{fq} \cdot W$
- Hipótesis III:  $0.8 \cdot (\gamma_{fg} \cdot G + \gamma_{fq} \cdot Q_{eq}) + F_{eq} + W_{eq}$

**Donde:**

$G =$  Cargas permanentes.

$W =$  Carga de viento.

$Q =$  Cargas variables, como ser viva, nieve, empuje del terreno.

$Q_{eq} =$  Cargas variables, de explotación, de nieve, del terreno, más las acciones indirectas con carácter variable, durante la acción sísmica.

$W_{eq} =$  Carga de viento, durante la acción sísmica. Se adoptará en situación topográfica muy expuesta

$W_{eq} = 0.25W$   $F_{eq} =$  Valor característico de la acción sísmica.

$\gamma_{fg} =$  Coeficiente de mayoración de carga permanente

$\gamma_{fq} =$  Coeficiente de mayoración de carga variable

### 5.5.1.5.2 ESTADOS LIMITE DE SERVICIO

Para cualquier tipo de acción se tomará el valor característico,  $\gamma_f = 1$

- Hipótesis I:  $\gamma_{fg} \cdot G + \gamma_{fq} \cdot Q$

## **5.5.1.6 ESTADOS DE DEFORMACIONES DE UNA SECCION ARMADA**

### **5.5.1.6.1 HIPOTESIS BASICA**

Según lo estipulado en la CBH-87, Sección 8.1.1, al calcular secciones en agotamiento o estados límites últimos, se deberán considerar las siguientes suposiciones o hipótesis:

- a) Las secciones inicialmente planas, permanecen planas al ser sometidas a la sollicitación.

Esta hipótesis es válida cuando cumple la relación.

$$\frac{L_0}{h} > 2$$

*Dónde:*

*L<sub>0</sub>: Distancia entre puntos del momento flector nulo*

*h: Altura de la sección transversal*

- b) Se supone una adherencia total del acero y el hormigón
- c) Se considera despreciable la resistencia a la tracción del hormigón.
- d) Se admite que el acortamiento unitario máximo del hormigón en:

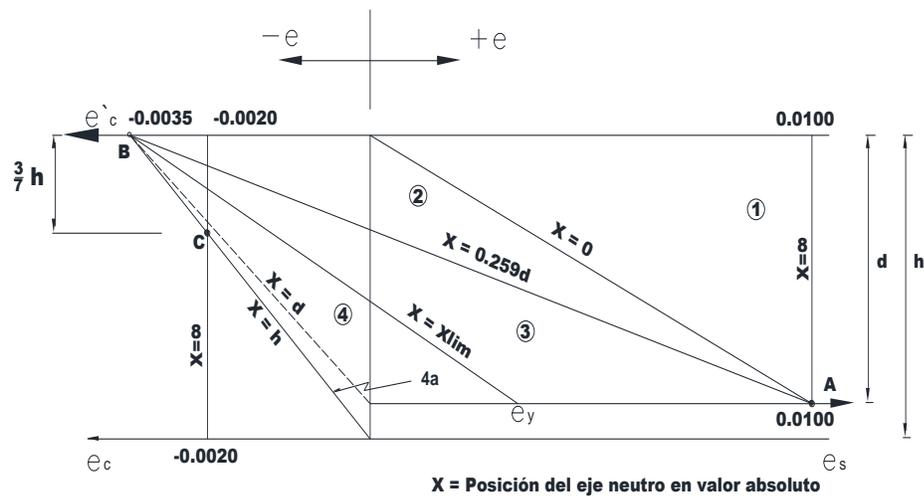
✓ Flexión simple o compuesta, recta o esviada = 0.0035.

✓ Compresión simple = 0.002.

e) El alargamiento unitario máximo de la armadura se toma igual a 0.010.

### 5.5.1.6.2 DOMINIOS DE DEFORMACION

Las deformaciones límite de las secciones conducen a aceptar los siguientes rangos, dependiendo de la naturaleza de la carga aplicada:



**Dominio 1. Tracción simple o compuesta.** La recta de deformación gira alrededor del punto A. La profundidad del eje neutro varía:

Desde:  $x = \infty$  ( $\varepsilon_C = \varepsilon_S = 10 \text{ ‰}$ ), hasta  $x = 0$  ( $\varepsilon_S = 10 \text{ ‰}$ ;  $\varepsilon_C = 0$ ).

**Dominio 2. Flexión simple o compuesta.** La recta de deformación, gira alrededor del punto A La profundidad del eje neutro varía:

Desde:  $x = 0$  ( $\varepsilon_C = 3.5 \text{ ‰}$ ), hasta  $x = 0.259 \cdot d$  ( $\varepsilon_S = 10 \text{ ‰}$ )

**Dominio 3. Flexión simple o compuesta.** La recta de deformación gira alrededor del punto B correspondiente a la deformación de rotura por flexión del hormigón de ( $\varepsilon_C = 3.5 \text{ ‰}$ ). La profundidad del eje neutro varía:

Desde:  $x = 0.259 \cdot d$ , hasta  $x = x_{lim}$  ( $\varepsilon_S = \varepsilon_Y \rightarrow 10 \text{ ‰}$ )

**Dominio 4. Flexión simple o compuesta.** La recta de deformación gira alrededor del punto B. La profundidad del eje neutro varía: desde  $x = x_{lim}$ , hasta  $x = d$ , el alargamiento de la armadura más traccionada está comprendido entre ( $\varepsilon_S=0 \rightarrow \varepsilon_Y$ ), y el hormigón alcanza la deformación máxima ( $\varepsilon_C = 3.5 \text{ ‰}$ ).

**Dominio 4.a. Flexión compuesta.** La recta de deformación gira alrededor del punto B. La profundidad del eje neutro varía: desde  $x = d$ , hasta  $x = h$ , donde todo el hormigón empieza a estar comprimido y existe una pequeña zona de hormigón en tracción

**Dominio 5. Compresión simple o compuesta.** La recta de deformación gira alrededor del punto C, La profundidad del eje neutro varía: desde  $x = h$ , hasta  $x = \infty$ , Ambos materiales trabajan a compresión, correspondiente a la deformación de rotura del hormigón por compresión ( $\varepsilon_C = 2\text{‰}$ ).

## **5.6 ANALISIS ESTRUCTURAL DE LAS ESCALERAS**

### **5.6.1 ACCIONES Y/O CARGAS A CONSIDERAR EN EL ANALISIS ESTRUCTURAL DE LAS ESCALERAS**

el análisis estructural de las escaleras es un proceso complejo que requiere de la consideración de diversas cargas y factores que pueden afectar su estabilidad y rigidez.

En este sentido, es fundamental contar con una adecuada modelación estructural y la aplicación de métodos de análisis apropiados para garantizar la seguridad y funcionalidad de la escalera.

Las cargas muertas son el peso propio de la estructura y los elementos permanentes de la escalera, como los peldaños, las huellas, las contrahuellas y las barandillas. Estas cargas pueden calcularse mediante métodos establecidos en la normativa y considerando las propiedades mecánicas de los materiales utilizados en la construcción de la escalera.

Por otro lado, las cargas vivas son las cargas dinámicas que se generan debido al uso y ocupación de la escalera. Estas cargas varían dependiendo del tipo de edificio, el uso previsto y los requisitos de diseño establecidos por la normativa local. Según <sup>15</sup>(Kassimali, 2010), las cargas vivas pueden incluir la carga de las personas, el mobiliario, el equipo y cualquier otra carga móvil o variable.

Según la norma boliviana CBH-87, Una acción se define como un conjunto de fuerzas concentradas, repartidas y deformaciones impuestas o parcialmente impedidas. Estas acciones se clasifican en dos grupos principales.

#### **5.6.1.1 ACCIONES DIRECTAS**

Estas acciones son producidas por pesos u fuerzas aplicadas directamente a la estructura e independientes de las propias características resistentes y de deformación de la misma.

Se clasifican en:

**Acciones Permanentes:** Son aquellas que actúan en todo momento y mantiene una posición y magnitud constantes. Entre estas acciones permanentes se encuentran el peso propio del elemento estructural y las cargas muertas que actúan sobre él.

**Acciones Variables:** Son fuerzas externas a la estructura, cuyas variaciones son frecuentes o continuas y no son despreciables en comparación con su valor promedio. Se subdividen en:

- Acciones variables de explotación o uso.
- Acciones variables climáticas, como las fuerzas del viento y la nieve.
- Acciones variables del terreno, debido al peso y empuje del suelo.
- Acciones variables debidas al proceso constructivo.
- Acciones variables frecuentes, que son aquellas que ocurren comúnmente a lo largo de la vida de la estructura.
- Acciones variables infrecuentes, que tiene una baja probabilidad de ocurrencia y una duración corta.

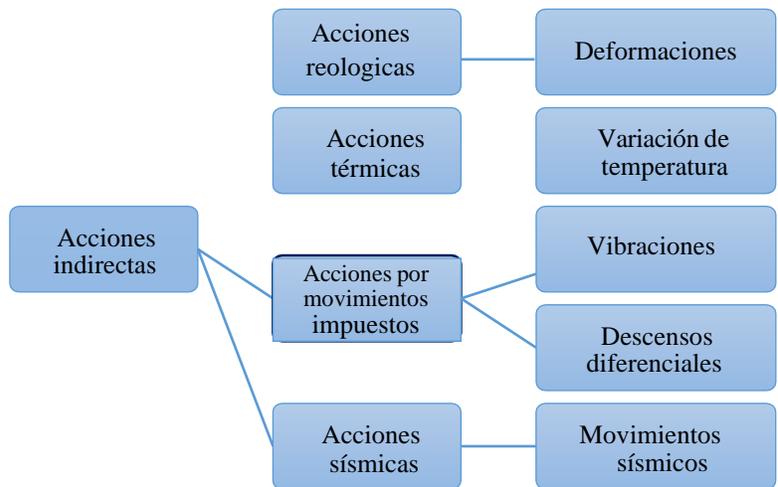
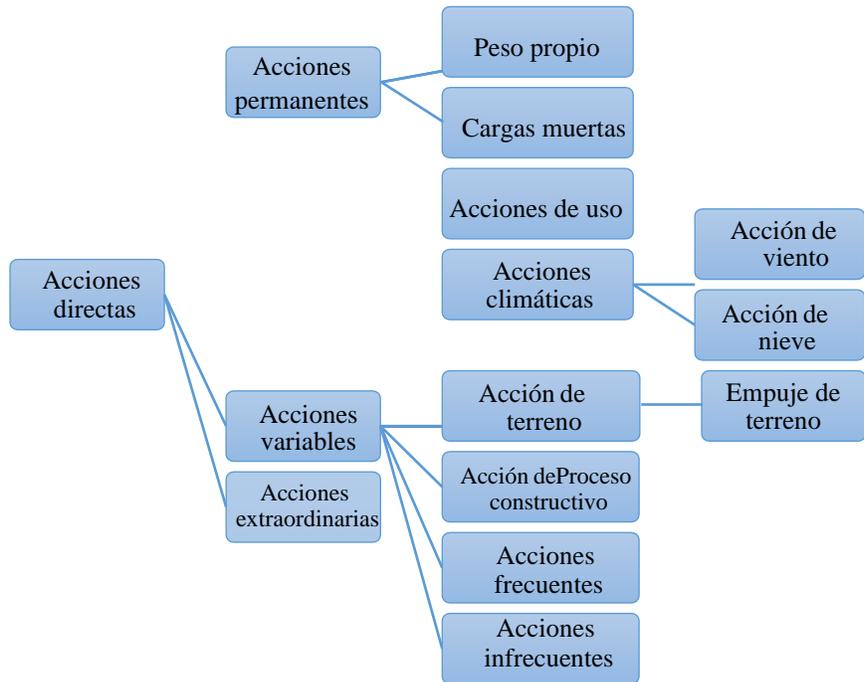
**Acciones Extraordinarias:** Son aquellas con una baja probabilidad de intervenir con un valor significativo. Pueden incluir fuerzas resultantes de choques, explosiones,

hundimientos del terreno, avalanchas de piedras o nieve, tornados o terremotos en regiones normalmente no expuestas a ellos.

#### **5.6.1.2 ACCIONES INDIRECTAS**

Entre las acciones indirectas, se pueden distinguir:

- **Acciones reológicas:** Estas acciones son resultado de deformaciones cuya magnitud depende del tiempo y del material de la estructura. Pueden surgir debido a la retracción y/o fluencia del material.
- **Acciones térmicas:** Se producen por las deformaciones causadas por cambios en la temperatura.
- **Acciones por movimientos impuestos:** Estas acciones son ocasionadas por vibraciones, diferencias en los apoyos de las estructuras debido a asentamientos del terreno de cimentación o movimientos intencionados de dichos apoyos.
- **Acciones sísmicas:** Son generadas por las aceleraciones transmitidas a las masas de la estructura a causa de movimientos sísmicos.



## **5.6.2 MODELADO ESTRUCTURAL Y METODOS DE ANALISIS PARA ESCALERAS DE DOS TRAMOS**

El modelado estructural y los métodos de análisis desempeñan un papel crucial en el diseño y evaluación de la resistencia y estabilidad de las escaleras de dos tramos. Según la “Norma Boliviana del Hormigón CBH-87”, así como los siguientes libros consultados, se pueden emplear diferentes enfoques para el análisis de las escaleras de dos tramos:

- a) Método de elementos finitos: Este método se utiliza ampliamente en el análisis estructural de las escaleras de dos tramos. Consiste en dividir la estructura en elementos más pequeños, como barras o placas, y aplicar las ecuaciones de equilibrio y las propiedades materiales para determinar las respuestas de carga, deformación y esfuerzos. El método de elementos finitos proporciona una representación detallada del comportamiento estructural de las escaleras.
- b) Método de análisis matricial: Este método se basa en la formulación matricial de las ecuaciones de equilibrio estructural. Según <sup>16</sup>(McCormac & Brown, 2014), este enfoque permite representar y analizar la interacción entre los diferentes componentes de la escalera, como los peldaños, las barandillas y la estructura de soporte, en forma de matrices. El método de

análisis matricial es útil para evaluar la rigidez y la estabilidad de la escalera de dos tramos.

- c) Método de análisis basado en normativas: Las normativas y códigos de diseño, como la “Norma Boliviana del Hormigón CBH-87”, proporcionan criterios y recomendaciones específicas para el diseño y análisis de escaleras. Estas normativas establecen métodos simplificados y prescriben cargas y combinaciones de carga mínimas a considerar en el análisis. Seguir estas normativas es fundamental para garantizar la seguridad y el cumplimiento de los estándares de construcción.

### **5.6.3 COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL Y DISTRIBUCION DE CARGAS EN LAS ESCALERAS DE DOS TRAMOS**

El comportamiento estructural y la distribución de cargas son aspectos fundamentales en el diseño y análisis de las escaleras de dos tramos. Según <sup>17</sup>(McCormac & Brown, 2014), la comprensión de cómo las cargas se distribuyen a lo largo de la estructura de la escalera es crucial para garantizar la seguridad y estabilidad de la misma. A continuación, se presentan algunos puntos relevantes:

- a) Cargas verticales: Las cargas verticales se generan debido al peso de las personas que utilizan la escalera, así como cualquier carga adicional que se aplique a la misma, como muebles o equipos. Estas cargas se transmiten a través de los peldaños y se distribuyen a los elementos de soporte, como las vigas o columnas, de acuerdo con su rigidez y capacidad de carga.
- b) Cargas horizontales: Las cargas horizontales pueden originarse por el empuje lateral ejercido por las personas al subir o bajar las escaleras, así como por fuerzas externas como el viento. Estas cargas se transmiten a los elementos estructurales, como las barandillas y las conexiones entre los peldaños y la estructura de soporte.
- c) Distribución de cargas: La distribución de cargas en las escaleras de dos tramos varía según la configuración y las características específicas del diseño. Según <sup>18</sup>(Kassimali, 2010), la presencia de elementos estructurales como los largueros, las vigas o las columnas influye en la forma en que las cargas se distribuyen y se transmiten a lo largo de la escalera. Es importante considerar estas interacciones para garantizar una distribución adecuada de las cargas y evitar puntos de concentración de esfuerzos.

### **5.2.1 CONSIDERACIONES SOBRE LA ESTABILIDAD Y RIGIDEZ DE LAS ESCALERAS DE DOS TRAMOS**

En este caso en particular analizaremos y seguiremos las recomendaciones la “Norma Boliviana del Hormigón CBH-87” para asegurar la estabilidad y rigidez de las escaleras de dos tramos.

Según <sup>19</sup>(McCormac & Brown, 2014), es importante asegurarse de que la estructura tenga la suficiente rigidez para resistir las cargas y evitar vibraciones excesivas. Para lograrlo, se deben diseñar los elementos de conexión y juntas con cuidado y tener en cuenta el tipo de material utilizado.

Por otro lado, <sup>20</sup>(McCormac, 2012), recomienda utilizar elementos estructurales que proporcionen la resistencia y rigidez necesarias para soportar las cargas de la escalera. Asimismo, se debe utilizar refuerzos adicionales en las zonas críticas para mejorar la estabilidad de la estructura.

## **5.7 MATERIALES UTILIZADOS EN ESCALERAS**

### **5.7.1 TIPOS DE MATERIALES COMUNMENTE UTILIZADOS EN LA CONSTRUCCION DE ESCALERAS**

En la construcción de las escaleras en” U” se utilizan diversos materiales que proporcionan resistencia estructural. Algunos de los materiales comúnmente utilizados son:

Concreto: El concreto es ampliamente utilizado en escaleras de dos tramos debido a su capacidad para resistir cargas y proporcionar estabilidad, el concreto reforzado con acero es el material más usado, ya que dicha combinación brinda resistencia a la compresión y a la tracción necesaria para soportar las cargas.

Acero estructural: El acero estructural se utiliza en las escaleras de dos tramos como refuerzo a la estructura y proporcionar resistencia adicional.

### **5.7.2 SELECCIÓN DE MATERIALES ADECUADOS PARA ESCALERAS DE DOS TRAMOS EN FUNCION DE LAS CARGAS Y REQUERIMIENTOS ESPECIFICOS**

La elección adecuada de los materiales utilizados en las escaleras requiere un conocimiento profundo de sus propiedades mecánicas y características específicas, Al

diseñar de escaleras es fundamental considerar aspectos como la resistencia, la rigidez, la adaptabilidad y la durabilidad de los materiales. Estas establecen la capacidad de carga y la respuesta estructural de las escaleras ante las cargas a las que estarán sometidas.

Los materiales a utilizar en la construcción de escaleras deberán ser capaces de resistir las cargas tanto estáticas como dinámicas, así como los esfuerzos de flexión y compresión a los que serán sometidos.

## **5.8 DISEÑO ESTRUCTURAL DE LAS ESCALERAS DE DOS TRAMOS**

### **5.8.1 DISEÑO Y DIMENSIONAMIENTO DE LOS PELDAÑOS, HUELLA Y CONTRAHUELLA**

La “Norma Boliviana del Hormigón CBH-87” proporciona directrices generales para el diseño y dimensionamiento de los peldaños, huella y contrahuella de las escaleras. A continuación, se presentan algunas consideraciones clave:

- 1) Huella: La huella se refiere a la superficie horizontal de un peldaño donde se coloca el pie. Según la guía “boliviana de construcción de edificaciones” en su “Capítulo IV – CIRCULACIONES Y ELEMENTOS DE COMUNICACIÓN”, en el “artículo 103 – Requisitos para escaleras”, la huella mínima debe ser como mínimo 28cm, medida horizontalmente entre

las caras más proyectadas de dos peldaños adyacentes. Esta medida ayuda a garantizar un área suficiente para que el pie descansa cómodamente.

2) **Contrahuella:** La contrahuella es la altura vertical de cada peldaño. la guía “boliviana de construcción de edificaciones” en su “Capítulo IV – CIRCULACIONES Y ELEMENTOS DE COMUNICACIÓN”, en el “artículo 103 – Requisitos para escaleras” establece que las contrahuellas deben ser como máximo de 18cm. Debiendo ser consistentes, lo que significa que todas las contrahuellas de un mismo tramo deben tener la misma altura. Esto es importante para asegurar la uniformidad y prevenir posibles tropiezos.

3) **Relación huella-contrahuella:** en el libro “Análisis y diseño de Escalera, Carlos Antonio Fernández Chea, Cap. II. Página 6 recomienda:

$$2 \cdot Ch + h = 65 \quad a \quad 60 (cm)$$

*Donde:*

*Ch = Contra huella h = Huella*

## **5.8.2 CONSIDERACIONES SOBRE LAS JUNTAS Y SISTEMAS DE CONEXIÓN EN ESCALERAS DE DOS TRAMOS**

Las escaleras en forma de "U" pueden requerir juntas y sistemas de conexión especiales para mantener la integridad estructural y la estabilidad a largo plazo. Según <sup>21</sup>(Darwin et al., s/f), la conexión de la escalera en forma de "U" con la losa de piso y la losa de techo debe ser continua para permitir la transferencia de cargas. Se recomienda que la viga de cabeza en la parte superior de la escalera se extienda hasta las vigas principales del edificio para mejorar la resistencia y rigidez estructural.

las juntas de construcción deben diseñarse cuidadosamente para asegurar que sean lo suficientemente fuertes y estables para soportar las cargas de la estructura y minimizar la formación de grietas. Las juntas de expansión y contracción de ubicarse de manera estratégica para permitir la expansión y contracción del concreto sin causar daños en la escalera.

## **5.9 PROCESO CONSTRUCTIVO**

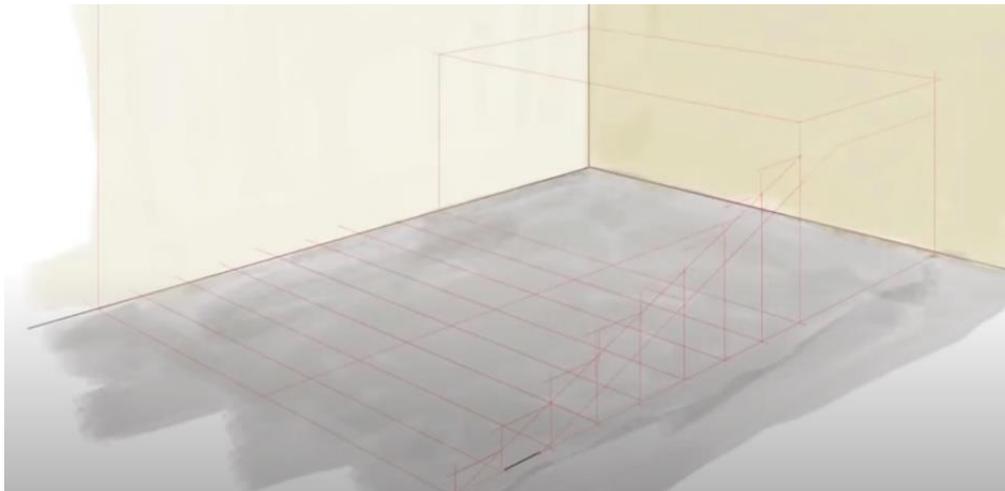
este proceso implica varias etapas las cuales se deben seguir ya que esto garantizara una construcción eficaz. A continuación, tenemos dichas etapas detalladas:

### 5.9.1 DISEÑO Y PLANIFICACIÓN

Inicialmente se debe realizar un diseño preciso y una planificación minuciosa. Esto significa tener bien determinado la ubicación adecuada de las escaleras, tener ya construida de la caja de la escalera.

### 5.9.2 TRAZADO DE LA ESCALERA

se traza sobre los muros los dos tramos y el descanso, se debe verificar medidas y niveles adecuadamente, se traza con lápiz las referencias y se corrobora las medidas de los peldaños para vencer la medida exacta, en base al trazado se define la inclinación de la rampa.

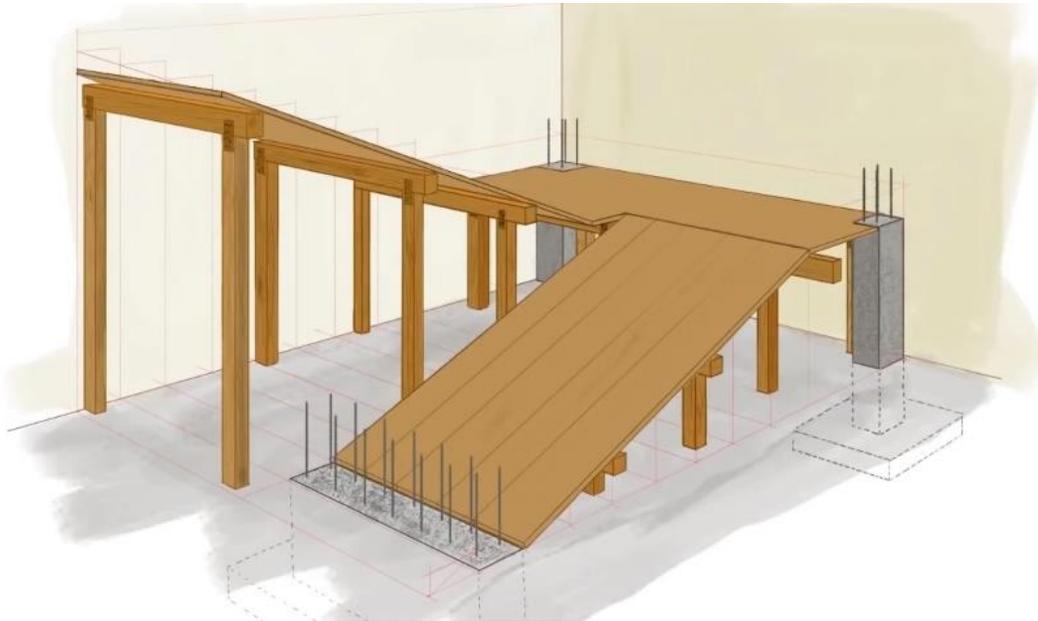


*Imagen 11 trazado de la Escalera*

FUENTE: <https://youtu.be/cOjyzDb1W58>

### 5.9.3 UBICAR LOS ENCOFRADOS

las líneas trazadas nos sirven para ubicar y armar el encofrado y apuntalamiento.



*Imagen 12 Ubicación de los encofrados*

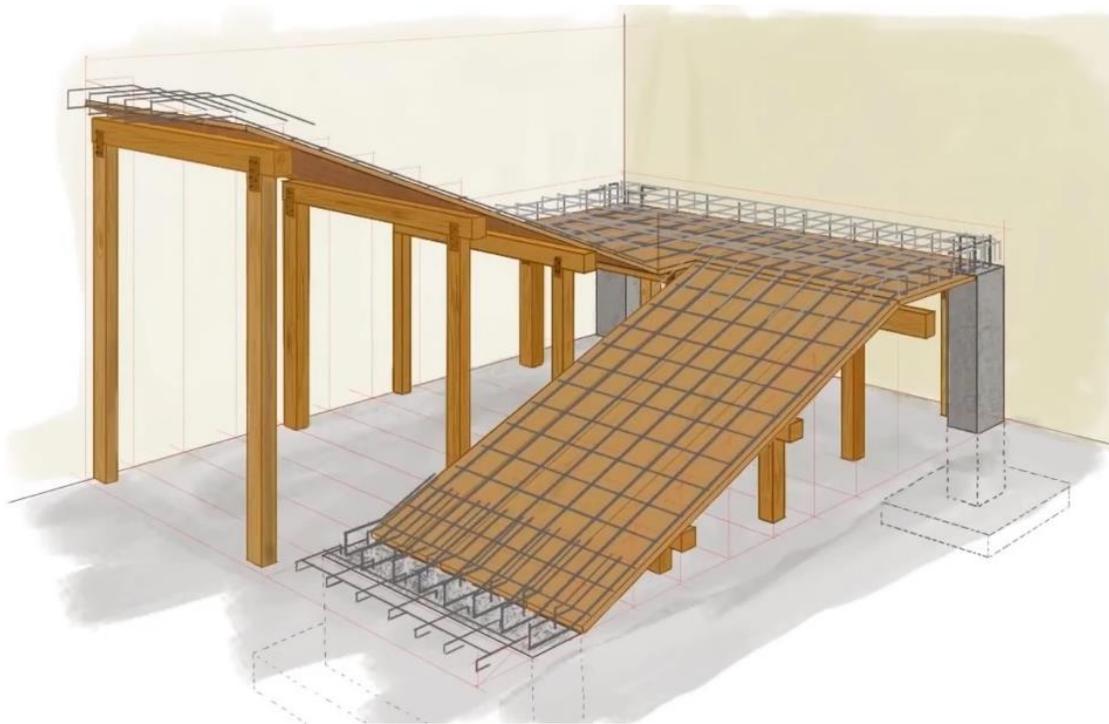
FUENTE: <https://youtu.be/cOjyzDb1W58>

### 5.9.4 ENMALLADO

Este paso se realiza según al diseño realizado.

- Revisar la longitud de las barras de acero
- Corte de las barras de acero

- En caso de que falte se empalmara con otras barras, cuidando que estos empalmes no queden donde sufren compresión y no así tracción.
- colocado el acero en las posiciones correctas, se asegura bien los aceros tanto verticales como horizontales, tanto para el primer tramo el descanso y el segundo tramo.



*Imagen 13 Enmallado*

FUENTE: <https://youtu.be/cOjyzDb1W58>

### **5.9.5 ENCOFRADO DE LOS PELDAÑOS**

se procede a él encofrado según al trazado inicial.

- Se deberá preparar: fondos, laterales, soleras y puntales con cabezales
- Se deberá aplicar ya sea diésel o aceite quemado sobre las caras interiores que hará contacto con el hormigón para evitar que se adhiera.
- Se deberá colocar soleras sobre los puntales.
- Se hará una revisión general de solides y rigidez.



*Imagen 14 Encofrado de peldaños*

FUENTE: <https://youtu.be/cOjyzDb1W58>

### **5.9.6 VACIADO DE CONCRETO**

Una vez encofrado verificando medidas y niveles, se procede al vaciado del concreto.

Previo al vaciado se deberá contar con:

- Todo el material previamente calculado, se deberá incluir perdidas.
- Equipo necesario como ser mezcladora, vibradora, guinche, carretillas, turriles, cajas de dosificación, material de protección de la losa.
- Las herramientas necesarias como ser, baldes badilejos, mangueras, baldes, palas, etc.
- El supervisor de obra deberá revisar previamente y emitir su autorización correspondiente.

Al momento del vaciado se deberá verificar:

- El encofrado y apuntalado, así como los recubrimientos por medio de galletas.
- El correcto mezclado de hormigón de acuerdo a lo requerido.
- El correcto humedecimiento de los encofrados antes del vaciado del hormigón.

- La correcta aplicación de vibración al momento de estar vaciando.

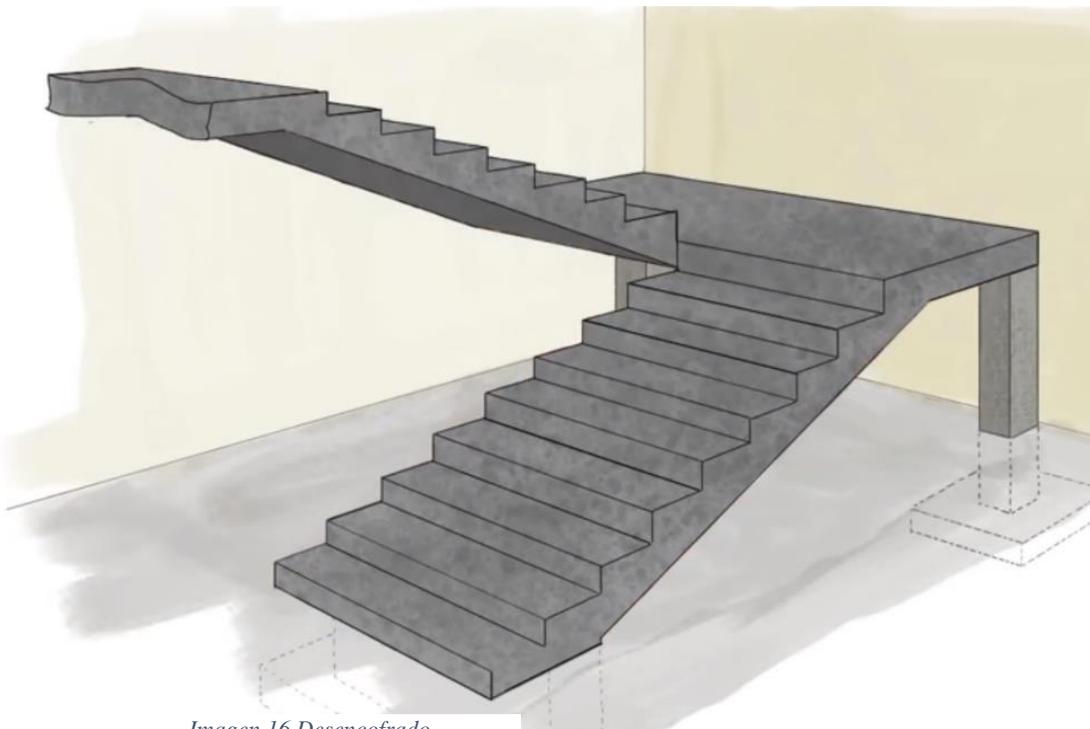


*Imagen 15 Vaciado*

FUENTE: <https://youtu.be/cOjyzDb1W58>

### 5.9.7 DESENCOFRADO

- Primeramente, se deberá realizar el curado diario, regando con agua limpia o también se puede recubrir con arena fina y luego regar con agua.
- Pasando 2 días se deberá proceder con el desencofrado progresivo.
- Pasado los 28 días se deberá quitar los puntales.



*Imagen 16 Desencofrado*

FUENTE: <https://youtu.be/cOjyzDb1W58>

## **6. DESARROLLO DEL TRABAJO**

### **6.1 CRITERIOS DE DIMENSIONAMIENTO PARA ESCALERAS SEGÚN “GUIA BOLIVIANA DE CONSTRUCCION DE EDIFICACIONES”**

En el presente proyecto nos basaremos en los requisitos de dimensionamientos establecidos para Bolivia, según la guía “boliviana de construcción de edificaciones” en su “Capítulo IV – CIRCULACIONES Y ELEMENTOS DE COMUNICACIÓN”, en el “artículo 103 – Requisitos para escaleras” tenemos lo siguiente:

#### **Artículo 103.- (REQUISITOS PARA ESCALERAS).**

Las escaleras deberán satisfacer los siguientes requisitos:

- a) Las escaleras serán en tal número que ningún punto servido del piso o planta se encuentre a una distancia mayor de 30 metros de alguna de ellas;
- b) Las escaleras en casas unifamiliares o en el interior de departamentos tendrán un ancho mínimo de 0.90 metros, excepto las de servicio, que podrán tener un ancho mínimo de 0.60 metros;
- c) En cualquier otro tipo de edificio, el ancho mínimo será 1.20 metros;

- d) En los centros de reunión y salas de espectáculos, las escaleras tendrán un ancho mínimo o igual a la suma de los anchos de las circulaciones a las que den servicio;
- e) El ancho de los descansos deberá ser cuando menos, igual al ancho mínimo de la escalera;
- f) Se permitirán escaleras de caracol para casas unifamiliares, comercios u oficinas con superficies menores a 100 m<sup>2</sup>;
- g) En las escaleras, la huella será como mínimo de 28 centímetros y la contrahuella como máximo de 18 centímetros, debiendo ser todas iguales en cada tramo;
- h) h) Las escaleras tal como recomienda la norma técnica, tendrán un máximo de catorce peldaños entre descansos, excepto las compensadas o de caracol; y
- i) La altura mínima de los barandales, cuando sean necesarios, será de 0.90 metros, medidos a partir del escalón y se construirán de manera que impidan el paso de niños a través de ellos.

## 6.2 PREDIMENCIONAMIENTO

### 6.2.1 INFORMACION PARA EL DISEÑO

Fy	4200.00	[Kg/cm <sup>2</sup> ]
Fck	210.00	[Kg/cm <sup>2</sup> ]

Coefficientes de Minoración:

TABLA 1 – CBH-87 SECCION 7.3.1 ESTADOS LIMITES ULTIMOS

Material	Coefficiente básico	Nivel de control	Corrección
Acero	$\gamma_s = 1.15$	Reducido	+ 0.05
		Normal	0
		Intenso	- 0.05
Hormigón	$\gamma_c = 1.50$	Reducido (1)	+ 0.20
		Normal	0
		Intenso (2)	- 0.10

En el caso de las piezas hormigonadas en vertical, la resistencia del proyecto del hormigón deberá, además, minorarse un 10%.

(1) No se adoptará en el cálculo una resistencia de proyecto del hormigón mayor de 15 MPa.

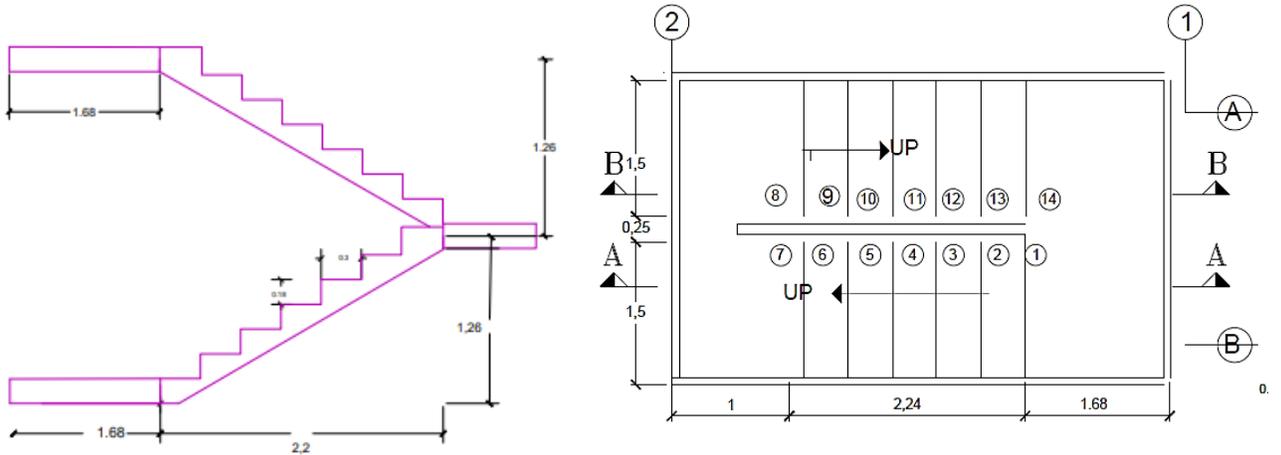
(2) En especial, para hormigones destinados a elementos prefabricados en instalación industrial con control a nivel intenso.

Para un nivel de control normal usaremos los siguientes coeficientes de minoración:

$$\gamma_c = 1.50 \rightarrow \text{para el hormigon}$$

$$\gamma_s = 1.15 \rightarrow \text{para el acero}$$

## 6.2.2 GEOMETRÍA DE LA ESCALERA



H	3.40	[m]
Hu	30.00	[cm]
c.Hu	18.00	[cm]
G	15.00	[cm]
Ancho b	1.50	[m]

### 6.2.2.1 Datos requeridos para el calculo

Fy	4200.00	[Kg/cm <sup>2</sup> ]
Fck	210.00	[Kg/cm <sup>2</sup> ]

### 6.2.2.2 Cálculo de número de huellas y contrahuellas

Número de contrahuellas

$$n_c = \frac{H}{c.Hu} \leq 15 \text{ peldaños} \rightarrow n_c = \frac{126}{18} = 7 \leq 15 \text{ peldaños}$$

$$n_c = 7 \text{ peldaños}$$

Número de huellas

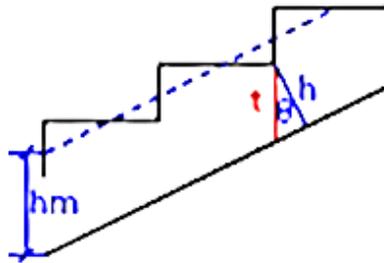
$$n_H = n_c - 1$$

$$n_H = 7 - 1 = 6$$

### 6.2.2.3 Cálculo de la garganta de la escalera

$\frac{L}{20} \geq t \geq \frac{L}{25}$	$\theta = \text{Tan}^{-1}\left(\frac{c.Hu}{Hu}\right)$	$h = \frac{t}{\cos \theta}$	$hm = h + \frac{c.Hu}{2}$
$\frac{2,2}{20} \geq t \geq \frac{2,2}{25}$	$\theta = \text{Tan}^{-1}\left(\frac{0,18}{0,3}\right)$	$h = \frac{0,15}{\cos 30,96}$	$hm = 0,175 + \frac{0,18}{2}$
$0,11 \geq t \geq 0,09$	$\theta = 30,96^\circ$	$h = 0,175 \text{ m}$	$hm = 0,265 \text{ m}$

$$t = 0,15 \text{ m}$$



### 6.2.3 METRADO DE CARGAS

METRADO DE CARGAS

PARA DESCANSO I -II

Carga Muerta CM

Peso propio

$$Pp = t * b * \gamma_{H^{\circ}A^{\circ}}$$

$$Pp = 0,15 * 1,50 * 2,5$$

$$Pp = 0,56 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$$

Acabados

$$P.a = 0,10 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$$

CM total

$$CM = Pp + P.a$$

$$CM = 0,66 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$$

Carga Viva CV

$$CV = S/C * b$$

$$CV = 0,2 * 1,50$$

$$CV = 0,30 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$$

Carga de diseño qd

$$qd = 1,6 * CV + 1,6 * CM$$

$$qd = 1,6 * 0,3 + 1,6 * 0,66$$

$$qd = 1,54 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$$

## PARA TRAMO INCLINADO

Carga Muerta CM

Peso propio

$$Pp = h_m * b * \gamma_{H^{\circ}A^{\circ}}$$

$$Pp = 0,2655 * 1,50 * 2,5$$

$$Pp = 0,996 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$$

Acabados

$$P.a = 0,10 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$$

CM total

$$CM = Pp + P.a$$

$$CM = 1,096 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$$

Carga Viva CV

$$CV = S/C * b$$

$$CV = 0,2 * 1,50$$

$$CV = 0,30 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$$

Carga de diseño qd

$$qd = 1,6 * CV + 1,6 * CM$$

$$qd = 1,6 * 0,3 + 1,6 * 1,096$$

$$qd = 2,233 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$$

## 6.2.4 SOLICITACIONES

Realizando un sistema hiperestático y sistema isostático (ver anexo 1) y obteniendo los momentos máximos de ambas se realizó una envolvente la cual nos dio como resultado lo siguiente:

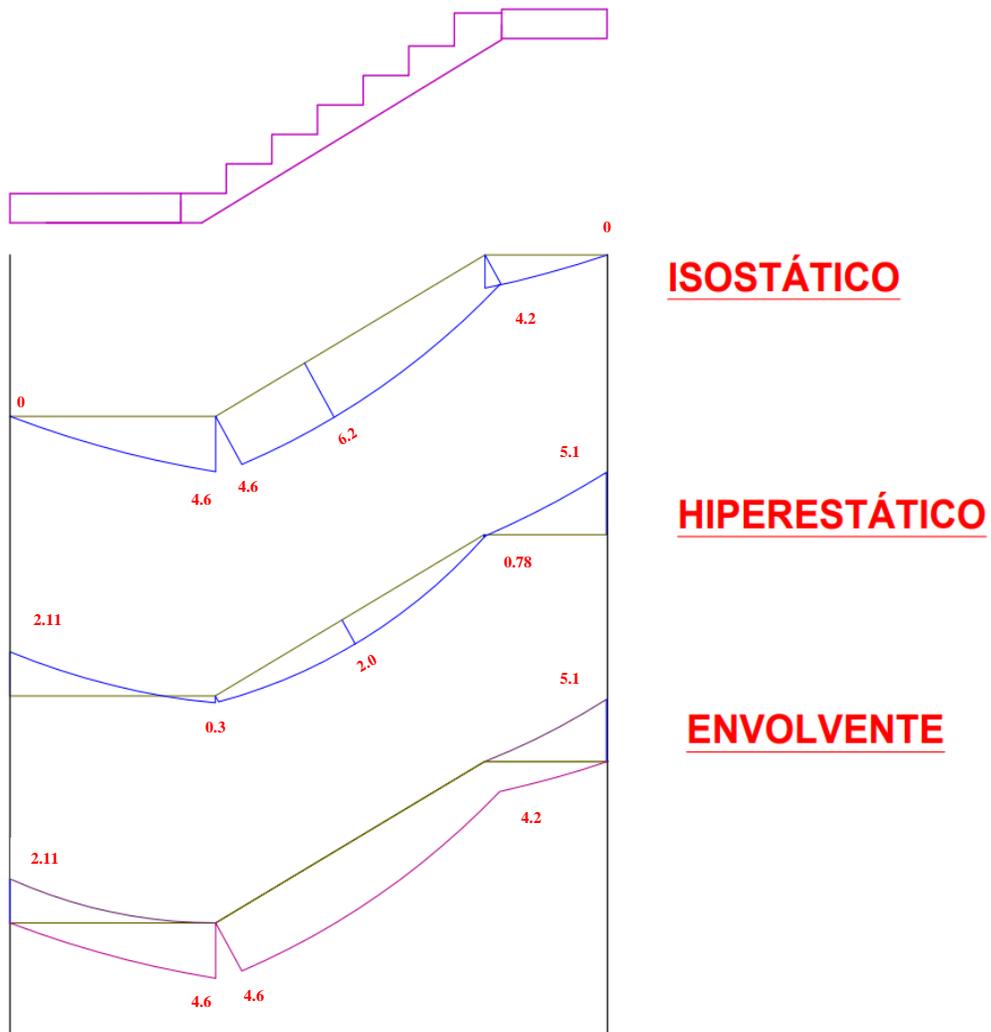


TABLA 1 – CBH-87 SECCION 7.3.1 ESTADOS LIMITES ULTIMOS

Material	Coefficiente básico	Nivel de control	Corrección
Acero	$\gamma_s = 1.15$	Reducido	+ 0.05
		Normal	0
		Intenso	- 0.05
Hormigón	$\gamma_c = 1.50$	Reducido (1)	+ 0.20
		Normal	0
		Intenso (2)	- 0.10
En el caso de las piezas hormigonadas en vertical, la resistencia del proyecto del hormigón deberá, además, minorarse un 10%.			
(1) No se adoptará en el cálculo una resistencia de proyecto del hormigón mayor de 15 MPa.			
(2) En especial, para hormigones destinados a elementos prefabricados en instalación industrial con control a nivel intenso.			

Según la tabla 1 para un nivel de control normal tanto en acero como en hormigón usaremos coeficientes de minoración de:

$$\gamma_s = 1.15 \quad \text{para el acero}$$

$$\gamma_c = 1.50 \quad \text{para el hormigón}$$

#### **Md para descanso I**

##### **Md(+)**

$$Md = \gamma_f * M_{Max}$$

$$Md = 1,60 * 4,631 \text{ Ton} * m$$

$$Md = 7, 410 \text{ Ton} * m$$

**Md(-)**

$$Md = \gamma_f * M_{Max}$$
$$Md = 1,60 * 2.106Ton * m$$
$$Md = 3, 370Ton * m$$

**Md para tramo inclinado****Md(+)**

$$Md = \gamma_f * M_{Max}$$
$$Md = 1,60 * 6,225 Ton * m$$
$$Md = 9, 96Ton * m$$

**Md para descanso II****Md(+)**

$$Md = \gamma_f * M_{Max}$$
$$Md = 1,60 * 4,219 Ton * m$$
$$Md = 6,750 Ton * m$$

**Md(-)**

$$Md = \gamma_f * M_{Max}$$
$$Md = 1,60 * 5,166 Ton * m$$
$$Md = 8,266 Ton * m$$

## CALCULO A FLEXION

Armadura de refuerzo para el descanso I

Armadura de refuerzo negativo

$$\mu = \frac{M d}{bd^2 \cdot f_{cd}} \rightarrow \mu = \frac{3.370 * 10^5}{150 * 12^2 * \frac{210}{1,50}} \rightarrow \mu = 0,111$$

*\*\*Cuantía mecánica*

$$\omega = \mu(1 + \mu) \rightarrow \omega = 0,111(1 + 0,111) \rightarrow \omega = 0,124$$

*\*\*Capacidad mecánica del acero*

$$U_s = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} \rightarrow U_s = 0,123 * 150 * 12 * \frac{210}{1,5} \rightarrow U_s = 31212,99 \text{ Kg}$$

*\*\*Área de acero*

$$A_s = \frac{U_s}{f_{yd}} \rightarrow A_s = \frac{30996}{\frac{4200}{1,15}} \rightarrow A_s = 6,46 \text{ cm}^2$$

*\*\*Número de barras de 10 mm (diámetro asumido)*

[10φ 10 c/15 cm]

Armadura de refuerzo tramo inclinado

*\*\*Momento flector reducido*

$$\mu = \frac{M d}{bd^2 \cdot f_{cd}} \rightarrow \mu = \frac{9,96 * 10^5}{150 * 23,5^2 * \frac{210}{1,50}} \rightarrow \mu = 0,086$$

*\*\*Cuantía mecánica*

$$\omega = \mu(1 + \mu) \rightarrow \omega = 0,086(1 + 0,086) \rightarrow \omega = 0,093$$

**\*\*Capacidad mecánica del acero**

$$U_s = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} \rightarrow U_s = 0,093 \cdot 150 \cdot 23,5 \cdot \frac{210}{1,5} \rightarrow U_s = 46022.93Kg$$

$$A_s = \frac{U_s}{f_{yd}} \rightarrow A_s = \frac{46022.93}{\frac{4200}{1,15}} \rightarrow A_s = 12,60 \text{ cm}^2$$

**\*\*Número de barras de 12 mm (diámetro asumido)**

[10  $\phi$  12 c/15 cm]

**Armadura de refuerzo descanso II**

**\*\*Momento flector reducido**

$$\mu = \frac{M d}{b d^2 \cdot f_{cd}} \rightarrow \mu = \frac{6,750 \cdot 10^5}{150 \cdot 12^2 \cdot \frac{210}{1,50}} \rightarrow \mu = 0,22$$

**\*\*Cuantía mecánica**

$$\omega = \mu(1 + \mu) \rightarrow \omega = 0,22(1 + 0,22) \rightarrow \omega = 0,27$$

**\*\*Capacidad mecánica del acero**

$$U_s = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} \rightarrow U_s = 0,27 \cdot 150 \cdot 12 \cdot \frac{210}{1,5} \rightarrow U_s = 68805.80Kg$$

**\*\*Área de acero**

$$A_s = \frac{U_s}{f_{yd}} \rightarrow A_s = \frac{67314,4}{\frac{4200}{1,15}} \rightarrow A_s = 18,84 \text{ cm}^2$$

**\*\*Número de barras de 16mm (diámetro asumido)**

[10  $\phi$  16 c/15 cm]

### Armadura de refuerzo negativo

**\*\*Momento flector reducido**

$$\mu = \frac{M d}{b d^2 \cdot f_{cd}} \rightarrow \mu = \frac{8,266 * 100}{150 * 12^2 * \frac{210}{1,50}} \rightarrow \mu = 0,27$$

**\*\*Cuantía mecánica**

$$\omega = \mu(1 + \mu) \rightarrow \omega = 0,27(1 + 0,27) \rightarrow \omega = 0,35$$

**\*\*Capacidad mecánica del acero**

$$U_s = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} \rightarrow U_s = 0,35 * 150 * 12 * \frac{210}{1,5} \rightarrow U_s = 87715.36 \text{ Kg}$$

**\*\*Área de acero**

$$A_s = \frac{U_s}{f_{yd}} \rightarrow A_s = \frac{85516,4}{\frac{4200}{1,15}} \rightarrow A_s = 24.02 \text{ cm}^2$$

**\*\*Número de barras de 20mm (diámetro asumido)**

[9  $\phi$ 20 c/15 cm]

## **7. CONCLUSIONES**

El presente trabajo de grado se enfocó en el diseño y análisis de escaleras de dos tramos, siguiendo las directrices establecidas por la norma CBH -87, Para llevar a cabo el dimensionamiento también se utilizó la “Guía boliviana de construcción de edificaciones” donde establece las dimensiones mínimas para escaleras, por lo cual se calculó los momentos usando dos modelos uno estático y otro hiperestáticos los cuales fueron desarrollados manualmente (Anexo 1) de los cuales se obtuvo los diagramas de momentos con los cuales se realizó una envolvente, y se diseñó a flexión teniendo en cuenta las cargas actuantes tanto vivas como muertas, lo cual garantiza la seguridad, durabilidad y resistencia de estas estructuras de acceso vertical en diversos entornos.

En ese sentido se obtuvo la armadura necesaria del modelo de la escalera de dos tramos, así tomando en cuenta el diseño final evidenciado en los planos detalle (Anexo 2).

## 8. BIBLIOGRAFIA

Darwin, David., Dolan, C. W. (Charles W., & Nilson, A. H. (s/f). *Design of concrete structures.*

Garcia, J. C. (2009). *Diseño estructural en concreto armado.*

Gaylord, E. H., Gaylord, J. E. H., & Mahamid, M. (2021). *Structural Engineering Handbook MUSTAFA MAHAMID.*

Hibbeler, R. C. (2011). *Análisis Estructural. 8.*

Kassimali, Aslam. (2010). *Structural Analysis.* Cengage Learning.

McCormac, J. C. (2012). *Diseño de estructuras de acero.* Marcombo.

McCormac, J. C., & Brown, R. H. (2014). *Diseño de Concreto reforzado.*

Ministerio de obras publicas. (s/f). *Reglamento boliviano de la construccion.*

Nelson, J. K., & McCormac, J. C. (2006). *Análisis De Estructuras* (3ra ed., Vol. 3ra).

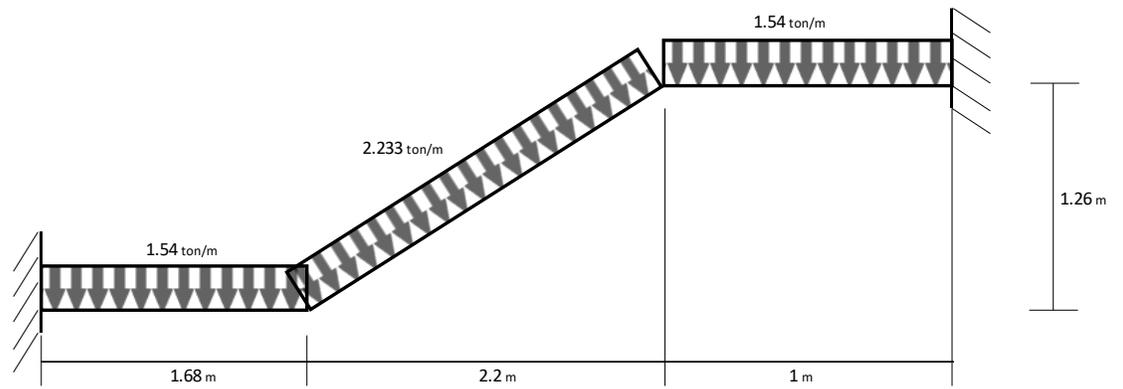
<https://pdfcookie.com/documents/analisis-de-estructuras-mccormac-3ra-edicion-dvm10qjj6rvy>

Traverso Cornejo, T. (2021). *Apuntes - Hormigon Armado.*

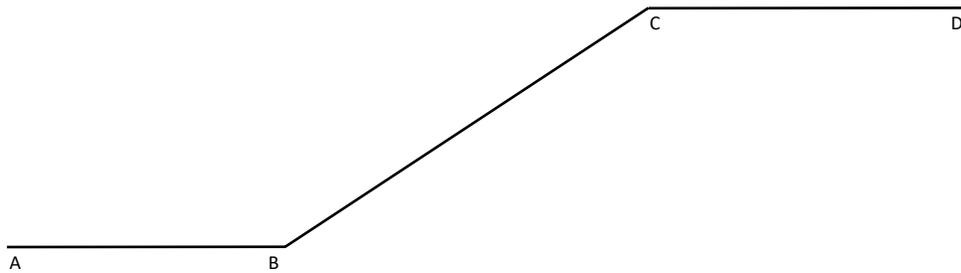
**9. ANEXOS**  
**Anexo 1**

**Resolución del sistema hiperestático**

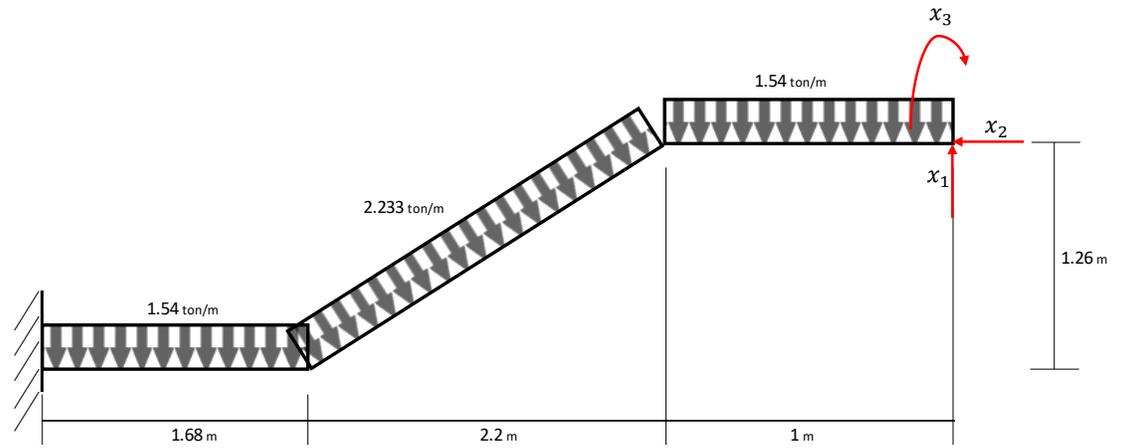
CALCULO DE MOMENTOS POR EL METODO DE LAS FUERZAS



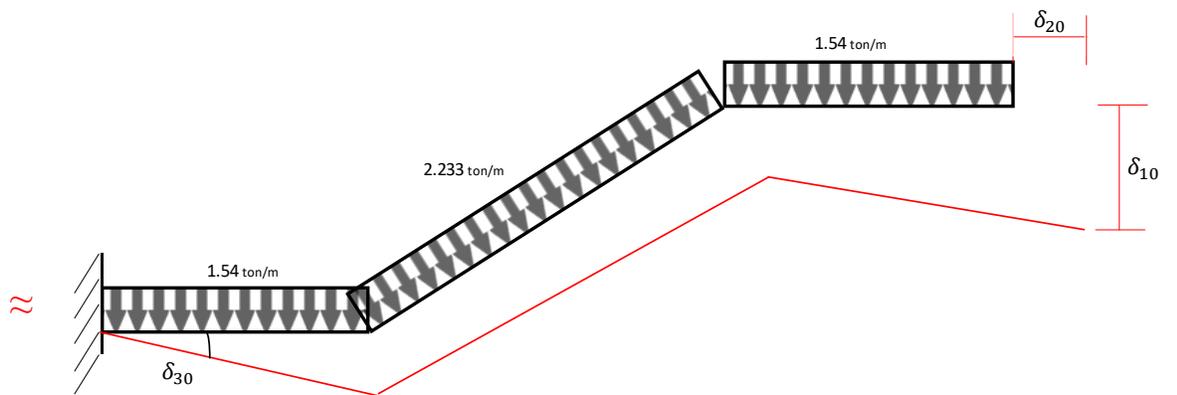
Sistema base isostatico



### Sistema equivalente

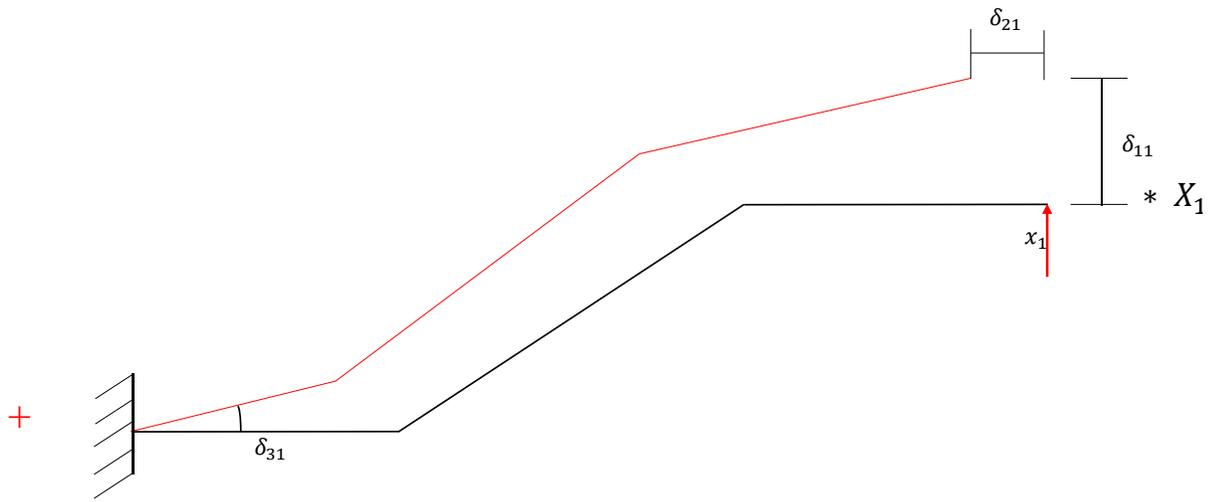


### Sistema de carga real



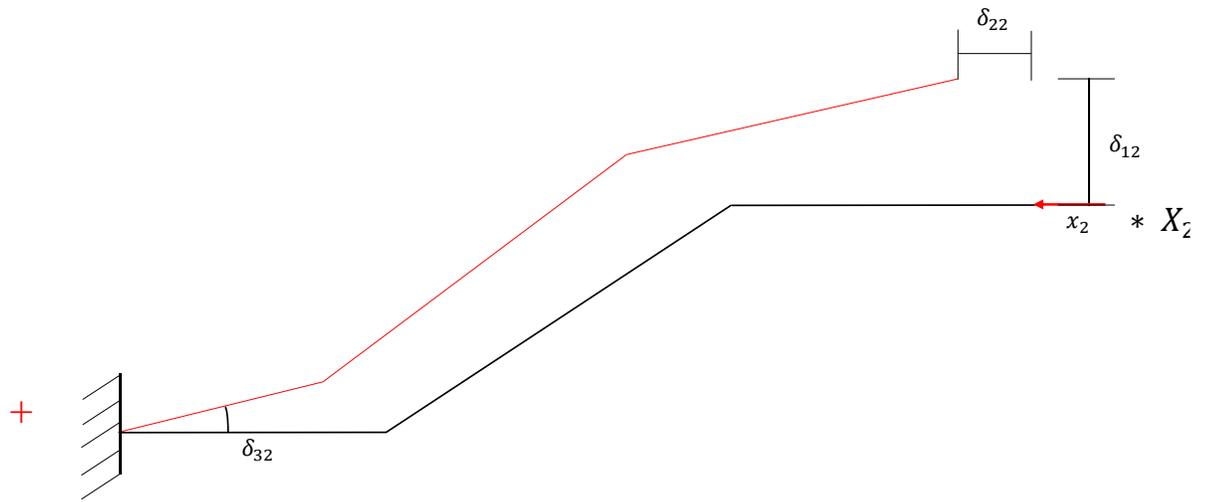
" $M_0$ "

Sistema carga virtual 1



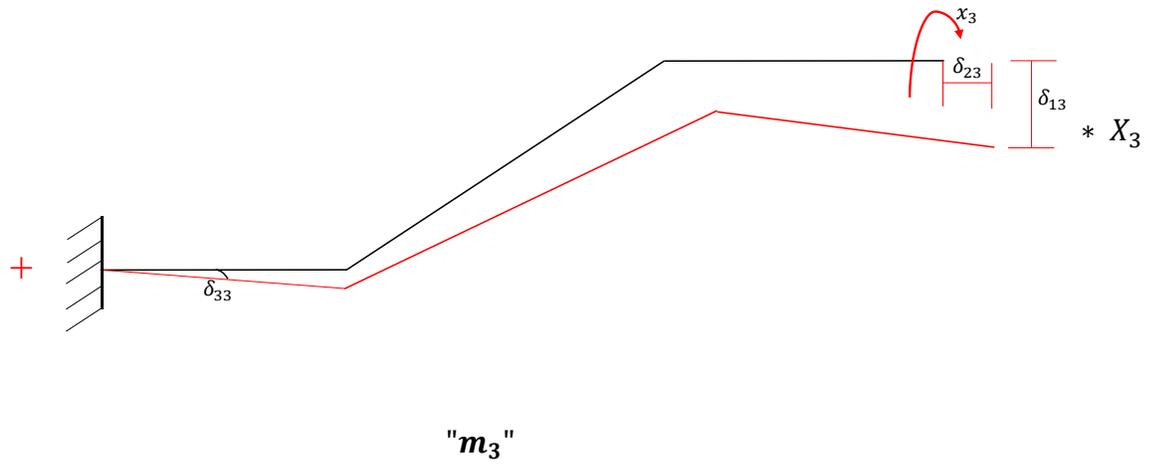
" $m_1$ "

Sistema carga virtual 2



" $m_2$ "

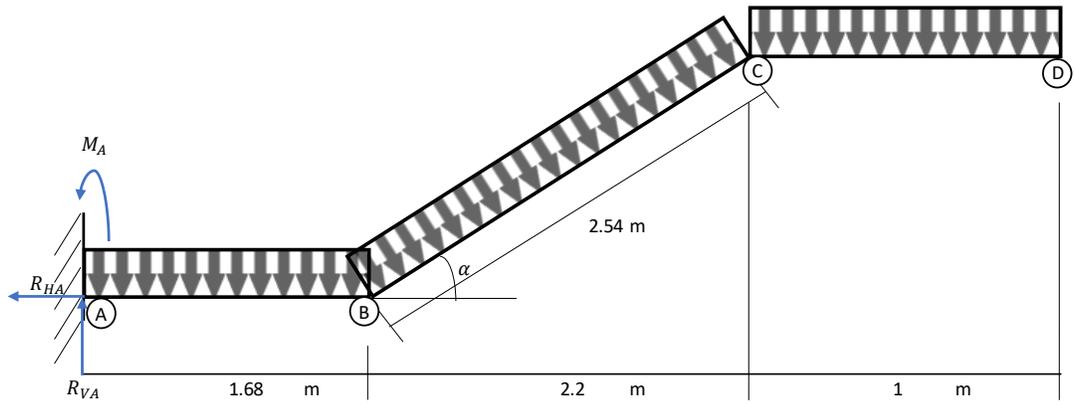
Sistema carga virtual 3



Ecuaciones de compatibilidad de deformaciones:

$$\left. \begin{aligned}
 -\delta_{10} &= \delta_{11} * x_1 + \delta_{12} * x_2 + \delta_{13} * x_3 \\
 -\delta_{20} &= \delta_{21} * x_1 + \delta_{22} * x_2 + \delta_{23} * x_3 \\
 -\delta_{30} &= \delta_{31} * x_1 + \delta_{32} * x_2 + \delta_{33} * x_3
 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{I} \\ \text{II} \\ \text{II} \end{array}$$

Para  $M_0$ :



Reacciones

$$\begin{aligned} \sum MA &= 0 \\ -MA + \left(1.54 * \frac{1.68^2}{2}\right) + \left(2.81 * \frac{1.26}{2}\right) + (4.91 * 2.78) \\ &+ (1.54 * 1 * 4.88) = 0 \end{aligned}$$

$$MA = 24.35 \text{ ton} * m$$

$$\sum FV = 0$$

$$RVA - (1.54 * 1.68) - 4.91 - (1.54 * 1) = 0$$

$$RVA = 9.04 \text{ ton}$$

$$\sum FH = 0$$

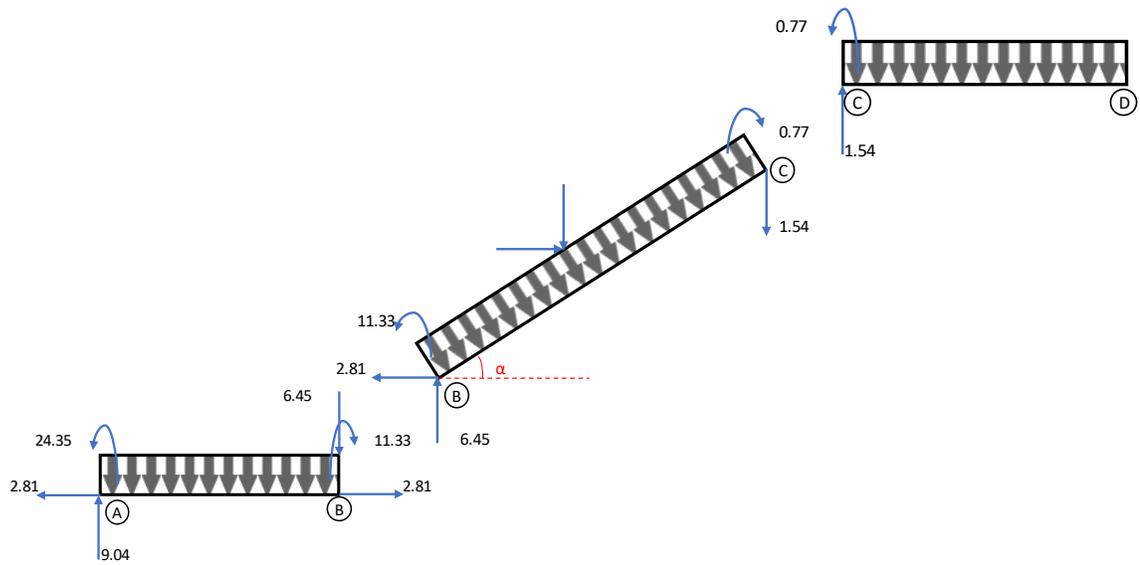
$$-RHA + 2.81 = 0$$

$$RHA = 2.81 \text{ ton}$$

$$\tan \alpha = \frac{1.26}{2.2} \rightarrow \alpha = 29.80$$

$$\cos \alpha = \frac{2.2}{h} \rightarrow h = 2.53m$$

## DISCRETIZANDO



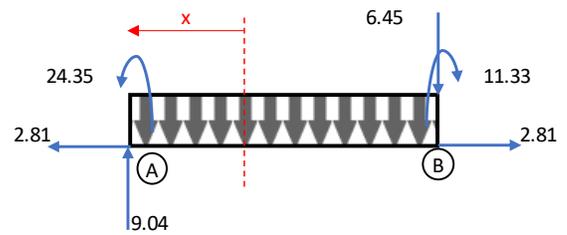
### TRAMO A-B

$$(U \leq X \leq 1,68)$$

$$Mx = 9.04X - \left(1.54 * \frac{X^2}{2}\right) - 24.35$$

$$X = 0 \quad \rightarrow \quad M = -24.35$$

$$X = 1.68 \quad \rightarrow \quad M = -11.33$$

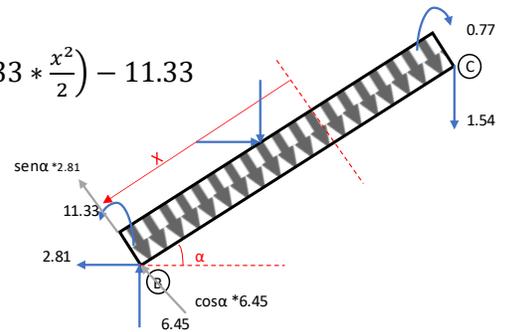


TRAMO B-C  
 $(U \leq X \leq 2,54)$

$$Mx = (x * \cos \alpha * 6.45) + (x * \sin \alpha * 2.81) - \left(2.233 * \frac{x^2}{2}\right) - 11.33$$

$$X = 0 \rightarrow M = -11.33$$

$$X = 2.54 \rightarrow M = -0.77$$



TRAMO C - D  
 $(0 \leq X \leq 1)$

$$Mx = 1.54x - \left(1,54 * \frac{x^2}{2}\right) - 0.77$$

$$X = 0 \rightarrow M = -0.77$$

$$X = 1 \rightarrow M = 0$$

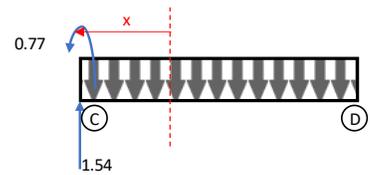
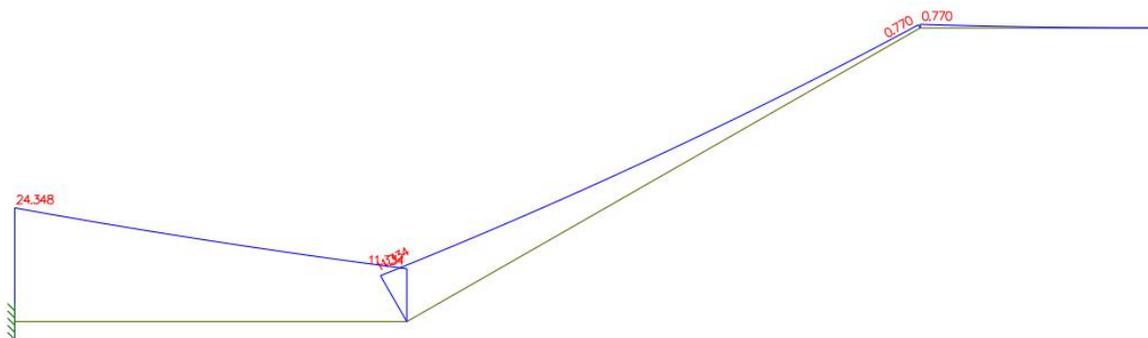
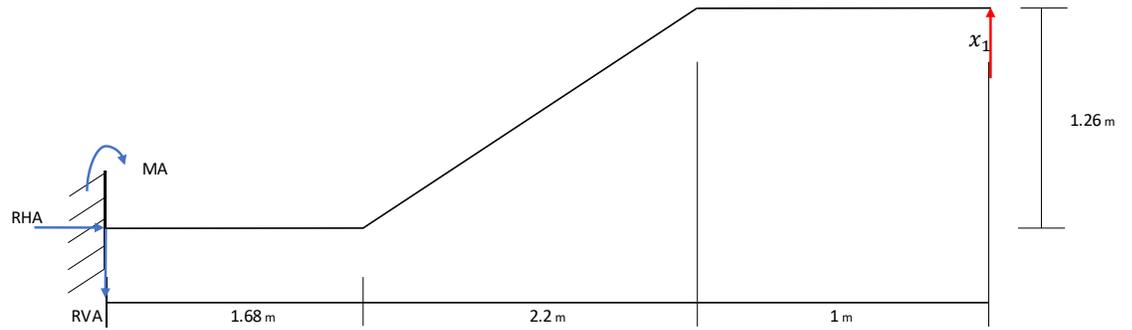


DIAGRAMA DE MOMENTOS  $M_0$



Para  $m_1$ :



HALLANDO MOMENTOS

$$\sum MA = 0$$

$$MA - (1 * 4.88) = 0$$

$$MA = 4.88 \text{ ton} * m$$

$$\sum FV = 0$$

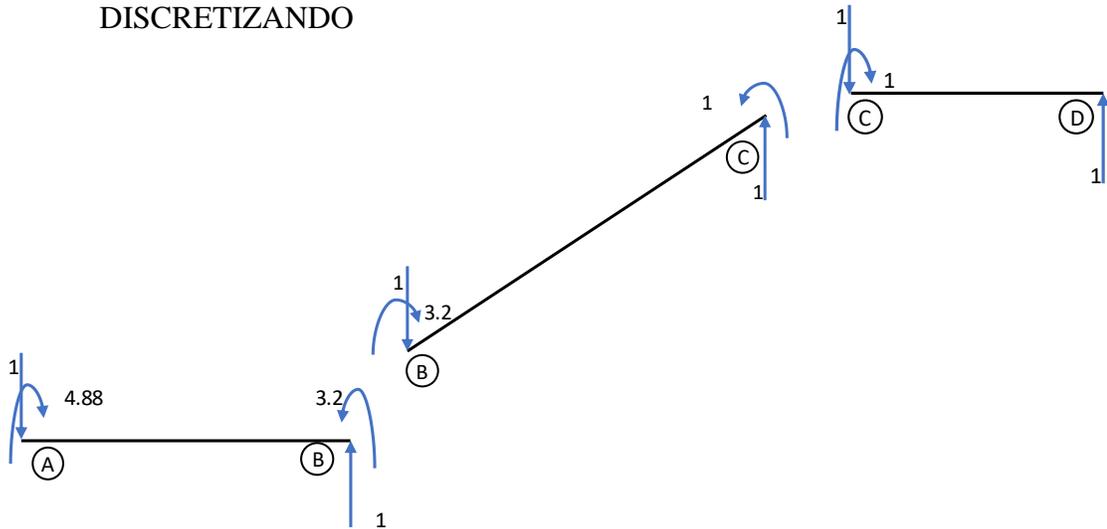
$$-RVA + 1 = 0$$

$$RVA = 1 \text{ ton}$$

$$\sum FH = 0$$

$$RHA = 0$$

DISCRETIZANDO

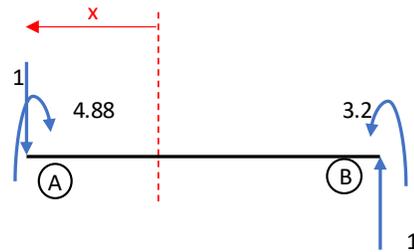


TRAMO A - B  
 $(U \leq X \leq 1,68)$

$$Mx = 4.88 - x$$

$$X = 0 \rightarrow M = 4.88$$

$$X = 1.68 \rightarrow M = 3.2$$

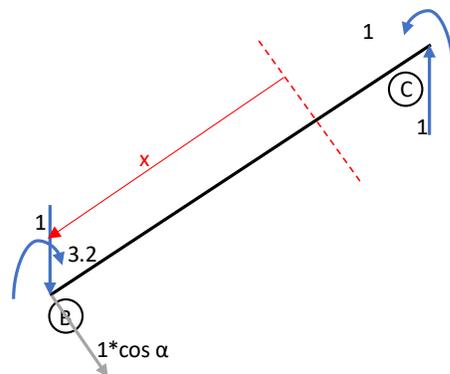


TRAMO B - C  
 $(U \leq X \leq 2,54)$

$$Mx = 3.2 - x \cos \alpha$$

$$X = 0 \rightarrow M = 3.2$$

$$X = 2.54 \rightarrow M = 1$$



TRAMO C - D  
( $0 \leq X \leq 1$ )  
 $Mx = 1 - x$

$$X = 0 \rightarrow M = 1$$
$$X = 1 \rightarrow M = 0$$

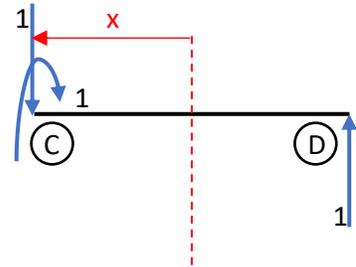
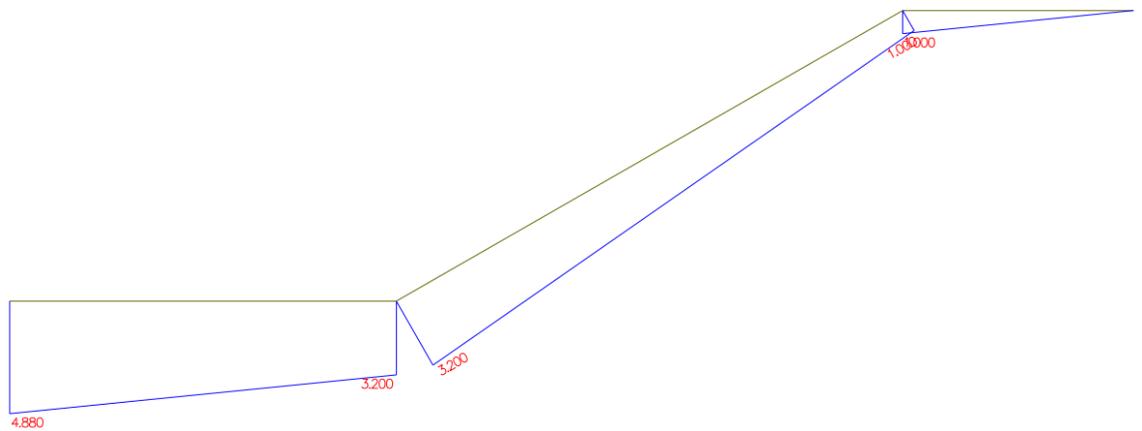
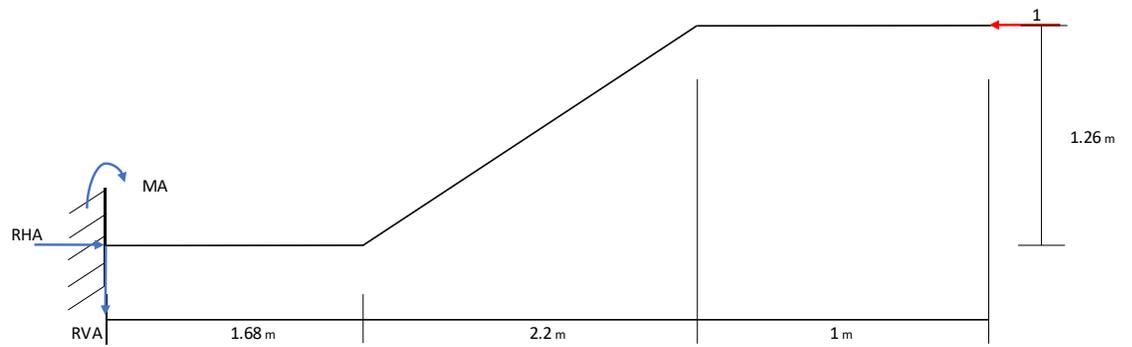


DIAGRAMA DE MOMENTOS  $m_1$



Para  $m_2$ :



HALLANDO MOMENTOS

$$\sum MA = 0$$

$$MA - (1 * 1.26) = 0$$

$$MA = 1.26 \text{ ton} * m$$

$$\sum FV = 0$$

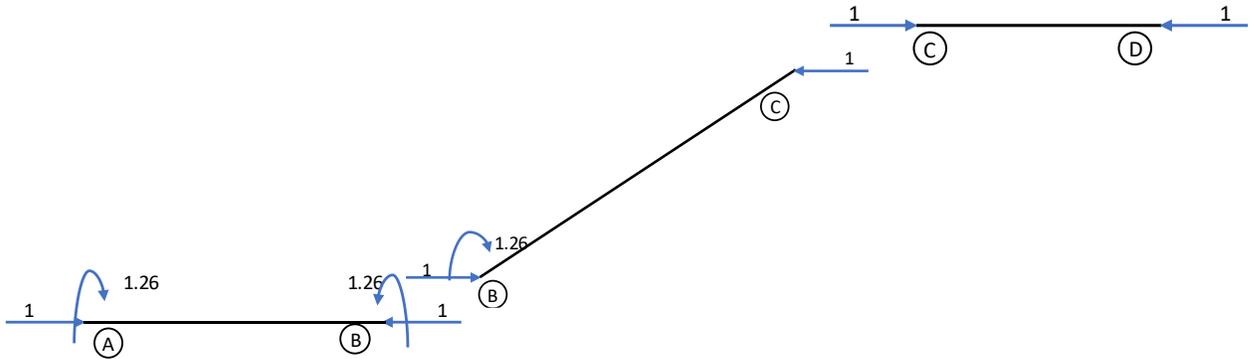
$$RVA = 0$$

$$\sum FH = 0$$

$$RHA - 1 = 0$$

$$RHA = 1 \text{ ton}$$

## DISCRETIZANDO

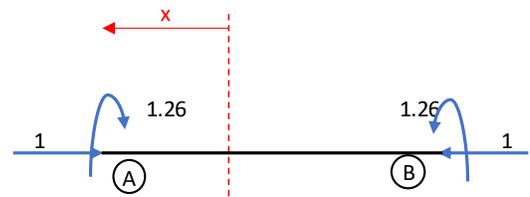


TRAMO A - B  
 $(U \leq X \leq 1,68)$

$$Mx = 1.26$$

$$X = 0 \rightarrow M = 1.26$$

$$X = 1.68 \rightarrow M = 1.26$$

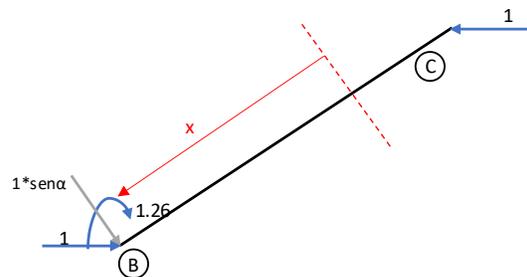


TRAMO B - C  
 $(U \leq X \leq 2,54)$

$$Mx = 1.26 - x \sin \alpha$$

$$X = 0 \rightarrow M = 1.26$$

$$X = 2.54 \rightarrow M = 0$$



TRAMO C - D  
( $0 \leq X \leq 1$ )  
 $Mx = 0$

$$X = 0 \rightarrow M = 0$$
$$X = 1 \rightarrow M = 0$$

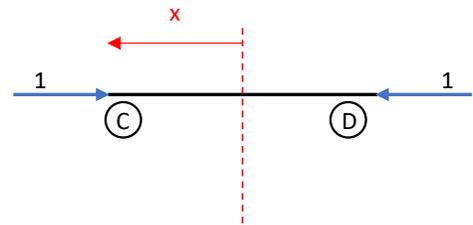
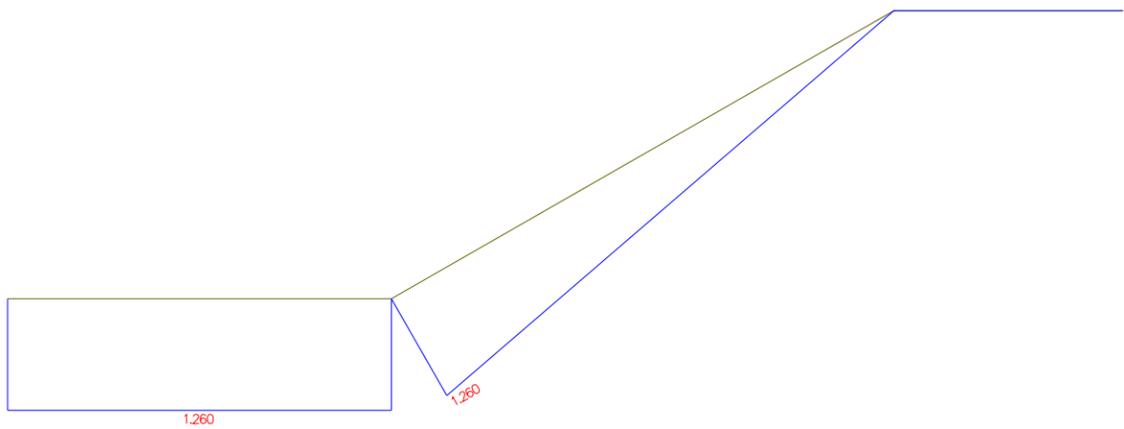
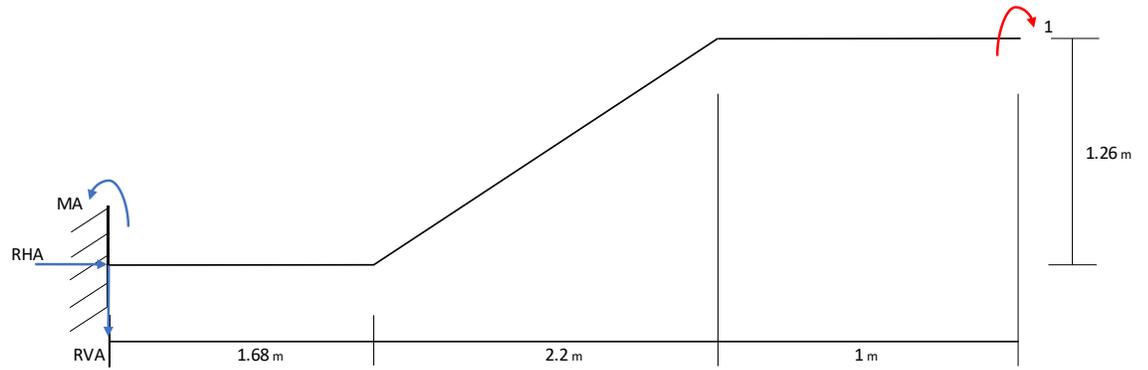


DIAGRAMA DE MOMENTOS  $m_2$



Para  $m_3$ :



HALLANDO MOMENTOS

$$\sum MA = 0$$

$$1 - MA = 0$$

$$MA = 1 \text{ ton} * m$$

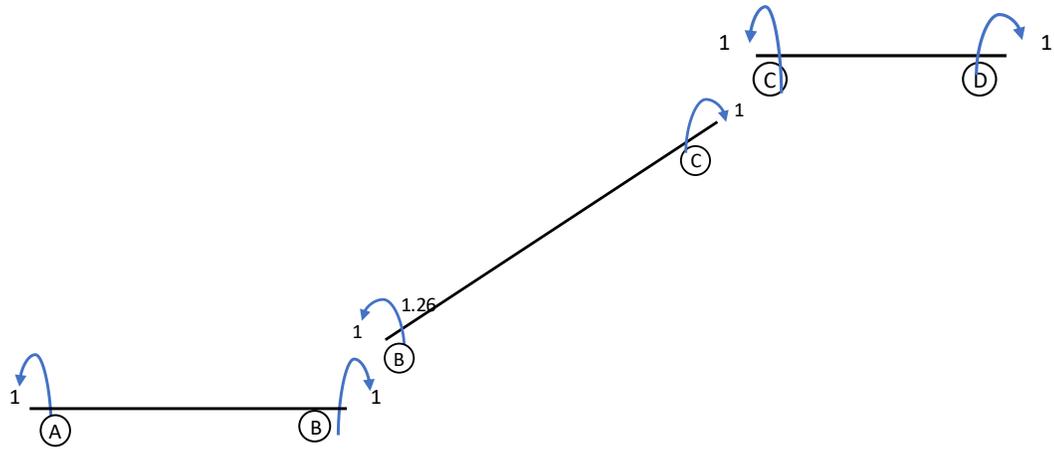
$$\sum FV = 0$$

$$RVA = 0$$

$$\sum FH = 0$$

$$RHA = 0$$

DISCRETIZANDO

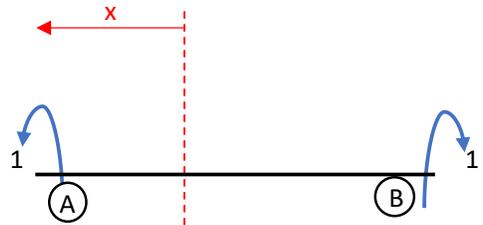


TRAMO A - B  
 $(U \leq X \leq 1,68)$

$$Mx = -1$$

$$X = 0 \rightarrow M = -1$$

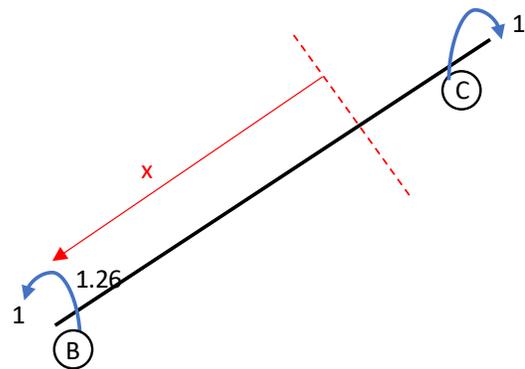
$$X = 1.68 \rightarrow M = -1$$



TRAMO B - C  
 $(U \leq X \leq 2,54)$   
 $Mx = -1$

$$X = 0 \rightarrow M = -1$$

$$X = 2.54 \rightarrow M = -1$$



TRAMO C - D  
( $0 \leq X \leq 1$ )  
 $Mx = -1$

$$X = 0 \rightarrow M = -1$$
$$X = 1 \rightarrow M = -1$$

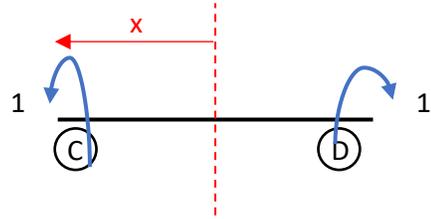
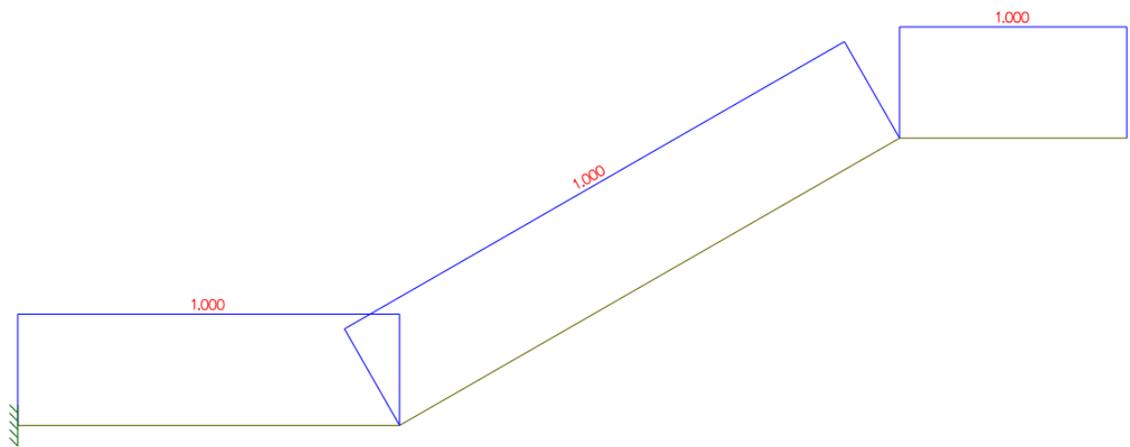


DIAGRAMA DE MOMENTO  $m_3$



## CALCULO DEFORMACIONES

$$\begin{aligned}\int 10 &= \int \frac{M_0 m_1}{EI} dx \\ &= \int_0^{1.68} (9.04x - (1.54 \frac{x^2}{2}) - 24.35) * (4.88 - x) dx + \int_0^{2.54} ((\cos \alpha * 6.45x) + (\sin \alpha * 2.81x) - (2.23 \frac{x^2}{2}) - 11.33) * (3.2 - \cos \alpha x) dx \\ &\quad + \int_0^1 (1.54x - (1.54 \frac{x^2}{2}) - 0.77) * (1 - x) dx\end{aligned}$$

$$EI \int 10 = -152.65$$

$$\begin{aligned}\int 20 &= \int \frac{M_0 m_2}{EI} dx \\ &= \int_0^{1.68} (9.04x - (1.54 \frac{x^2}{2}) - 24.35) * (1.26) dx + \int_0^{2.54} ((\cos \alpha * 6.45x) + (\sin \alpha * 2.81x) - (2.23 \frac{x^2}{2}) - 11.33) * (1.26 - \sin \alpha x) dx \\ &\quad + \int_0^1 (1.54x - (1.54 \frac{x^2}{2}) - 0.77) * (0) dx\end{aligned}$$

$$EI \int 20 = -47.57$$

$$\begin{aligned} \int 30 &= \int \frac{M_0 m_3}{EI} dx \\ &= \int_0^{1.68} (9.04x - (1.54 \frac{x^2}{2}) - 24.35) * (-1) dx + \int_0^{2.54} ((\cos \alpha * 6.45x) \\ &\quad + (\sin \alpha * 2.81x) - (2.23 \frac{x^2}{2}) - 11.33) * (-1) dx \\ &\quad + \int_0^1 (1.54x - (1.54 \frac{x^2}{2}) - 0.77) * (-1) dx \end{aligned}$$

$$EI \int 30 = 41.93$$

$$\int 11 = \int \frac{m_1 m_1}{EI} dx = \int_0^{1.68} (4.88 - x)^2 dx + \int_0^{2.54} (3.2 - \cos \alpha x)^2 dx + \int_0^1 (1 - x)^2 dx$$

$$EI \int 11 = 40.35$$

$$\int 22 = \int \frac{m_2 m_2}{EI} dx = \int_0^{1.68} (1.26)^2 dx + \int_0^{2.54} (1.26 - \sin \alpha x)^2 dx + \int_0^1 (0)^2 dx$$

$$EI \int 22 = 4.01$$

$$\int 33 = \int \frac{m_3 m_3}{EI} dx = \int_0^{1.68} (-1)^2 dx + \int_0^{2.54} (-1)^2 dx + \int_0^1 (-1)^2 dx$$

$$EI \int 33 = 5.21$$

$$\begin{aligned} \int 12 - 21 &= \int \frac{m_1 m_2}{EI} dx \\ &= \int_0^{1.68} (4.88 - x) * (1.26) dx + \int_0^{2.54} (3.2 - \cos \alpha x) (1.26 - \sin \alpha x) dx \\ &\quad + \int_0^1 (1 - x) * (0) dx \end{aligned}$$

$$EI \int 12 - 21 = 12.49$$

$$\begin{aligned}
\int 13 - 31 &= \int \frac{m_1 m_3}{EI} dx \\
&= \int_0^{1.68} (4.88 - x) * (-1) dx + \int_0^{2.54} (3.2 - \cos \alpha x) (-1) dx \\
&\quad + \int_0^1 (1 - x) * (-1) dx
\end{aligned}$$

$$EI \int 13 - 31 = -12.61$$

$$\begin{aligned}
\int 23 - 32 &= \int \frac{m_2 m_3}{EI} dx \\
&= \int_0^{1.68} (1.26) * (-1) dx + \int_0^{2.54} (1.26 - \sin \alpha x) (-1) dx \\
&\quad + \int_0^1 (0) * (-1) dx
\end{aligned}$$

$$EI \int 23 - 32 = -3.71$$

### Reemplazando y ordenando la matriz

$$\begin{array}{rclcl} 40.35 x_1 & 12.49 x_2 & -12.61 x_3 & = & 152.65 \\ 12.49 x_1 & 4.01 x_2 & -3.37 x_3 & = & 47.57 \\ -12.61 x_1 & -3.37 x_2 & 5.21 x_3 & = & -41.93 \end{array}$$

$$\begin{array}{rclcl} x_1 & 40.35 & 12.49 & -12.61 & 152.65 \\ x_2 = & 12.49 & 4.01 & -3.37 & * 47.57 \\ x_3 & -12.61 & -3.37 & 5.21 & -41.93 \end{array} \quad \text{LA FORMA ES } \rightarrow X = A^{-1} * B$$

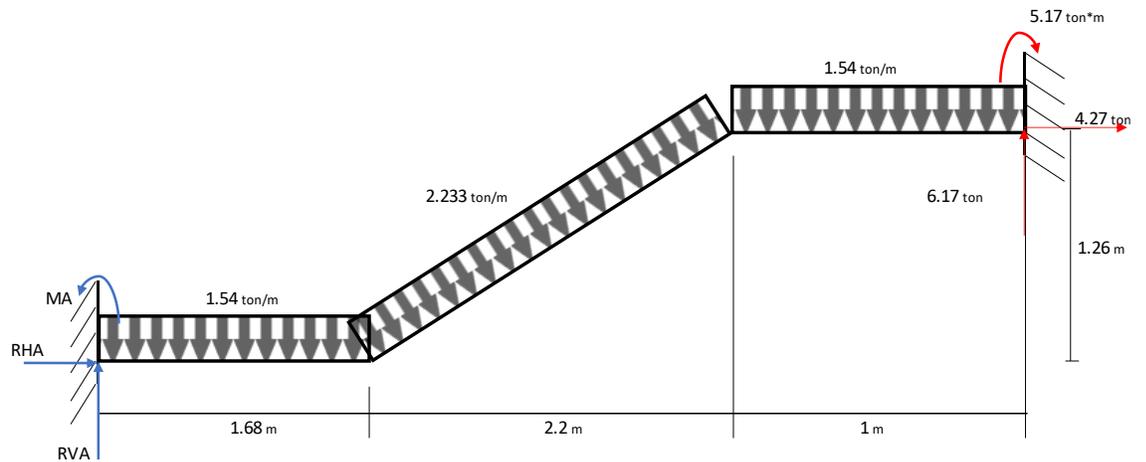
$$A^{-1} = \begin{array}{ccc} 1.22 & -3.14 & 0.71 \\ -3.14 & 8.81 & -1.32 \\ 0.71 & -1.32 & 0.98 \end{array}$$

Ahora  $\rightarrow X = A^{-1} * B$

$$\begin{array}{rclcl} x_1 & 1.22 & -3.14 & 0.71 & 152.65 \\ x_2 = & -3.14 & 8.81 & -1.32 & * 47.57 \\ x_3 & 0.71 & -1.32 & 0.98 & -41.93 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x_1 = 6.7178 \\ x_2 = 4.2673 \\ x_3 = 5.1663 \end{array}$$

Volviendo al sistema original



Reacciones

$$\sum MA = 0$$

$$-MA + \left(1.54 * \frac{1.68^2}{2}\right) + \left(2.81 * \frac{1.26}{2}\right) + (4.91 * 2.78) + (1.54 * 1 * 4.88) - (6.72 * 4.88) + (4.27 * 1.26) + 5.17 = 0$$

$$MA = 2.11 \text{ ton} * \text{m}$$

$$\sum FV = 0$$

$$Rva - (1.54 * 1.68) - 4.91 - (1.54 * 1) + 6.72 = 0$$

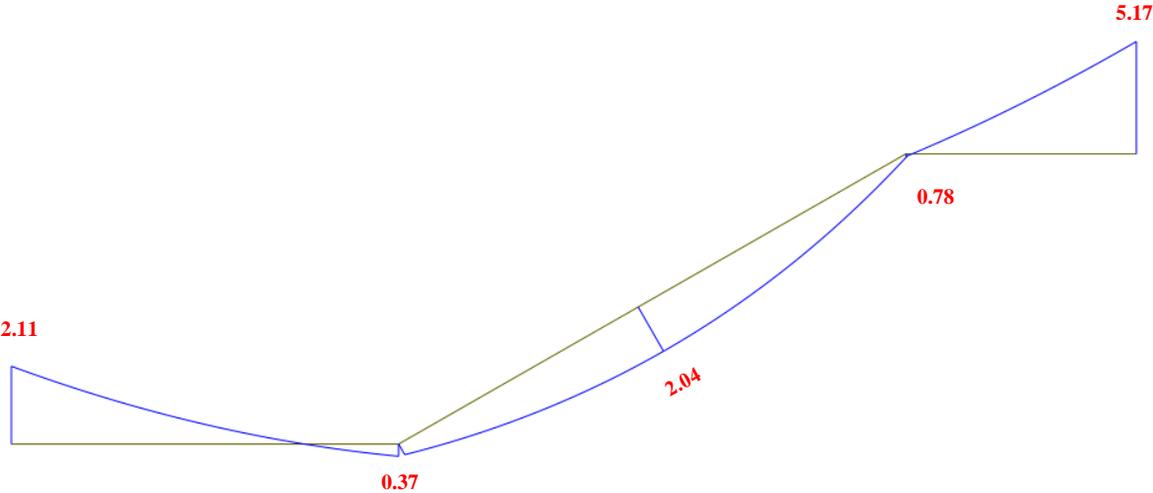
$$Rva = 2.322 \text{ ton}$$

$$\sum FH = 0$$

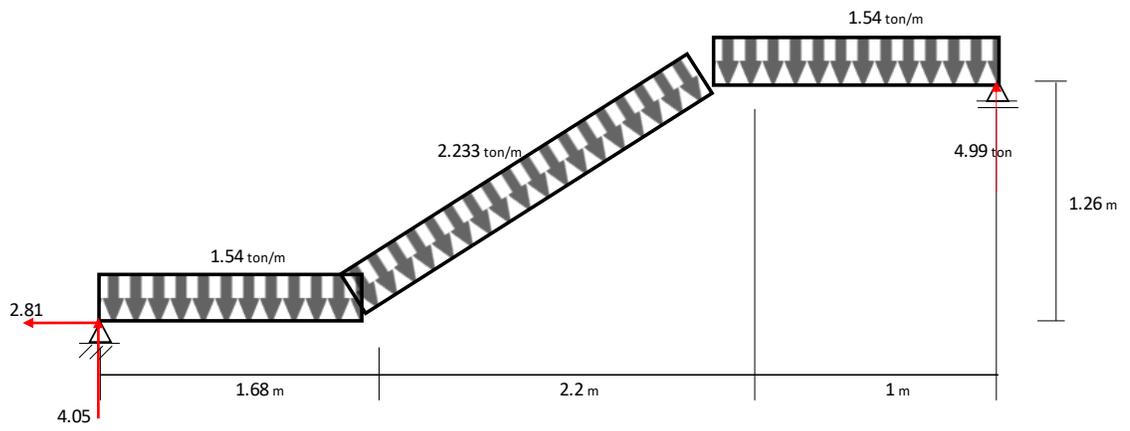
$$-Rha + 2.81 + 4.27 = 0$$

$$Rha = 7.08 \text{ ton}$$

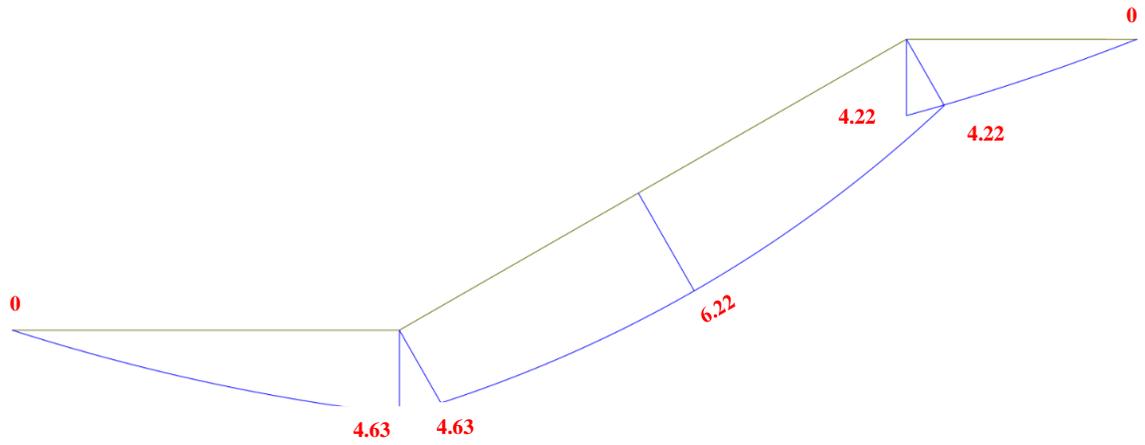
DIAGRAMA DE MOMENTOS



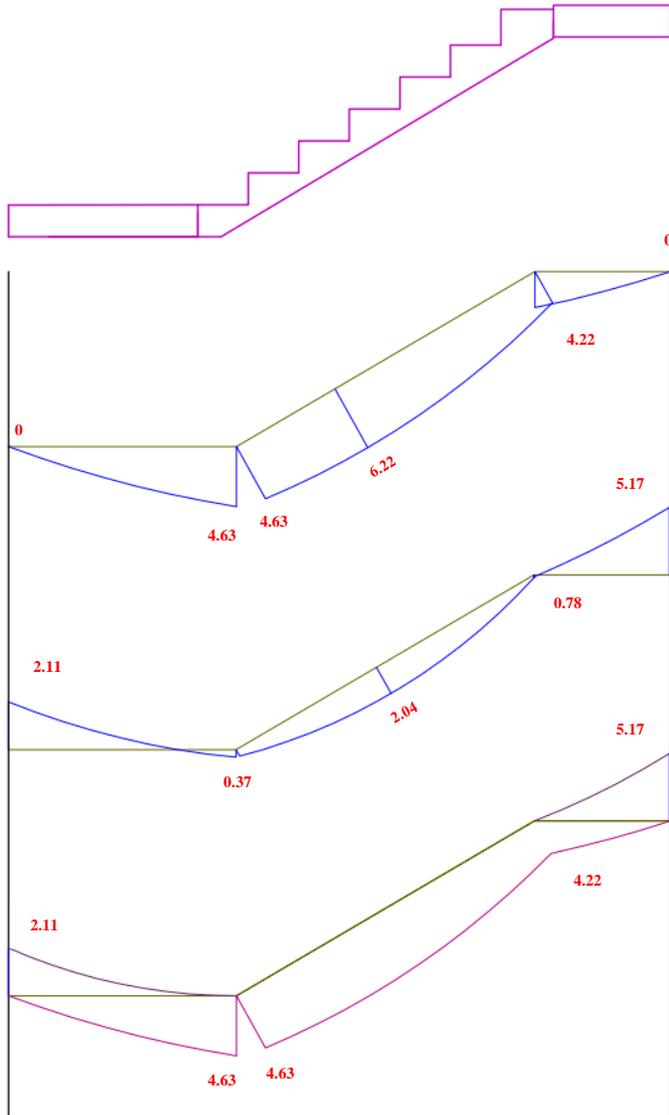
## SISTEMA ISOSTATICO



## DIAGRAMA DE MOMENTOS



# ENVOLVENTE



**ISOSTÁTICO**

**HIPERESTÁTICO**

**ENVOLVENTE**

## **Anexo 2**

### **Planos detalle**