

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRÉS
FACULTAD DE INGENIERÍA
CARRERA DE INGENIERÍA MECÁNICA - ELECTROMECAÁNICA



DISEÑO Y SIMULACIÓN DE UN ESTABILIZADOR ADAPTATIVO MEDIANTE
REDES NEURONALES PARA EL SISTEMA DE POTENCIA CARRASCO, BULO
BULO Y ENTRE RÍOS

Proyecto de Grado Presentado en Cumplimiento de los Requisitos
para la Obtención del Grado Académico de:
INGENIERO ELECTROMECAÁNICO

Presentado por:

Alcon Sullcani Luis Fernando

Tutor:

Ing. Ruperto Aduviri Rodriguez

La Paz – Bolivia

2023



**UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRÉS
FACULTAD DE INGENIERIA**



LA FACULTAD DE INGENIERIA DE LA UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRÉS AUTORIZA EL USO DE LA INFORMACIÓN CONTENIDA EN ESTE DOCUMENTO SI LOS PROPÓSITOS SON ESTRICTAMENTE ACADÉMICOS.

LICENCIA DE USO

El usuario está autorizado a:

- a) Visualizar el documento mediante el uso de un ordenador o dispositivo móvil.
- b) Copiar, almacenar o imprimir si ha de ser de uso exclusivamente personal y privado.
- c) Copiar textualmente parte(s) de su contenido mencionando la fuente y/o haciendo la cita o referencia correspondiente en apego a las normas de redacción e investigación.

El usuario no puede publicar, distribuir o realizar emisión o exhibición alguna de este material, sin la autorización correspondiente.

TODOS LOS DERECHOS RESERVADOS. EL USO NO AUTORIZADO DE LOS CONTENIDOS PUBLICADOS EN ESTE SITIO DERIVARA EN EL INICIO DE ACCIONES LEGALES CONTEMPLADAS EN LA LEY DE DERECHOS DE AUTOR.

RESUMEN

En este trabajo se trata la aplicación de técnicas de diseño de sistemas de control, así como también la implementación del aprendizaje automático mediante redes neuronales para amortiguar oscilaciones de baja frecuencia en sistemas de potencia cuando están sometidas a perturbaciones.

Para ello, se abordará el controlador PSS, y los controladores FACTS basados en SVC y VSC. Estos controladores se implementarán en el sistema de potencia de una máquina síncrona conectado a un bus infinito y en el sistema de potencia de múltiples generadores, con el propósito de demostrar su contribución en la estabilidad de los sistemas de potencia. Se abordará el modelo linealizado de Heffron- Phillips que nos ayudará a encontrar la representación en el espacio de estados de cada uno de los sistemas que se consideran en este proyecto. Los métodos de control que se emplearán son: método de asignación de polos y método de compensación de fase. También se empleará el diseño mediante MATLAB SIMULINK SISOTOOL para los casos de sistemas de potencia de múltiples generadores.

Una vez desarrollados los conceptos de los controladores FACTS, se realizará el diseño de un controlador basado en un SVC para el sistema de potencia Carrasco, Bulo Bulo y Entre Ríos.

Finalmente, se realizará el diseño de un controlador MRNC basado en redes neuronales artificiales multicapa y el modelo del algoritmo de propagación de errores hacia atrás, para el sistema Carrasco, Bulo Bulo y Entre Ríos, con el objetivo de aprender por sí mismo el controlador FACTS basado en un SVC.

DEDICATORIA

A mis amados padres: Virginia y Vicente

A mi querido hermano Jorge

ÍNDICE GENERAL

INTRODUCCIÓN.....	1
1. Antecedentes.....	2
2. Planteamiento del problema	3
3. Propuesta de solución	4
4. Objetivos	5
4.1. Objetivo general	5
4.2. Objetivos específicos	5
5. Justificación	5
6. Límites y alcances	6
6.1. Límites.....	6
6.2. Alcances	6
FUNDAMENTO TEÓRICO	9
1. Máquina síncrona – Bus Infinito instalado con un Estabilizador de Sistema de Potencia.....	9
1.1. Modelo dinámico de circuito magnético lineal	9
1.2. Bus infinito	12
1.3. Modelo de escala de tiempo múltiple	13
1.3.1. Eliminación de los transitorios del estator y red.....	18
1.3.2. El modelo de dos ejes	23
1.3.3. El modelo de un eje.....	25
1.3.4. Modelo clásico	26
1.4. Modelo linealizado.....	27
1.5. Diseño del estabilizador PSS mediante asignación de polos	31
2. Máquina síncrona – Bus Infinito instalado con un SVC	33
2.1. Modelo linealizado	33
2.2. Cálculo de compensación inicial	40
2.3. Diseño del estabilizador SVC mediante el método de compensación de fase	43

3. Máquina síncrona – Bus Infinito instalado con un convertidor de fuente de voltaje	46
3.1. Modelo linealizado	46
3.2. Cálculo de compensación inicial	53
3.3. Diseño del estabilizador VSC mediante el método de compensación de fase	56
4. Sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el Estabilizador de Sistemas de Potencia	59
4.1. Modelo linealizado (Heffron - Phillips) de un sistema de potencia de múltiples generadores instalado con Estabilizadores de Sistemas de Potencia	59
4.2. Identificación de los modos electromecánicos de oscilación	63
4.2.1. Factor de Participación	63
4.2.2. Modos de oscilación y Relación de Participación.....	63
4.3. Diseño del controlador PSS mediante el método de compensación de fase	64
5. Sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el compensador estático VAR	67
5.1. Modelo linealizado (Heffron - Phillips) de un sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el compensador estático VAR.....	67
5.2. Señal de retroalimentación y selección de locación de instalación.....	77
6. Sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el convertidor de fuente de voltaje	83
6.1. Modelo linealizado (Heffron - Phillips) de un sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el convertidor de fuente de voltaje	83
6.2. Señal de retroalimentación.....	103
ESTUDIO DE SIMULACIÓN	106
1. Máquina síncrona	106
1.1. Diagrama de bloques de una máquina síncrona	107
1.2. Cálculos de operación en estado estable	114
1.3. Reactancias, constantes de tiempo estándar y derivadas de una máquina síncrona estándar	115
1.4. Comportamiento dinámico durante un cambio repentino en el torque de entrada	119
1.5. Comportamiento dinámico durante una falla trifásica en las terminales de la máquina	133
2. Máquina síncrona – Bus Infinito instalado con un PSS.....	138
2.1. Parámetros iniciales	138
2.2. Condiciones balanceadas en estado estable	139

2.3.	Cálculo de las constantes K del modelo de Heffron-Phillips y representación en el espacio de estados ..	140
2.4.	Diseño del estabilizador de sistemas de potencia mediante asignación de polos	141
3.	Máquina sincrónica – Bus Infinito instalado con un compensador estático de Potencia Reactiva	144
3.1.	Parámetros iniciales	144
3.2.	Cálculo de la compensación inicial	144
3.3.	Cálculo de variables	145
3.4.	Condiciones balanceadas es estado estable	146
3.5.	Cálculo de las constantes K del modelo de Heffron-Phillips y representación en el espacio de estados para el diseño del controlador PI de voltaje	147
3.6.	Cálculo de las constantes K' del modelo de Heffron-Phillips considerando el controlador PI del voltaje y representación en el espacio de estados para el diseño del controlador del compensador estático de potencia reactiva	148
3.7.	Diseño del controlador del compensador estático de potencia reactiva mediante el método de compensación de fase	149
4.	Máquina sincrónica – Bus Infinito instalado con un convertidor de fuente de voltaje	153
4.1.	Parámetros iniciales	153
4.2.	Cálculo de la compensación inicial	154
4.3.	Condiciones balanceadas es estado estable	155
4.4.	Cálculo de las constantes K y K' del modelo de Heffron-Phillips y representación en el espacio de estados para el diseño de los controladores PI de m y Φ	155
4.5.	Diseño del estabilizador del convertidor de fuente de voltaje mediante el método de compensación de fase	157
5.	Sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el Estabilizador de Sistemas de Potencia	160
5.1.	Parámetros iniciales	160
5.2.	Condiciones balanceadas en estado estable	164
5.3.	Cálculo de la matriz de red equivalente, y ecuaciones linealizadas de las componentes de las corrientes y del voltaje en el marco de referencia dq	165
5.4.	Cálculo de las constantes K del modelo de Heffron-Phillips	166
5.5.	Representación en el espacio de estados	166
5.6.	Selección de locación de instalación	167
5.7.	Diseño del controlador del compensador estático de potencia reactiva mediante el método de compensación de fase	168

6.	Sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el compensador estático VAR	171
6.1.	Parámetros iniciales	171
6.2.	Cálculo de la compensación inicial	174
6.3.	Condiciones balanceadas en estado estable	177
6.4.	Cálculo de la matriz de red equivalente	178
6.5.	Ecuaciones linealizadas de las componentes de las corrientes y del voltaje en el punto donde se instala el compensador en el marco de referencia dq	178
6.6.	Cálculo de las constantes K del modelo de Heffron-Phillips	179
6.7.	Representación en el espacio de estados para el diseño del controlador PI de voltaje	181
6.8.	Cálculo de las constantes K' del modelo de Heffron-Phillips	183
6.9.	Representación en el espacio de estados para el diseño del controlador SVC.....	184
6.10.	Señal de retroalimentación.....	186
6.11.	Ecuación de salida.....	187
6.12.	Selección de locación de instalación.....	187
6.13.	Estabilizador SVC.....	189
7.	Sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el convertidor de fuente de voltaje	191
7.1.	Parámetros iniciales	191
7.2.	Cálculo de la compensación inicial	194
7.3.	Condiciones balanceadas es estado estable	195
7.4.	Cálculo de la matriz de red equivalente	198
7.5.	Ecuaciones linealizadas de las componentes de las corrientes y del voltaje en el punto donde se instala el compensador en el marco de referencia dq	198
7.6.	Cálculo de las constantes K del modelo de Heffron-Phillips	200
7.7.	Representación en el espacio de estados para el diseño del controlador PI de Δm y $\Delta \phi$	202
7.8.	Cálculo de las constantes K' del modelo de Heffron-Phillips	204
7.9.	Representación en el espacio de estados considerando los controladores Δm y $\Delta \phi$	206
7.10.	Señal de retroalimentación.....	208
7.11.	Ecuación de salida.....	208
7.12.	Selección de locación de instalación.....	209
7.13.	Estabilizador VSC.....	211
8.	Sistema de potencia Carrasco, Buló Buló y Entre Ríos, instalado con el compensador estático VAR	213
8.1.	Parámetros iniciales	213

8.2.	Cálculo de la compensación inicial	218
8.3.	Condiciones balanceadas en estado estable	219
8.4.	Cálculo de la matriz de red equivalente	220
8.5.	Ecuaciones linealizadas de las componentes de las corrientes y del voltaje en el punto donde se instala el compensador en el marco de referencia dq	220
8.6.	Cálculo de las constantes K del modelo de Heffron-Phillips	221
8.7.	Diseño del AVR	222
8.8.	Representación en el espacio de estados para el diseño del controlador PI de voltaje	223
8.9.	Cálculo de las constantes K' del modelo de Heffron-Phillips	225
8.10.	Representación en el espacio de estados instalado con el SVC	226
8.11.	Señal de retroalimentación.....	227
8.12.	Ecuación de salida.....	228
8.13.	Selección de locación de instalación.....	228
8.14.	Diseño del controlador del compensador estático de potencia reactiva mediante el método del lugar de las raíces	230
8.15.	Diseño del controlador neuronal de modelo de referencia	231
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES		236
1.	Máquina sincrónica	236
2.	Máquina sincrónica – Bus infinito instalado con un PSS.....	237
3.	Máquina sincrónica – Bus infinito instalado con un SVC	237
4.	Máquina sincrónica – Bus infinito instalado con un VSC	238
5.	Sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el PSS.....	239
6.	Sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el SVC	240
7.	Sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el VSC	240
8.	Sistema de potencia Carrasco, Bulo Bulo y Entre Ríos.....	241
BIBLIOGRAFÍA		243

ANEXSOS	i
ANEXO: FUNDAMENTO TEÓRICO	i
1. Introducción.....	i
2. Máquina sincrónica.....	i
3. Máquina sincrónica – Bus infinito instalado con un compensador estático VAR.....	i
4. Máquina sincrónica – Bus infinito instalado con un convertidor de fuente de voltaje	i
ANEXO: ESTUDIO DE SIMULACIÓN	i
1. Máquina sincrónica – Bus infinito instalado con un estabilizador de sistemas de potencia	i
2. Máquina sincrónica – Bus infinito instalado con un compensador estático VAR.....	i
3. Máquina sincrónica – Bus infinito instalado con un convertidor de fuente de voltaje	i
4. Sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el estabilizador de sistemas de potencia	i
5. Sistema de potencia de múltiples generadores instalado con un compensador estático VAR	i
6. Sistema de potencia de múltiples generadores instalado con un convertidor de fuente de voltaje	i
7. Sistema de potencia Carrasco, Bulo Bulo y Entre Ríos.....	i

ÍNDICE DE FIGURAS

INTRODUCCIÓN.....	1
<i>Figura 1-1.</i> Modelo IEEE Benchmark con dos áreas y cuatro generadores para el estudio de oscilaciones entre áreas.....	3
<i>Figura 1-2.</i> Diagrama de bloque del controlador de aprendizaje automático basado en redes neuronales artificiales	4
<i>Figura 1-3.</i> Modelo computacional de una neurona.....	4
<i>Figura 1-4.</i> Sistema de potencia de un solo generador y bus infinito.....	7
<i>Figura 1-5.</i> Sistema de tres generadores y seis nodos para implementar el control PSS.....	7
<i>Figura 1-6.</i> Sistema de dos áreas, cuatro generadores y once nodos para implementar el estabilizador FACTS basado en un SVC	7
<i>Figura 1-7.</i> Sistema de dos áreas, cuatro generadores y diez nodos para implementar el estabilizador FACTS basado en un VSC	8
<i>Figura 1-8.</i> Sistema Carrasco, Bulu Bulu y Entre Ríos.....	8
FUNDAMENTO TEÓRICO	9
<i>Figura 2-1-1.</i> Generador sincrónico conectado a un bus infinito a través de una línea	14
<i>Figura 2-1-2.</i> Transformación entre el marco de referencia fijo en el rotor y el marco de referencia que gira sincrónicamente.....	15
<i>Figura 2-1-3.</i> Modelo sin transitorios de estator y red	22
<i>Figura 2-1-4.</i> Modelo de dos ejes	24
<i>Figura 2-1-5.</i> Modelo de un eje	25
<i>Figura 2-1-6.</i> Modelo de clásico	27

Figura 2-1-7. Modelo linealizado.....	30
Figura 2-2-1. Máquina sincrónica conectado a un bus infinito y equipado con un SVC.....	33
Figura 2-2-2. Sistema de potencia equivalente de la figura 2-2-1	34
Figura 2-2-3. Configuración del control para un SVC con FC - TCR	36
Figura 2-2-4. Circuito modelo de una máquina sincrónica conectado a un bus infinito y equipado con un compensador estático de potencia reactiva	40
Figura 2-2-5. Diagrama de bloques del modelo linealizado Heffron – Phillips del sistema máquina sincrónica – bus infinito instalado con un SVC.....	42
Figura 2-2-6. Trayectoria de la señal estabilizadora del modelo linealizado Heffron – Phillips del sistema máquina sincrónica – bus infinito instalado con un SVC.....	43
Figura 2-3-1. Máquina sincrónica conectado a un bus infinito y equipado con un convertidor de fuente de voltaje	46
Figura 2-3-2. Diagrama de fasores del sistema de la figura 2-3-1	47
Figura 2-3-3. Diagrama de bloques del modelo linealizado Heffron – Phillips del sistema máquina sincrónica – bus infinito instalado con un VSC.....	54
Figura 2-3-4. Circuito modelo de una máquina sincrónica conectado a un bus infinito y equipado con un convertidor de fuente de voltaje.....	54
Figura 2-3-5. Trayectoria de la señal estabilizadora del modelo linealizado Heffron – Phillips del sistema máquina sincrónica – bus infinito instalado con un VSC.....	57
Figura 2-4. Representación en el espacio de estados de la trayectoria de la señal estabilizadora del modelo de Heffron-Phillips del sistema de potencia de múltiples generadores instalado con un PSS	64
Figura 2-5-1. Sistema de potencia de múltiples generadores instalado con un SVC	67
Figura 2-5-2. Configuración del control para un SVC basado en un FC – TCR para un sistema de potencia de múltiples generadores.....	73
Figura 2-5-3. SVC instalado en el i-ésimo nodo	78

Figura 2-6-1. Sistema de potencia de múltiples generadores instalado con un VSC	85
Figura 2-6-2. Configuración del controlador de voltaje AC del VSC.....	98
Figura 2-6-3. Configuración del controlador de voltaje DC del VSC	99
Figura 2-6-4. VSC instalado entre el nodo 1 y 2, en el nodo L.....	103
ESTUDIO DE SIMULACIÓN	106
Figura 3-1-1 (a). Flujo de variables en el eje q.	107
Figura 3-1-1 (b). Torque electromagnético, velocidad y ángulo del rotor	107
Figura 3-1-1 (c). Flujo de variables en el eje d	108
Figura 3-1-2 (a). Simulación del generador sincrónico con los datos de la tabla 3.1	109
Figura 3-1-2 (b). Bloque; generador en el marco de referencia fijo en el rotor	110
Figura 3-1-2 (c). Bloque; ecuaciones del circuito en el eje q	111
Figura 3-1-2 (d). Bloque; rotor	111
Figura 3-1-2 (e). Bloque; ecuaciones del circuito en el eje d	112
Figura 3-1-2 (f). Bloque; transformación del marco de referencia que gira sincrónicamente al marco de referencia fijo en el rotor	112
Figura 3-1-2 (g). Bloque; circuito oscilador	113
Figura 3-1-2 (h). Bloque; transformación del marco de referencia fijo en el rotor al marco de referencia que gira sincrónicamente	113
Figura 3-1-2 (i). Bloque; magnitudes instantáneas VIPQ	113
Figura 3-1-3 (a). Comportamiento de un generador con dos devanados de amortiguación en el eje q. Con V_s, I_s, P_{gen} y Q_{gen} en por unidad, y el tiempo en segundos	123
Figura 3-1-3 (b). Comportamiento de un generador con dos devanados de amortiguación en el eje q. Con δ, T_e, I'_{rfd} y I_{as} en por unidad, y el tiempo en segundos.....	124

Figura 3-1-4 (a). Comportamiento de un generador con un devanado de amortiguación en el eje q . Con V_s , I_s , P_{gen} y Q_{gen} en por unidad, y el tiempo en segundos	125
Figura 3-1-4 (b). Comportamiento de un generador con un devanado de amortiguación en el eje q . Con $delt$, Te , I'_{rfd} y I_{as} en por unidad, y el tiempo en segundos	126
Figura 3-1-5. Comportamiento de un generador sincrónico con resistencias de los devanados de amortiguación al 20%.....	127
Figura 3-1-6. Comportamiento de un generador sincrónico con resistencias de los devanados de amortiguación al 180%.....	128
Figura 3-1-7 (a). Comportamiento de un generador sincrónico con una constante de inercia $H = 9 \text{ seg}$. Con V_s , I_s , P_{gen} y Q_{gen} en por unidad, y el tiempo en segundos	129
Figura 3-1-7 (b). Comportamiento de un generador sincrónico con una constante de inercia $H = 9 \text{ seg}$. Con $delt$, Te , I'_{rfd} y I_{as} en por unidad, y el tiempo en segundos.....	130
Figura 3-1-8. Respuestas del generador de turbina hidráulica.....	131
Figura 3-1-9. Respuestas del generador de turbina de vapor	132
Figura 3-1-10 (a). Comportamiento de un generador de turbina de vapor durante una falla trifásica. Con V_s , I_s , P_{gen} y Q_{gen} en por unidad, y el tiempo en segundos	134
Figura 3-1-10 (b). Comportamiento de un generador de turbina de vapor durante una falla trifásica. Con $delt$, Te , I'_{rfd} y I_{as} en por unidad, y el tiempo en segundos	135
Figura 3-1-11 (a). Comportamiento de las variables en el marco de referencia del rotor: V_{rqs} y V_{rds}	136
Figura 3-1-11 (b). Comportamiento de las variables en el marco de referencia del rotor: I_{rqs} y I_{rds}	137
Figura 3-2-1. Diagrama fasorial para la operación de generación para el sistema de potencia de máquina sincrónica – bus infinito instalado con un estabilizador de sistemas de potencia.....	139
Figura 3-2-2. Respuesta al impulso unitario con el sistema de potencia (generador sincrónico – bus infinito) instalado con el PSS	143
Figura 3-3-1. Gráfica las características de operación $vSVC$ versus $iSVC$ y $QSVC$ versus $vSVC$	146

Figura 3-3-2. Diagrama fasorial para la operación de generación para el sistema de potencia de máquina sincrónica – bus infinito instalado con un compensador estático de potencia reactiva	147
Figura 3-3-3. Respuesta al impulso unitario con el sistema de potencia (generador sincrónico – bus infinito) instalado con el SVC.....	152
Figura 3-4-1. Gráfica las características de operación $vVSC$ versus $iVSC$ y $QVSC$ versus $vVSC$. v, i y Q indican voltaje, corriente y potencia reactiva respectivamente.	154
Figura 3-4-2. Diagrama fasorial para la operación de generación para el sistema de potencia de máquina sincrónica – bus infinito instalado con un convertidor de fuente de voltaje.....	155
Figura 3-4-3. Respuesta al impulso unitario con el sistema de potencia (generador sincrónico – bus infinito) instalado con el VSC.....	159
Figura 3-5-1. Sistema de tres generadores y seis nodos para implementar el control PSS incluyendo susceptancias e impedancias.....	163
Figura 3-5-2. Estudio de flujo de potencia mediante MATLAB PSAT del sistema de la figura 3-5-1	163
Figura 3-5-3. Diagrama fasorial para la operación de generación del sistema de tres generadores y seis nodos para implementar el control de los estabilizadores de sistemas de potencia.....	164
Figura 3-5-4. Respuesta al impulso unitario con el sistema de potencia de múltiples generadores con y sin el PSS	170
Figura 3-6-1. Sistema de dos áreas, cuatro generadores y once nodos para implementar el estabilizador FACTS basado en un SVC incluyendo longitud de las líneas de transmisión.....	174
Figura 3-6-2. Estudio de flujo de potencia mediante MATLAB PSAT del sistema de la figura 3-6-1	174
Figura 3-6-3. Gráfica las características de operación $vSVC$ versus $iSVC$ y $vSVC$ versus $QSVC$	176
Figura 3-6-4. Diagrama fasorial para la operación de generación del sistema de dos áreas, cuatro generadores y once nodos para implementar el control del compensador estático VAR	177
Figura 3-6-5. Respuesta al impulso y escalón unitario del sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el SVC	190

Figura 3-7-1. Sistema de dos áreas, cuatro generadores y diez nodos para implementar el estabilizador FACTS basado en un VSC incluyendo longitud de las líneas de transmisión.....	194
Figura 3-7-2. Estudio de flujo de potencia mediante MATLAB PSAT del sistema de la figura 3-7-1	194
Figura 3-7-3. Gráfica las características de operación $vVSC$ versus $iVSC$ y $QVSC$ versus $vVSC$	196
Figura 3-7-4. Diagrama fasorial para la operación de generación para el sistema de potencia de múltiples generadores instalado con un convertidor de fuente de voltaje	197
Figura 3-7-5. Respuesta al impulso y escalón unitario del sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el VSC	212
Figura 3-8-1. Sistema Carrasco, Bulo Bulo y Entre Ríos para el diseño del estabilizador FACTS basado en un SVC.....	216
Figura 3-8-2. Sistema Carrasco, Bulo Bulo y Entre Ríos para implementar el estabilizador FACTS basado en un SVC incluyendo longitud de las líneas de transmisión	217
Figura 3-8-3. Estudio de flujo de potencia mediante MATLAB PSAT del sistema de la figura 3-8-2	217
Figura 3-8-4. Gráfica las características de operación $vSVC$ versus $iSVC$ y $vSVC$ versus $QSVC$	219
Figura 3-8-5. Diagrama fasorial para la operación de generación del sistema Carrasco, Bulo Bulo y Entre Ríos instalado con el control del compensador estático VAR	220
Figura 3-8-6. Respuesta al impulso unitario con el sistema de potencia Carrasco, Bulo Bulo y Entre Ríos instalado con el SVC	231
Figura 3-8-7. Respuesta al impulso y escalón unitario del sistema de potencia Carrasco, Bulo Bulo y Entre Ríos instalado con el SVC con MATLAB SIMULINK.	232
Figura 3-8-8. Controlador neuronal de modelo de referencia del sistema Carrasco, Bulo Bulo y Entre Ríos	233
Figura 3-8-9. Identificación del sistema de potencia Carrasco, Bulo Bulo y Entre Ríos sin el controlador SVC: SimuSys_Ref_1.....	233
Figura 3-8-10. Controlador del modelo de referencia del sistema de potencia Carrasco, Bulo Bulo y Entre Ríos instalado con el controlador SVC: SimuSys_Ref_2	234

Figura 3-8-11. Respuesta al impulso unitario del sistema de potencia Carrasco, Buló Buló y Entre Ríos
..... 235

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES236

BIBLIOGRAFÍA243

ANEXOSI

ÍNDICE DE TABLAS

INTRODUCCIÓN	1
FUNDAMENTO TEÓRICO	9
Tabla 2. Reactancias estándar de la máquina sincrónica	10
ESTUDIO DE SIMULACIÓN	106
Tabla 3.1. Parámetros y valores nominales de un generador sincrónico	106
Tabla 3.2. Reactancias estándar de la máquina sincrónica	116
Tabla 3.3 Constantes de tiempo estándar de una máquina sincrónica	117
Tabla 3.4. Constates de tiempo derivadas de una máquina sincrónica	118
Tabla 3.5. Parámetros y valores nominales de un generador de turbina hidráulica	121
Tabla 3.6. Parámetros y valores nominales de un generador de turbina de vapor	122
Tabla 3.7. Parámetros iniciales de una maquina sincrónica y bus infinito para demostrar el efecto de un PSS	138
Tabla 3.8. Parámetros iniciales de una maquina sincrónica y bus infinito para demostrar el efecto del SVC.....	144
Tabla 3.9. Parámetros iniciales de una maquina sincrónica y bus infinito para demostrar el efecto de un VSC.....	153
Tabla 3.10. Parámetros iniciales del sistema de potencia de múltiples generadores para demostrar el efecto del PSS	160
Tabla 3.11. Impedancias y admitancias del sistema de potencia de múltiples generadores para demostrar el efecto del PSS	162

Tabla 3.12. Parámetros iniciales del sistema de potencia de múltiples generadores para demostrar el efecto del SVC	171
Tabla 3.13. Impedancias y admitancias del sistema de potencia de múltiples generadores para demostrar el efecto del SVC	173
Tabla 3.14. Parámetros iniciales del sistema de potencia de múltiples generadores para demostrar el efecto del VSC	191
Tabla 3.15. Impedancias y admitancias del sistema de potencia de múltiples generadores para demostrar el efecto del VSC	193
Tabla 3.16. Parámetros iniciales del sistema de potencia Carrasco, Bulo Bulo y Entre Ríos para demostrar el efecto del SVC	213
Tabla 3.17. Parámetros iniciales de los transformadores del sistema de potencia Carrasco, Bulo Bulo y Entre Ríos.....	214
Tabla 3.18. Impedancias y admitancias del sistema Carrasco, Bulo Bulo y Entre Ríos.....	215
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	236
BIBLIOGRAFÍA	243
ANEXSOS	I

ÍNDICE DE ABREVIATURAS

AVR	<i>Automatic Voltage Regulator</i>
CNDC	<i>Comite Nacional de Despacho de Carga</i>
DC	<i>Direct Current</i>
DTA	<i>Damping Torque Analysis</i>
FACTS	<i>Flexible AC Transmission System</i>
FC - TCR	<i>Fixed Capacitor - Thyristor Controlled Reactor</i>
IEEE	<i>Institute of Electrical and Electronics Engineers</i>
MRNC	<i>Model - Reference Neural Controller</i>
NERC	<i>North American Electric Reliability</i>
PI	<i>Proporcional e Integral</i>
PSS	<i>Power System Stabilizer</i>
SIN	<i>Sistema Interconectado Nacional</i>
SVC	<i>Static VAR Compensator</i>
VSC	<i>Voltaje-Sourced Converter</i>

INTRODUCCIÓN

Los ordenadores han demostrado, gracias a su potencia de cálculo, la capacidad de resolver problemas de gran complejidad de forma tal que su campo de acción se ha extendido rápidamente, provocando una verdadera revolución en el orden social y económico. Sin embargo, existen muchas tareas que un ordenador aún no es capaz de resolver y que para nosotros resultan ser sencillas. Una posible causa de esta diferencia son los millones de años en los que los animales desarrollaron capacidades sensoriales y motoras antes de que solo los animales más evolucionados fuesen capaces de razonar, comunicarse, utilizar herramientas o desarrollar el cálculo. En apenas unas décadas, los ordenadores, que comenzaron siendo herramientas de cálculo, se utilizaron para controlar sistemas, transmitir datos, razonar de forma simbólica y planificar. Sólo recientemente se ha conseguido dotar a las máquinas de capacidades sensoriales similares a las de los animales y métodos, aún muy rudimentarios, de procesar el lenguaje natural mediante el cual nos comunicamos los humanos.

Desde el nacimiento de la *inteligencia artificial*, una reunión de la universidad de Darmouth en 1956, se planteaba una propuesta que partía de la siguiente conjetura inicial: “Cualquier aspecto del aprendizaje o cualquier otra característica de la inteligencia puede describirse de manera tan precisa que se puede construir una máquina para simularlo”. Además, el objetivo final de la I.A. (inteligencia artificial) estaba reflejado en un test propuesto por Alan Turing en 1950 que sirve para evaluar si un sistema artificial exhibe una conducta inteligente. Según el test de Turing, una máquina superaría el test si fuese capaz de lograr la eficiencia de un ser humano en todas las actividades de tipo cognitivo hasta el punto de ser capaz de engañar a un evaluador humano, el cual sería incapaz de determinar si estaba interactuando con una máquina o con otro ser humano. Obviamente, las cosas no resultaron tan fáciles como se preveía y aún hoy quedan muchos problemas por resolver.

Por tanto, la definición clásica de inteligencia artificial de Elaine Rich, de la Universidad de Texas en Austin es la definición más adecuada hoy en día: el estudio de cómo hacer que los ordenadores hagan cosas que, por ahora, los humanos hacemos mejor. Esta definición es un enfoque adaptable de la I.A., ya que, en cuanto un problema abordado por técnicas de I.A. se resuelve satisfactoriamente, pasa a quedar automáticamente fuera de su ámbito de actuación. Por otro lado, mantiene perenne el interés de la I.A. centrando nuestra atención en aquellos problemas que, actualmente, los seres humanos somos capaces de resolver mejor que las máquinas.

Dada la definición que utilizamos de inteligencia artificial, muchos sistemas a los que nos hemos habituado, hace unas décadas se considerarían ejemplos genuinos de I.A.: juegos de ajedrez, sistemas de reconocimiento de voz, asistentes digitales... Del mismo modo, muchas otras tareas para las que actualmente pensamos que requieren I.A. porque están reservadas a los humanos, en el futuro nos parecerá normal que las máquinas se encarguen de ellas. No por ello apreciamos demasiada inteligencia en esas máquinas. Simplemente,

serán capaces de realizar de forma eficiente las tareas para las que hayan sido diseñadas, ya sea jugar al ajedrez o conducir un coche.

La *inteligencia computacional* es la capacidad de aprendizaje de un ordenador a partir de datos u observaciones experimentales. Engloba distintas metodologías y enfoques mediante las cuales se pretende resolver problemas reales que no se pueden modelar matemáticamente, ya sea porque son excesivamente complejos para ser resueltos de forma analítica, porque presenten cierto grado de incertidumbre o porque son estocásticos y presentan cierto grado de aleatoriedad. Mediante este término se engloba diversas técnicas a las que habitualmente se les atribuye la etiqueta de *informática blanda* (*soft computing*), como por ejemplo las *redes neuronales artificiales*. Las técnicas de soft computing o inteligencia computacional están diseñadas para tratar de forma explícita con la presencia de imprecisión en los datos, incertidumbre, información incompleta y resultados aproximados. Como, en la práctica, esto es algo que sucede habitualmente las técnicas de soft computing suelen ser especialmente robustas como técnicas de *aprendizaje automático*.

En este proyecto se muestra una aplicación de redes neuronales artificiales en el diseño de un estabilizador adaptativo de un sistema de potencia.

1. Antecedentes

Un sistema de potencia es un sistema a gran escala con una distribución geográfica muy amplia, un número muy grande de componentes, y una dinámica de respuesta muy rápida. Perturbaciones en un componente puede rápidamente extenderse a todo el sistema. La más importante tarea en el diseño y operación de sistemas de potencia es analizar el comportamiento transitorio y dinámico del sistema de potencia en diferentes niveles de perturbación y luego determinar la estrategia de control apropiada y las medidas correspondientes.

Desde la década de 1960, gran cantidad de apagones ocurrieron frecuentemente causando enormes pérdidas económicas. El apagón de la red eléctrica en el este de Norte América, que ocurrió en 2003, ha inspirado una ola mundial de investigaciones sobre la investigación de grandes apagones en la red eléctrica. En 2012, India tubo el apagón de mayor escala en la historia de la humanidad. Con la integración de fuentes de energía renovables a gran escala, el modo operativo de la red eléctrica se ha vuelto cambiante. La integración de la generación distribuida y las micro redes han causado que la red de distribución sea modificable, incluso en la configuración. Además, la aplicación de dispositivos electrónicos de potencia introduce una gran cantidad de componentes no lineales controlados en la red, lo que hace que el funcionamiento estable y el control de la red eléctrica sea cada vez más difícil. Por lo tanto, existe una necesidad urgente de estudiar la seguridad de la defensa de una gran red eléctrica.

Personal del sistema de potencia en China llevo a cabo una gran cantidad de investigaciones para garantizar el funcionamiento seguro y estable del sistema de potencia, presentando tres líneas de defensa en un sistema de potencia para hacer frente a graves fallas. La primera línea de defensa garantiza que el sistema tenga un cierto margen de seguridad en condiciones normales de funcionamiento, no pierda la fuente de alimentación y la

carga, y mantenga una operación estable ante fallas no graves. La segunda línea de defensa garantiza que el sistema de estabilidad no sea destruido y las fallas no se expandan cuando ocurran fallas relativamente serias. La tercera línea de defensa garantiza que el sistema no colapse y que apagones en grandes áreas no ocurran en el caso de fallas extremadamente graves.

2. Planteamiento del problema

Los sistemas de potencia son sistemas dinámicos complejos y muy largos, que requieren básicamente estabilidad y seguridad. Las características de alta dimensión de los modelos, la incertidumbre del modo de operación del sistema, la fuerte no linealidad de los componentes y la aleatoriedad de las perturbaciones hacen que la estabilidad del sistema eléctrico sea muy complicada. Así, con la interconexión a gran escala de las redes de potencia, el análisis del mecanismo dinámico, y el análisis de la estabilidad y control de sistemas de potencia llegaron a ser muy complicados.

La estabilidad de sistemas de potencia puede resumirse como la capacidad de un sistema de mantener un estado de equilibrio bajo condiciones iniciales dadas o para restaurar a un estado de equilibrio después de que ocurra la perturbación. Con esta premisa, se requiere un sistema de control que cumpla los requerimientos de estabilidad del *Sistema Interconectado Nacional (SIN)* de Bolivia. Este sistema implica el estudio de una arquitectura de red eléctrica sometidos a oscilaciones entre áreas como el que se muestra en el modelo de referencia IEEE de la figura 1-1.

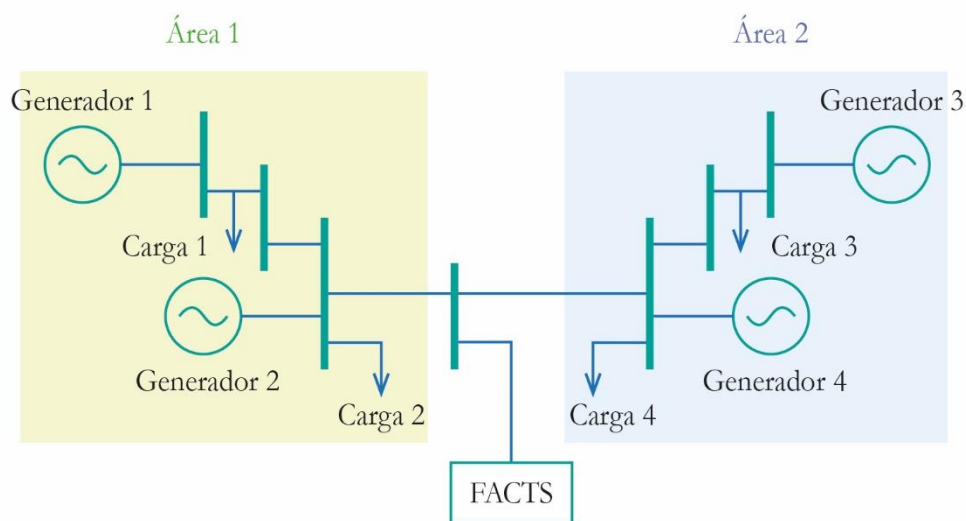


Figura 1-1. Modelo IEEE Benchmark con dos áreas y cuatro generadores para el estudio de oscilaciones entre áreas. Adaptado de “ANN Control for Damping Low-Frequency Oscillation Using Deep Learning,” Seong-Su Jhang et al., p 2, Copyright Dept. of EE, Kwangwoon University and Seoul University.

3. Propuesta de solución

Se implementará el aprendizaje automático basado en redes neuronales artificiales multicapa y el modelo de *Propagación de Errores Hacia Atrás* (figura 1-2), con el objetivo de aprender por sí mismo el modelo de la planta y el estabilizador conocido como *Sistema de Transmisión Flexible AC* basado en un *Compensador Estático VAR*.

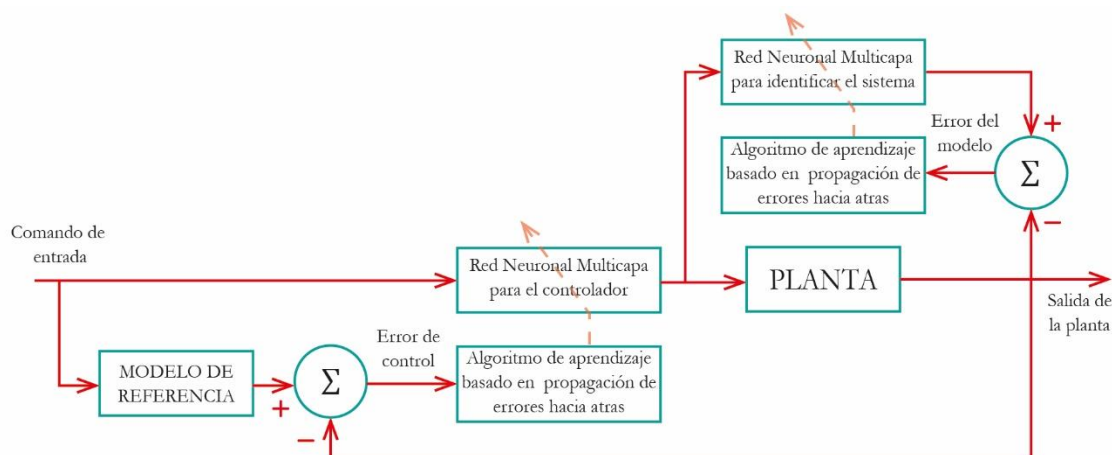


Figura 1-2. Diagrama de bloque del controlador de aprendizaje automático basado en redes neuronales artificiales. Adaptado de “Model Reference Adaptive Neural Control of a Variable Structure System,” Moises Bonilla et al., 2003, Sofía, p. 6, Copyright 2003 by Bulgaria Academy of Sciences.

La red neuronal artificial se organiza en capas compuestas de neuronas. Estas neuronas tienen un modelo computacional como el que se muestra en la figura 1-3. La figura 1-3 nos muestra que la neurona artificial combina las diferentes entradas x_i con sus pesos w_i , que modelan sus conexiones sinápticas, para determinar su entrada neta z ; la entrada neta y una función de activación generan una salida y . Así,

$$y = f(z) = \sum_i x_i w_i \quad (1.1)$$

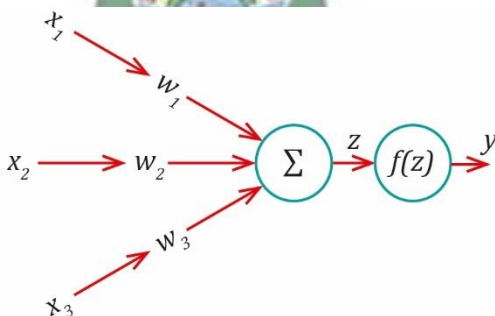


Figura 1-3. Modelo computacional de una neurona. x_i es la entrada i , w_i es el peso i , z la entrada neta y y la salida. Adaptado de “ANN Control for Damping Low-Frequency Oscillation Using Deep Learning,” Seong-Su Jhang et al., p 2, Copyright Dept. of EE, Kwangwoon University and Seoul University.

4. Objetivos

4.1. Objetivo general

Diseñar y simular un estabilizador adaptativo mediante redes neuronales para el sistema de potencia Carrasco, Bulu Bulu y Entre Ríos.

4.2. Objetivos específicos

- Simular el sistema de potencia de un solo generador – bus infinito de la figura 1-4 con el *Estabilizador de Sistemas de Potencia* (PSS, de *Power System Stabilizer*) tradicional.
- Simular el sistema de potencia de un solo generador – bus infinito de la figura 1-4 con el Sistema de Transmisión Flexible AC (FACTS, de *Flexible AC Transmission System*) basado en un Compensador Estático VAR (SVC, de *Static VAR Compensator*) y también basado en un *Convertidor de Fuente de Voltaje* (VSC, de *Voltage-Sourced Converter*).
- Implementar el PSS tradicional para el sistema de múltiples generadores de la figura 1-5.
- Implementar el estabilizador FACTS basado en un SVC y basado en un VSC para los sistemas de potencia multi – área de las figuras 1-6 y 1-7 respectivamente.
- Implementar el estabilizador FACTS basado en un SVC o en un VSC para el sistema Carrasco, Bulu Bulu y Entre Ríos, mostrado en la figura 1-8.
- Diseñar el *Controlador Neuronal de Modelo de Referencia* (MRNC, de *Model – Reference Neural Controller*) basado en redes neuronales artificiales multicapa y el modelo del algoritmo de propagación de errores hacia atrás, para el sistema Carrasco, Bulu Bulu y Entre Ríos, con el objetivo de aprender por sí mismo el estabilizador FACTS basado en un SVC.
- Realizar el proceso de adquisición de conocimiento mediante técnicas de aprendizaje automático para el controlador basado en inteligencia artificial en el sistema de potencia de múltiples generadores Carrasco, Bulu Bulu y Entre Ríos.
- Comparar el controlador MRNC con el controlador FACTS, basado en un SVC, cuando existe perturbaciones en el sistema de potencia de múltiples generadores Carrasco, Bulu Bulu y Entre Ríos.

5. Justificación

Para un servicio confiable, un sistema eléctrico de gran magnitud debe permanecer intacto y ser capaz de soportar una gran variedad de perturbaciones. Por lo tanto, es esencial que el sistema sea diseñado y operado de tal forma que las contingencias más probables puedan ser sostenidas sin pérdidas de carga (excepto aquel conectado al elemento de falla) y de tal forma que las contingencias más adversas posibles no den como resultado una interrupción de energía incontrolada, generalizada y en cascada.

El apagón de Noviembre de 1965 en parte del noreste de los Estados Unidos y Ontario tuvo un impacto profundo en la industria de los servicios eléctricos, particularmente en América del Norte. Se plantearon muchas preguntas para diseñar conceptos y criterios de planificación. Esto dio lugar a la formación de la National Electric Reliability Council en 1968. El nombre fue modificado luego a North American Electric Reliability Council (NERC). Su propósito es aumentar la confiabilidad y adecuación de una gran fuente de alimentación en el sistema eléctrico de América del Norte. NERC está compuesto de nueve consejos regionales de confiabilidad y abarca prácticamente todo el sistema de energía de los Estados Unidos y Canadá. El criterio de confiabilidad para el diseño y operación del sistema fue establecido por el consejo de cada región. Como existen diferencias en la geografía y las fuentes de energía, los criterios para las distintas regiones difieren en cierta medida. Este criterio juega un rol esencial en la prevención de perturbaciones importantes en los sistemas después de contingencias graves. El uso del criterio asegura que, para todas las contingencias frecuentes, el sistema podrá, al menos, transmitir del estado normal al estado de alerta, en lugar de un estado más severo como el estado de emergencia o el estado extremo. Cuando se entra al estado de alerta luego de una contingencia, los operadores pueden tomar acciones para regresar el sistema a su estado normal.

6. Límites y alcances

6.1. Límites

Este proyecto considera solo el sistema Carrasco, Bulo Bulo y Entre Ríos del amplio sistema interconectado nacional de Bolivia, por lo que no se realizará un proceso de identificación de sistemas y se empleará el modelo del sistema ya fijado en el diagrama unifilar del SIN con los datos proporcionados por el *Comité Nacional de Despacho de Carga* (CNDC).

El proyecto no será implementado, pero se demostrará que es una solución alternativa de gran importancia.

6.2. Alcances

En el proyecto se emplearán métodos principales en el análisis y control de la amortiguación de las oscilaciones de baja frecuencia en los sistemas de potencia; a saber, método de asignación de polos, método de compensación de fase y el método de análisis de la trayectoria de la señal estabilizadora, todos basados en el modelo linealizado de sistemas de potencia de Heffron – Phillips. Estos métodos serán aplicados en el diseño y simulación de sistemas de control para una arquitectura de red eléctrica de un solo generador – bus infinito (figura 1-4), múltiples generadores (figuras 1-5, 1-6 y 1-7), y el sistema Carrasco, Bulo Bulo y Entre Ríos (figura 1-8).

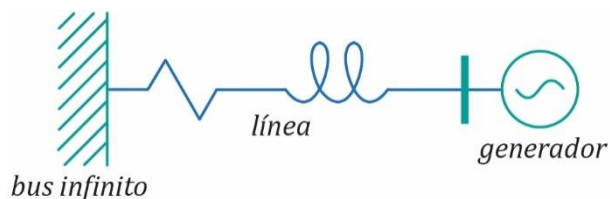


Figura 1-4. Sistema de potencia de un solo generador y bus infinito. Adaptado de "Analysis and Damping Control of Power System Low-Frequency Oscillations," por Haifeng Wang, Wenjuan Du, 2016, Spring, p. 22, Copyright 2016 by Springer Science+Business Media New York.

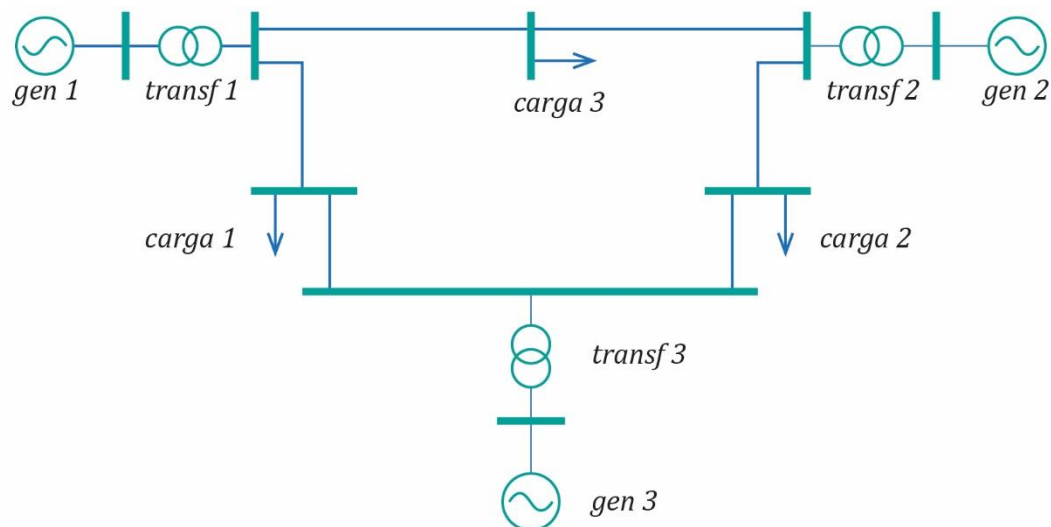


Figura 1-5. Sistema de tres generadores y seis nodos para implementar el control PSS. Adaptado de "Analysis and Damping Control of Power System Low-Frequency Oscillations," por Haifeng Wang, Wenjuan Du, 2016, Spring, p. 215, Copyright 2016 by Springer Science+Business Media New York.

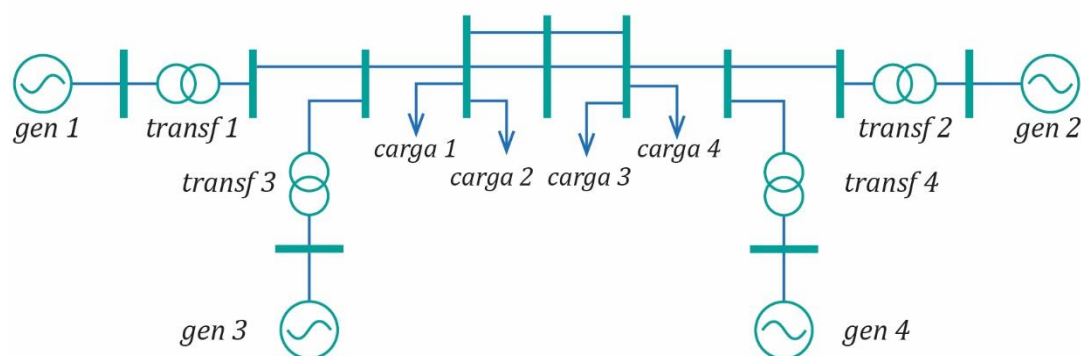


Figura 1-6. Sistema de dos áreas, cuatro generadores y once nodos para implementar el estabilizador FACTS basado en un SVC. Adaptado de "Analysis and Damping Control of Power System Low-Frequency Oscillations," por Haifeng Wang, Wenjuan Du, 2016, Spring, p. 289, Copyright 2016 by Springer Science+Business Media New York.

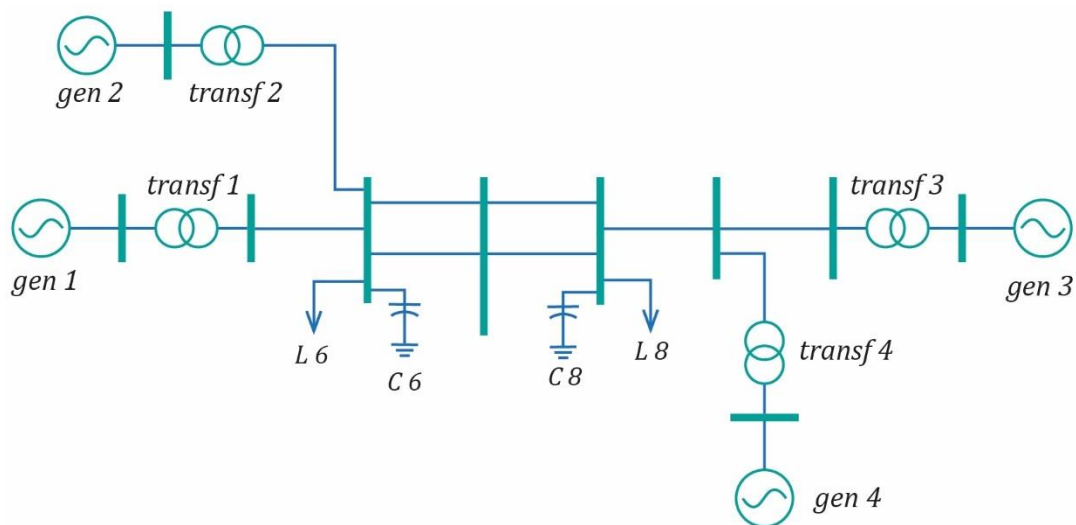


Figura 1-7. Sistema de dos áreas, cuatro generadores y diez nodos para implementar el estabilizador FACTS basado en un VSC. Adaptado de “Analysis and Damping Control of Power System Low-Frequency Oscillations,” por Haifeng Wang, Wenjuan Du, 2016, Spring, p. 377, Copyright 2016 by Springer Science+Business Media New York.

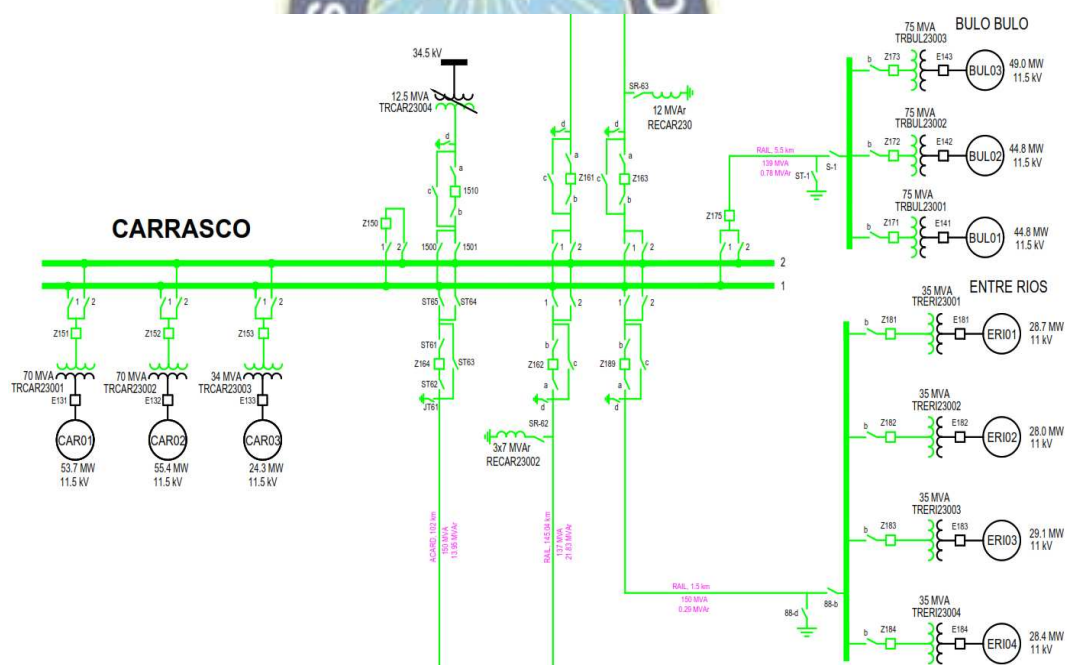


Figura 1-8. Sistema Carrasco, Bulo Bulo y Entre Ríos. Adaptado de “Sistema Interconectado Nacional,” 2017, Comité Nacional de Despacho de Carga.

FUNDAMENTO TEÓRICO

1. Máquina síncrona – Bus Infinito instalado con un Estabilizador de Sistema de Potencia

1.1. Modelo dinámico de circuito magnético lineal

Para obtener un modelo dinámico de la máquina síncrona se debe tomar en consideración las Ecuaciones 2.133 – 2.139 (Anexo: fundamento teórico 2), las cuales se obtuvieron considerando un sistema magnéticamente lineal, con una distribución sinusoidal de los devanados y con las variables del estator en el marco de referencia fijo en el rotor. Reordenando estas ecuaciones se tiene que

$$\psi_{ds}^r = (X_{ls} + X_{md})(-i_{ds}^r) + X_{md} i_{fd}^{r'} + X_{md} i_{kd}^{r'}, \quad (2.1.1)$$

$$\psi_{fd}^{r'} = X_{md}(-i_{ds}^r) + (X_{md} + X'_{lfd}) i_{fd}^{r'} + X_{md} i_{kd}^{r'}, \quad (2.1.2)$$

$$\psi_{kd}^{r'} = X_{md}(-i_{ds}^r) + X_{md} i_{fd}^{r'} + (X_{md} + X'_{lkd}) i_{kd}^{r'}, \quad (2.1.3)$$

$$\psi_{qs}^r = (X_{ls} + X_{mq})(-i_{qs}^r) + X_{mq} i_{kq1}^{r'} + X_{mq} i_{kq2}^{r'}, \quad (2.1.4)$$

$$\psi_{kq1}^{r'} = X_{mq}(-i_{qs}^r) + (X_{mq} + X'_{lkq1}) i_{kq1}^{r'} + X_{mq} i_{kq2}^{r'}, \quad (2.1.5)$$

$$\psi_{kq2}^{r'} = X_{mq}(-i_{qs}^r) + X_{mq} i_{kq1}^{r'} + (X_{mq} + X'_{lkq2}) i_{kq2}^{r'}, \quad (2.1.6)$$

y

$$\psi_{0s} = -X_{ls} i_{0s}. \quad (2.1.7)$$

El modelo dinámico puede contener a lo máximo siete variables independientes de las catorce variables que se muestran en las Ecuaciones 2.1.1 – 2.1.7. Dado que las restricciones terminales (relaciones entre v_{qs}^r , i_{qs}^r , v_{ds}^r , i_{ds}^r , v_{0s} e i_{0s}) no se han especificado aún, no sería lógico eliminar i_{qs}^r , i_{ds}^r y i_{0s} en este momento; las variables $i_{kq1}^{r'}$, $i_{kq2}^{r'}$, $i_{fd}^{r'}$ e $i_{kd}^{r'}$ no se encuentran afectadas por las restricciones terminales y pueden eliminarse del modelo. Esto se hace reorganizando las Ecuaciones 2.1.1 – 2.1.7. Así,

$$\psi_{ds}^r = -X''_d i_{ds}^r + \frac{X''_d - X_{ls}}{X'_d - X_{ls}} E'_q + \frac{X'_d - X''_d}{X'_d - X_{ls}} \psi_{kd}^{r'}, \quad (2.1.8)$$

$$i_{fd}^{r'} = \frac{1}{X_{md}} [E'_q + (X_d - X'_d)(i_{ds}^r - i_{kd}^{r'})], \quad (2.1.9)$$

$$i_{kd}^{r'} = \frac{X'_d - X''_d}{(X'_d - X_{ls})^2} [\psi_{kd}^{r'} + (X'_d - X_{ls})i_{ds}^r - E'_q], \quad (2.1.10)$$

$$\psi_{qs}^r = -X''_q i_{qs}^r - \frac{X''_q - X_{ls}}{X'_q - X_{ls}} E'_d + \frac{X'_q - X''_q}{X'_q - X_{ls}} \psi_{kq2}^{r'}, \quad (2.1.11)$$

$$i_{kq1}^{r'} = \frac{1}{X_{mq}} [-E'_d + (X_q - X'_q)(i_{qs}^r - i_{kq2}^{r'})], \quad (2.1.12)$$

$$i'^r_{kq2} = \frac{X'_q - X''_q}{(X'_q - X_{ls})^2} [\psi'^r_{kq2} + (X'_q - X_{ls})i'^r_{qs} + E'_d] \quad (2.1.13)$$

y

$$\psi_{0s} = -X_{ls} i_{0s}. \quad (2.1.14)$$

Donde

$$E'_q = \frac{X_{md}}{X'_{fd}} \psi'^r_{fd}, \quad (2.1.15)$$

$$E'_d = -\frac{X_{mq}}{X'_{kq1}} \psi'^r_{kq1}, \quad (2.1.16)$$

$$X'_{fd} = X'_{lfd} + X_{md}, \quad (2.1.17)$$

$$X'_{kq1} = X'_{lkq1} + X_{mq} \quad (2.1.18)$$

y las reactancias estándar de la máquina síncrona son las que se muestran en la tabla 2.

Tabla 2. Reactancias estándar de la máquina síncrona

Reactancia en el eje q	$X_q = X_{ls} + X_{mq}$
Reactancia en el eje d	$X_d = X_{ls} + X_{md}$
Reactancia transitoria en el eje q^a	$X'_q = X_{ls} + \frac{1}{(1/X_{mq}) + (1/X'_{lkq1})}$
Reactancia transitoria en el eje d^a	$X'_d = X_{ls} + \frac{X_{md}X'_{lfd}}{(1/X_{md}) + (1/X'_{lfd})}$
Reactancia subtransitoria en el eje q	$X''_q = X_{ls} + \frac{1}{(1/X'_{lkq2}) + (1/X'_{lkq1}) + (1/X_{mq})}$
Reactancia subtransitoria en el eje d	$X''_d = X_{ls} + \frac{1}{(1/X'_{lkd}) + (1/X'_{lfd}) + (1/X_{md})}$

Nota: Adaptado de “Analysis of Electric Machinery and Drive System,” por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers. X_q = reactancia en el devanado q , X_d = reactancia en el devanado d , X_{ls} = reactancia de fuga del estator, X'_q = reactancia transitoria en el eje q , X''_q = reactancia subtransitoria en el eje q , X'_d = reactancia transitoria en el eje d , X''_d = reactancia subtransitoria en el eje d , X'_{lkq1} variables sustituta de la reactancia de fuga del devanado $kq1$, X'_{lkq2} variables sustituta de la reactancia de fuga del devanado $kq2$, X'_{lfd} variables sustituta de la reactancia de fuga del devanado fd , X'_{lkd} variable sustituta de la reactancia de fuga del devanado kd .

^a X'_q y X'_d son los únicos parámetros, con una simple prima, que no son variables sustitutas, sino son reactancias transitorias. Por ejemplo; X'_{lkq1} , X'_{lkq2} , X'_{lfd} y X'_{lkd} son variables sustitutas.

Sustituyendo las Ecuaciones 2.1.8 – 2.1.14 en las Ecuaciones 2.126 – 2.132 (Anexo: fundamento teórico 2), y mediante las Ecuaciones 2.178, 2.185 y 2.186 (Anexo: fundamento teórico 2) obtenemos el modelo dinámico con las restricciones terminales no especificadas aún. Dado que estas restricciones terminales no están especificadas, es necesario mantener las tres ecuaciones que involucran i^r_{qs} , i^r_{ds} e i_{0s} ; es decir, las Ecuaciones 2.1.8, 2.1.11 y 2.1.14. Por tanto, el modelo dinámico será

$$\frac{p}{w_b} \psi^r_{ds} = r_s i^r_{ds} + \frac{w_r}{w_b} \psi^r_{qs} + v^r_{ds}, \quad (2.1.19)$$

$$\frac{p}{w_b} \psi^r_{qs} = r_s i^r_{qs} - \frac{w_r}{w_b} \psi^r_{ds} + v^r_{qs}, \quad (2.1.20)$$

$$\frac{p}{w_b} \psi_{0s} = r_s i_{0s} + v_{0s}, \quad (2.1.21)$$

$$\tau'_{do} \frac{dE'_q}{dt} = -E'_q - (X_d - X'_d) \left[i^r_{ds} - \frac{X'_d - X''_d}{(X'_d - X_{ls})^2} (\psi'^r_{kd} + (X'_d - X_{ls}) i^r_{ds} - E'_q) \right] + E'_{fd}, \quad (2.1.22)$$

$$\tau''_{do} \frac{d\psi'^r_{kd}}{dt} = -\psi'^r_{kd} + E'_q - (X'_d - X_{ls}) i^r_{ds}, \quad (2.1.23)$$

$$\tau'_{qo} \frac{dE'_d}{dt} = -E'_d + (X_q - X'_q) \left[i^r_{qs} - \frac{X'_q - X''_q}{(X'_q - X_{ls})^2} (\psi'^r_{kq2} + (X'_q - X_{ls}) i^r_{qs} + E'_d) \right], \quad (2.1.24)$$

$$\tau''_{qo} \frac{d\psi'^r_{kq2}}{dt} = -\psi'^r_{kq2} - E'_d - (X'_q - X_{ls}) i^r_{qs}, \quad (2.1.25)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = w_r - w_e, \quad (2.1.26)$$

$$2 H p \frac{w_r}{w_b} = T_l - (\psi^r_{ds} i^r_{qs} - \psi^r_{qs} i^r_{ds}), \quad (2.1.27)$$

$$\psi^r_{ds} = -X''_d i^r_{ds} + \frac{X''_d - X_{ls}}{X'_d - X_{ls}} E'_q + \frac{X'_d - X''_d}{X'_d - X_{ls}} \psi'^r_{kd}, \quad (2.1.28)$$

$$\psi^r_{qs} = -X''_q i^r_{qs} - \frac{X''_q - X_{ls}}{X'_q - X_{ls}} E'_d + \frac{X'_q - X''_q}{X'_q - X_{ls}} \psi'^r_{kq2} \quad (2.1.29)$$

y

$$\psi_{0s} = -X_{ls} i_{0s}; \quad (2.1.30)$$

donde

$$E'_{fd} = \frac{X_{md}}{r'_{fd}} v^r_{fd}, \quad (2.1.31)$$

y las constantes de tiempo estándar en circuito abierto que aparecen en las Ecuaciones 2.1.22 – 2.1.25 se definen como

$$\tau'_{do} = \frac{1}{w_b r'_{fd}} (X'_{lfd} + X_{md}), \quad (2.1.32)$$

$$\tau''_{do} = \frac{1}{w_b r'_{kd}} \left(X'_{lkd} + \frac{X_{md} X'_{lfd}}{X_{md} + X'_{lfd}} \right), \quad (2.1.33)$$

$$\tau'_{qo} = \frac{1}{w_b r'_{kq1}} (X'_{lkq1} + X_{mq}) \quad (2.1.34)$$

y

$$\tau''_{qo} = \frac{1}{w_b r'_{kq2}} \left(X'_{lkq2} + \frac{X_{mq} X'_{lkq1}}{X_{mq} + X'_{lkq1}} \right). \quad (2.1.35)$$

1.2. Bus infinito

Las restricciones terminales comúnmente usados para una máquina simple es el bus infinito. Se conoce como bus infinito debido a que sus características no cambian sin importar la potencia suministrada o consumida por cualquier dispositivo conectado a esta. Además, puede considerarse como una fuente de voltaje balanceado en estado estable. Por tanto, de las Ecuaciones 1.203 – 1.205 (Anexo: fundamento teórico 1) se tiene que

$$V_{a\infty} = \sqrt{2} V_{\infty} \cos[w_e t + \theta_{ev}(0)], \quad (2.1.36)$$

$$V_{b\infty} = \sqrt{2} V_{\infty} \cos \left[w_e t + \theta_{ev}(0) - \frac{2\pi}{3} \right] \quad (2.1.37)$$

y

$$V_{c\infty} = \sqrt{2} V_{\infty} \cos \left[w_e t + \theta_{ev}(0) + \frac{2\pi}{3} \right]; \quad (2.1.38)$$

donde $\theta_{ev}(0)$ puede seleccionarse como cero.

Es muy útil saber cómo el modelo dinámico de una máquina sincrónica puede transformarse en un bus infinito. De las Ecuaciones 1.158 (Anexo: fundamento teórico 1), 2.199 (Anexo: fundamento teórico 2), y la versión en estado estable de las Ecuaciones 2.213 y 2.214 (Anexo: fundamento teórico 2) obtenemos que

$$V_{a\infty} = \sqrt{(V^r_{q\infty})^2 + (V^r_{d\infty})^2} \cos \left(w_e t + \delta - \frac{\pi}{2} + \tan^{-1} \left(\frac{V^r_{q\infty}}{V^r_{d\infty}} \right) \right). \quad (2.1.39)$$

Para calificar como bus infinito

$$\sqrt{(V^r_{q\infty})^2 + (V^r_{d\infty})^2} = \sqrt{2} V_{\infty} \text{ (una constante)} \quad (2.1.40)$$

y

$$\delta - \frac{\pi}{2} + \tan^{-1} \left(\frac{V^r_{q\infty}}{V^r_{d\infty}} \right) = \theta_{v\infty} \text{ (una constante)}. \quad (2.1.41)$$

Claramente debemos encontrar valores de estos parámetros que resulten en valores constantes de V^r_{qs} , V^r_{ds} y δ . Con este propósito, debemos forzar la fuerza magnetomotriz producido por el devanado de campo a girar infinitamente lento haciendo τ'_{do} igualmente infinito. Además, dejamos que τ'_{qo} y H tiendan al infinito. Para

completar las especificaciones de bus infinito, dejamos que $r_s, X'_d, X'_q, \tau''_{do}$ y τ''_{qo} sean todos igual a cero. Con estos parámetros se tiene de las Ecuaciones 2.1.19 – 2.1.30 que

$$\frac{p}{w_b} \Psi^r_{d\infty} = \frac{w_{r\infty}}{w_b} \Psi^r_{q\infty} + V^r_{d\infty}, \quad (2.1.42)$$

$$\frac{p}{w_b} \Psi^r_{q\infty} = -\frac{w_{r\infty}}{w_b} \Psi^r_{d\infty} + V^r_{q\infty}, \quad (2.1.43)$$

$$\frac{p}{w_b} \Psi_{0\infty} = V_{0\infty}, \quad (2.1.44)$$

$$\frac{dE'_{q\infty}}{dt} = 0, \quad (2.1.45)$$

$$\frac{dE'_{d\infty}}{dt} = 0, \quad (2.1.46)$$

$$\frac{d\delta_{\infty}}{dt} = w_{r\infty} - w_e, \quad (2.1.47)$$

$$pw_{r\infty} = 0, \quad (2.1.48)$$

$$\Psi^r_{d\infty} = E'_{q\infty} \quad (2.1.49)$$

y

$$\Psi^r_{q\infty} = -E'_{d\infty}. \quad (2.1.50)$$

Para que $w_{r\infty} = w_e = w_b$, este modelo requiere que

$$E'_{q\infty} = E'_{q\infty}(0), \quad (2.1.51)$$

$$E'_{d\infty} = E'_{d\infty}(0), \quad (2.1.52)$$

$$\delta_{\infty} = \delta_{\infty}(0), \quad (2.1.53)$$

$$\Psi^r_{d\infty} = E'_{q\infty}(0) \quad (2.1.54)$$

y

$$\Psi^r_{q\infty} = -E'_{d\infty}(0); \quad (2.1.55)$$

lo cual nos da que

$$V^r_{d\infty} = E'_{d\infty}(0) \quad (2.1.56)$$

y

$$V^r_{q\infty} = E'_{q\infty}(0), \quad (2.1.57)$$

que satisfacen los requerimientos de un bus infinito.

1.3. Modelo de escala de tiempo múltiple

Consideremos el modelo de una máquina sincrónica conectado a un bus infinito a través de una línea trifásica simétrica, como se muestra en la figura 2-1-1. Por tanto

$$\vec{v}_{as} = (r_e + jX_e) \vec{i}_{as} + \vec{V}_{a\infty} \quad (2.1.58)$$

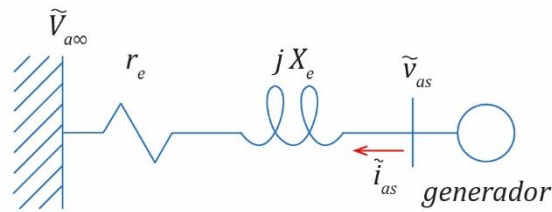


Figura 2-1-1. Generador síncrono conectado a un bus infinito a través de una línea. Donde r_e es la resistencia de la línea, X_e es la reactancia de la línea, $\tilde{V}_{a\infty}$ es el fasor rms del voltaje $a\infty$ del bus infinito y \tilde{v}_{as} es el fasor rms del voltaje as del generador síncrono (no se considera condiciones balanceada en estado estable).

donde $\tilde{V}_{a\infty}$ es el fasor rms del voltaje $a\infty$ del bus infinito y \tilde{v}_{as} es el fasor rms del voltaje as del generador síncrono (solo existen condiciones balanceada en estado estable para el bus infinito.) Mediante las Ecuaciones 2.199 (Anexo: fundamento teórico 2), 2.203 (Anexo: fundamento teórico 2) y 2.1.58, se tiene que

$$v_{qs}^r = r_e i_{qs}^r + X_e i_{ds}^r + V_{q\infty}^r \quad (2.1.59)$$

y

$$v_{ds}^r = r_e i_{ds}^r - X_e i_{qs}^r + V_{d\infty}^r \quad (2.1.60)$$

Aplicando la transformación entre marcos de referencia, para $V_{q\infty}^r$, $V_{d\infty}^r$ y $V_{0\infty}^r$, obtenemos que

$$V_{q\infty}^r = V_{q\infty}^e \cos \delta - V_{d\infty}^e \sin \delta, \quad (2.1.61)$$

$$V_{d\infty}^r = V_{q\infty}^e \sin \delta + V_{d\infty}^e \cos \delta \quad (2.1.62)$$

y

$$V_{0\infty}^r = V_{0\infty}^e; \quad (2.1.63)$$

donde $\delta = \theta_r - \theta_e$, y transformando las Ecuaciones 2.1.36 - 2.1.38 al marco de referencia ortogonal que también gira sincrónicamente obtenemos que

$$V_{q\infty}^e = \sqrt{2}V_{\infty} \cos(\omega_e t - \theta_e), \quad (2.1.64)$$

$$V_{d\infty}^e = -\sqrt{2}V_{\infty} \sin(\omega_e t - \theta_e) \quad (2.1.65)$$

y

$$V_{0\infty}^e = 0. \quad (2.1.66)$$

En la figura 2-1-2 se muestra el rotador de vectores. Resulta conveniente elegir el fasor $\tilde{V}_{a\infty}$ del bus infinito como el fasor de referencia, así como el eje q del marco de referencia que gira sincrónicamente. Con esta elección se tiene, de las Ecuaciones 2.1.64 y 2.1.65, que $V_{q\infty}^e = \sqrt{2}V_{\infty}$ y $V_{d\infty}^e$ es cero. Por tanto, reemplazado en las Ecuaciones 2.1.61 y 2.1.62 obtenemos que

$$V_{q\infty}^r = \sqrt{2}V_{\infty} \cos \delta \quad (2.1.67)$$

y

$$V_{d\infty}^r = \sqrt{2}V_{\infty} \sin \delta. \quad (2.1.68)$$

Las Ecuaciones 2.1.59 y 2.1.60 se obtienen eliminando los transitorios del estator y red, como se demostrará más adelante. Sin embargo, para obtener el modelo de escala de tiempo múltiple debemos tomar en cuenta la transformación del elemento inductivo presente en la línea de transmisión al marco de referencia del rotor. Por tanto, escribimos

$$v_{as} = r_e i_{as} + p\lambda_{ea} + V_{a\infty}, \quad (2.1.69)$$

$$v_{bs} = r_e i_{bs} + p\lambda_{eb} + V_{b\infty} \quad (2.1.70)$$

y

$$v_{cs} = r_e i_{cs} + p\lambda_{ec} + V_{c\infty}. \quad (2.1.71)$$

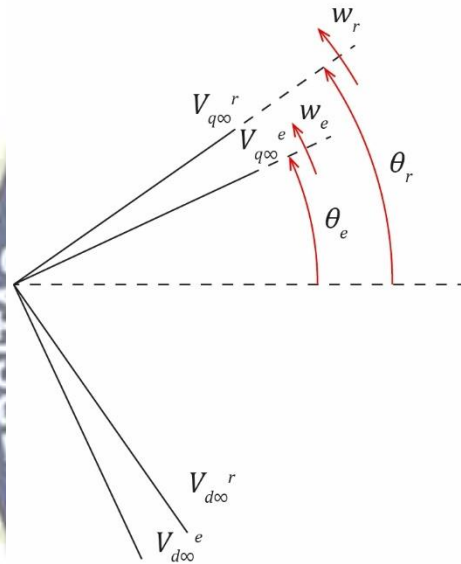


Figura 2-1-2. Transformación entre el marco de referencia fijo en el rotor y el marco de referencia que gira sincrónicamente. Donde $V_{q\infty}^r$ y $V_{d\infty}^r$ representan las variables en el marco de referencia fijo en el rotor, $V_{q\infty}^e$ y $V_{d\infty}^e$ representan las variables en el marco de referencia que gira sincrónicamente. w_r (w_e) es la velocidad angular y θ_r (θ_e) el desplazamiento angular del marco de referencia del rotor (marco de referencia que gira sincrónicamente). Adaptado de "Analysis of Electric Machinery and Drive System," por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, p. 125, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers.

Transformando las Ecuaciones 2.1.69 – 2.1.71, al marco de referencia del rotor, obtenemos que

$$v_{ds}^r = r_e i_{ds}^r + \frac{w_r}{w_b} \psi_{eq}^r - \frac{p}{w_b} \psi_{ed}^r + \sqrt{2}V_{\infty} \sin \delta, \quad (2.1.72)$$

$$v_{qs}^r = r_e i_{qs}^r - \frac{w_r}{w_b} \psi_{ed}^r - \frac{p}{w_b} \psi_{eq}^r + \sqrt{2}V_{\infty} \cos \delta \quad (2.1.73)$$

y

$$v_{0s} = r_e i_{0s} - \frac{p}{w_b} \psi_{e0}; \quad (2.1.74)$$

donde

$$\psi_{ed}^r = -X_e i_{ds}^r, \quad (2.1.75)$$

$$\psi^r_{eq} = -X_e i^r_{qs} \quad (2.1.76)$$

y

$$\psi^r_{e0} = -X_e i^r_{0s}. \quad (2.1.77)$$

Se define los siguientes cambios de variable

$$\epsilon = \frac{1}{w_b}, \quad (2.1.78)$$

$$w_t = T_s(w_r - w_b) \quad (2.1.79)$$

y

$$T_s = \sqrt{\frac{2H}{w_b}}, \quad (2.1.80)$$

para obtener las Ecuaciones 2.1.72 – 2.1.74 como

$$v^r_{ds} = r_e i^r_{ds} + \left(1 + \frac{\epsilon}{T_s} w_t\right) \psi^r_{eq} - \epsilon p \psi^r_{ed} + \sqrt{2} V_\infty \sin \delta, \quad (2.1.81)$$

$$v^r_{qs} = r_e i^r_{qs} - \left(1 + \frac{\epsilon}{T_s} w_t\right) \psi^r_{ed} - \epsilon p \psi^r_{eq} + \sqrt{2} V_\infty \cos \delta \quad (2.1.82)$$

y

$$v_{0s} = r_e i_{0s} - \epsilon p \psi_{e0}. \quad (2.1.83)$$

Por tanto, el modelo de escala de tiempo múltiple se obtiene reemplazando las Ecuaciones 2.1.64 - 2.1.66 en las Ecuaciones 2.1.19 – 2.1.30. Así,

$$\epsilon p \psi^r_{de} = r_{se} i^r_{ds} + \left(1 + \frac{\epsilon}{T_s} w_t\right) \psi^r_{qe} + \sqrt{2} V_\infty \sin \delta, \quad (2.1.84)$$

$$\epsilon p \psi^r_{qe} = r_{se} i^r_{qs} - \left(1 + \frac{\epsilon}{T_s} w_t\right) \psi^r_{de} + \sqrt{2} V_\infty \cos \delta, \quad (2.1.85)$$

$$\epsilon p \psi_{0e} = r_{se} i_{0s}, \quad (2.1.86)$$

$$\tau'_{do} \frac{dE'_q}{dt} = -E'_q - (X_d - X'_d) \left[i^r_{ds} - \frac{X'_d - X''_d}{(X'_d - X_{ls})^2} (\psi'^r_{kd} + (X'_d - X_{ls}) i^r_{ds} - E'_q) \right] + E'_{fd}, \quad (2.1.87)$$

$$\tau''_{do} \frac{d\psi'^r_{kd}}{dt} = -\psi'^r_{kd} + E'_q - (X'_d - X_{ls}) i^r_{ds}, \quad (2.1.88)$$

$$\tau'_{qo} \frac{dE'_d}{dt} = -E'_d + (X_q - X'_q) \left[i^r_{qs} - \frac{X'_q - X''_q}{(X'_q - X_{ls})^2} (\psi'^r_{kq2} + (X'_q - X_{ls}) i^r_{qs} + E'_d) \right], \quad (2.1.89)$$

$$\tau''_{qo} \frac{d\psi'^r_{kq2}}{dt} = -\psi'^r_{kq2} - E'_d - (X'_q - X_{ls}) i^r_{qs}, \quad (2.1.90)$$

$$T_s \frac{d\delta}{dt} = w_t, \quad (2.1.91)$$

$$T_s p w_t = T_l - (\psi_{de}^r i_{qs}^r - \psi_{qe}^r i_{ds}^r), \quad (2.1.92)$$

$$\psi_{de}^r = -X''_{de} i_{ds}^r + \frac{X''_d - X_{ls}}{X'_d - X_{ls}} E'_q + \frac{X'_d - X''_d}{X'_d - X_{ls}} \psi_{kd}^{r'}, \quad (2.1.93)$$

$$\psi_{qe}^r = -X''_{qe} i_{qs}^r - \frac{X''_q - X_{ls}}{X'_q - X_{ls}} E'_d + \frac{X'_q - X''_q}{X'_q - X_{ls}} \psi_{kq2}^{r'}, \quad (2.1.94)$$

y

$$\psi_{0e} = -X_{lse} i_{0s}; \quad (2.1.95)$$

donde

$$\psi_{de}^r = \psi_{ds}^r + \psi_{ed}^r, \quad (2.1.96)$$

$$\psi_{qe}^r = \psi_{qs}^r + \psi_{eq}^r, \quad (2.1.97)$$

$$\psi_{0e} = \psi_{0s} + \psi_{e0}, \quad (2.1.98)$$

$$X''_{de} = X''_d + X_e, \quad (2.1.99)$$

$$X''_{qe} = X''_q + X_e, \quad (2.1.100)$$

$$r_{se} = r_s + r_e \quad (2.1.101)$$

y

$$X_{lse} = X_{ls} + X_e. \quad (2.1.102)$$

Este modelo de una máquina simple conectado a un bus infinito tiene muchas clasificaciones dinámicas de escalas de tiempo, por ejemplo:

- Cuando los transitorios del estator; es decir, $d\psi_{ds}^r/dt$ y $d\psi_{qs}^r/dt$, son muy rápidos en relación con otras dinámicas, el modelo se obtiene con un valor de la constante de tiempo ϵ muy pequeña.
- Cuando los transitorios de los devanados de amortiguación; es decir, $\psi_{kd}^{r'}$ y $\psi_{kq2}^{r'}$, son muy rápidos, el modelo se obtiene con valores de τ''_{d0} y τ''_{q0} muy pequeños.
- Los transitorios del enlace de flujo del devanado de amortiguación $kq1$; es decir $d\psi_{kq1}^{r'}/dt$ o dE'_d/dt , pueden ser rápidos o lentos dependiendo de τ'_{q0} .

Esta clasificación debe considerarse como pautas generales y no como características absolutas. La clasificación real de escalas de tiempo para un conjunto específico de datos puede ser bastante diferente a la establecida anteriormente y también puede cambiar entre niveles de carga.

Las características de escala de tiempo de un modelo son importantes ya que determinan el tamaño del paso requerido en una simulación de tiempo. Si un modelo contiene dinámicas rápidas, se necesita un pequeño tamaño de paso. Si se sabe que el fenómeno de interés en una simulación es de respuesta predominantemente promedio o lento, sería muy útil si se pudiera eliminar las dinámicas rápidas. Ellos deben eliminarse

apropiadamente para que sus efectos sobre los fenómenos de interés más lentos aún se conserven. Solo en casos raros las dinámicas rápidas pueden ser eliminadas en forma exacta, como se muestra en la siguiente sección.

1.3.1. Eliminación de los transitorios del estator y red

Consideramos el caso especial de cero resistencias en el estator y red. Para esta suposición especial las Ecuaciones 2.1.84 - 2.1.86 y 2.1.91 son:

$$\epsilon p \psi_{de}^r = \left(1 + \frac{\epsilon}{T_s} w_t\right) \psi_{qe}^r + \sqrt{2} V_\infty \sin \delta, \quad (2.1.103)$$

$$\epsilon p \psi_{qe}^r = -\left(1 + \frac{\epsilon}{T_s} w_t\right) \psi_{de}^r + \sqrt{2} V_\infty \cos \delta, \quad (2.1.104)$$

$$\epsilon p \psi_{0e} = 0 \quad (2.1.105)$$

y

$$T_s \frac{d\delta}{dt} = w_t. \quad (2.1.106)$$

Las primeras tres ecuaciones diferenciales tienen una solución explícita en términos de δ . Así,

$$\psi_{de}^r = \sqrt{2} V_\infty \cos \delta, \quad (2.1.107)$$

$$\psi_{qe}^r = -\sqrt{2} V_\infty \sin \delta \quad (2.1.108)$$

y

$$\psi_{0e} = 0. \quad (2.1.109)$$

Esto puede verificarse sustituyendo las Ecuaciones 2.1.107 – 2.1.109 en las Ecuaciones 2.1.103 - 2.1.105 y observando una identidad exacta. Cualquier función $\psi_{de}^r = \varphi(\delta)$, $\psi_{qe}^r = \vartheta(\delta)$ y $\psi_{0e} = \varrho(\delta)$ que transformen las Ecuaciones diferenciales 2.1.103 -2.1.105 en identidad reciben el nombre de *solución* de estas ecuaciones, y las gráficas de dichas funciones se conocen como *curvas integrales*. Se puede demostrar que las Ecuaciones 2.1.107 – 2.1.109 son una solución explícita de las Ecuaciones diferenciales 2.1.103 -2.1.106. Así, considerando que solo δ y ψ_{0e} son de interés buscamos una solución de la forma

$$\psi_{de}^r = h_1(\delta, \psi_{0e}) \quad (2.1.110)$$

y

$$\psi_{qe}^r = h_2(\delta, \psi_{0e}). \quad (2.1.111)$$

Estas dos soluciones deben satisfacer

$$\frac{\partial h_1}{\partial \delta} \frac{d\delta}{dt} + \frac{\partial h_1}{\partial \psi_{0e}} \frac{d\psi_{0e}}{dt} = \frac{d\psi_{de}^r}{dx} = \frac{1}{\epsilon} \left[\left(1 + \frac{\epsilon}{T_s} w_t\right) \psi_{qe}^r + \sqrt{2} V_\infty \sin \delta \right] \quad (2.1.112)$$

y

$$\frac{\partial h_2}{\partial \delta} \frac{d\delta}{dt} + \frac{\partial h_2}{\partial \psi_{0e}} \frac{d\psi_{0e}}{dt} = \frac{d\psi_{qe}^r}{dx} = \frac{1}{\epsilon} \left[-\left(1 + \frac{\epsilon}{T_s} w_t\right) \psi_{de}^r + \sqrt{2} V_\infty \cos \delta \right]; \quad (2.1.113)$$

sustituyendo las Ecuaciones 2.1.105 y 2.1.106 en 2.1.112 y 2.1.113 se obtiene que

$$\frac{\partial h_1 w_t}{\partial \delta T_s} = \psi^r_{qe} \frac{w_t}{T_s} + \frac{1}{\epsilon} \psi^r_{qe} + \frac{1}{\epsilon} \sqrt{2} V_\infty \sin \delta \quad (2.1.114)$$

y

$$\frac{\partial h_2 w_t}{\partial \delta T_s} = -\psi^r_{de} \frac{w_t}{T_s} - \frac{1}{\epsilon} \psi^r_{de} + \frac{1}{\epsilon} \sqrt{2} V_\infty \cos \delta. \quad (2.1.115)$$

Igualando coeficientes, obtenemos que

$$\frac{\partial h_1}{\partial \delta} = \psi^r_{qe} \quad (2.1.116)$$

$$\frac{\partial h_2}{\partial \delta} = -\psi^r_{de} \quad (2.1.117)$$

$$\psi^r_{qe} = -\sqrt{2} V_\infty \sin \delta \quad (2.1.118)$$

$$\psi^r_{de} = \sqrt{2} V_\infty \cos \delta \quad (2.1.119)$$

y

$$\psi_{0e} = 0. \quad (2.1.120)$$

Por tanto, las Ecuaciones 2.1.107 y 2.1.109 se consideran como soluciones explícitas de las Ecuaciones diferenciales 2.1.103 -2.1.106. Además, se puede observar que las Ecuaciones 2.1.107 – 2.1.109 son independientes de ϵ y son válidos para cualquier valor de ϵ .

Si los valores iniciales de ψ^r_{de} , ψ^r_{qe} , ψ_{0e} y δ satisfacen las Ecuaciones 2.1.107 – 2.1.109, entonces estas ecuaciones reciben el nombre de *solución general*. Sin embargo, si los valores iniciales de ψ^r_{de} , ψ^r_{qe} , ψ_{0e} y δ no satisfacen las Ecuaciones 2.1.109 – 2.1.107; es decir, el sistema comienza fuera de las curvas integrales, aún existe una solución explícita en términos de δ y el tiempo t . Para este caso es necesario introducir nuevas variables; es decir,

$$\eta_1 = \psi^r_{de} - \sqrt{2} V_\infty \cos \delta \quad (2.1.121)$$

y

$$\eta_2 = \psi^r_{qe} + \sqrt{2} V_\infty \sin \delta. \quad (2.1.122)$$

Con las siguientes dinámicas

$$\frac{d\eta_1}{dx} = \frac{1}{\epsilon} \left(1 + \frac{\epsilon}{T_s} w_t \right) \eta_2 \quad (2.1.123)$$

y

$$\frac{d\eta_2}{dx} = -\frac{1}{\epsilon} \left(1 + \frac{\epsilon}{T_s} w_t \right) \eta_1. \quad (2.1.124)$$

Así, para cualquier valor inicial de ψ^r_{de} , ψ^r_{qe} , ψ_{0e} , δ y para cualquier ϵ , el sistema tiene la siguiente solución explícita

$$\psi_{de}^r = c_1 \cos(\omega_e t + \delta - c_2) + \sqrt{2}V_\infty \cos \delta, \quad (2.1.125)$$

$$\psi_{qe}^r = -c_1 \cos(\omega_e t + \delta - c_2) - \sqrt{2}V_\infty \sin \delta \quad (2.1.126)$$

y

$$\psi_{0e} = c_3, \quad (2.1.127)$$

con

$$c_1 = \left[(\psi_{de}^r{}^0 - \sqrt{2}V_\infty \cos(\delta^0))^2 + (\psi_{qe}^r{}^0 + \sqrt{2}V_\infty \sin(\delta^0))^2 \right]^{1/2}, \quad (2.1.128)$$

$$c_2 = \omega_e t_0 + \delta^0 + \tan^{-1} \left(\frac{\psi_{qe}^r{}^0 + \sqrt{2}V_\infty \sin(\delta^0)}{\psi_{de}^r{}^0 - \sqrt{2}V_\infty \cos(\delta^0)} \right) \quad (2.1.129)$$

y

$$c_3 = \psi_{0e}{}^0; \quad (2.1.130)$$

donde $\psi_{de}^r{}^0$, $\psi_{qe}^r{}^0$, $\psi_{0e}{}^0$ y δ^0 son los valores iniciales; es decir, en $t = t_0$, de ψ_{de}^r , ψ_{qe}^r , ψ_{0e} y δ . Claramente si los valores iniciales están en las curvas integrales, la solución expuesta en las Ecuaciones 2.1.125 – 2.1.127 se convierten en la solución de las Ecuaciones 2.1.107 – 2.1.109. Enfatizamos que estas soluciones son válidas para cualquier ϵ , y requiere que r_{se} sea igual a cero. Ambas soluciones, sin embargo, muestran la importancia de r_{se} . Revelan que existirá una oscilación sostenida en ψ_{de}^r y ψ_{qe}^r , lo cual significa que la máquina nunca alcanzará una condición de equilibrio. Evidentemente, la resistencia actúa para amortiguar esta oscilación en el modelo actual.

Cuando la resistencia r_{se} no es cero, se ha demostrado que las curvas integrales para ψ_{de}^r , ψ_{qe}^r y ψ_{0e} existen solo para el caso en el cual ϵ es suficientemente pequeño. Una primera aproximación para las curvas integrales (manteniendo r_{se}) puede encontrarse poniendo ϵ igual a cero en las Ecuaciones 2.1.84 – 2.1.95. Así, las ecuaciones del modelo que contienen ϵ puede escribirse como:

$$0 = r_{se} i_{ds}^r + \psi_{qe}^r + \sqrt{2}V_\infty \sin \delta, \quad (2.1.131)$$

$$0 = r_{se} i_{qs}^r - \psi_{de}^r + \sqrt{2}V_\infty \cos \delta, \quad (2.1.132)$$

$$0 = r_{se} i_{0s}, \quad (2.1.133)$$

$$\psi_{de}^r = -X_{de}'' i_{ds}^r + \frac{X_{d}'' - X_{ls}}{X_{d}' - X_{ls}} E_{q}' + \frac{X_{d}' - X_{d}''}{X_{d}' - X_{ls}} \psi_{kd}^r, \quad (2.1.134)$$

$$\psi_{qe}^r = -X_{qe}'' i_{qs}^r - \frac{X_{q}'' - X_{ls}}{X_{q}' - X_{ls}} E_{d}' + \frac{X_{q}' - X_{q}''}{X_{q}' - X_{ls}} \psi_{kq2}^r, \quad (2.1.135)$$

y

$$\psi_{0e} = -X_{lse} i_{0s}. \quad (2.1.136)$$

Claramente, según esta aproximación, de las Ecuaciones 2.1.133 y 2.1.136 se tiene que $i_{0s} = 0$ y $\psi_{0e} = 0$. Mientras que pueden eliminarse ψ_{de}^r y ψ_{qe}^r de las Ecuaciones 2.1.131 y 2.1.132 sustituyendo las Ecuaciones 2.1.134 y 2.1.135. Así, obtenemos que

$$0 = r_{se} i_{ds}^r - X''_{qe} i_{qs}^r - \frac{X''_q - X_{ls}}{X'_q - X_{ls}} E'_d + \frac{X'_q - X''_q}{X'_q - X_{ls}} \psi_{kq2}^r + \sqrt{2} V_\infty \sin \delta \quad (2.1.137)$$

y

$$0 = r_{se} i_{qs}^r + X''_{de} i_{ds}^r - \frac{X''_d - X_{ls}}{X'_d - X_{ls}} E'_q - \frac{X'_d - X''_d}{X'_d - X_{ls}} \psi_{kd}^r + \sqrt{2} V_\infty \cos \delta. \quad (2.1.138)$$

Estas dos ecuaciones pueden usarse para resolver i_{ds}^r e i_{qs}^r . También puede usarse para formar una sola ecuación compleja y un circuito interesante. Sumando la Ecuación 2.1.137 más j veces la Ecuación 2.1.138 y multiplicando por $e^{j(\delta-\pi/2)}$ obtenemos que

$$\begin{aligned} & \left\{ \left[\frac{X''_q - X_{ls}}{X'_q - X_{ls}} E'_d - \frac{X'_q - X''_q}{X'_q - X_{ls}} \psi_{kq2}^r + (X''_q - X''_d) i_{qs}^r \right] \right. \\ & \quad \left. + j \left[\frac{X''_d - X_{ls}}{X'_d - X_{ls}} E'_q + \frac{X'_d - X''_d}{X'_d - X_{ls}} \psi_{kd}^r \right] \right\} e^{j(\delta-\frac{\pi}{2})} \\ & = (r_s + j X''_d) (i_{ds}^r + j i_{qs}^r) e^{j(\delta-\frac{\pi}{2})} + (r_e + j X_e) (i_{ds}^r + j i_{qs}^r) e^{j(\delta-\frac{\pi}{2})} \\ & \quad + \sqrt{2} V_\infty. \end{aligned} \quad (2.1.139)$$

Además, de las Ecuaciones 2.1.81 y 2.1.82, con ϵ igual a cero, obtenemos que

$$v_{ds}^r = r_e i_{ds}^r + \psi_{eq}^r + \sqrt{2} V_\infty \sin \delta \quad (2.1.140)$$

y

$$v_{qs}^r = r_e i_{qs}^r - \psi_{ed}^r + \sqrt{2} V_\infty \cos \delta, \quad (2.1.141)$$

donde $\psi_{eq}^r = -X_e i_{qs}^r$ y $\psi_{ed}^r = -X_e i_{ds}^r$. Las Ecuaciones 2.1.140 y 2.1.141 pueden escribirse como una sola ecuación compleja; es decir,

$$(v_{ds}^r + j v_{qs}^r) e^{j(\delta-\frac{\pi}{2})} = (r_e + j X_e) (i_{ds}^r + j i_{qs}^r) e^{j(\delta-\frac{\pi}{2})} + \sqrt{2} V_\infty. \quad (2.1.142)$$

Las Ecuaciones 2.1.139 y 2.1.142 pueden expresarse como un circuito equivalente con la fuente de voltaje controlado detrás de X''_d , como se muestra en la figura 2-1-3.

Una observación muy interesante de este circuito es que la potencia real de la fuente interna es exactamente igual al torque electromagnético en el entrehierro. Así, la potencia real de la fuente interna es

$$\begin{aligned} P_{fuente} &= \left[\frac{X''_q - X_{ls}}{X'_q - X_{ls}} E'_d - \frac{X'_q - X''_q}{X'_q - X_{ls}} \psi_{kq2}^r + (X''_q - X''_d) i_{qs}^r \right] i_{ds}^r \\ & \quad + \left[\frac{X''_d - X_{ls}}{X'_d - X_{ls}} E'_q + \frac{X'_d - X''_d}{X'_d - X_{ls}} \psi_{kd}^r \right] i_{qs}^r, \end{aligned} \quad (2.1.143)$$

y de las Ecuaciones 2.185 (Anexo: fundamento teórico 2), 2.1.134 y 2.1.135 obtenemos que

$$T_e = \left[\frac{X''_q - X_{ls}}{X'_q - X_{ls}} E'_d - \frac{X'_q - X''_q}{X'_q - X_{ls}} \psi'^r_{kq2} + (X''_q - X''_d) i^r_{qs} \right] i^r_{ds} + \left[\frac{X''_d - X_{ls}}{X'_d - X_{ls}} E'_q + \frac{X'_d - X''_d}{X'_d - X_{ls}} \psi'^r_{kd} \right] i^r_{qs}. \quad (2.1.144)$$

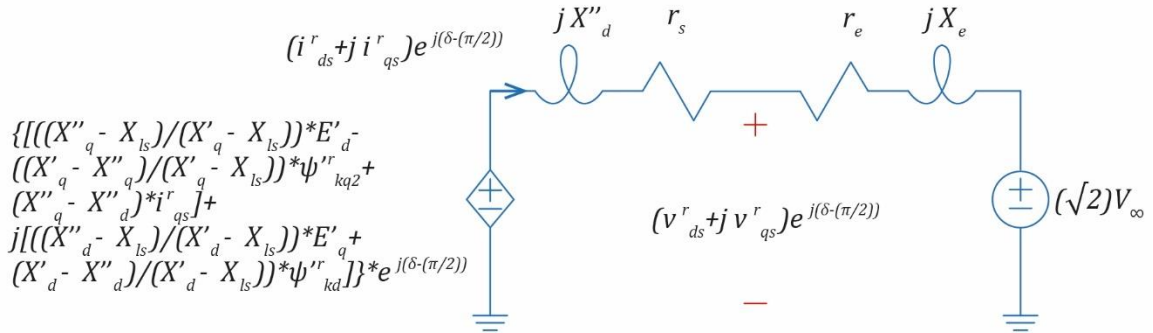


Figura 2-1-3. Modelo sin transitorios de estator y red. Adaptado de "Power Systems Dynamics and Stability," por Sawyer et al., 2002, Prentice Hall, p. 99, Copyright 1998 by Prentice-Hall Inc.

La forma final de este modelo que elimina los transitorios del estator y red poniendo $\epsilon = 0$ en las Ecuaciones 2.1.84 – 2.1.95 puede escribirse como

$$\tau'_{do} \frac{dE'_q}{dt} = -E'_q - (X_d - X'_d) \left[i^r_{ds} - \frac{X'_d - X''_d}{(X'_d - X_{ls})^2} (\psi'^r_{kd} + (X'_d - X_{ls}) i^r_{ds} - E'_q) \right] + E'_f, \quad (2.1.145)$$

$$\tau''_{do} \frac{d\psi'^r_{kd}}{dt} = -\psi'^r_{kd} + E'_q - (X'_d - X_{ls}) i^r_{ds}, \quad (2.1.146)$$

$$\tau'_{qo} \frac{dE'_d}{dt} = -E'_d + (X_q - X'_q) \left[i^r_{qs} - \frac{X'_q - X''_q}{(X'_q - X_{ls})^2} (\psi'^r_{kq2} + (X'_q - X_{ls}) i^r_{qs} + E'_d) \right], \quad (2.1.147)$$

$$\tau''_{qo} \frac{d\psi'^r_{kq2}}{dt} = -\psi'^r_{kq2} - E'_d - (X'_q - X_{ls}) i^r_{qs}, \quad (2.1.148)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = w_r - w_e \quad (2.1.149)$$

y

$$2H p \frac{w_r}{w_b} = T_l - \frac{X''_d - X_{ls}}{X'_d - X_{ls}} E'_q i^r_{qs} - \frac{X'_d - X''_d}{X'_d - X_{ls}} \psi'^r_{kd} i^r_{qs} - \frac{X''_q - X_{ls}}{X'_q - X_{ls}} E'_d i^r_{ds} + \frac{X'_q - X''_q}{X'_q - X_{ls}} \psi'^r_{kq2} i^r_{ds} - (X''_q - X''_d) i^r_{qs} i^r_{ds}; \quad (2.1.150)$$

y las ecuaciones algebraicas requeridas, los cuales vienen del circuito de la figura 2-3-3 o la solución de las siguientes ecuaciones para i^r_{ds} e i^r_{qs} ; es decir,

$$0 = r_{se} i^r_{ds} - X''_{qe} i^r_{qs} - \frac{X''_q - X_{ls}}{X'_q - X_{ls}} E'_d + \frac{X'_q - X''_q}{X'_q - X_{ls}} \psi'^r_{kq2} + \sqrt{2} V_\infty \sin \delta \quad (2.1.151)$$

y

$$0 = r_{se} i^r_{qs} + X''_{de} i^r_{ds} - \frac{X''_d - X_{ls}}{X'_d - X_{ls}} E'_q - \frac{X'_d - X''_d}{X'_d - X_{ls}} \psi'^r_{kd} + \sqrt{2} V_\infty \cos \delta. \quad (2.1.152)$$

Los cuales deben sustituirse en

$$v^r_{ds} = r_e i^r_{ds} - X_e i^r_{qs} + \sqrt{2} V_\infty \sin \delta \quad (2.1.153)$$

y

$$v^r_{qs} = r_e i^r_{qs} + X_e i^r_{ds} + \sqrt{2} V_\infty \cos \delta, \quad (2.1.154)$$

para finalmente obtener

$$\sqrt{2} v_s = \sqrt{(v^r_{ds})^2 + (v^r_{qs})^2}. \quad (2.1.155)$$

1.3.2. El modelo de dos ejes

El modelo de la anterior sección aún contiene las dinámicas de los devanados de amortiguación ψ'^r_{kd} y ψ'^r_{kq2} . Si τ''_{do} y τ''_{qo} son suficientemente pequeños, existen curvas integrales para estos estados dinámicos. Una aproximación de estas curvas integrales se encuentra con τ''_{do} y τ''_{qo} igual a cero en las Ecuaciones 2.1.145 - 2.1.155. Así, las ecuaciones del modelo que contienen a τ''_{do} y τ''_{qo} pueden escribirse como

$$0 = -\psi'^r_{kd} + E'_q - (X'_d - X_{ls}) i^r_{ds} \quad (2.1.156)$$

y

$$0 = -\psi'^r_{kq2} - E'_d - (X'_q - X_{ls}) i^r_{qs}. \quad (2.1.157)$$

Cuando se usan para eliminar ψ'^r_{kd} y ψ'^r_{kq2} de las Ecuaciones 2.1.151 y 2.1.152, las ecuaciones para i^r_{ds} e i^r_{qs} llegan a ser

$$0 = r_{se} i^r_{ds} - (X'_q + X_e) i^r_{qs} - E'_d + \sqrt{2} V_\infty \sin \delta \quad (2.1.158)$$

y

$$0 = r_{se} i^r_{qs} + (X'_d + X_e) i^r_{ds} - E'_q + \sqrt{2} V_\infty \cos \delta. \quad (2.1.159)$$

Estas dos ecuaciones pueden escribirse como una sola ecuación compleja; es decir,

$$\begin{aligned} & [E'_d + (X'_q - X'_d) i^r_{qs} + j E'_q] e^{j(\delta - \frac{\pi}{2})} \\ & = (r_s + j X'_d) (i^r_{ds} + j i^r_{qs}) e^{j(\delta - \frac{\pi}{2})} + (r_e + j X_e) (i^r_{ds} + j i^r_{qs}) e^{j(\delta - \frac{\pi}{2})} \\ & + \sqrt{2} V_\infty. \end{aligned} \quad (2.1.160)$$

Además, las Ecuaciones 2.1.140 - 2.1.142 permanecen sin ninguna modificación y también resulta fácil verificar que la potencia real de la fuente interna es exactamente igual al torque electromagnético en el entrehierro. Por tanto, se puede construir el circuito de la figura 2-1-4, que representa el modelo de dos ejes.

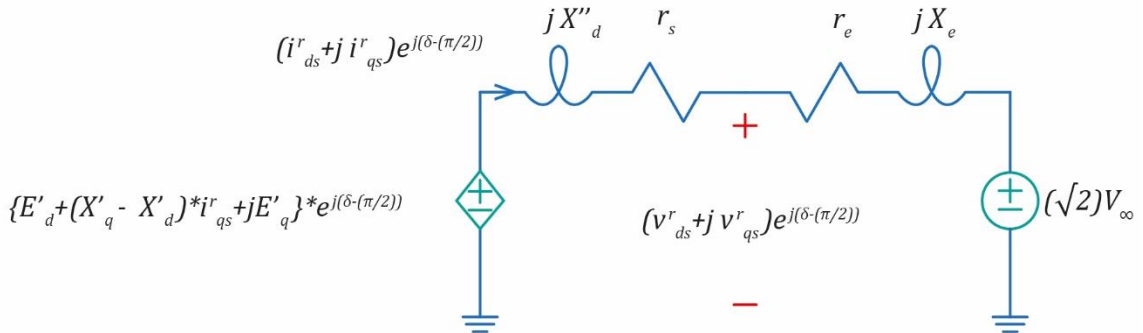


Figura 2-1-4. Modelo de dos ejes. Adaptado de "Power Systems Dynamics and Stability," por Sauer et al., 2002, Prentice Hall, p. 102, Copyright 1998 by Prentice-Hall Inc.

La forma final de este modelo de dos ejes, que elimina los transitorios del estator y red, y las dinámicas de los devanados de amortiguación, se obtiene sustituyendo las Ecuaciones 2.1.156 y 2.1.157 en las Ecuaciones 2.1.145 - 2.1.155:

$$\tau'_{do} \frac{dE'_q}{dt} = -E'_q - (X_d - X'_d) i^r_{ds} + E'_{fd}, \quad (2.1.161)$$

$$\tau'_{qo} \frac{dE'_d}{dt} = -E'_d + (X_q - X'_q) i^r_{qs}, \quad (2.1.162)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = w_r - w_e \quad (2.1.163)$$

y

$$2H p \frac{w_r}{w_b} = T_l - E'_q i^r_{qs} - E'_d i^r_{ds} - (X'_q - X'_d) i^r_{qs} i^r_{ds}, \quad (2.1.164)$$

y las ecuaciones algebraicas requeridas, los cuales vienen de del circuito de la figura 2-1-4 o la solución de las siguientes ecuaciones para i^r_{ds} e i^r_{qs} ; es decir,

$$0 = r_{se} i^r_{ds} - (X'_q + X_e) i^r_{qs} - E'_d + \sqrt{2}V_\infty \sin \delta \quad (2.1.165)$$

y

$$0 = r_{se} i^r_{qs} + (X'_d + X_e) i^r_{ds} - E'_q + \sqrt{2}V_\infty \cos \delta. \quad (2.1.166)$$

Los cuales deben sustituirse en

$$v^r_{ds} = r_e i^r_{ds} - X_e i^r_{qs} + \sqrt{2}V_\infty \sin \delta \quad (2.1.167)$$

y

$$v^r_{qs} = r_e i^r_{qs} + X_e i^r_{ds} + \sqrt{2}V_\infty \cos \delta, \quad (2.1.168)$$

para finalmente obtener

$$\sqrt{2}v_s = \sqrt{(v_{ds}^r)^2 + (v_{qs}^r)^2}. \quad (2.1.169)$$

1.3.3.El modelo de un eje

El modelo de la anterior sección aún contiene la dinámica del devanado de amortiguación E'_d . Si τ'_{q0} es suficientemente pequeño, existen curvas integrales para este estado dinámico. Una aproximación de estas curvas integrales se encuentra con τ'_{q0} igual a cero en las Ecuaciones 2.1.161 - 2.1.169. Así, la ecuación del modelo que contiene a τ'_{q0} pueden escribirse como

$$0 = -E'_d + (X_q - X'_q) i'_{qs}. \quad (2.1.170)$$

Cuando se usan para eliminar E'_d de las Ecuaciones 2.1.158 y 2.1.159, las ecuaciones para i^r_{ds} e i^r_{qs} llegan a ser

$$0 = r_{se} i^r_{ds} - (X_q + X_e) i^r_{qs} + \sqrt{2}V_\infty \sin \delta \quad (2.1.171)$$

y

$$0 = r_{se} i^r_{qs} + (X'_d + X_e) i^r_{ds} - E'_q + \sqrt{2}V_\infty \cos \delta. \quad (2.1.172)$$

Estas dos ecuaciones pueden escribirse como una sola ecuación compleja; es decir,

$$\begin{aligned} & [(X_q - X'_d) i^r_{qs} + j E'_q] e^{j(\delta - \frac{\pi}{2})} \\ &= (r_s + j X'_d)(i^r_{ds} + j i^r_{qs}) e^{j(\delta - \frac{\pi}{2})} + (r_e + j X_e)(i^r_{ds} + j i^r_{qs}) e^{j(\delta - \frac{\pi}{2})} \\ &+ \sqrt{2}V_\infty. \end{aligned} \quad (2.1.173)$$

Además, las Ecuaciones 2.1.140 - 2.1.142 permanecen sin ninguna modificación y también resulta fácil verificar que la potencia real de la fuente interna es exactamente igual al torque electromagnético en el entrehierro. Por tanto, se puede construir el circuito de la figura 2-1-5, que representa el modelo de un eje.

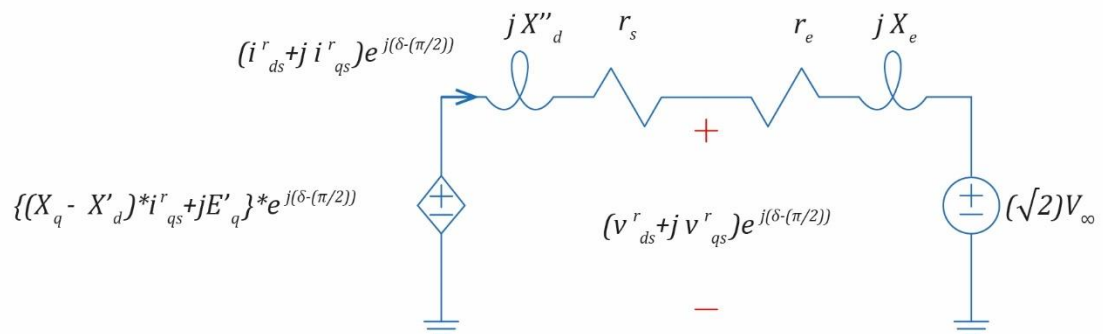


Figura 2-1-5. Modelo de un eje. Adaptado de "Power Systems Dynamics and Stability," por Sawer et al., 2002, Prentice Hall, p. 104, Copyright 1998 by Prentice-Hall Inc.

La forma final de este modelo de un eje, que elimina los transitorios del estator y red, y las dinámicas de los tres devanados de amortiguación, se obtiene sustituyendo la Ecuación 2.1.170 en las Ecuaciones 2.1.161 - 2.1.169. Así,

$$\tau'_{do} \frac{dE'_q}{dt} = -E'_q - (X_d - X'_d) i^r_{ds} + E'_{fd}, \quad (2.1.174)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = w_r - w_e \quad (2.1.175)$$

y

$$2H \frac{d(w_r/w_b)}{dt} = T_I - E'_q i^r_{qs} - (X_q - X'_d) i^r_{qs} i^r_{ds}, \quad (2.1.176)$$

donde $T_I = T_M + Dw_r$, y las ecuaciones algebraicas requeridas, los cuales vienen de del circuito de la figura 2-1-5 o la solución de las siguientes ecuaciones para i^r_{ds} e i^r_{qs} ; es decir,

$$0 = r_{se} i^r_{ds} - (X_q + X_e) i^r_{qs} + \sqrt{2}V_{\infty} \sin \delta \quad (2.1.177)$$

y

$$0 = r_{se} i^r_{qs} + (X'_d + X_e) i^r_{ds} - E'_q + \sqrt{2}V_{\infty} \cos \delta. \quad (2.1.178)$$

Los cuales deben sustituirse en

$$v^r_{ds} = r_e i^r_{ds} - X_e i^r_{qs} + \sqrt{2}V_{\infty} \sin \delta \quad (2.1.179)$$

y

$$v^r_{qs} = r_e i^r_{qs} + X_e i^r_{ds} + \sqrt{2}V_{\infty} \cos \delta, \quad (2.1.180)$$

para finalmente obtener

$$\sqrt{2}v_s = \sqrt{(v^r_{ds})^2 + (v^r_{qs})^2}. \quad (2.1.181)$$

1.3.4. Modelo clásico

El modelo clásico es el más simple de los modelos de máquinas síncronas, pero es el más difícil de justificar. El modelo clásico también es conocido como el modelo de voltaje constante detrás de la reactancia transitoria X'_d . Regresando al circuito del modelo de dos ejes (figura 2-1-4) y sus Ecuaciones 2.1.161 – 2.1.169; en lugar de asumir τ'_{qo} igual a cero, como en la última sección, asumimos que existen las curvas integrales que dan como primera aproximación una E'_q constante y un $E'_d + (X'_q - X'_d) i^r_{qs}$ constante. Por tanto, definimos el voltaje constante como

$$E'^0 = \sqrt{(E'^0_d + (X'_q - X'_d) i^{r0}_{qs})^2 + (E'^0_q)^2} \quad (2.1.182)$$

y el ángulo constante como

$$\delta'^0 = \tan^{-1} \left(\frac{E'^0_q}{E'^0_d + (X'_q - X'_d) i^r_{qs}} \right) - \frac{\pi}{2}. \quad (2.1.183)$$

El circuito del modelo clásico es como se muestra en la figura 2-1-6. Dado que este modelo usualmente se emplea asumiendo que el torque de entrada es constante y la resistencia cero, escribimos

$$T_l = T^0_l \quad (2.1.184)$$

y definimos

$$\delta_{clásico} = \delta + \delta'^0. \quad (2.1.185)$$

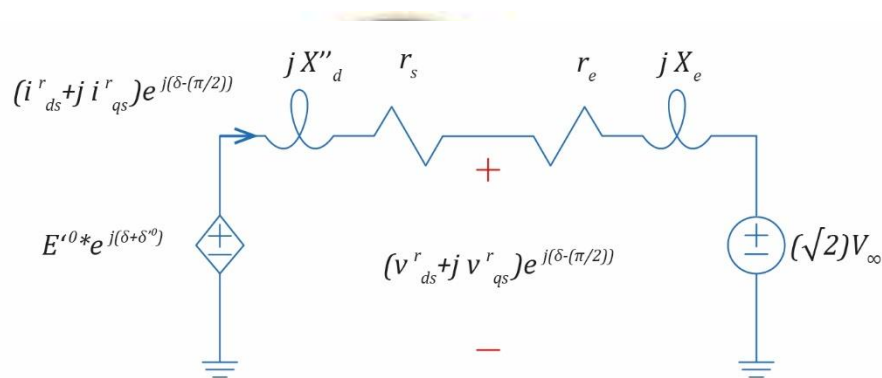


Figura 2-1-6. Modelo de clásico. Adaptado de “Power Systems Dynamics and Stability,” por Sawer et al., 2002, Prentice Hall, p. 106, Copyright 1998 by Prentice-Hall Inc.

El modelo clásico es un modelo de segundo orden. Por tanto,

$$\frac{d\delta_{clásico}}{dt} = w_r - w_e \quad (2.1.186)$$

y

$$2 H p \frac{w_r}{w_b} = T^0_l - \frac{E'^0 \sqrt{2} V_\infty}{(X'_d + X_e)} \sin \delta_{clásico}. \quad (2.1.187)$$

Este modelo clásico puede obtenerse también formalmente del modelo de dos ejes poniendo $X'_q = X'_d$ y $\tau'_{do} = \tau'_{qo} = \infty$, o del modelo de un eje poniendo $X_q = X'_d$, $\tau'_{qo} = 0$ y $\tau'_{do} = \infty$. En este último caso, δ'^0 es igual a cero, de tal forma que $\delta_{clásico}$ es igual a δ y E'^0 es igual a E'^0_q .

1.4. Modelo linealizado

Emplearemos la serie de Taylor en las Ecuaciones 2.1.174 - 2.1.181, que describen el modelo de un eje, para obtener un modelo linealizado. En esta derivación no se tomará en cuenta la resistencia de los devanados del estator, r_s , debido a que usualmente son de valor pequeño. Por tanto, de las Ecuaciones 2.1.177 - 2.1.180 se obtiene que

$$X_q i^r_{qs} - v^r_{ds} = 0 \quad (2.1.188)$$

y

$$E'_q - v^r_{qs} - X'_d i^r_{ds} = 0. \quad (2.1.189)$$

Además, de la figura 2-1-5, obtenemos que

$$r_e i^r_{ds} - X_e i^r_{qs} = v^r_{ds} - \sqrt{2}V_\infty \sin \delta \quad (2.1.190)$$

y

$$r_e i^r_{qs} + X_e i^r_{ds} = v^r_{qs} - \sqrt{2}V_\infty \cos \delta. \quad (2.1.191)$$

Reemplazando las Ecuaciones 2.1.188 y 2.1.189 en las Ecuaciones 2.1.190 y 2.1.191, y resolviendo para i^r_{ds} y i^r_{qs} obtenemos que

$$\begin{bmatrix} i^r_{ds} \\ i^r_{qs} \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} X_e + X_q & -r_e \sqrt{2}V_\infty \sin \delta_0 - (X_e + X_q) \sqrt{2}V_\infty \cos \delta_0 \\ r_e & -r_e \sqrt{2}V_\infty \cos \delta_0 + (X_e + X'_d) \sqrt{2}V_\infty \sin \delta_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E'_q \\ \delta \end{bmatrix}, \quad (2.1.192)$$

donde $\Delta = r_e^2 + (X_e + X_q)(X_e + X'_d)$.

De los dos últimos términos de la Ecuación 2.1.176 obtenemos la expresión linealizada para el torque electromagnético; es decir,

$$T_e = E'_q i^r_{qs} - (X_q - X'_d) i^r_{qs} i^r_{ds}. \quad (2.1.193)$$

Reemplazando la Ecuación 2.1.192 en 2.1.193 y linealizadnos obtenemos que

$$\Delta T_e = K_1 \Delta \delta + K_2 \Delta E'_q \quad (2.1.194)$$

donde

$$K_1 = \left. \frac{\partial T_e}{\partial \delta} \right|_{\delta_0, E'_{q0}} \quad (2.1.195)$$

y

$$K_2 = \left. \frac{\partial T_e}{\partial E'_q} \right|_{\delta_0, E'_{q0}}. \quad (2.1.196)$$

Reemplazando la Ecuación 2.1.192 en los dos primeros términos del lado derecho de la Ecuación 2.1.174, y linealizando obtenemos una expresión para ΔE_q como

$$\Delta E_q = K_4 \Delta \delta + K_3 \Delta E'_q \quad (2.1.197)$$

donde

$$K_3 = \left. \frac{\partial E_q}{\partial E'_q} \right|_{\delta_0, E'_{q0}} \quad (2.1.198)$$

y

$$K_4 = \left. \frac{\partial E_q}{\partial \delta} \right|_{\delta_0, E'_{q0}}. \quad (2.1.199)$$

Reemplazando las Ecuaciones 2.1.179 y 2.1.180 en la Ecuación 2.1.181, y linealizando obtenemos una expresión para Δv_s como

$$\Delta v_s = K_5 \Delta \delta + K_6 \Delta E'_q \quad (2.1.200)$$

donde

$$K_5 = \left. \frac{\partial v_s}{\partial \delta} \right|_{\delta_0, E'_q} \quad (2.1.201)$$

y

$$K_6 = \left. \frac{\partial v_s}{\partial E'_q} \right|_{\delta_0, E'_q} \quad (2.1.202)$$

La siguiente representación en el espacio de estados se obtiene reemplazando las ecuaciones linealizadas ΔE_q , ΔT_e , Δv_s en las ecuaciones linealizadas del modelo de un eje, dadas por las Ecuaciones 2.1.174 y 2.1.176, y en la ecuación linealizada del excitador, dada por

$$\tau_A \frac{dE'_{fd}}{dt} = -E'_{fd} + K_A [-v_s + u_{PSS} + v_{ref}], \quad (2.1.203)$$

respectivamente. La ecuación de salida será la variable $\Delta(w_r/w_b)$. Así,

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Delta E'_q}{dt} \\ \frac{d\Delta \delta}{dt} \\ \frac{d\Delta(w_r/w_b)}{dt} \\ \frac{d\Delta E'_{fd}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{K_3}{\tau'_{d0}} & \frac{K_4}{\tau'_{d0}} & 0 & \frac{1}{\tau'_{d0}} \\ 0 & 0 & \frac{w_b}{Dw_b} & 0 \\ -\frac{K_2}{2H} & \frac{K_1}{2H} & -\frac{1}{2H} & 0 \\ -\frac{K_A K_6}{\tau_A} & \frac{K_A K_5}{\tau_A} & 0 & -\frac{1}{\tau_A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta \delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2H} & 0 \\ \frac{K_A}{\tau_A} & 0 & \frac{K_A}{\tau_A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_{PSS} \\ \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix}, \quad (2.1.204)$$

$$\Delta(w_r/w_b) = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0] \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta \delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \end{bmatrix} + [0 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} \Delta u_{PSS} \\ \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix}.$$

El fenómeno de la estabilidad y la amortiguación de una máquina síncrona para el caso de pequeñas perturbaciones pueden examinarse con la ayuda del diagrama de bloques que se muestra en la figura 2-1-7. Es importante notar que, con la excepción de K_3 el cual es solo función de las impedancias, los demás parámetros cambian con la carga, haciendo que el comportamiento de la máquina sea diferente en diferentes puntos de operación. Dado que estos parámetros cambian en forma muy compleja, es muy difícil encontrar conclusiones generales basándonos en los valores de los parámetros para solo un punto de operación.

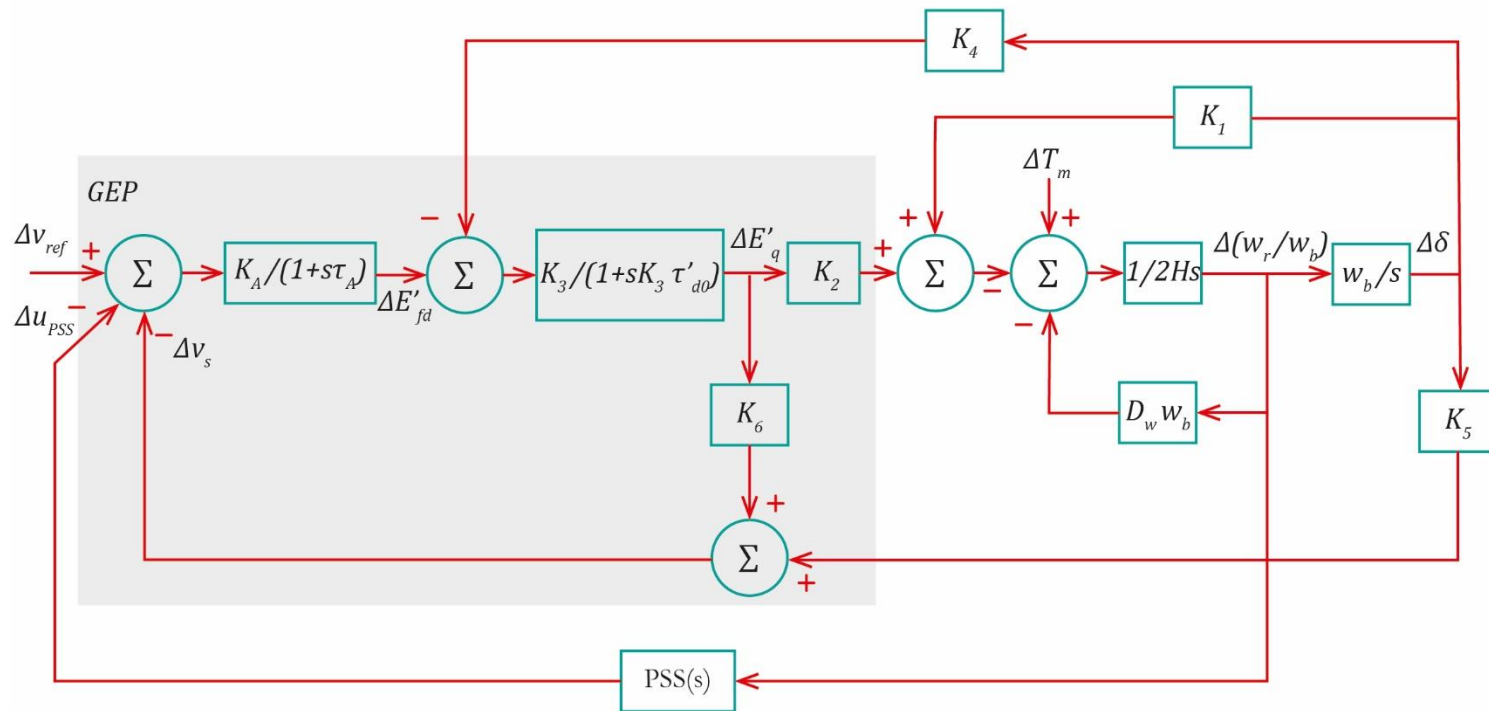


Figura 2-1-7. Modelo linealizado. Adaptado de "Power Systems Dynamics and Stability," por Sawer et al., 2002, Prentice Hall, p. 125, Copyright 1998 by Prentice-Hall Inc.



1.5. Diseño del estabilizador PSS mediante asignación de polos

Un estabilizador de sistemas de potencia puede incrementar la amortiguación asignando el modo de oscilación a una nueva posición en el plano complejo. La función de transferencia del estabilizador de sistemas de potencia será

$$T_{PSS} = K_{PSS} \frac{(1 + s\alpha T)^2}{(1 + sT)^2}, \quad (2.1.205)$$

el cual representa la función de transferencia de un compensador de retardo – adelanto.

La función de transferencia de la representación en el espacio de estados de la Ecuación 2.1.204, con la entrada Δu_{PSS} y la salida $\Delta(w_r/w_b)$, se obtiene como

$$G(s) = C * (sI - A)^{-1} * B, \quad (2.1.206)$$

donde

$$C = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0], \quad (2.1.207)$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{K_3}{\tau'_{d0}} & -\frac{K_4}{\tau'_{d0}} & 0 & \frac{1}{\tau'_{d0}} \\ 0 & 0 & w_b & 0 \\ -\frac{K_2}{2H} & -\frac{K_1}{2H} & -\frac{Dw_b}{2H} & 0 \\ \frac{K_A K_6}{\tau_A} & -\frac{K_A K_5}{\tau_A} & 0 & \frac{1}{\tau_A} \end{bmatrix}, \quad (2.1.208)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{K_A}{\tau_A} \end{bmatrix}^T \quad (2.1.209)$$

e I es una matriz identidad. La ecuación característica en lazo cerrado será

$$1 + G(s) T_{PSS}(s) = 0. \quad (2.1.210)$$

Si el diseño del estabilizador de sistemas de potencia es asignar el modo de oscilación a una nueva posición λ_c , la solución de la ecuación característica del sistema de control en lazo cerrado será λ_c . Por tanto,

$$1 + G(\lambda_c) T_{PSS}(\lambda_c) = 0. \quad (2.1.211)$$

Separando la parte real e imaginaria en la Ecuación 2.1.211, se obtienen dos ecuaciones las cuales se utilizan para determinar dos parámetros de la función de transferencia del estabilizador de sistemas de potencia dada por la Ecuación 2.1.205. Es decir, con un valor predeterminado de T , los parámetros K_{PSS} y α pueden calcularse mediante la Ecuación 2.1.211.

Para establecer la representación en el espacio de estados del sistema de potencia instalado con el estabilizador de sistemas de potencia se tiene que

$$\Delta x_1 = \frac{1 + s\alpha T}{1 + sT} \Delta(w_r/w_b) \quad (2.1.212)$$

y

$$\Delta u_{PSS} = K_{PSS} \frac{1 + s\alpha T}{1 + sT} \Delta x_1. \quad (2.1.213)$$

Por tanto, las ecuaciones de estado del estabilizador de sistemas de potencia serán

$$\frac{d\Delta x_1}{dt} = -\frac{K_2}{2H} \alpha \Delta E'_{fd} - \frac{K_1}{2H} \alpha \Delta \delta + \left(\frac{1}{T} - \frac{Dw_b}{2H} \alpha \right) \Delta(w_r/w_b) - \frac{1}{T} \Delta x_1 + \frac{1}{2H} \alpha \Delta T_M \quad (2.1.214)$$

y

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta u_{PSS}}{dt} = & -K_{PSS} \alpha^2 \frac{K_2}{2H} \Delta E'_{fd} - K_{PSS} \alpha^2 \frac{K_1}{2H} \Delta \delta + K_{PSS} \alpha \left(\frac{1}{T} - \frac{Dw_b}{2H} \alpha \right) \Delta(w_r/w_b) \\ & + (1 - \alpha) K_{PSS} \frac{1}{T} \Delta x_1 - \frac{1}{T} \Delta u_{PSS} + K_{PSS} \alpha^2 \frac{1}{2H} \Delta T_M. \end{aligned} \quad (2.1.215)$$

Así,

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \frac{d\Delta E'_{fd}}{dt} \\ \frac{d\Delta \delta}{dt} \\ \frac{d\Delta(w_r/w_b)}{dt} \\ \frac{d\Delta E'_{fd}}{dt} \\ \frac{d\Delta x_1}{dt} \\ \frac{d\Delta u_{PSS}}{dt} \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} -\frac{K_3}{\tau'_{do}} & -\frac{K_4}{\tau'_{do}} & 0 & \frac{1}{\tau'_{do}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w_b & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_2}{2H} & -\frac{K_1}{2H} & \frac{Dw_b}{2H} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_A K_6}{\tau_A} & -\frac{K_A K_5}{\tau_A} & 0 & -\frac{1}{\tau_A} & 0 & 0 \\ -\frac{K_2}{2H} \alpha & -\frac{K_1}{2H} \alpha & \left(\frac{1}{T} - \frac{Dw_b}{2H} \alpha \right) & 0 & -\frac{1}{T} & 0 \\ -K_{PSS} \alpha^2 \frac{K_2}{2H} & -K_{PSS} \alpha^2 \frac{K_1}{2H} & K_{PSS} \alpha \left(\frac{1}{T} - \frac{Dw_b}{2H} \alpha \right) & 0 & (1 - \alpha) K_{PSS} \frac{1}{T} & -\frac{1}{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_{fd} \\ \Delta \delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta x_1 \\ \Delta u_{PSS} \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{2H} & 0 \\ 0 & \frac{K_A}{\tau_A} \\ \frac{1}{2H} \alpha & 0 \\ K_{PSS} \alpha^2 \frac{1}{2H} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.1.216)$$

2. Máquina síncrona – Bus Infinito instalado con un SVC

2.1. Modelo linealizado

La figura 2-2-1 muestra el sistema de potencia de una máquina síncrona conectado a un bus infinito y equipado con un compensador estático de potencia reactiva. Todos los valores mostrados son en por unidad. Se puede observar que

$$\tilde{i}_{s\infty} = \tilde{i}_{as} - \tilde{i}_{SVC}, \quad (2.2.1)$$

$$\tilde{v}_{SVC} = jX_{s\infty}\tilde{i}_{s\infty} + \tilde{V}_{a\infty}, \quad (2.2.2)$$

$$\tilde{i}_{SVC} = Y_{SVC}\tilde{v}_{SVC} \quad (2.2.3)$$

e

$$\tilde{v}_{as} = jX_{es}\tilde{i}_{as} + \tilde{v}_{SVC}. \quad (2.2.4)$$

Reemplazando la Ecuación 2.2.1 en la Ecuación 2.2.2 obtenemos que

$$\tilde{v}_{SVC} = jX_{s\infty}(\tilde{i}_{as} - \tilde{i}_{SVC}) + \tilde{V}_{a\infty} = jX_{s\infty}\tilde{i}_{as} - jX_{s\infty}\tilde{i}_{SVC} + \tilde{V}_{a\infty}. \quad (2.2.5)$$

Así, reemplazando la Ecuación 2.2.3 en la Ecuación 2.2.5 obtenemos que

$$\tilde{v}_{SVC} = \frac{1}{1 + jX_{s\infty}Y_{SVC}}(jX_{s\infty}\tilde{i}_{as} + \tilde{V}_{a\infty}). \quad (2.2.6)$$

Finalmente, reemplazamos la Ecuación 2.2.6 en la Ecuación 2.2.4 se obtiene que

$$\tilde{v}_{as} = jX_{es}\tilde{i}_{as} + \frac{1}{1 + jX_{s\infty}Y_{SVC}}(jX_{s\infty}\tilde{i}_{as} + \tilde{V}_{a\infty}) = jX_{TL}\tilde{i}_{as} + \frac{1}{C}\tilde{V}_{a\infty}, \quad (2.2.7)$$

donde $X_{TL} = X_{es} + (X_{s\infty}/C)$ y $C = 1 + jX_{s\infty}Y_{SVC} = 1 - X_{s\infty}b_{SVC}$. La Ecuación 2.2.7 puede expresarse, mediante la Ecuación 2.198 (Anexo: fundamento teórico 2), en sus componentes en el marco de referencia fijo en el rotor, como

$$v^r_{qs} = X_{TL}i^r_{ds} + \frac{1}{C}V^r_{q\infty} = X_{TL}i^r_{ds} + \frac{1}{C}V_{\infty} \cos \delta \quad (2.2.8)$$

e

$$v^r_{ds} = -X_{TL}i^r_{qs} + \frac{1}{C}V^r_{d\infty} = -X_{TL}i^r_{qs} + \frac{1}{C}V_{\infty} \sin \delta. \quad (2.2.9)$$

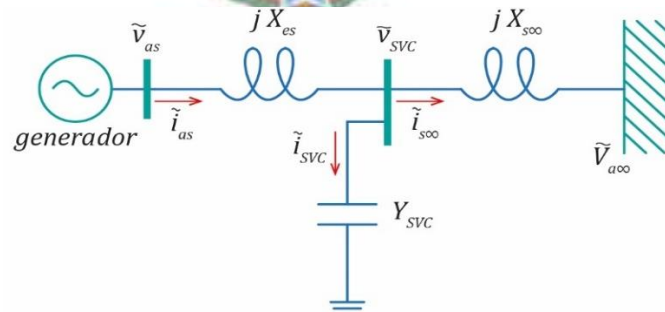


Figura 2-2-1. Máquina síncrona conectado a un bus infinito y equipado con un SVC. Adaptado de “Analysis and Damping Control of Power System Low-Frequency Oscillations,” por Haifeng Wang, Wenjuan Du, 2016, Spring, p. 82, Copyright 2016 by Springer Science+Business Media New York.

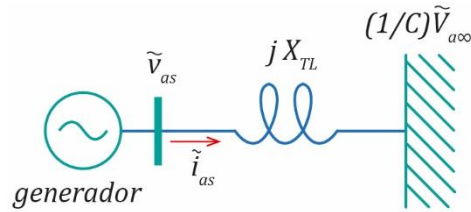


Figura 2-2-2. Sistema de potencia equivalente de la figura 2-2-1.

Mediante la Ecuación 2.2.7 se obtiene el sistema de potencia equivalente que se muestra en la figura 2-2-2, y del modelo de un eje, en por unidad, obtenemos que

$$0 = -(X_q + X_{TL})i_{qs}^r + \frac{1}{C}V_{\infty} \sin \delta \quad (2.2.10)$$

y

$$0 = (X'_d + X_{TL})i_{ds}^r - E'_q + \frac{1}{C}V_{\infty} \cos \delta. \quad (2.2.11)$$

De donde se obtiene que

$$i_{qs}^r = \frac{1}{X_q + X_{TL}} \frac{1}{C}V_{\infty} \sin \delta \quad (2.2.12)$$

e

$$i_{ds}^r = \frac{1}{X'_d + X_{TL}} \left(E'_q - \frac{1}{C}V_{\infty} \cos \delta \right). \quad (2.2.13)$$

Los dos últimos términos del lado derecho de la igualdad mostrada en la Ecuación 2.1.176 representan el torque electromagnético. Así,

$$T_e = E'_q i_{qs}^r + (X_q - X'_d) i_{qs}^r i_{ds}^r. \quad (2.2.14)$$

Reemplazando las Ecuaciones 2.2.12 y 2.2.13 en 2.2.14 se obtiene la expresión para T_e en función de δ , E'_q y b_{SVC} . Así, la expresión linealizada para el torque electromagnético es

$$\Delta T_e = K_1 \Delta \delta + K_2 \Delta E'_q + K_p \Delta b_{SVC}, \quad (2.2.15)$$

donde

$$K_1 = \left. \frac{\partial T_e}{\partial \delta} \right|_{\delta_0, E'_{q0}, b_{SVC0}}, \quad (2.2.16)$$

$$K_2 = \left. \frac{\partial T_e}{\partial E'_q} \right|_{\delta_0, E'_{q0}, b_{SVC0}} \quad (2.2.17)$$

y

$$K_p = \left. \frac{\partial T_e}{\partial b_{SVC}} \right|_{\delta_0, E'_{q0}, b_{SVC0}}. \quad (2.2.18)$$

Reemplazando las Ecuaciones 2.2.12 y 2.2.13 en los primeros dos términos de la Ecuación 2.1.174 obtenemos una expresión para la variable E_q en función de δ , E'_q y b_{SVC} . Así, la expresión linealizada será

$$\Delta E_q = K_4 \Delta \delta + K_3 \Delta E'_q + K_q \Delta b_{SVC}, \quad (2.2.19)$$

donde

$$K_4 = \left. \frac{\partial E_q}{\partial \delta} \right|_{\delta_0, E'_{q0}, b_{SVC0}}, \quad (2.2.20)$$

$$K_3 = \left. \frac{\partial E_q}{\partial E'_q} \right|_{\delta_0, E'_{q0}, b_{SVC0}} \quad (2.2.21)$$

y

$$K_q = \left. \frac{\partial E_q}{\partial b_{SVC}} \right|_{\delta_0, E'_{q0}, b_{SVC0}} \quad (2.2.22)$$

Reemplazando las Ecuaciones 2.2.12 y 2.2.13 en 2.2.8 y 2.2.9, y luego reemplazando los resultados en la Ecuación 2.1.181 obtenemos una expresión para el voltaje del generador sincrónico v_s en función de δ , E'_q y b_{SVC} . Así, la expresión linealizada será

$$\Delta v_s = K_5 \Delta \delta + K_6 \Delta E'_q + K_v \Delta b_{SVC}, \quad (2.2.23)$$

donde

$$K_5 = \left. \frac{\partial v_s}{\partial \delta} \right|_{\delta_0, E'_{q0}, b_{SVC0}}, \quad (2.2.24)$$

$$K_6 = \left. \frac{\partial v_s}{\partial E'_q} \right|_{\delta_0, E'_{q0}, b_{SVC0}} \quad (2.2.25)$$

y

$$K_q = \left. \frac{\partial v_s}{\partial b_{SVC}} \right|_{\delta_0, E'_{q0}, b_{SVC0}} \quad (2.2.26)$$

De la Ecuación 2.2.6 se puede obtener las componentes del voltaje del punto medio, donde se encuentra conectado el compensador, en el marco de referencia fijo en el rotor. Así,

$$v^r_{qSVC} = \frac{X_{S\infty} i^r_{ds} + V^r_{q\infty}}{C} \quad (2.2.27)$$

e

$$v^r_{dSVC} = \frac{-X_{S\infty} i^r_{qs} + V^r_{d\infty}}{C}. \quad (2.2.28)$$

Reemplazando las Ecuaciones 2.2.12 y 2.2.13 en las Ecuaciones 2.2.27 y 2.2.28 obtenemos v^r_{qSVC} y v^r_{dSVC} , respectivamente, en función de δ , E'_q y b_{SVC} . Así, reemplazando v^r_{qSVC} y v^r_{dSVC} en la ecuación $(v_{SVC})^2 = (v^r_{dSVC})^2 + (v^r_{qSVC})^2$ se puede obtener la expresión linealizada de v_{SVC} como

$$\Delta v_{SVC} = C_1 \Delta\delta + C_2 \Delta E'_q + C_3 \Delta b_{SVC}, \quad (2.2.29)$$

donde

$$C_1 = \left. \frac{\partial v_{SVC}}{\partial \delta} \right|_{\delta_0, E'_q, b_{SVC0}}, \quad (2.2.30)$$

$$C_2 = \left. \frac{\partial v_{SVC}}{\partial E'_q} \right|_{\delta_0, E'_q, b_{SVC0}} \quad (2.2.31)$$

y

$$C_3 = \left. \frac{\partial v_{SVC}}{\partial b_{SVC}} \right|_{\delta_0, E'_q, b_{SVC0}}. \quad (2.2.32)$$

La siguiente representación en el espacio de estados se obtiene reemplazando las ecuaciones linealizadas ΔE_q , ΔT_e , Δv_s en las ecuaciones linealizadas del modelo de un eje, dadas por las Ecuaciones 2.1.174 y 2.1.176, y en la ecuación linealizada del excitador, dada por

$$\tau_A \frac{dE'_{fd}}{dt} = -E'_{fd} + K_A[-v_s + v_{ref}], \quad (2.2.33)$$

respectivamente. La ecuación de salida es la Ecuación 2.2.29. Así,

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Delta E'_q}{dt} \\ \frac{d\Delta\delta}{dt} \\ \frac{d\Delta(w_r/w_b)}{dt} \\ \frac{d\Delta E'_{fd}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{K_3}{\tau'_{d0}} & -\frac{K_4}{\tau'_{d0}} & 0 & \frac{1}{\tau'_{d0}} \\ 0 & 0 & w_b & 0 \\ -\frac{K_2}{2H} & -\frac{K_1}{2H} & -\frac{D}{2H} & 0 \\ -\frac{K_A K_6}{\tau_A} & -\frac{K_A K_5}{\tau_A} & 0 & -\frac{1}{\tau_A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{K_q}{\tau'_{d0}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_p}{2H} & \frac{1}{2H} & 0 \\ -\frac{K_A K_v}{\tau_A} & 0 & \frac{K_A}{\tau_A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta b_{SVC} \\ \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix}, \quad (2.2.34)$$

$$\Delta v_{SVC} = [C_2 \quad C_1 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \end{bmatrix} + [C_3 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} \Delta b_{SVC} \\ \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix}.$$

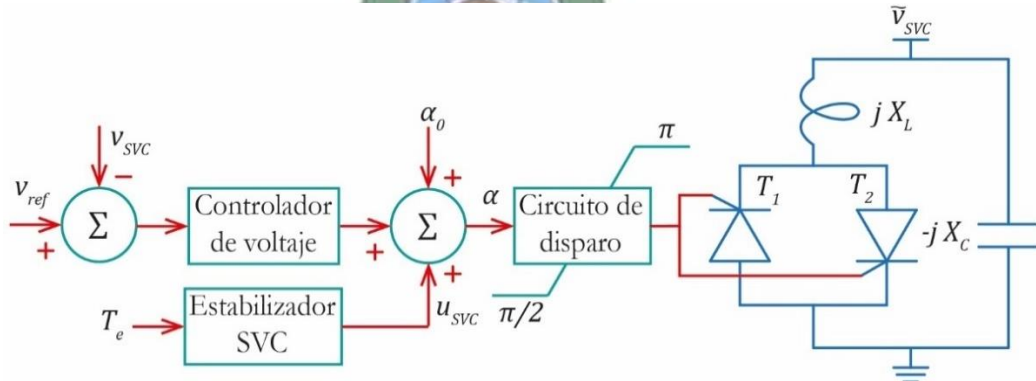


Figura 2-2-3. Configuración del control para un SVC con FC - TCR. Adaptado de “Analysis and Damping Control of Power System Low-Frequency Oscillations,” por Haifeng Wang, Wenjuan Du, 2016, Spring, p. 82, Copyright 2016 by Springer Science+Business Media New York.

La Ecuación 2.2.34 nos sirve para el diseño del controlador proporcional e integral (PI) del voltaje. Sin embargo, además del controlador PI del voltaje es necesario el diseño de un controlador para el compensador estático de potencia reactiva, como se muestra en la figura 2-2-3. La representación en el espacio de estados para este propósito se considera a continuación. De la figura 2-2-3 se obtiene la siguiente ecuación para el ángulo de retardo de disparo

$$\alpha = \alpha_0 + \left(k_p + \frac{k_i}{s}\right)(v_{ref} - v_{SVC}) + u_{SVC}, \quad (2.2.35)$$

donde u_{SVC} es la señal de estabilización del controlador. Linealizando la Ecuación 2.2.35 obtenemos

$$\Delta\alpha = -\left(k_p + \frac{k_i}{s}\right)\Delta v_{SVC} + \Delta u_{SVC}. \quad (2.2.36)$$

De la Ecuación 3.18 (Anexo: fundamento teórico 3) obtenemos, linealizando, que

$$\Delta B_{SVC} = \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} \Delta\alpha, \quad (2.2.37)$$

donde

$$\frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} = -\frac{2}{\pi} - \frac{2 \cos(2\alpha_0)}{\pi}. \quad (2.2.38)$$

Reemplazando las Ecuaciones 2.2.36 y 2.2.29 en la Ecuación 2.2.37 obtenemos

$$\Delta B_{SVC} = \frac{-\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p (C_1 \Delta\delta + C_2 \Delta E'_q) + \Delta Z_{SVC} + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} \Delta u_{SVC}}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_3}, \quad (2.2.39)$$

donde

$$\Delta Z_{SVC} = -\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} \frac{k_i}{s} (C_1 \Delta\delta + C_2 \Delta E'_q + C_3 \Delta B_{SVC}), \quad (2.2.40)$$

o

$$\frac{d\Delta Z_{SVC}}{dt} = -\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_i (C_1 \Delta\delta + C_2 \Delta E'_q + C_3 \Delta B_{SVC}). \quad (2.2.41)$$

Reemplazando la Ecuación 2.2.39 en 2.2.41 obtenemos que

$$\frac{d\Delta Z_{SVC}}{dt} = C_A \Delta\delta + C_E \Delta E'_q + C_Z \Delta Z_{SVC} + C_u \Delta u_{SVC}, \quad (2.2.42)$$

donde

$$C_A = -\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_i C_1 \left[-\frac{\frac{C_3}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_3} + 1 \right], \quad (2.2.43)$$

$$C_E = -\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_i C_2 \left[\frac{\frac{C_3}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_3} + 1 \right], \quad (2.2.44)$$

$$C_Z = -\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_i C_3 \left[\frac{1}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_3} \right] \quad (2.2.45)$$

y

$$C_u = -\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_i C_3 \left[\frac{\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha}}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_3} \right]. \quad (2.2.46)$$

Reemplazando la Ecuación 2.2.39 en la Ecuación 2.2.15 obtenemos

$$\Delta T_e = K'_1 \Delta \delta + K'_2 \Delta E'_q + K_{pz} \Delta Z_{SVC} + K'_p \Delta u_{SVC}, \quad (2.2.47)$$

donde

$$K'_1 = K_1 + K_p \left[\frac{-\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_1}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_3} \right], \quad (2.2.48)$$

$$K'_2 = K_2 + K_p \left[\frac{-\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_2}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_3} \right], \quad (2.2.49)$$

$$K_{pz} = K_p \left[\frac{1}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_3} \right] \quad (2.2.50)$$

y

$$K'_p = K_p \left[\frac{\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha}}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_3} \right]. \quad (2.2.51)$$

Reemplazando la Ecuación 2.2.39 en la Ecuación 2.2.19 obtenemos

$$\Delta E_q = K'_4 \Delta \delta + K'_3 \Delta E'_q + K_{qz} \Delta Z_{SVC} + K'_q \Delta u_{SVC}, \quad (2.2.52)$$

donde

$$K'_4 = K_4 + K_q \left[\frac{-\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_1}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_3} \right], \quad (2.2.53)$$

$$K'_3 = K_3 + K_q \left[\frac{-\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_2}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_3} \right], \quad (2.2.54)$$

$$K_{qz} = K_q \left[\frac{1}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_3} \right] \quad (2.2.55)$$

y

$$K'_q = K_q \left[\frac{\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha}}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_3} \right]. \quad (2.2.56)$$

Reemplazando la Ecuación 2.2.39 en la Ecuación 2.2.23 obtenemos

$$\Delta v_s = K'_5 \Delta \delta + K'_6 \Delta E'_q + K_{vz} \Delta Z_{SVC} + K'_v \Delta u_{SVC}, \quad (2.2.57)$$

donde

$$K'_5 = K_5 + K_v \left[\frac{-\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_1}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_3} \right], \quad (2.2.58)$$

$$K'_6 = K_6 + K_v \left[\frac{-\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_2}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_3} \right], \quad (2.2.59)$$

$$K_{vz} = K_v \left[\frac{1}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_3} \right] \quad (2.2.60)$$

y

$$K'_v = K_v \left[\frac{\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha}}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_3} \right]. \quad (2.2.61)$$

Por tanto, la representación en el espacio de estados para el diseño del controlador para el compensador estático de potencia reactiva se obtiene reemplazando las ecuaciones linealizadas ΔE_q , ΔT_e , Δv_s en las ecuaciones linealizadas del modelo de un eje, dadas por las Ecuaciones 2.1.174 y 2.1.176, y en la ecuación linealizada del excitador, dada por la Ecuación 2.2.33, respectivamente. Así,

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Delta E'_q}{dt} \\ \frac{d\Delta\delta}{dt} \\ \frac{d\Delta(w_r/w_b)}{dt} \\ \frac{d\Delta E'_{fd}}{dt} \\ \frac{d\Delta Z_{SVC}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{K'_3}{\tau'_{d0}} & -\frac{K'_4}{\tau'_{d0}} & 0 & \frac{1}{\tau'_{d0}} & -\frac{K_{qz}}{\tau'_{d0}} \\ 0 & 0 & w_b & 0 & 0 \\ -\frac{K'_2}{2H} & -\frac{K'_1}{2H} & -\frac{Dw_b}{2H} & 0 & -\frac{K_{pz}}{2H} \\ -\frac{K_A K'_6}{\tau_A} & -\frac{K_A K'_5}{\tau_A} & 0 & -\frac{1}{\tau_A} & -\frac{K_A K_{vz}}{\tau_A} \\ C_E & C_A & 0 & 0 & C_Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta Z_{SVC} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} -\frac{K'_q}{\tau'_{d0}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K'_p}{2H} & \frac{1}{2H} & 0 \\ -\frac{K_A K'_v}{\tau_A} & 0 & \frac{K_A}{\tau_A} \\ C_u & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_{SVC} \\ \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix}, \quad (2.2.62)$$

$$\Delta T_e = [K'_2 \quad K'_1 \quad 0 \quad 0 \quad K_{pz}] \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta Z_{SVC} \end{bmatrix} + [K'_p \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} \Delta u_{SVC} \\ \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix}.$$

2.2. Cálculo de compensación inicial

En esta sección se muestra como calcular la compensación inicial del compensador estático de potencia reactiva. La figura 2-2-4 muestra el modelo de circuito del sistema de potencia mostrado en la figura 2-2-1. Dado que las resistencias en las líneas de transmisión se ignoran, $P_{as} = P_{s00} = P_{\infty}$. Escogiendo \tilde{v}_{SVC} como el fasor de referencia en el eje x , tenemos que $\tilde{v}_{SVC} = \tilde{v}_{SVC}^* = v_{SVC}$.

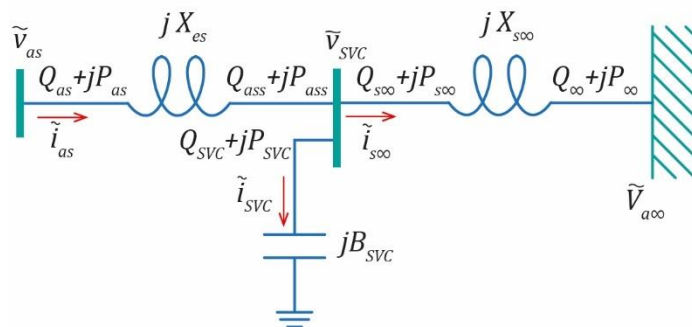


Figura 2-2-4. Circuito modelo de una máquina síncrona conectado a un bus infinito y equipado con un compensador estático de potencia reactiva. Adaptado de “Analysis and Damping Control of Power System Low-Frequency Oscillations,” por Haifeng Wang, Wenjuan Du, 2016, Spring, p. 89, Copyright 2016 by Springer Science+Business Media New York.

De la figura 2-2-4 se puede observar que

$$\tilde{v}_{SVC} = jX_{S\infty}\tilde{i}_{S\infty} + \tilde{V}_{a\infty} \quad (2.2.63)$$

e

$$\tilde{i}_{S\infty} = \frac{P_{S\infty} - jQ_{S\infty}}{\tilde{v}_{SVC}^*} = \frac{P_{S\infty} - jQ_{S\infty}}{v_{SVC}}. \quad (2.2.64)$$

Reemplazando la Ecuación 2.2.64 en 2.2.63 obtenemos que

$$\tilde{V}_{a\infty} = \left(v_{SVC} - \frac{X_{S\infty}}{v_{SVC}} Q_{S\infty} \right) - j \left(\frac{X_{S\infty}}{v_{SVC}} P_{S\infty} \right). \quad (2.2.65)$$

Así, de la magnitud de $\tilde{V}_{a\infty}$,

$$(V_{\infty})^2 = \left(v_{SVC} - \frac{X_{S\infty}}{v_{SVC}} Q_{S\infty} \right)^2 + \left(\frac{X_{S\infty}}{v_{SVC}} P_{S\infty} \right)^2, \quad (2.2.66)$$

puede obtenerse una expresión para $Q_{S\infty}$ como

$$Q_{S\infty} = \frac{v_{SVC}}{X_{S\infty}} \left[v_{SVC} - \sqrt{(V_{\infty})^2 - \left(\frac{X_{S\infty}}{v_{SVC}} P_{S\infty} \right)^2} \right]. \quad (2.2.67)$$

Procedemos de forma similar para hallar una expresión para Q_{ass} . Así, de la figura 2-2-4 se puede observar que

$$\tilde{v}_{as} = jX_{es}\tilde{i}_{as} + \tilde{v}_{SVC} \quad (2.2.68)$$

e

$$\tilde{i}_{as} = \frac{P_{ass} - jQ_{ass}}{\tilde{v}_{SVC}^*} = \frac{P_{ass} - jQ_{ass}}{v_{SVC}}. \quad (2.2.69)$$

Reemplazando la Ecuación 2.2.69 en 2.2.68 obtenemos que

$$\tilde{v}_{as} = \left(v_{SVC} + \frac{X_{es}}{v_{SVC}} Q_{ass} \right) + j \left(\frac{X_{es}}{v_{SVC}} P_{ass} \right). \quad (2.2.70)$$

Así, de la magnitud de \tilde{v}_{as} ,

$$(v_s)^2 = \left(v_{SVC} + \frac{X_{es}}{v_{SVC}} Q_{ass} \right)^2 + \left(\frac{X_{es}}{v_{SVC}} P_{ass} \right)^2, \quad (2.2.71)$$

la expresión para Q_{ass} es

$$Q_{ass} = \frac{v_{SVC}}{X_{es}} \left[\sqrt{(v_s)^2 - \left(\frac{X_{es}}{v_{SVC}} P_{ass} \right)^2} - v_{SVC} \right]. \quad (2.2.72)$$

Finalmente, de la figura 2-2-4 se observa que

$$P_{SVC} + jQ_{SVC} = 0 + j(Q_{ass} - Q_{S\infty}) \quad (2.2.73)$$

e

$$\tilde{i}_{SVC} = jB_{SVC}\tilde{v}_{SVC}. \quad (2.2.74)$$

Multiplicando la Ecuación 2.2.64 por el conjugado de \tilde{v}_{SVC} obtenemos que

$$B_{SVC} = \frac{P_{SVC} - jQ_{SVC}}{j(v_{SVC})^2}, \tag{2.2.75}$$

y reemplazando la Ecuación 2.2.73 en 2.2.75 concluimos que

$$B_{SVC} = \frac{-Q_{SVC}}{(v_{SVC})^2} = \frac{Q_{s\infty} - Q_{ass}}{(v_{SVC})^2}. \tag{2.2.76}$$

El diagrama de bloques del modelo linealizado de Heffron-Phillips de una máquina síncrona conectado con un bus infinito e instalado con un SVC se muestra en la figura 2-2-5. $F_{SVC1}(s)$ y $F_{SVC2}(s)$ se obtienen reemplazando las Ecuaciones 2.2.36 y 2.2.29 en la Ecuación 2.2.37 como

$$\begin{aligned} \Delta B_{SVC} &= \frac{-\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} \left(k_p + \frac{k_i}{s}\right) (C_1 \Delta\delta + C_2 \Delta E'_q) + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} \Delta u_{SVC}}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} \left(k_p + \frac{k_i}{s}\right) C_3} \\ &= F_{SVC1}(s)(C_1 \Delta\delta + C_2 \Delta E'_q) + F_{SVC2}(s)\Delta u_{SVC}. \end{aligned} \tag{2.2.77}$$

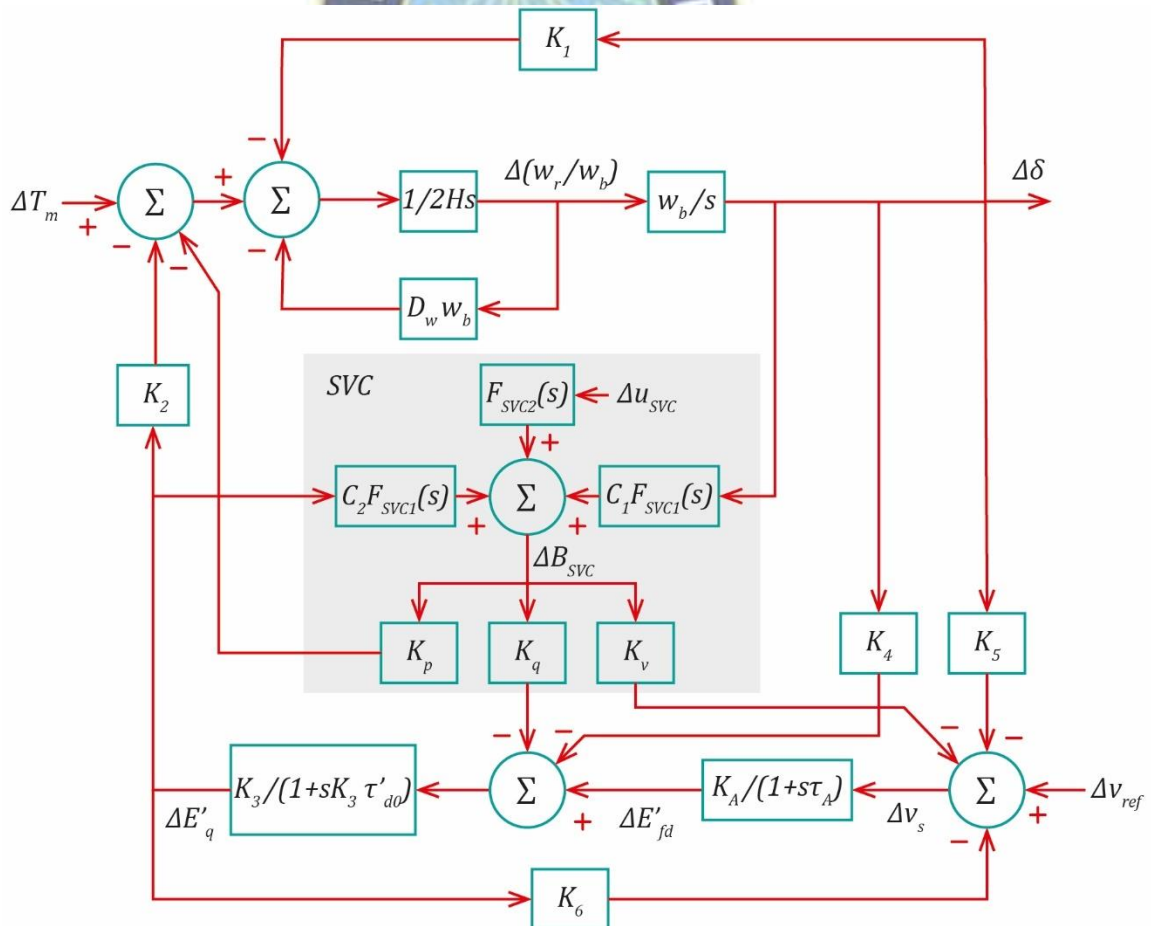


Figura 2-2-5. Diagrama de bloques del modelo linealizado Heffron – Phillips del sistema máquina síncrona – bus infinito instalado con un SVC. Adaptado de “Analysis and Damping Control of Power System Low-Frequency Oscillations,” por Haifeng Wang, Wenjuan Du, 2016, Spring, p. 109, Copyright 2016 by Springer Science+Business Media New York.

2.3. Diseño del estabilizador SVC mediante el método de compensación de fase

La función de transferencia del estabilizador SVC de la figura 2-2-3 es un compensador de retardo – adelanto. Así, se tiene que

$$T_{SVC}(s) = K_s \frac{(1 + s T_2)(1 + s T_4)}{(1 + s T_1)(1 + s T_3)}. \quad (2.2.78)$$

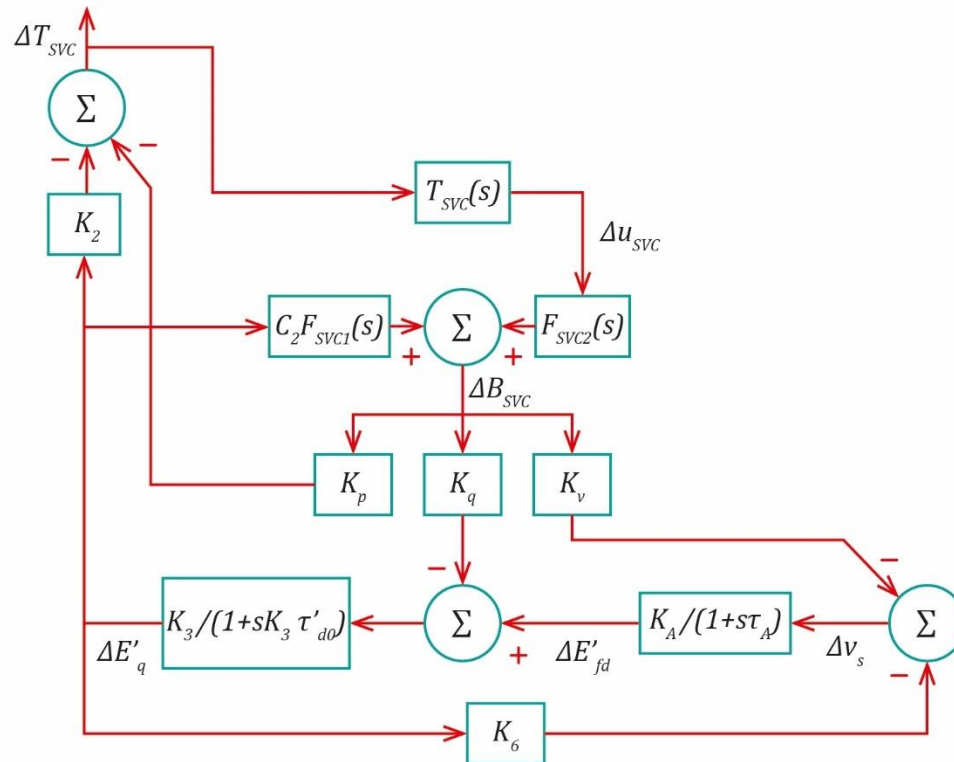


Figura 2-2-6. Trayectoria de la señal estabilizadora del modelo linealizado Heffron – Phillips del sistema máquina síncrona – bus infinito instalado con un SVC. Adaptado de “Analysis and Damping Control of Power System Low-Frequency Oscillations,” por Haifeng Wang, Wenjuan Du, 2016, Spring, p. 115, Copyright 2016 by Springer Science+Business Media New York.

La trayectoria de la señal estabilizadora del modelo de Heffron-Phillips de una máquina síncrona conectado con un bus infinito se muestra en la figura 2-2-6. La función de transferencia de la trayectoria de la señal de estabilización se obtiene mediante la siguiente representación en el espacio de estados

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Delta E'_q}{dt} \\ \frac{d\Delta E'_{fd}}{dt} \\ \frac{d\Delta Z_{SVC}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{K'_3}{\tau'_{d0}} & \frac{1}{\tau'_{d0}} & -\frac{K_{qz}}{\tau'_{d0}} \\ K_A K'_6 & -\frac{1}{\tau_A} & -\frac{K_A K_{vz}}{\tau_A} \\ C_E & 0 & C_Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta Z_{SVC} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{K'_q}{\tau'_{d0}} \\ -\frac{K_A K'_v}{\tau_A} \\ C_u \end{bmatrix} \Delta u_{SVC}, \quad (2.2.79)$$

$$\Delta T_{et} = -[K'_2 \quad 0 \quad K_{pz}] \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta Z_{SVC} \end{bmatrix} - K'_p \Delta u_{SVC};$$

así,

$$\frac{\Delta T_{et}}{\Delta u_{SVC}} = F_{SVC}(s). \quad (2.2.80)$$

El estabilizador SVC se diseña para proporcionar un torque de amortiguamiento $D_{SVC} \Delta(w_r/w_b) = 1.6 \Delta(w_r/w_b)$. Por tanto, la contribución del torque eléctrico del estabilizador SVC puede obtenerse mediante

$$\Delta T_{et} = F_{SVC}(s) T_{SVC}(s) (D + 2Hs) \Delta(w_r/w_b) = D_{SVC} \Delta(w_r/w_b). \quad (2.2.81)$$

Resolviendo la Ecuación 2.2.81 para $s = jw_s$, donde w_s es la frecuencia angular correspondiente al polo dominante, obtenemos las variables del compensador de retardo – adelanto.

Las ecuaciones de estado del estabilizador SVC estarán dadas por

$$\frac{d\Delta x_1}{dt} = CC_1 \Delta E'_q + CC_2 \Delta \delta + CC_3 \Delta(w_r/w_b) + CC_4 \Delta Z_{SVC} + CC_5 \Delta x_1 + CC_6 \Delta u_{SVC} + CC_7 \Delta T_M \quad (2.2.82)$$

y

$$\frac{d\Delta u_{SVC}}{dt} = GG_1 \Delta E'_q + GG_2 \Delta \delta + GG_3 \Delta(w_r/w_b) + GG_4 \Delta Z_{SVC} + GG_5 \Delta x_1 + GG_6 \Delta u_{SVC} + GG_7 \Delta T_M, \quad (2.2.83)$$

donde

$$CC_1 = -\frac{T_4 K'_2}{T_3 2H}, \quad (2.2.84)$$

$$CC_2 = -\frac{T_4 K'_1}{T_3 2H}, \quad (2.2.85)$$

$$CC_3 = \frac{1}{T_3} * \left(1 - T_4 \frac{D w_b}{2H}\right), \quad (2.2.86)$$

$$CC_4 = -\frac{T_4 K_{pz}}{T_3 2H}, \quad (2.2.87)$$

$$CC_5 = -\frac{1}{T_3}, \quad (2.2.88)$$

$$CC_6 = -\frac{T_4 K'_p}{T_3 2H}, \quad (2.2.89)$$

$$CC_7 = \frac{T_4}{T_3 2H}, \quad (2.2.90)$$

$$GG_1 = -K_s \frac{T_2 T_4 K'_2}{T_1 T_3 2H}, \quad (2.2.91)$$

$$GG_2 = -K_s \frac{T_2 T_4 K'_1}{T_1 T_3 2H}, \quad (2.2.92)$$

$$GG_3 = K_s \frac{T_2}{T_1 T_3} \frac{1}{2H} * \left(1 - T_4 \frac{Dw_b}{2H}\right), \quad (2.2.93)$$

$$GG_4 = -K_s \frac{T_2 T_4 K_{pz}}{T_1 T_3 2H}, \quad (2.2.94)$$

$$GG_5 = -K_s \frac{1}{T_1} \left(1 - \frac{T_2}{T_3}\right), \quad (2.2.95)$$

$$GG_6 = -\frac{1}{T_1} \left(1 + K_s T_2 \frac{T_4}{T_3}\right) \frac{K'_p}{2H} \quad (2.2.96)$$

y

$$GG_7 = K_s \frac{T_2 T_4}{T_1 T_3} \frac{1}{2H}. \quad (2.2.97)$$

La representación en el espacio de estados con las ecuaciones de estado del estabilizador SVC será

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Delta E'_q}{dt} \\ \frac{d\Delta\delta}{dt} \\ \frac{d\Delta(w_r/w_b)}{dt} \\ \frac{d\Delta E'_{fd}}{dt} \\ \frac{d\Delta Z_{SVC}}{dt} \\ \frac{d\Delta x_1}{dt} \\ \frac{d\Delta u_{SVC}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{K'_3}{\tau'_{do}} & -\frac{K'_4}{\tau'_{do}} & 0 & 1 & -\frac{K_{qz}}{\tau'_{do}} & 0 & -\frac{K'_q}{\tau'_{do}} \\ 0 & 0 & w_b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K'_2}{2H} & -\frac{K'_1}{2H} & -\frac{Dw_b}{2H} & 0 & -\frac{K_{pz}}{2H} & 0 & -\frac{K'_p}{2H} \\ \frac{K_A K'_6}{K_A K'_5} & 0 & 1 & -\frac{K_A K_{vz}}{K_A K'_5} & 0 & -\frac{K_A K'_v}{K_A K'_5} & 0 \\ -\frac{\tau_A}{C_A} & \frac{\tau_A}{C_A} & 0 & 0 & -\frac{\tau_A}{C_Z} & 0 & \frac{\tau_A}{C_u} \\ CC_1 & CC_2 & CC_3 & 0 & CC_4 & CC_5 & CC_6 \\ GG_1 & GG_2 & GG_3 & 0 & GG_4 & GG_5 & GG_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta Z_{SVC} \\ \Delta x_1 \\ \Delta u_{SVC} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2H} \\ 0 \\ 0 \\ CC_7 \\ GG_7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix}, \quad (2.2.98)$$

$$\Delta T_e = -[K'_2 \quad K'_1 \quad 0 \quad 0 \quad K_{pz} \quad 0 \quad K'_p] \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta Z_{SVC} \\ \Delta x_1 \\ \Delta u_{SVC} \end{bmatrix} + [0 \quad 0] \begin{bmatrix} \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix}.$$

3. Máquina síncrona – Bus Infinito instalado con un convertidor de fuente de voltaje

3.1. Modelo linealizado

La figura 2-3-1 muestra el sistema de potencia de una máquina síncrona conectado a un bus infinito y equipado con un convertidor de fuente de voltaje. Todos los valores mostrados son en por unidad. Se puede observar que

$$\tilde{i}_{s\infty} = \tilde{i}_{as} - \tilde{i}_{VSC}, \quad (2.3.1)$$

$$\tilde{v}_{VSC} = jX_{s\infty}\tilde{i}_{s\infty} + \tilde{V}_{a\infty}, \quad (2.3.2)$$

$$\tilde{i}_{VSC} = \frac{\tilde{v}_{SVC} - \tilde{v}_0}{jX_{VSC}} \quad (2.3.3)$$

y

$$\tilde{v}_{as} = jX_{es}\tilde{i}_{as} + \tilde{v}_{VSC}. \quad (2.3.4)$$

Reemplazando la Ecuación 2.3.3 en la Ecuación 2.3.1 obtenemos que

$$\tilde{i}_{s\infty} = \tilde{i}_{as} - \frac{\tilde{v}_{SVC} - \tilde{v}_0}{jX_{VSC}}, \quad (2.3.5)$$

y reemplazando la Ecuación 2.3.4, después de despejar \tilde{v}_{VSC} obtenemos

$$\tilde{i}_{s\infty} = \tilde{i}_{as} - \frac{\tilde{v}_{as} - jX_{es}\tilde{i}_{as} - \tilde{v}_0}{jX_{VSC}}. \quad (2.3.6)$$

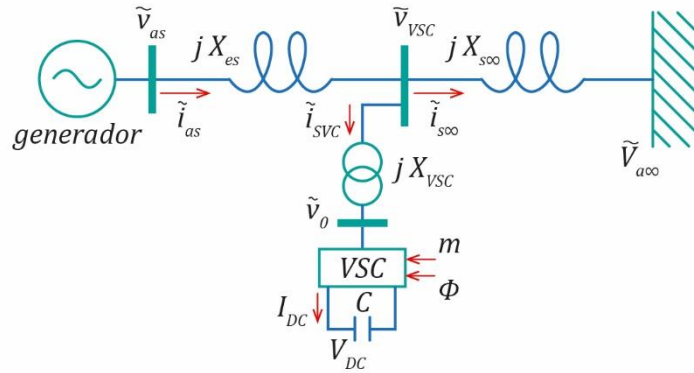


Figura 2-3-1. Máquina síncrona conectado a un bus infinito y equipado con un convertidor de fuente de voltaje. Adaptado de “Analysis and Damping Control of Power System Low-Frequency Oscillations,” por Haifeng Wang, Wenjuan Du, 2016, Spring, p. 122, Copyright 2016 by Springer Science+Business Media New York.

Sumando $jX_{es}\tilde{i}_{as}$ en ambos lados de la igualdad en la Ecuación 2.3.2 y reemplazando la Ecuación 2.3.1 obtenemos que

$$\tilde{v}_{VSC} + jX_{es}\tilde{i}_{as} = jX_{es}\tilde{i}_{as} + jX_{s\infty}(\tilde{i}_{as} - \tilde{i}_{VSC}) + \tilde{V}_{a\infty}; \quad (2.3.7)$$

reemplazando la Ecuación 2.3.4 en la Ecuación 2.3.7 obtenemos

$$\tilde{v}_{as} = jX_{es}\tilde{i}_{as} + jX_{s\infty}(\tilde{i}_{as} - \tilde{i}_{VSC}) + \tilde{V}_{a\infty}. \quad (2.3.8)$$

Sustituyendo la Ecuación 2.3.6 en 2.3.8

$$j\left(X_{es} + X_{s\infty} + X_{es}\frac{X_{s\infty}}{X_{VSC}}\right)(i_{ds}^r + j i_{qs}^r) = \left(1 - \frac{X_{s\infty}}{X_{VSC}}\right)\tilde{v}_{as} - \frac{X_{s\infty}}{X_{VSC}}\tilde{v}_0 - \tilde{V}_{a\infty}, \quad (2.3.9)$$

donde $\tilde{i}_{as} = i_{ds}^r + j i_{qs}^r$.

Del modelo de un eje, Ecuaciones 2.1.177 – 2.1.180, obtenemos que

$$v_{qs}^r = E'_q - X'_d i_{ds}^r, \quad (2.3.10)$$

$$v_{ds}^r = X_q i_{qs}^r \quad (2.3.11)$$

y

$$\tilde{v}_{as} = v_{ds}^r + j v_{qs}^r. \quad (2.3.12)$$

De la Ecuación 4.80 y 4.81 (Anexo: fundamento teórico 4) obtenemos que

$$\tilde{v}_0 = v_{0-d} + j v_{0-q} = kmV_{DC}(\cos \Psi + j \sin \Psi), \quad (2.3.13)$$

donde m es la amplitud de la señal de modulación y Ψ es el desplazamiento angular del marco de referencia dq del compensador.

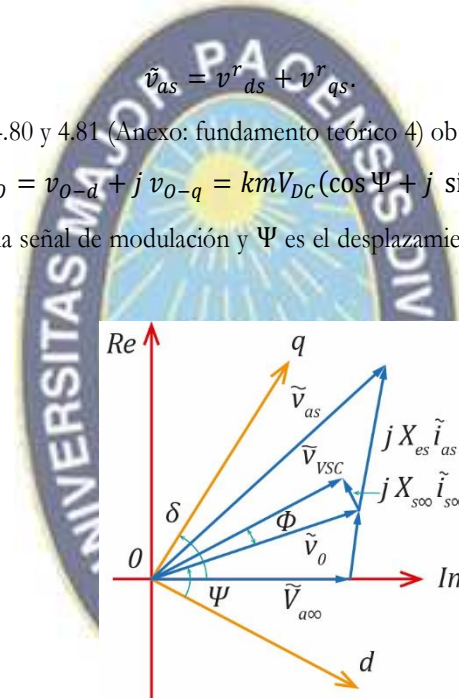


Figura 2-3-2. Diagrama de fasores del sistema de la figura 2-3-1. Adaptado de “Analysis and Damping Control of Power System Low-Frequency Oscillations,” por Haifeng Wang, Wenjuan Du, 2016, Spring, p. 123, Copyright 2016 by Springer Science+Business Media New York.

Finalmente, reemplazando las Ecuaciones 2.3.10 – 2.3.13 en la Ecuación 2.3.9 obtenemos dos expresiones de las componentes de \tilde{i}_{as} en el marco de referencia dq . Así,

$$i_{ds}^r = \frac{(X_{VSC} + X_{s\infty})(E'_q - V_{\infty} \cos \delta) + X_{s\infty}(V_{\infty} \cos \delta - kmV_{DC} \sin \Psi)}{(X_{es} + X'_d + X_{s\infty})(X_{VSC} + X_{s\infty}) - (X_{s\infty})^2} \quad (2.3.14)$$

e

$$i_{qs}^r = \frac{(X_{VSC} + X_{s\infty})(V_{\infty} \sin \delta) + X_{s\infty}(kmV_{DC} \cos \Psi - V_{\infty} \sin \delta)}{(X_{es} + X_q + X_{s\infty})(X_{VSC} + X_{s\infty}) - (X_{s\infty})^2}, \quad (2.3.15)$$

donde $\tilde{V}_{a\infty} = V_{\infty} \sin \delta + j V_{\infty} \cos \delta$.

Para obtener las componentes de \tilde{i}_{VSC} en el marco de referencia dq , reemplazamos en la Ecuación 2.3.3 la Ecuación 2.3.4, despejando \tilde{v}_{VSC} . Luego reemplazamos, en el resultado de este último procedimiento, la Ecuación 2.3.8. Así,

$$\left(1 + \frac{X_{S\infty}}{X_{VSC}}\right) (i_{VSC-d} + j i_{VSC-q}) = \frac{X_{S\infty}}{X_{VSC}} (i^r_{ds} + j i^r_{qs}) - j \frac{1}{X_{VSC}} (\tilde{V}_{a\infty} - \tilde{v}_0), \quad (2.3.16)$$

donde $\tilde{i}_{VSC} = i_{VSC-d} + j i_{VSC-q}$. Así, las componentes de \tilde{i}_{VSC} en el marco de referencia dq se obtienen reemplazando las Ecuaciones 2.3.13, 2.3.14 y 2.3.15 en 2.3.16 como

$$i_{VSC-d} = \frac{X_{S\infty}(E'_q - V_\infty \cos \delta) - (X_{es} + X'_d + X_{S\infty})(kmV_{DC} \sin \Psi - V_\infty \cos \delta)}{(X_{es} + X'_d + X_{S\infty})(X_{VSC} + X_{S\infty}) - (X_{S\infty})^2} \quad (2.3.17)$$

e

$$i_{VSC-q} = \frac{X_{S\infty}(V_\infty \sin \delta) - (X_{es} + X_q + X_{S\infty})(V_\infty \sin \delta - kmV_{DC} \cos \Psi)}{(X_{es} + X_q + X_{S\infty})(X_{VSC} + X_{S\infty}) - (X_{S\infty})^2}, \quad (2.3.18)$$

donde $\tilde{V}_{a\infty} = V_\infty \sin \delta + j V_\infty \cos \delta$.

Del diagrama de la figura 2-3-2 podemos ver que

$$\Psi = \tan^{-1} \left(\frac{v_{VSC-q}}{v_{VSC-d}} \right) - \Phi, \quad (2.3.19)$$

donde $\tilde{v}_{VSC} = v_{VSC-d} + j v_{VSC-q}$. De la figura 2-3-1 se deduce la ecuación

$$\tilde{v}_{VSC} = j X_{VSC} \tilde{i}_{VSC} + \tilde{v}_0, \quad (2.3.20)$$

del cual se puede obtener las componentes de \tilde{v}_{VSC} en el marco de referencia dq reemplazando la Ecuación 2.3.13 en 2.3.20. Así,

$$v_{VSC-d} = km V'_{DC} \cos \Psi - X_{VSC} i_{VSC-q} \quad (2.3.21)$$

y

$$v_{VSC-q} = km V'_{DC} \sin \Psi + X_{VSC} i_{VSC-d}. \quad (2.3.22)$$

Reemplazando las Ecuaciones 2.3.21 y 2.3.22 en 2.3.19 obtenemos

$$\Psi = \tan^{-1} \left(\frac{km V'_{DC} \sin \Psi + X_{VSC} i_{VSC-d}}{km V'_{DC} \cos \Psi - X_{VSC} i_{VSC-q}} \right) - \Phi; \quad (2.3.23)$$

sustituyendo, ahora, las Ecuaciones 2.3.17 y 2.3.18 en 2.3.23, y linealizando obtenemos que

$$\Delta \Psi = a'_1 \Delta V_{DC} + a'_2 \Delta m + a'_3 \Delta \Psi + a'_4 \Delta \delta + a'_5 \Delta E'_q + \Delta \Phi, \quad (2.3.24)$$

donde

$$a'_1 = \left. \frac{\partial \Psi}{\partial V_{DC}} \right|_{V_{DC0}, m_0, \Psi_0, \delta_0, E'_{q0}}, \quad (2.3.25)$$

$$a'_2 = \left. \frac{\partial \Psi}{\partial m} \right|_{V_{DC0}, m_0, \Psi_0, \delta_0, E'_{q0}}, \quad (2.3.26)$$

$$a'_3 = \left. \frac{\partial \Psi}{\partial \Psi} \right|_{V_{DC0}, m_0, \Psi_0, \delta_0, E'_{q0}}, \quad (2.3.27)$$

$$a'_4 = \left. \frac{\partial \Psi}{\partial \delta} \right|_{V_{DC0}, m_0, \Psi_0, \delta_0, E'_{q0}} \quad (2.3.28)$$

y

$$a'_5 = \left. \frac{\partial \Psi}{\partial E'_q} \right|_{V_{DC0}, m_0, \Psi_0, \delta_0, E'_{q0}}. \quad (2.3.29)$$

Finalmente despejando $\Delta \Psi$ en la Ecuación 2.3.24 obtenemos

$$\Delta \Psi = a_1 \Delta V_{DC} + a_2 \Delta m + a_3 \Delta \delta + a_4 \Delta \Phi + a_5 \Delta E'_q, \quad (2.3.30)$$

donde

$$a_1 = \frac{a'_1}{1 - a'_3}, \quad (2.3.31)$$

$$a_2 = \frac{a'_2}{1 - a'_3}, \quad (2.3.32)$$

$$a_3 = \frac{a'_4}{1 - a'_3}, \quad (2.3.33)$$

$$a_4 = \frac{1}{1 - a'_3} \quad (2.3.34)$$

y

$$a_5 = \frac{a'_5}{1 - a'_3}. \quad (2.3.35)$$

Los dos últimos términos del lado derecho de la igualdad mostrada en la Ecuación 2.1.176 representan el torque electromagnético. Así,

$$T_e = E'_q i^r_{qs} + (X_q - X'_d) i^r_{qs} i^r_{qs}. \quad (2.3.36)$$

Reemplazando las Ecuaciones 2.3.14 y 2.3.15 en 2.3.36 se obtiene la expresión para T_e en función de V_{DC} , m , δ , Ψ y E'_q . Así, la expresión linealizada para el torque electromagnético es

$$\Delta T_e = K'_1 \Delta \delta + K'_2 \Delta E'_q + K'_{pDC} \Delta V_{DC} + K'_{pm} \Delta m + K'_{p\Psi} \Delta \Psi, \quad (2.3.37)$$

donde

$$K'_1 = \left. \frac{\partial T_e}{\partial \delta} \right|_{V_{DC0}, m_0, \Psi_0, \delta_0, E'_{q0}}, \quad (2.3.38)$$

$$K'_2 = \left. \frac{\partial T_e}{\partial E'_q} \right|_{V_{DC0}, m_0, \Psi_0, \delta_0, E'_{q0}}, \quad (2.3.39)$$

$$K'_{pDC} = \left. \frac{\partial T_e}{\partial V_{DC}} \right|_{V_{DC0}, m_0, \Psi_0, \delta_0, E'_{q0}}, \quad (2.3.40)$$

$$K'_{pm} = \left. \frac{\partial T_e}{\partial m} \right|_{V_{DC0}, m_0, \Psi_0, \delta_0, E'_{q0}} \quad (2.3.41)$$

y

$$K'_{p\Psi} = \left. \frac{\partial T_e}{\partial \Psi} \right|_{V_{DC0}, m_0, \Psi_0, \delta_0, E'_{q0}}. \quad (2.3.42)$$

Reemplazando la Ecuación 2.3.30 en 2.3.37 obtenemos

$$\Delta T_e = K_1 \Delta \delta + K_2 \Delta E'_q + K_{pDC} \Delta V_{DC} + K_{pm} \Delta m + K_{p\Phi} \Delta \Phi, \quad (2.3.43)$$

donde

$$K_1 = K'_1 + a_3 K'_{p\Psi}, \quad (2.3.44)$$

$$K_2 = K'_2 + a_5 K'_{p\Psi}, \quad (2.3.45)$$

$$K_{pDC} = K'_{pDC} + a_1 K'_{p\Psi}, \quad (2.3.46)$$

$$K_{pm} = K'_{pm} + a_2 K'_{p\Psi} \quad (2.3.47)$$

y

$$K_{p\Phi} = a_4 K'_{p\Psi}. \quad (2.3.48)$$

Reemplazando las Ecuaciones 2.3.14 y 2.3.15 en los primeros dos términos de la Ecuación 2.1.174 obtenemos una expresión para la variable E_q en función de V_{DC} , m , δ , Ψ y E'_q . Así, la expresión linealizada será

$$\Delta E_q = K'_4 \Delta \delta + K'_3 \Delta E'_q + K'_{qDC} \Delta V_{DC} + K'_{qm} \Delta m + K'_{q\Psi} \Delta \Psi, \quad (2.3.49)$$

donde

$$K'_4 = \left. \frac{\partial E_q}{\partial \delta} \right|_{V_{DC0}, m_0, \Psi_0, \delta_0, E'_{q0}}, \quad (2.3.50)$$

$$K'_3 = \left. \frac{\partial E_q}{\partial E'_q} \right|_{V_{DC0}, m_0, \Psi_0, \delta_0, E'_{q0}}, \quad (2.3.51)$$

$$K'_{qDC} = \left. \frac{\partial E_q}{\partial V_{DC}} \right|_{V_{DC0}, m_0, \Psi_0, \delta_0, E'_{q0}}, \quad (2.3.52)$$

$$K'_{qm} = \left. \frac{\partial E_q}{\partial m} \right|_{V_{DC0}, m_0, \Psi_0, \delta_0, E'_{q0}} \quad (2.3.53)$$

y

$$K'_{q\Psi} = \left. \frac{\partial E_q}{\partial \Psi} \right|_{V_{DC0}, m_0, \Psi_0, \delta_0, E'_{q0}}. \quad (2.3.54)$$

Reemplazando la Ecuación 2.3.30 en 2.3.49 obtenemos

$$\Delta E_q = K_4 \Delta \delta + K_3 \Delta E'_q + K_{qDC} \Delta V_{DC} + K_{qm} \Delta m + K_{q\Phi} \Delta \Phi, \quad (2.3.55)$$

donde

$$K_3 = K'_3 + a_5 K'_{q\Psi}, \quad (2.3.56)$$

$$K_4 = K'_4 + a_3 K'_{q\Psi}, \quad (2.3.57)$$

$$K_{qDC} = K'_{qDC} + a_1 K'_{q\Psi}, \quad (2.3.58)$$

$$K_{qm} = K'_{qm} + a_2 K'_{q\Psi} \quad (2.3.59)$$

y

$$K_{p\Phi} = a_4 K'_{q\Psi}. \quad (2.3.60)$$

Reemplazando las Ecuaciones 2.3.14 y 2.3.15 en 2.3.10 y 2.3.11, y luego reemplazando los resultados en la Ecuación 2.1.181 obtenemos una expresión para el voltaje del generador sincrónico v_s en función de V_{DC} , m , δ , Ψ y E'_q . Así, la expresión linealizada será

$$\Delta v_s = K'_5 \Delta \delta + K'_6 \Delta E'_q + K'_{vDC} \Delta V_{DC} + K'_{vm} \Delta m + K'_{v\Psi} \Delta \Psi, \quad (2.3.61)$$

donde

$$K'_5 = \left. \frac{\partial v_s}{\partial \delta} \right|_{V_{DC0}, m_0, \Psi_0, \delta_0, E'_{q0}}, \quad (2.3.62)$$

$$K'_6 = \left. \frac{\partial v_s}{\partial E'_q} \right|_{V_{DC0}, m_0, \Psi_0, \delta_0, E'_{q0}}, \quad (2.3.63)$$

$$K'_{vDC} = \left. \frac{\partial v_s}{\partial V_{DC}} \right|_{V_{DC0}, m_0, \Psi_0, \delta_0, E'_{q0}}, \quad (2.3.64)$$

$$K'_{vm} = \left. \frac{\partial v_s}{\partial m} \right|_{V_{DC0}, m_0, \Psi_0, \delta_0, E'_{q0}} \quad (2.3.65)$$

y

$$K'_{v\Psi} = \left. \frac{\partial v_s}{\partial \Psi} \right|_{V_{DC0}, m_0, \Psi_0, \delta_0, E'_{q0}}. \quad (2.3.66)$$

Reemplazando la Ecuación 2.3.30 en 2.3.61 obtenemos

$$\Delta v_s = K_5 \Delta \delta + K_6 \Delta E'_q + K_{vDC} \Delta V_{DC} + K_{vm} \Delta m + K_{v\Phi} \Delta \Phi, \quad (2.3.67)$$

donde

$$K_5 = K'_5 + a_3 K'_{v\Psi}, \quad (2.3.68)$$

$$K_6 = K'_6 + a_5 K'_{v\Psi}, \quad (2.3.69)$$

$$K_{vDC} = K'_{vDC} + a_1 K'_{v\Psi}, \quad (2.3.70)$$

$$K_{vm} = K'_{vm} + a_2 K'_{v\Psi} \quad (2.3.71)$$

y

$$K_{v\Phi} = a_4 K'_{v\Psi}. \quad (2.3.72)$$

La ecuación que caracteriza el lado DC del convertidor es

$$\frac{dV_{DC}}{dt} = \frac{i_{DC1} + i_{DC2}}{C} = \frac{km}{C} (i_{VSC-d} \cos \Psi + i_{VSC-q} \sin \Psi) + \frac{1}{C} i_{DC2}. \quad (2.3.73)$$

Reemplazando las Ecuaciones 2.3.17 y 2.3.18 en la Ecuación 2.3.73, y linealizando obtenemos

$$\frac{d\Delta V_{DC}}{dt} = K'_7 \Delta\delta + K'_8 \Delta E'_q + K'_9 \Delta V_{DC} + K'_{dm} \Delta m + K'_{d\Psi} \Delta\Psi + \frac{1}{C} \Delta i_{DC2}, \quad (2.3.74)$$

donde

$$K'_7 = \left. \frac{\partial(dV_{DC}/dt)}{\partial\delta} \right|_{V_{DC0}, m_0, \Psi_0, \delta_0, E'_{q0}}, \quad (2.3.75)$$

$$K'_8 = \left. \frac{\partial(dV_{DC}/dt)}{\partial E'_q} \right|_{V_{DC0}, m_0, \Psi_0, \delta_0, E'_{q0}}, \quad (2.3.76)$$

$$K'_9 = \left. \frac{\partial(dV_{DC}/dt)}{\partial V_{DC}} \right|_{V_{DC0}, m_0, \Psi_0, \delta_0, E'_{q0}}, \quad (2.3.77)$$

$$K'_{dm} = \left. \frac{\partial(dV_{DC}/dt)}{\partial m} \right|_{V_{DC0}, m_0, \Psi_0, \delta_0, E'_{q0}}, \quad (2.3.78)$$

y

$$K'_{d\Psi} = \left. \frac{\partial(dV_{DC}/dt)}{\partial\Psi} \right|_{V_{DC0}, m_0, \Psi_0, \delta_0, E'_{q0}}. \quad (2.3.79)$$

Reemplazando la Ecuación 2.3.30 en 2.3.74 obtenemos

$$\frac{d\Delta V_{DC}}{dt} = K_7 \Delta\delta + K_8 \Delta E'_q + K_9 \Delta V_{DC} + K_{dm} \Delta m + K_{d\Phi} \Delta\Phi + \frac{1}{C} \Delta i_{DC2}, \quad (2.3.80)$$

donde

$$K_7 = K'_7 + a_3 K'_{d\Psi}, \quad (2.3.81)$$

$$K_8 = K'_8 + a_5 K'_{d\Psi}, \quad (2.3.82)$$

$$K_9 = K'_9 + a_1 K'_{d\Psi}, \quad (2.3.83)$$

$$K_{dm} = K'_{dm} + a_2 K'_{d\Psi} \quad (2.3.84)$$

y

$$K_{d\Phi} = a_4 K'_{d\Psi}. \quad (2.3.85)$$

La siguiente representación en el espacio de estados se obtiene reemplazando las ecuaciones linealizadas ΔE_q , ΔT_e , Δv_s en las ecuaciones linealizadas del modelo de un eje, dadas por las Ecuaciones 2.1.174 y 2.1.176, y en la ecuación linealizada del excitador, dada por

$$\tau_A \frac{dE'_{fd}}{dt} = -E'_{fd} + K_A [-v_s + v_{ref}], \quad (2.3.86)$$

respectivamente. Así,

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \frac{d\Delta E'_q}{dt} \\ \frac{d\Delta\delta}{dt} \\ \frac{d\Delta(w_r/w_b)}{dt} \\ \frac{d\Delta E'_{fd}}{dt} \\ \frac{d\Delta V_{DC}}{dt} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{K_3}{\tau'_{d0}} & -\frac{K_4}{\tau'_{d0}} & 0 & \frac{1}{\tau'_{d0}} & -\frac{K_{qDC}}{\tau'_{d0}} \\ 0 & 0 & w_b & 0 & 0 \\ -\frac{K_2}{2H} & -\frac{K_1}{2H} & -\frac{Dw_b}{2H} & 0 & -\frac{K_{pDC}}{2H} \\ -\frac{K_A K_6}{\tau_A} & -\frac{K_A K_5}{\tau_A} & 0 & -\frac{1}{\tau_A} & -\frac{K_A K_{vDC}}{\tau_A} \\ K_8 & K_7 & 0 & 0 & K_9 - \frac{1}{C r_{bess}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta V_{DC} \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} -\frac{K_{qm}}{\tau'_{d0}} & -\frac{K_{p\Phi}}{\tau'_{d0}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_{pm}}{2H} & -\frac{K_{p\Phi}}{2H} & \frac{1}{2H} & 0 \\ -\frac{K_A K_{vm}}{\tau_A} & -\frac{K_A K_{v\Phi}}{\tau_A} & 0 & \frac{K_A}{\tau_A} \\ K_{dm} & K_{d\Phi} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta m \\ \Delta\Phi \\ \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix}, \\
 \Delta T_e &= [K_2 \quad K_1 \quad 0 \quad 0 \quad K_{pDC}] \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta V_{DC} \end{bmatrix} + [K_{pm} \quad K_{p\Phi} \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} \Delta m \\ \Delta\Phi \\ \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix},
 \end{aligned} \tag{2.3.87}$$

donde $i_{DC2} = (1/r_{bess})(V_{bess} - V_{DC})$ y $\Delta i_{DC2} = -(1/r_{bess})\Delta V_{DC}$.

El diagrama de bloques del modelo linealizado de Heffron-Phillips de una máquina síncrona conectado con un bus infinito e instalado con VSC se muestra en la figura 2-3-3.

3.2. Cálculo de compensación inicial

En esta sección se muestra como calcular la compensación inicial del VSC. La figura 2-3-4 muestra el modelo de circuito del sistema de potencia de máquina síncrona – bus infinito instalado con un VSC. Dado que las resistencias en las líneas de transmisión se ignoran, $P_{as} = P_{s\infty} = P_{\infty}$. Escogiendo \tilde{v}_{VSC} como el fasor de referencia en el eje x , tenemos que $\tilde{v}_{VSC} = \tilde{v}_{VSC}^* = v_{VSC}$.

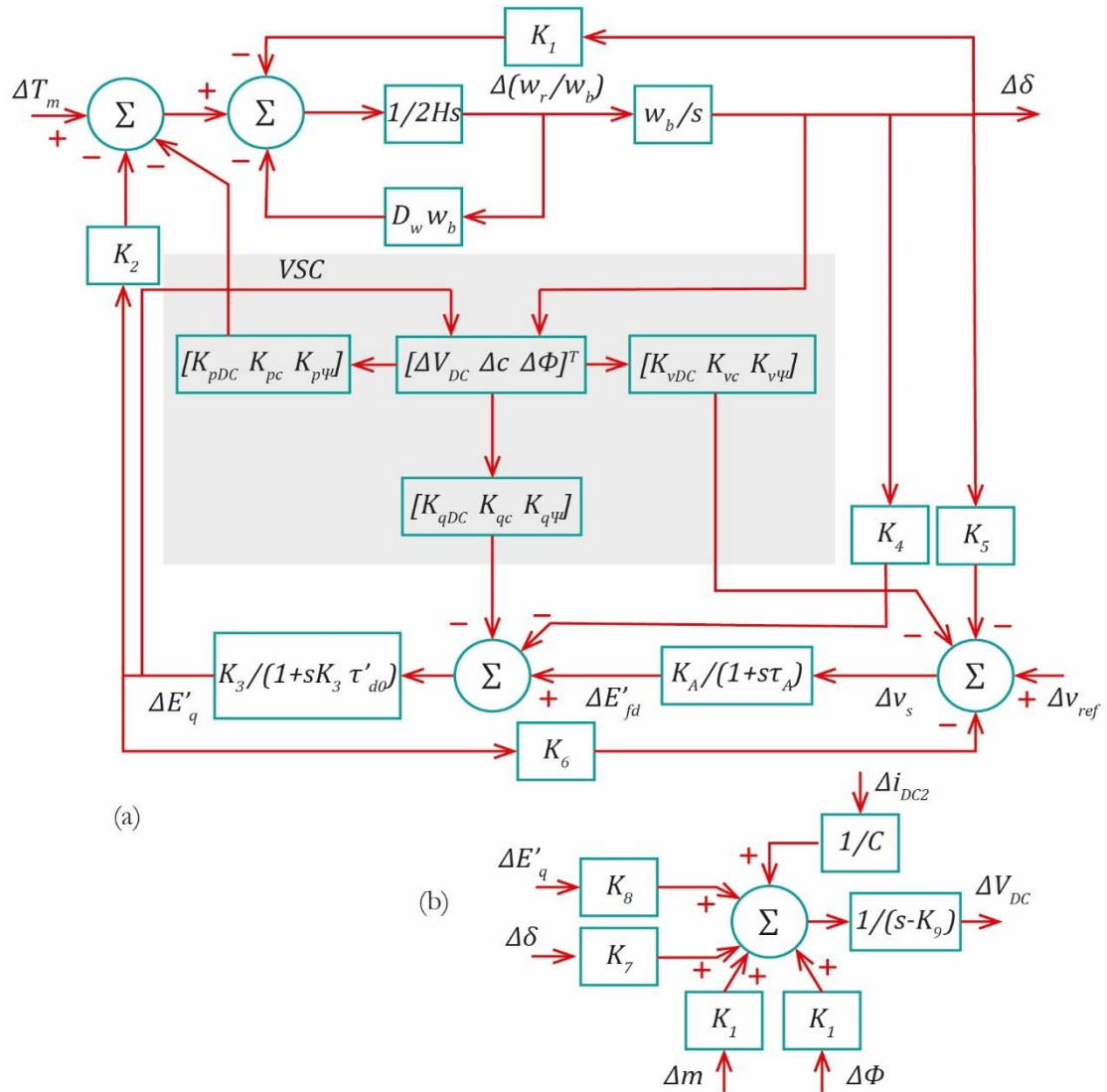


Figura 2-3-3. Diagrama de bloques del modelo linealizado Heffron – Phillips del sistema máquina síncronica – bus infinito instalado con un VSC. Adaptado de “Analysis and Damping Control of Power System Low-Frequency Oscillations,” por Haifeng Wang, Wenjuan Du, 2016, Spring, p. 129, Copyright 2016 by Springer Science+Business Media New York.

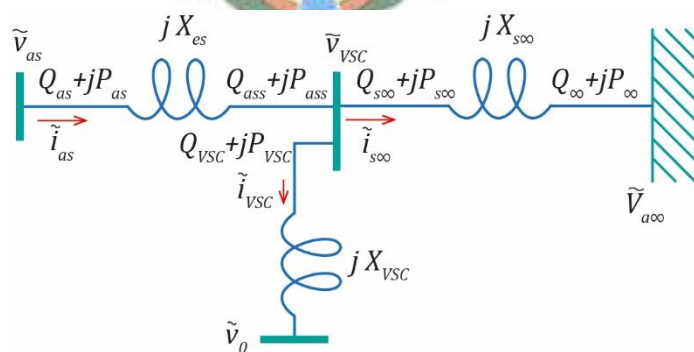


Figura 2-3-4. Circuito modelo de una máquina síncronica conectado a un bus infinito y equipado con un convertidor de fuente de voltaje.

De la figura 2-3-4 se puede observar que

$$\tilde{v}_{VSC} = jX_{S\infty}\tilde{i}_{S\infty} + \tilde{V}_{a\infty} \quad (2.3.88)$$

e

$$\tilde{i}_{S\infty} = \frac{P_{\infty} - jQ_{\infty}}{\tilde{v}_{VSC}^*} = \frac{P_{\infty} - jQ_{\infty}}{v_{VSC}}. \quad (2.3.89)$$

Reemplazando la Ecuación 2.3.89 en 2.3.88 obtenemos que

$$\tilde{v}_{VSC} = \left(\tilde{V}_{a\infty} + \frac{X_{S\infty}}{\tilde{V}_{a\infty}} Q_{\infty} \right) + j \left(\frac{X_{S\infty}}{\tilde{V}_{a\infty}} P_{\infty} \right). \quad (2.3.90)$$

Así, de la magnitud de \tilde{v}_{VSC} ,

$$(v_{VSC})^2 = \left(V_{\infty} + \frac{X_{S\infty}}{V_{\infty}} Q_{\infty} \right)^2 + \left(\frac{X_{S\infty}}{V_{\infty}} P_{\infty} \right)^2, \quad (2.3.91)$$

puede obtenerse una expresión para Q_{∞} como

$$Q_{\infty} = \frac{V_{\infty}}{X_{S\infty}} \left[\sqrt{(v_{VSC})^2 - \left(\frac{X_{S\infty}}{V_{\infty}} P_{\infty} \right)^2} - V_{\infty} \right]. \quad (2.3.92)$$

Procedemos de forma similar para hallar una expresión para Q_{ass} . Así, de la figura 2-3-4 se puede observar que

$$\tilde{v}_{as} = jX_{es}\tilde{i}_{as} + \tilde{v}_{VSC} \quad (2.3.93)$$

e

$$\tilde{i}_{as} = \frac{P_{ass} - jQ_{ass}}{\tilde{v}_{VSC}^*} = \frac{P_{ass} - jQ_{ass}}{v_{VSC}}. \quad (2.3.94)$$

Reemplazando la Ecuación 2.3.94 en 2.3.93 obtenemos que

$$\tilde{v}_{as} = \left(v_{VSC} + \frac{X_{es}}{v_{VSC}} Q_{ass} \right) + j \left(\frac{X_{es}}{v_{VSC}} P_{ass} \right). \quad (2.3.95)$$

Así, de la magnitud de \tilde{v}_{as} ,

$$(v_s)^2 = \left(v_{VSC} + \frac{X_{es}}{v_{VSC}} Q_{ass} \right)^2 + \left(\frac{X_{es}}{v_{VSC}} P_{ass} \right)^2, \quad (2.3.96)$$

la expresión para Q_{ass} es

$$Q_{ass} = \frac{v_{VSC}}{X_{es}} \left[\sqrt{(v_s)^2 - \left(\frac{X_{es}}{v_{VSC}} P_{ass} \right)^2} - v_{VSC} \right]. \quad (2.3.97)$$

Finalmente, de la figura 2-3-4 se obtiene las siguientes variables

$$\tilde{i}_{S\infty} = \frac{P_{\infty} - jQ_{\infty}}{(\tilde{V}_{a\infty})^*}, \quad (2.3.98)$$

$$\tilde{v}_{VSC} = \tilde{V}_{a\infty} + jX_{S\infty}\tilde{i}_{S\infty}, \quad (2.3.99)$$

$$\tilde{i}_{as} = \frac{P_{ass} - j Q_{ass}}{(\tilde{v}_{VSC})^*}, \quad (2.3.100)$$

$$\tilde{v}_{as} = \tilde{v}_{VSC} + jX_{es}\tilde{i}_{as}, \quad (2.3.101)$$

$$\tilde{i}_{VSC} = \tilde{i}_{as} - \tilde{i}_{s\infty}, \quad (2.3.102)$$

$$\tilde{v}_0 = \tilde{v}_{VSC} - jX_{VSC}\tilde{i}_{VSC} \quad (2.3.103)$$

y

$$\Psi = \angle \tilde{v}_0. \quad (2.3.104)$$

3.3. Diseño del estabilizador VSC mediante el método de compensación de fase

La función de transferencia del estabilizador VSC es un compensador de retardo o adelanto. Así, se tiene que

$$T_{VSC}(s) = K_s \frac{(1 + s T_2)}{(1 + s T_1)}. \quad (2.3.105)$$

La trayectoria de la señal estabilizadora del modelo de Heffron-Phillips de una máquina síncrona conectado con un bus infinito e instalado con un VSC se muestra en la figura 2-3-5. La función de transferencia de la trayectoria de la señal de estabilización se obtiene mediante la siguiente representación en el espacio de estados

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Delta E'_q}{dt} \\ \frac{d\Delta E'_{fd}}{dt} \\ \frac{d\Delta V_{DC}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{K_3}{\tau'_{d0}} & \frac{1}{\tau'_{d0}} & -\frac{K_{qDC}}{\tau'_{d0}} \\ \frac{K_A K_6}{\tau_A} & \frac{1}{\tau_A} & -\frac{K_A K_{vDC}}{\tau_A} \\ K_8 & 0 & K_9 - \frac{1}{C r_{bess}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta V_{DC} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{K_{qm}}{\tau'_{d0}} & -\frac{K_{p\Phi}}{\tau'_{d0}} \\ \frac{K_A K_{vm}}{\tau_A} & -\frac{K_A K_{v\Phi}}{\tau_A} \\ \frac{K_{dm}}{K_{dm}} & \frac{K_{d\Phi}}{K_{d\Phi}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta m \\ \Delta \Phi \end{bmatrix}, \quad (2.3.106)$$

$$\Delta T_{et} = [K_2 \quad 0 \quad K_{pDC}] \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta V_{DC} \end{bmatrix} + [K_{pm} \quad K_{p\Phi}] \begin{bmatrix} \Delta m \\ \Delta \Phi \end{bmatrix};$$

así,

$$\frac{\Delta T_{et}}{\Delta m} = F_{VSC_reactivo}(s) \quad \frac{\Delta T_{et}}{\Delta \Phi} = F_{VSC_activo}(s). \quad (2.3.107)$$

El estabilizador SVC se diseña para proporcionar un torque de amortiguamiento $D_{VSC} \Delta(w_r/w_b) = 20 \Delta(w_r/w_b)$ cuando la señal de entrada es Δm y $D_{VSC} \Delta(w_r/w_b) = 9 \Delta(w_r/w_b)$ cuando la señal de entrada es $\Delta \Phi$. Por tanto, la contribución del torque eléctrico del estabilizador VSC puede obtenerse mediante

$$\Delta T_{et_reactivo} = F_{VSC_reactivo}(s) T_{VSC}(s) (D + 2Hs) \Delta(w_r/w_b) = D_{VSC} \Delta(w_r/w_b) \quad (2.3.108)$$

y

$$\Delta T_{et_activo} = F_{VSC_activo}(s) T_{VSC}(s) (D + 2Hs) \Delta(w_r/w_b) = D_{VSC} \Delta(w_r/w_b). \quad (2.3.109)$$

Resolviendo la Ecuación 2.3.109 para $s = j\omega_s$, donde ω_s es la frecuencia angular correspondiente al polo dominante, obtenemos las variables del compensador de retardo o adelanto.

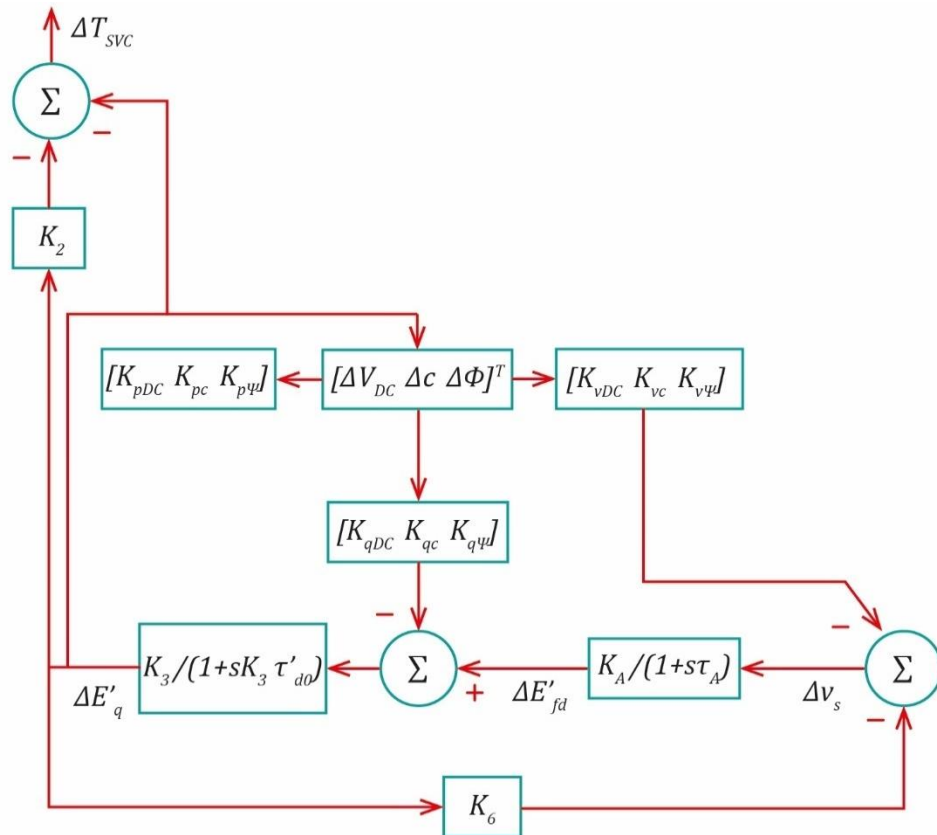


Figura 2-3-5. Trayectoria de la señal estabilizadora del modelo linealizado Heffron – Phillips del sistema máquina síncrona – bus infinito instalado con un VSC. Adaptado de “Analysis and Damping Control of Power System Low-Frequency Oscillations,” por Haifeng Wang, Wenjuan Du, 2016, Spring, p. 167, Copyright 2016 by Springer Science+Business Media New York.

La ecuación de estado del estabilizador VSC será

$$\frac{d\Delta m}{dt} = GG_1 \Delta E'_q + GG_2 \Delta \delta + GG_3 \Delta(w_r/w_b) + GG_4 \Delta V_{DC} + GG_5 \Delta m + GG_6 \Delta \Phi + GG_7 \Delta T_M, \quad (2.3.110)$$

donde

$$GG_1 = -K_s \frac{T_2 K_2}{T_1 2H}, \quad (2.3.111)$$

$$GG_2 = -K_s \frac{T_2 K_1}{T_1 2H}, \quad (2.3.112)$$

$$GG_3 = K_s \frac{1}{T_1} \left(1 - T_2 \frac{Dw_b}{2H} \right), \quad (2.3.113)$$

$$GG_4 = -K_s \frac{T_2 K_{pDC}}{T_1 2H}, \quad (2.3.114)$$

$$GG_5 = -\frac{1}{T_1} \left(1 + K_s T_2 \frac{K_{pm}}{2H}\right), \quad (2.3.115)$$

$$GG_6 = -K_s \frac{T_2 K_{p\Phi}}{T_1 2H} \quad (2.3.116)$$

y

$$GG_7 = K_s \frac{T_2}{T_1} \frac{1}{2H}. \quad (2.3.117)$$

La representación en el espacio de estados con las ecuaciones de estado del estabilizador VSC será

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \frac{d\Delta E'_q}{dt} \\ \frac{d\Delta\delta}{dt} \\ \frac{d\Delta(w_r/w_b)}{dt} \\ \frac{d\Delta E'_{fd}}{dt} \\ \frac{d\Delta V_{DC}}{dt} \\ \frac{d\Delta m}{dt} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{K_3}{\tau'_{d0}} & -\frac{K_4}{\tau'_{d0}} & 0 & \frac{1}{\tau'_{d0}} & -\frac{K_{qDC}}{\tau'_{d0}} & -\frac{K_{qm}}{\tau'_{d0}} \\ 0 & 0 & w_b & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_2}{2H} & -\frac{K_1}{2H} & -\frac{Dw_b}{2H} & 0 & -\frac{K_{pDC}}{2H} & -\frac{K_{pm}}{2H} \\ \frac{K_A K_6}{\tau_A} & -\frac{K_A K_5}{\tau_A} & 0 & \frac{1}{\tau_A} & -\frac{K_A K_{vDC}}{\tau_A} & -\frac{K_A K_{vm}}{\tau_A} \\ K_8 & K_7 & 0 & 0 & K_9 & \frac{1}{C r_{bess}} \\ GG_1 & GG_2 & GG_3 & 0 & GG_4 & GG_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta V_{DC} \\ \Delta m \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} -\frac{K_{p\Phi}}{\tau'_{d0}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_{p\Phi}}{2H} & \frac{1}{2H} & 0 \\ -\frac{K_A K_{v\Phi}}{\tau_A} & 0 & K_A \\ \tau_A & \tau_A & \tau_A \\ K_{d\Phi} & 0 & 0 \\ GG_6 & GG_7 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\Phi \\ \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix}, \\ \Delta T_e &= [K_2 \quad K_1 \quad 0 \quad 0 \quad K_{pDC} \quad K_{pm}] \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta V_{DC} \end{bmatrix} + [K_{p\Phi} \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} \Delta m \\ \Delta\Phi \\ \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (2.3.118)$$

4. Sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el Estabilizador de Sistemas de Potencia

4.1. Modelo linealizado (Heffron - Phillips) de un sistema de potencia de múltiples generadores instalado con Estabilizadores de Sistemas de Potencia

De la Ecuación 2.1.173, o de la figura 2-1-5, obtenemos la siguiente expresión para una máquina síncrona conectado a un sistema de potencia

$$\begin{aligned} & [(X_{qi} - X'_{di}) i^r_{qsi} + j E'_{qi}] e^{j(\delta_i - \frac{\pi}{2})} \\ & = j X'_{di} (i^r_{dsi} + j i^r_{qsi}) e^{j(\delta_i - \frac{\pi}{2})} + (v^r_{ds} + j v^r_{qs}) e^{j(\delta_i - \frac{\pi}{2})}. \end{aligned} \quad (2.4.1)$$

y

$$\tilde{v}_{Gi} = E'_{qi} e^{j\delta_i} - j X'_{di} \tilde{i}_{Gi} + (X_{qi} - X'_{di}) i^r_{qsi} e^{j(\delta_i - \frac{\pi}{2})}, \quad (2.4.2)$$

donde i representa uno de los m generadores síncronos, y

$$\tilde{v}_{Gi} = (v^r_{ds} + j v^r_{qs}) e^{j(\delta_i - \frac{\pi}{2})} \quad (2.4.3)$$

e

$$\tilde{i}_{Gi} = (i^r_{dsi} + j i^r_{qsi}) e^{j(\delta_i - \frac{\pi}{2})}. \quad (2.4.4)$$

La Ecuación 2.4.2 puede escribirse en forma matricial como

$$\mathbf{V}_G = e^{j\delta} \mathbf{E}'_q - j \mathbf{X}'_d \mathbf{I}_G + \left[(\mathbf{X}_q - \mathbf{X}'_d) e^{j(\delta - \frac{\pi}{2})} \right] \mathbf{I}^r_{qs}, \quad (2.4.5)$$

donde $e^{j\delta}$, \mathbf{X}'_d y $(\mathbf{X}_q - \mathbf{X}'_d) e^{j(\delta - \frac{\pi}{2})}$ son matrices diagonales que contienen a los términos $e^{j\delta_i}$, X'_{di} y $(X_{qi} - X'_{di}) e^{j(\delta_i - \frac{\pi}{2})}$ respectivamente.

Dado que la ecuación de red se expresa como

$$\mathbf{V}_G = \mathbf{Y}_m \mathbf{I}_G, \quad (2.4.6)$$

donde \mathbf{Y}_m es la matriz de admitancias de la red, reemplazando la Ecuación 2.4.5 en 2.4.6 tenemos que

$$\mathbf{I}_G = \mathbf{Y} \mathbf{E}_G, \quad (2.4.7)$$

donde

$$\mathbf{Y} = ((\mathbf{Y}_m)^{-1} + j \mathbf{X}'_d)^{-1} \quad (2.4.8)$$

y

$$\mathbf{E}_G = e^{j\delta} \mathbf{E}'_q + \left[(\mathbf{X}_q - \mathbf{X}'_d) e^{j(\delta - \frac{\pi}{2})} \right] \mathbf{I}^r_{qs}, \quad (2.4.9)$$

Las componentes de \mathbf{I}_G , de cada generador, en el marco de referencia dq serán

$$i^r_{dsi} = \sum_{k=1}^m Y_{ik} [-E'_{qk} \sin(\delta_k - \delta_i + \alpha_{ik}) + (X_{qk} - X'_{dk}) i^r_{qsk} \cos(\delta_k - \delta_i + \alpha_{ik})] \quad (2.4.10)$$

e

$$i^r_{qsi} = \sum_{k=1}^m Y_{ik} [E'_{qk} \cos(\delta_k - \delta_i + \alpha_{ik}) + (X_{qk} - X'_{dk}) i^r_{qsk} \sin(\delta_k - \delta_i + \alpha_{ik})], \quad (2.4.11)$$

Las expresiones matriciales linealizadas de las Ecuaciones 2.4.10 y 2.4.11 son

$$\mathbf{I}^r_{ds} = \mathbf{F}_{dd} \Delta \delta + \mathbf{G}_{dd} \Delta E'_q + \mathbf{H}_{dd} \mathbf{I}^r_{qs}, \quad (2.4.12)$$

e

$$\mathbf{I}^r_{qs} = \mathbf{F}_{qq} \Delta \delta + \mathbf{G}_{qq} \Delta E'_q + \mathbf{H}_{qq} \mathbf{I}^r_{qs}, \quad (2.4.13)$$

donde

$$F_{ddik} = \left. \frac{\partial i^r_{dsi}}{\partial (\delta_i - \delta_k)} \right|_{\delta_{i0} - \delta_{k0}, i^r_{qsko}, E'_{qko}}, \quad k \neq i, \quad (2.4.14)$$

$$G_{ddik} = \left. \frac{\partial i^r_{dsi}}{\partial E'_{qk}} \right|_{\delta_{i0} - \delta_{k0}, i^r_{qsko}, E'_{qko}}, \quad (2.4.15)$$

y

$$H_{ddik} = \left. \frac{\partial i^r_{dsi}}{\partial i^r_{qsk}} \right|_{\delta_{i0} - \delta_{k0}, i^r_{qsko}, E'_{qko}}; \quad (2.4.16)$$

y

$$F_{qqik} = \left. \frac{\partial i^r_{qsi}}{\partial (\delta_i - \delta_k)} \right|_{\delta_{i0} - \delta_{k0}, i^r_{qsko}, E'_{qko}}, \quad k \neq i, \quad (2.4.17)$$

$$G_{qqik} = \left. \frac{\partial i^r_{qsi}}{\partial E'_{qk}} \right|_{\delta_{i0} - \delta_{k0}, i^r_{qsko}, E'_{qko}}, \quad (2.4.18)$$

y

$$H_{qqik} = \left. \frac{\partial i^r_{qsi}}{\partial i^r_{qsk}} \right|_{\delta_{i0} - \delta_{k0}, i^r_{qsko}, E'_{qko}}. \quad (2.4.19)$$

Las componentes $k = i$ en \mathbf{F}_{dd} y \mathbf{F}_{qq} se obtienen como

$$F_{ddik} = \sum_{k \neq i}^m F_{ddik} \quad (2.4.20)$$

y

$$F_{qqik} = \sum_{k \neq i}^m F_{qqik}. \quad (2.4.21)$$

Despejando I'_{qs} en la Ecuación 2.4.13 obtenemos

$$I'_{qs} = F_q \Delta\delta + G_q \Delta E'_q, \quad (2.4.22)$$

donde

$$F_q = (I - H_{qq})^{-1} F_{qq} \quad (2.4.23)$$

y

$$G_q = (I - H_{qq})^{-1} G_{qq}; \quad (2.4.24)$$

I es la matriz identidad de m por m . Reemplazando la Ecuación 2.4.22 en 2.4.12 obtenemos

$$I'_{ds} = F_d \Delta\delta + G_d \Delta E'_q, \quad (2.4.25)$$

donde

$$F_d = F_{dd} + H_{dd} F_q \quad (2.4.26)$$

e

$$G_d = G_{dd} + H_{dd} G_q, \quad (2.4.27)$$

Los dos últimos términos del lado derecho de la igualdad mostrada en la Ecuación 2.1.176 representan el torque electromagnético de una máquina sincrónica. Así, considerando la m máquinas sincrónicas tenemos que

$$T_e = E'_q I'_{qs} + (X_q - X'_d) I'_{qs} I'_{ds} \quad (2.4.28)$$

y linealizando obtenemos

$$\Delta T_e = E'_{q0} \Delta I'_{qs} + I'_{qs0} \Delta E'_q + (X_q - X'_d) (I'_{qs0} \Delta I'_{ds} + \Delta I'_{qs} I'_{ds0}). \quad (2.4.29)$$

Reemplazando las Ecuaciones 2.4.22 y 2.4.25 en 2.4.29 se obtiene la expresión para ΔT_e en función de $\Delta\delta$ y $\Delta E'_q$.

Así, la expresión linealizada para el torque electromagnético es

$$\Delta T_e = K_1 \Delta\delta + K_2 \Delta E'_q, \quad (2.4.30)$$

donde

$$K_1 = (X_q - X'_d) I'_{qs0} F_d + [(X_q - X'_d) I'_{ds0} + E'_{q0}] F_q \quad (2.4.31)$$

y

$$K_2 = (X_q - X'_d) I'_{qs0} G_d + [(X_q - X'_d) I'_{ds0} + E'_{q0}] G_q + I'_{qs0}; \quad (2.4.32)$$

$X_q, X'_d, I'_{qs0}, I'_{ds0}$ y E'_{q0} son matrices diagonales m por m .

Los dos primeros términos de la Ecuación 2.1.174 pueden expresarse en forma matricial para considerar las m máquinas sincrónicas. Así, reemplazando las Ecuaciones 2.4.22 y 2.4.25 en la expresión matricial obtenemos una ecuación para la variable E_q en función de $\Delta\delta$ y $\Delta E'_q$. Así, la expresión linealizada será

$$\Delta E_q = K_4 \Delta\delta + K_3 \Delta E'_q, \quad (2.4.33)$$

donde

$$K_4 = (X_d - X'_d) F_d \quad (2.4.34)$$

y

$$\mathbf{K}_3 = \mathbf{I} + (\mathbf{X}_d - \mathbf{X}'_d)\mathbf{G}_d. \quad (2.4.35)$$

Las Ecuaciones 2.1.188, 2.1.189 y 2.1.181 pueden expresarse en forma matricial para considerar las m máquinas sincrónicas. Así, reemplazando las Ecuaciones 2.4.22 y 2.4.25 en las expresiones matriciales linealizadas obtenidas de las Ecuaciones 2.1.188 y 2.1.189, y luego reemplazando los resultados en la ecuación matricial linealizada obtenida de la Ecuación 2.1.181 obtenemos una expresión para el voltaje del generador sincrónico $\Delta\mathbf{V}_s$ en función de $\Delta\boldsymbol{\delta}$ y $\Delta\mathbf{E}'_q$. Así, la expresión linealizada será

$$\Delta\mathbf{V}_s = \mathbf{K}_5 \Delta\boldsymbol{\delta} + \mathbf{K}_6 \Delta\mathbf{E}'_q, \quad (2.4.36)$$

donde

$$\mathbf{K}_5 = \mathbf{V}^r_{ds0} \mathbf{X}_q \mathbf{F}_q - \mathbf{V}^r_{qs0} \mathbf{X}'_d \mathbf{F}_d \quad (2.4.37)$$

y

$$\mathbf{K}_6 = \mathbf{V}^r_{ds0} \mathbf{X}_q \mathbf{G}_q + \mathbf{V}^r_{qs0} (\mathbf{I} - \mathbf{X}'_d \mathbf{G}_d); \quad (2.4.38)$$

\mathbf{V}^r_{ds0} y \mathbf{V}^r_{qs0} son matrices diagonales.

La siguiente representación en el espacio de estados se obtiene reemplazando las ecuaciones linealizadas $\Delta\mathbf{E}_q$, $\Delta\mathbf{T}_e$ y $\Delta\mathbf{V}_s$ en las ecuaciones matriciales linealizadas del modelo de un eje y en la ecuación matricial linealizada del excitador, dada por

$$\tau_A \frac{dE'_{fd}}{dt} = -E'_{fd} + K_A [-V_s + V_{ref}]. \quad (2.4.39)$$

Así,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \frac{d\Delta\mathbf{E}'_q}{dt} \\ \frac{d\Delta\boldsymbol{\delta}}{dt} \\ \frac{d\Delta(\mathbf{w}_r/\mathbf{w}_b)}{dt} \\ \frac{d\Delta\mathbf{E}'_{fd}}{dt} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -(\tau'_{d0})^{-1}\mathbf{K}_3 & -(\tau'_{d0})^{-1}\mathbf{K}_4 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} w_b \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}_2 & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}_1 & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{D} w_b \\ -(\tau_A)^{-1}\mathbf{K}_A \mathbf{K}_6 & -(\tau_A)^{-1}\mathbf{K}_A \mathbf{K}_5 & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{E}'_q \\ \Delta\boldsymbol{\delta} \\ \Delta(\mathbf{w}_r/\mathbf{w}_b) \\ \Delta\mathbf{E}'_{fd} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}^{-1} & \mathbf{0} \\ (\tau_A)^{-1}\mathbf{K}_A & \mathbf{0} & (\tau_A)^{-1}\mathbf{K}_A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{u}_{pss} \\ \Delta\mathbf{T}_M \\ \Delta\mathbf{v}_{ref} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.4.40)$$

4.2. Identificación de los modos electromecánicos de oscilación

4.2.1. Factor de Participación

El factor de participación es una herramienta para identificar las variables de estado que tienen una participación significativa en un *modo* seleccionado entre muchos modos en un sistema de potencia múltiples generadores. Un modo del sistema oscilatorio es la frecuencia a la cual el sistema oscilará al ser perturbada; también son llamados frecuencias naturales o frecuencias resonantes. Se podría decir que las variables de estado significativas para un valor propio λ_p son aquellos que corresponden a los componentes de mayor valor en la correspondiente columna del eigenvector derecho, ϕ_p . Sin embargo, el problema en emplear los valores de una columna de un eigenvector derecho o la fila de un eigenvalor izquierdo individualmente para identificar la relación entre la variable de estado y los modos es que los elementos de los eigenvectores dependen de la dimensión de las variables de estado asociados. Como una solución a este problema se considera una matriz llamada *matriz de participación* P en el cual las componentes del eigenvector derecho e izquierdo se combinan y se emplea como una medida de la asociación entre las variables de estado y los modos. Así,

$$P = [P_1 \quad P_2 \quad \dots \quad P_j \quad \dots \quad P_n], \quad (2.4.41)$$

donde n representa el número de variables y

$$P_j = \begin{bmatrix} P_{1j} \\ P_{2j} \\ \vdots \\ P_{ij} \\ \vdots \\ P_{nj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{1j} & \psi_{j1} \\ \phi_{2j} & \psi_{j2} \\ \vdots & \vdots \\ \phi_{ij} & \psi_{ji} \\ \vdots & \vdots \\ \phi_{nj} & \psi_{jn} \end{bmatrix}; \quad (2.4.42)$$

ϕ_{ij} representa un elemento del eigenvector derecho Φ en la i -ésima fila y j -ésima columna; ψ_{ji} representa un elemento del eigenvector izquierdo Ψ en la j -ésima fila e i -ésima columna. P_{ij} se conoce como *factor de participación* y es una medida de la participación de la i -ésima variable en el j -ésimo modo.

4.2.2. Modos de oscilación y Relación de Participación

Las características de los *modos de oscilación* son que están estrechamente relacionados con las variables de estado más relevantes como el ángulo del rotor $\Delta\delta$ y la velocidad del rotor $\Delta(w_r/w_b)$. La *relación de participación* se basa en el concepto del factor de participación, así la relación de participación para el j -ésimo modo será

$$\rho_j = \left| \frac{\sum_{i=1}^l P_{ij}}{\sum_{i=l+1}^n P_{ij}} \right|, \quad (2.4.43)$$

donde l representa el número de variables de estado relevantes correspondientes a $\Delta\delta$ y $\Delta(w_r/w_b)$. Como la suma del factor de participación para un modo particular correspondiente a todas las variables de estado relevantes y no relevantes es igual a uno, la Ecuación 2.4.43 puede escribirse también como

$$\rho_j = \left| \frac{\sum_{i=1}^l P_{ij}}{1 - \sum_{i=1}^l P_{ij}} \right|. \quad (2.4.44)$$

Este criterio propuesto establece que, para los modos de oscilación cuya frecuencia de oscilación está en el rango de $0.2 - 2.5 \text{ Hz}$, su relación de participación es $\rho \gg 1$.

4.3. Diseño del controlador PSS mediante el método de compensación de fase

La representación en el espacio de estados de la trayectoria de la señal estabilizadora del modelo de Heffron-Phillips del sistema de potencia de múltiples generadores instalado con un PSS se obtiene mediante la figura 2-4 y se representa mediante la Ecuación 2.4.45;

$$F_{PSS} = K_2 K_A ((K_3 + s \tau'_{d0})(I + s \tau_A) + K_6 K_A)^{-1}, \quad (2.4.45)$$

donde I es la matriz identidad. Así, reemplazando la velocidad angular correspondiente al modo de oscilación en la función de transferencia de la Ecuación 2.4.45 se obtiene el valor de $F_{PSS_i}(s)$ como

$$\frac{\Delta T_{et_i}}{\Delta u_{PSS_i}} = F_{PSS_i}(s), \quad (2.4.46)$$

donde i representa una de las m máquinas síncronas.

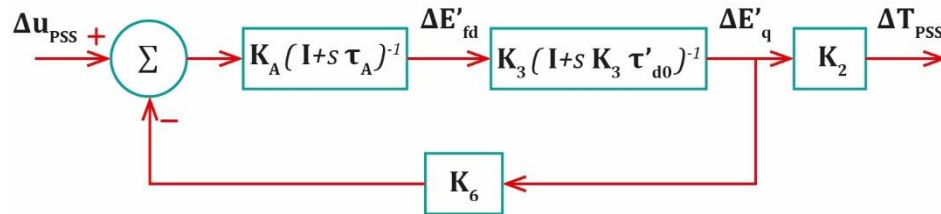


Figura 2-4. Representación en el espacio de estados de la trayectoria de la señal estabilizadora del modelo de Heffron-Phillips del sistema de potencia de múltiples generadores instalado con un PSS.

La contribución del torque eléctrico del estabilizador PSS puede obtenerse mediante

$$\Delta T_{et_i} = F_{PSS_i}(s) T_{PSS}(s) (D_i + 2H_i s) \Delta(w_{ri}/w_b) = D_{PSS_i} \Delta(w_{ri}/w_b), \quad (2.4.47)$$

donde i representa una de las m máquinas síncronas y

$$T_{SVC}(s) = K_s \frac{(1 + s T_2)(1 + s T_4)}{(1 + s T_1)(1 + s T_3)}. \quad (2.4.48)$$

Finalmente resolvemos la Ecuación 2.4.47 para K_s , T_2 y T_4 , separando en su parte real e imaginaria y considerando que $T_2 = T_4$.

Las ecuaciones de estado del estabilizador SVC serán

$$\frac{d\Delta x_1}{dt} = CC_1 \Delta E'_q + CC_2 \Delta \delta + CC_3 \Delta(w_r/w_b) + CC_5 \Delta x_1 + CC_7 \Delta T_M \quad (2.4.49)$$

y

$$\frac{d\Delta u_{PSS}}{dt} = GG_1 \Delta E'_q + GG_2 \Delta \delta + GG_3 \Delta(w_r/w_b) + GG_5 \Delta x_1 + GG_6 \Delta u_{PSS} + GG_7 \Delta T_M, \quad (2.4.50)$$

donde

$$CC_1 = -T_3^{-1} T_4 M^{-1} K_2, \quad (2.4.51)$$

$$CC_2 = -T_3^{-1} T_4 M^{-1} K_1, \quad (2.4.52)$$

$$CC_3 = T_3^{-1} (I - w_b T_4 M^{-1} D), \quad (2.4.53)$$

$$CC_5 = -T_3^{-1}, \quad (2.4.54)$$

$$CC_7 = T_3^{-1} T_4 M^{-1}, \quad (2.4.55)$$

$$GG_1 = -T_1^{-1} K_s T_2 T_3^{-1} T_4 M^{-1} K_2, \quad (2.4.56)$$

$$GG_2 = -T_1^{-1} K_s T_2 T_3^{-1} T_4 M^{-1} K_1, \quad (2.4.57)$$

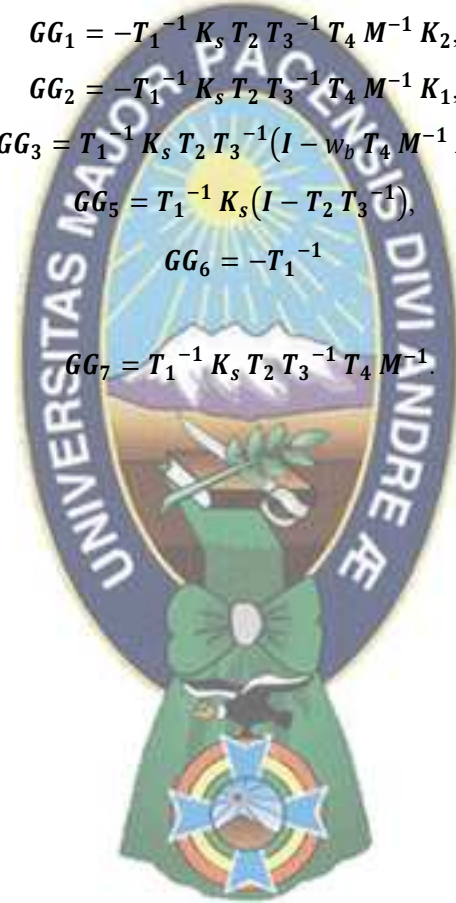
$$GG_3 = T_1^{-1} K_s T_2 T_3^{-1} (I - w_b T_4 M^{-1} D), \quad (2.4.58)$$

$$GG_5 = T_1^{-1} K_s (I - T_2 T_3^{-1}), \quad (2.4.59)$$

$$GG_6 = -T_1^{-1} \quad (2.4.60)$$

$$GG_7 = T_1^{-1} K_s T_2 T_3^{-1} T_4 M^{-1}. \quad (2.4.61)$$

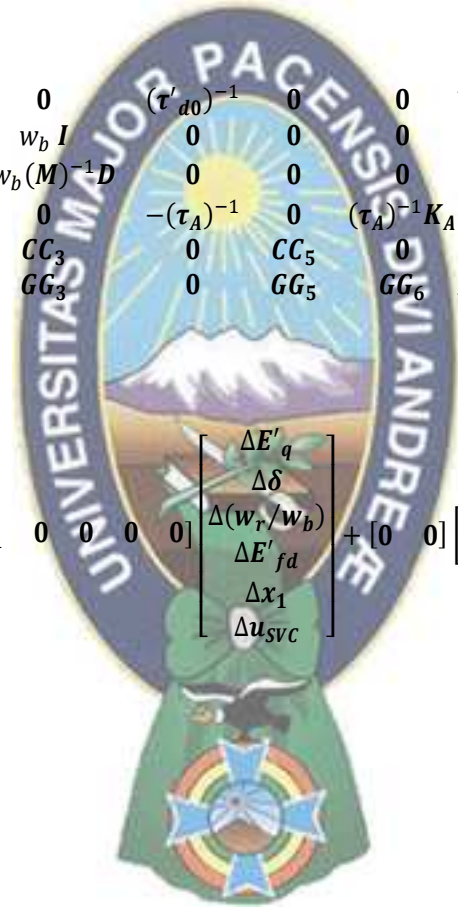
y



La representación en el espacio de estados con las ecuaciones de estado del estabilizador PSS será

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Delta E'_q}{dt} \\ \frac{d\Delta\delta}{dt} \\ \frac{d\Delta(w_r/w_b)}{dt} \\ \frac{d\Delta E'_{fd}}{dt} \\ \frac{d\Delta x_1}{dt} \\ \frac{d\Delta u_{PSS}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(\tau'_{d0})^{-1}K_3 & -(\tau'_{d0})^{-1}K_4 & 0 & (\tau'_{d0})^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w_b I & 0 & 0 & 0 \\ -(M)^{-1}K_2 & -(M)^{-1}K_1 & -w_b(M)^{-1}D & 0 & 0 & 0 \\ -(\tau_A)^{-1}K_A K_6 & -(\tau_A)^{-1}K_A K_6 & 0 & -(\tau_A)^{-1} & 0 & (\tau_A)^{-1}K_A \\ CC_1 & CC_2 & CC_3 & 0 & CC_5 & 0 \\ GG_1 & GG_2 & GG_3 & 0 & GG_5 & GG_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta x_1 \\ \Delta u_{PSS} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ (M)^{-1} & 0 \\ 0 & (\tau_A)^{-1}K_A \\ CC_7 & 0 \\ GG_7 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix}, \quad (2.4.62)$$

$$\Delta T_e = [K_2 \quad K_1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta x_1 \\ \Delta u_{SVC} \end{bmatrix} + [0 \quad 0] \begin{bmatrix} \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix}.$$



5. Sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el compensador estático VAR

5.1. Modelo linealizado (Heffron - Phillips) de un sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el compensador estático VAR

En la figura 2-5-1 se muestra el sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el compensador estático de potencia reactiva y se establece la siguiente matriz de red equivalente;

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_G \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{11} & \mathbf{Y}_{12} \\ \mathbf{Y}_{21} & \mathbf{Y}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_G \\ \tilde{\mathbf{v}}_1 \end{bmatrix}, \quad (2.5.1)$$

donde $\mathbf{Y}_{22} = \mathbf{Y}_{11} + j\mathbf{B}_{SVC}$. Por tanto, de la Ecuación 2.5.1 se obtiene que

$$\mathbf{I}_G = \left[\mathbf{Y}_{11} - \frac{1}{\mathbf{Y}_{22} + j\mathbf{B}_{SVC}} \mathbf{Y}_{12} \mathbf{Y}_{21} \right] \mathbf{E}_G = \mathbf{Y} \mathbf{E}_G, \quad (2.5.2)$$

donde

$$\tilde{E}_{Gi} = E'_{qi} e^{j\delta_i} + \left[(X_{qi} - X'_{di}) e^{j(\delta_i - \frac{\pi}{2})} \right] i r_{qsi}, \quad (2.5.3)$$

e

$$\tilde{i}_{Gi} = (i r_{dsi} + j i r_{qsi}) e^{j(\delta_i - \frac{\pi}{2})}, \quad (2.5.4)$$

i representa un generador de los m existentes.

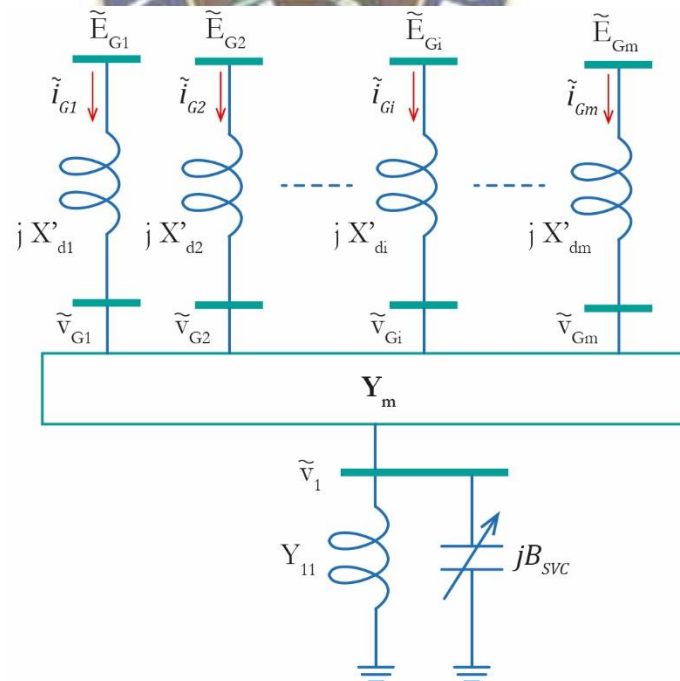


Figura 2-5-1. Sistema de potencia de múltiples generadores instalado con un SVC. Adaptado de "Analysis and Damping Control of Power System Low-Frequency Oscillations," por Haifeng Wang, Wenjuan Du, 2016, Spring, p. 236, Copyright 2016 by Springer Science+Business Media New York.

De la Ecuación 2.5.2 puede verse que los elementos de la matriz de admitancias de la red pueden denotarse como

$$Y_{ik} = Y'_{ik} + Y_{ik}(B_{SVC}), \quad (2.5.5)$$

donde i y k representan la fila y columna, respectivamente, de \mathbf{Y} . Por tanto, la Ecuación 2.5.2 puede expresarse, según las Ecuaciones 2.5.3 – 2.5.5, como

$$\tilde{i}_{Gi} = (i^r_{dsi} + j i^r_{qsi}) e^{j(\delta_i - \frac{\pi}{2})} = \sum_{k=1}^m \left\{ Y_{ik} \left[E'_{qk} e^{j\delta_k} + (X_{qk} - X'_{dk}) e^{j(\delta_k - \frac{\pi}{2})} i^r_{qsk} \right] \right\}. \quad (2.5.6)$$

Las componentes i^r_{ds} e i^r_{qs} se obtienen de la Ecuación 2.5.6 como

$$\begin{aligned} i^r_{dsi} = & \sum_{k=1}^m \left\{ Y'_{ik} \left[-E'_{qk} \sin(\alpha_{ik} - \delta_{ik}) + (X_{qk} - X'_{dk}) i^r_{qsk} \cos(\alpha_{ik} - \delta_{ik}) \right] \right\} \\ & + \sum_{k=1}^m \left\{ \text{Re}[Y_{ik}(B_{SVC})] \left[E'_{qk} \sin(\delta_{ik}) + (X_{qk} - X'_{dk}) i^r_{qsk} \cos(\delta_{ik}) \right] \right\} \\ & - \sum_{k=1}^m \left\{ \text{Im}[Y_{ik}(B_{SVC})] \left[E'_{qk} \cos(\delta_{ik}) - (X_{qk} - X'_{dk}) i^r_{qsk} \sin(\delta_{ik}) \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.5.7)$$

e

$$\begin{aligned} i^r_{qsi} = & \sum_{k=1}^m \left\{ Y'_{ik} \left[E'_{qk} \cos(\alpha_{ik} - \delta_{ik}) + (X_{qk} - X'_{dk}) i^r_{qsk} \sin(\alpha_{ik} - \delta_{ik}) \right] \right\} \\ & + \sum_{k=1}^m \left\{ \text{Re}[Y_{ik}(B_{SVC})] \left[E'_{qk} \cos(\delta_{ik}) - (X_{qk} - X'_{dk}) i^r_{qsk} \sin(\delta_{ik}) \right] \right\} \\ & - \sum_{k=1}^m \left\{ \text{Im}[Y_{ik}(B_{SVC})] \left[E'_{qk} \sin(\delta_{ik}) + (X_{qk} - X'_{dk}) i^r_{qsk} \cos(\delta_{ik}) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (2.5.8)$$

donde $Y'_{ik} = Y'_{ik} e^{i\alpha_{ik}}$, $Y_{ik}(B_{SVC}) = \text{Re}[Y_{ik}(B_{SVC})] + j\text{Im}[Y_{ik}(B_{SVC})]$ y $\delta_{ik} = \delta_i - \delta_k$.

Linealizando las Ecuaciones 2.5.7 y 2.5.8 obtenemos que

$$\mathbf{I}^r_{ds} = \mathbf{F}_{dd} \Delta\delta + \mathbf{G}_{dd} \Delta\mathbf{E}'_q + \mathbf{H}_{dd} \mathbf{I}^r_{qs} + \mathbf{L}_{dd} \Delta B_{SVC} \quad (2.5.9)$$

e

$$\mathbf{I}^r_{qs} = \mathbf{F}_{qq} \Delta\delta + \mathbf{G}_{qq} \Delta\mathbf{E}'_q + \mathbf{H}_{qq} \mathbf{I}^r_{qs} + \mathbf{L}_{qq} \Delta B_{SVC}, \quad (2.5.10)$$

donde

$$F_{ddik} = - \left. \frac{\partial i^r_{dsi}}{\partial (\delta_i - \delta_k)} \right|_{\delta_{i0} - \delta_{k0}, i^r_{qsk0}, E'_{qk0}, B_{SVC0}}, \quad k \neq i, \quad (2.5.11)$$

$$G_{ddik} = \left. \frac{\partial i^r_{dsi}}{\partial E'_{qk}} \right|_{\delta_{i0} - \delta_{k0}, i^r_{qsk0}, E'_{qk0}, B_{SVC0}}, \quad (2.5.12)$$

$$H_{ddik} = \left. \frac{\partial i^r_{dsi}}{\partial i^r_{qsk}} \right|_{\delta_{i0}-\delta_{k0}, i^r_{qsko}, E^r_{qko}, B_{SVC0}}, \quad (2.5.13)$$

y

$$L_{ddik} = \left. \frac{\partial i^r_{dsi}}{\partial B_{SVC}} \right|_{\delta_{i0}-\delta_{k0}, i^r_{qsko}, E^r_{qko}, B_{SVC0}}; \quad (2.5.14)$$

y

$$F_{qqik} = - \left. \frac{\partial i^r_{qsi}}{\partial (\delta_i - \delta_k)} \right|_{\delta_{i0}-\delta_{k0}, i^r_{qsko}, E^r_{qko}, B_{SVC0}}, \quad k \neq i, \quad (2.5.15)$$

$$G_{qqik} = \left. \frac{\partial i^r_{qsi}}{\partial E^r_{qk}} \right|_{\delta_{i0}-\delta_{k0}, i^r_{qsko}, E^r_{qko}, B_{SVC0}}, \quad (2.5.16)$$

$$H_{qqik} = \left. \frac{\partial i^r_{qsi}}{\partial i^r_{qsk}} \right|_{\delta_{i0}-\delta_{k0}, i^r_{qsko}, E^r_{qko}, B_{SVC0}}, \quad (2.5.17)$$

y

$$L_{qqik} = \left. \frac{\partial i^r_{qsi}}{\partial B_{SVC}} \right|_{\delta_{i0}-\delta_{k0}, i^r_{qsko}, E^r_{qko}, B_{SVC0}}. \quad (2.5.18)$$

Las componentes $k = i$ en \mathbf{F}_{dd} y \mathbf{F}_{qq} se obtienen como

$$F_{ddik} = \sum_{k \neq i}^m F_{ddik} \quad (2.5.19)$$

y

$$F_{qqik} = \sum_{k \neq i}^m F_{qqik}. \quad (2.5.20)$$

Las matrices \mathbf{L}_{dd} y \mathbf{L}_{qq} son matrices m por 1. Por tanto, se tiene que

$$L_{ddi} = \sum_{k=1}^m L_{ddik} \quad (2.5.21)$$

y

$$L_{qqi} = \sum_{k=1}^m L_{qqik}. \quad (2.5.22)$$

De la Ecuación 2.5.1 obtenemos que

$$\tilde{v}_1 = - \frac{1}{Y_{22} + jB_{SVC}} \mathbf{Y}_{21} \mathbf{E}_G = \mathbf{Y}'_{21} \mathbf{E}_G = (\text{Re}[\mathbf{Y}'_{21}(B_{SVC})] + j\text{Im}[\mathbf{Y}'_{21}(B_{SVC})]) \mathbf{E}_G \quad (2.5.23)$$

y

$$\begin{aligned} \tilde{v}_1 = v_{d1} + j v_{q1} = \sum_{k=1}^m \left\{ \left(\operatorname{Re}[Y_{21k}(B_{SVC})] + j \operatorname{Im}[Y_{21k}(B_{SVC})] \right) \left[E'_{qk} e^{j\delta_k} \right. \right. \\ \left. \left. + (X_{qk} - X'_{dk}) e^{j(\delta_k - \frac{\pi}{2})} i^r_{qsk} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (2.5.24)$$

Por tanto,

$$\begin{aligned} v_{d1} = \sum_{k=1}^m \left\{ \operatorname{Re}[Y_{21k}(B_{SVC})] \left[E'_{qk} \cos(\delta_k) + (X_{qk} - X'_{dk}) i^r_{qsk} \sin(\delta_k) \right] \right. \\ \left. - \sum_{k=1}^m \left\{ \operatorname{Im}[Y_{21k}(B_{SVC})] \left[E'_{qk} \sin(\delta_k) - (X_{qk} - X'_{dk}) i^r_{qsk} \cos(\delta_k) \right] \right\} \right\} \end{aligned} \quad (2.5.25)$$

y

$$\begin{aligned} v_{q1} = \sum_{k=1}^m \left\{ \operatorname{Re}[Y_{21k}(B_{SVC})] \left[E'_{qk} \sin(\delta_k) - (X_{qk} - X'_{dk}) i^r_{qsk} \cos(\delta_k) \right] \right. \\ \left. + \sum_{k=1}^m \left\{ \operatorname{Im}[Y_{21k}(B_{SVC})] \left[E'_{qk} \cos(\delta_k) + (X_{qk} - X'_{dk}) i^r_{qsk} \sin(\delta_k) \right] \right\} \right\}. \end{aligned} \quad (2.5.26)$$

La magnitud del voltaje en el terminal donde se encuentra instalado el SVC es

$$V_1 = \sqrt{(v_{d1})^2 + (v_{q1})^2}; \quad (2.5.27)$$

reemplazando las Ecuaciones 2.5.25 y 2.5.26 en 2.5.27, y linealizando obtenemos

$$\Delta V_1 = C_{1p} \Delta E'_q + C_{2p} I^r_{qs} + C_{3p} \Delta \delta + C_{4p} \Delta B_{SVC}, \quad (2.5.28)$$

donde

$$C_{1pk} = - \left. \frac{\partial V_1}{\partial E'_{qk}} \right|_{\delta_{ko}, i^r_{qsko}, E'_{qko}, B_{SVC0}}, \quad (2.5.29)$$

$$C_{2pk} = \left. \frac{\partial V_1}{\partial i^r_{qsk}} \right|_{\delta_{ko}, i^r_{qsko}, E'_{qko}, B_{SVC0}}, \quad (2.5.30)$$

$$C_{3pk} = \left. \frac{\partial V_1}{\partial \delta_k} \right|_{\delta_{ko}, i^r_{qsko}, E'_{qko}, B_{SVC0}}, \quad (2.5.31)$$

y

$$C_{4pk} = \left. \frac{\partial V_1}{\partial B_{SVC}} \right|_{\delta_{ko}, i^r_{qsko}, E'_{qko}, B_{SVC0}}; \quad (2.5.32)$$

$$C_{4p} = \sum_{k=1}^m C_{4pk}. \quad (2.5.33)$$

Despejando I^r_{qs} en la Ecuación 2.5.10 obtenemos

$$I^r_{qs} = F_q \Delta\delta + G_q \Delta E'_q + L_q \Delta B_{SVC}, \quad (2.5.34)$$

donde

$$F_q = (I - H_{qq})^{-1} F_{qq}, \quad (2.5.35)$$

$$G_q = (I - H_{qq})^{-1} G_{qq} \quad (2.5.36)$$

y

$$L_q = (I - H_{qq})^{-1} L_{qq}; \quad (2.5.37)$$

I es la matriz identidad de m por m . Reemplazando la Ecuación 2.5.34 en 2.5.9 obtenemos

$$I^r_{ds} = F_d \Delta\delta + G_d \Delta E'_q + L_d \Delta B_{SVC}, \quad (2.5.38)$$

donde

$$F_d = F_{dd} + H_{dd} F_q, \quad (2.5.39)$$

$$G_d = G_{dd} + H_{dd} G_q \quad (2.5.40)$$

y

$$L_d = L_{dd} + H_{dd} L_q. \quad (2.5.41)$$

Reemplazando la Ecuación 2.5.34 en 2.5.28 obtenemos

$$\Delta V_1 = C_1 \Delta E'_q + C_3 \Delta\delta + C_4 \Delta B_{SVC}, \quad (2.5.42)$$

donde

$$C_1 = C_{1p} + C_{2p} G_q, \quad (2.5.43)$$

$$C_3 = C_{3p} + C_{2p} F_q \quad (2.5.44)$$

y

$$C_4 = C_{4p} + C_{2p} L_q. \quad (2.5.45)$$

Los dos últimos términos del lado derecho de la igualdad mostrada en la Ecuación 2.1.176 representan el torque electromagnético de una máquina sincrónica. Así, considerando m máquinas sincrónicas tenemos que

$$T_e = E'_q I^r_{qs} + (X_q - X'_d) I^r_{qs} I^r_{ds} \quad (2.5.46)$$

y linealizando obtenemos

$$\Delta T_e = E'_{q0} \Delta I^r_{qs} + I^r_{qs0} \Delta E'_q + (X_q - X'_d) (I^r_{qs0} \Delta I^r_{ds} + \Delta I^r_{qs} I^r_{ds0}). \quad (2.5.47)$$

Reemplazando las Ecuaciones 2.5.34 y 2.5.38 en 2.5.47 se obtiene la expresión para ΔT_e en función de $\Delta\delta$, $\Delta E'_q$ y ΔB_{SVC} . Así, la expresión linealizada para el torque electromagnético es

$$\Delta T_e = K_1 \Delta\delta + K_2 \Delta E'_q + K_p \Delta B_{SVC}, \quad (2.5.48)$$

donde

$$K_1 = (X_q - X'_d) I^r_{qs0} F_d + [(X_q - X'_d) I^r_{ds0} + E'_{q0}] F_q, \quad (2.5.49)$$

$$\mathbf{K}_2 = (\mathbf{X}_q - \mathbf{X}'_d) \mathbf{I}^r_{qs0} \mathbf{G}_d + [(\mathbf{X}_q - \mathbf{X}'_d) \mathbf{I}^r_{ds0} + \mathbf{E}'_{q0}] \mathbf{G}_q + \mathbf{I}^r_{qs0} \quad (2.5.50)$$

y

$$\mathbf{K}_p = (\mathbf{X}_q - \mathbf{X}'_d) \mathbf{I}^r_{qs0} \mathbf{L}_d + [(\mathbf{X}_q - \mathbf{X}'_d) \mathbf{I}^r_{ds0} + \mathbf{E}'_{q0}] \mathbf{L}_q; \quad (2.5.51)$$

$\mathbf{X}_q, \mathbf{X}'_d, \mathbf{I}^r_{qs0}, \mathbf{I}^r_{ds0}$ y \mathbf{E}'_{q0} son matrices diagonales m por m .

Los dos primeros términos de la Ecuación 2.3.174 pueden expresarse en forma matricial para considerar las m máquinas sincrónicas. Así, reemplazando la Ecuación 2.5.38 en la expresión matricial obtenemos una ecuación para la variable $\Delta \mathbf{E}_q$ en función de $\Delta \boldsymbol{\delta}, \Delta \mathbf{E}'_q$ y ΔB_{SVC} . Así, la expresión linealizada será

$$\Delta \mathbf{E}_q = \mathbf{K}_4 \Delta \boldsymbol{\delta} + \mathbf{K}_3 \Delta \mathbf{E}'_q + \mathbf{K}_q \Delta B_{SVC}, \quad (2.5.52)$$

donde

$$\mathbf{K}_4 = (\mathbf{X}_d - \mathbf{X}'_d) \mathbf{F}_d, \quad (2.5.53)$$

$$\mathbf{K}_3 = \mathbf{I} + (\mathbf{X}_d - \mathbf{X}'_d) \mathbf{G}_d \quad (2.5.54)$$

y

$$\mathbf{K}_q = (\mathbf{X}_d - \mathbf{X}'_d) \mathbf{L}_d. \quad (2.5.55)$$

Las Ecuaciones 2.1.188, 2.1.189 y 2.1.181 pueden expresarse en forma matricial para considerar las m máquinas sincrónicas. Así, reemplazando las Ecuaciones 2.5.34 y 2.5.38 en las expresiones matriciales linealizadas obtenidas de las Ecuaciones 2.1.188 y 2.1.189, y luego reemplazando los resultados en la ecuación matricial linealizada obtenida de la Ecuación 2.1.181 obtenemos una expresión para el voltaje del generador sincrónico $\Delta \mathbf{V}_s$ en función de $\Delta \boldsymbol{\delta}, \Delta \mathbf{E}'_q$ y ΔB_{SVC} . Así, la expresión linealizada será

$$\Delta \mathbf{V}_s = \mathbf{K}_5 \Delta \boldsymbol{\delta} + \mathbf{K}_6 \Delta \mathbf{E}'_q + \mathbf{K}_v \Delta B_{SVC}, \quad (2.5.56)$$

donde

$$\mathbf{K}_5 = \mathbf{V}^r_{ds0} \mathbf{X}_q \mathbf{F}_q - \mathbf{V}^r_{qs0} \mathbf{X}'_d \mathbf{F}_d, \quad (2.5.57)$$

$$\mathbf{K}_6 = \mathbf{V}^r_{ds0} \mathbf{X}_q \mathbf{G}_q + \mathbf{V}^r_{qs0} (\mathbf{I} - \mathbf{X}'_d \mathbf{G}_d) \quad (2.5.58)$$

y

$$\mathbf{K}_v = \mathbf{V}^r_{ds0} \mathbf{X}_q \mathbf{L}_q - \mathbf{V}^r_{qs0} \mathbf{X}'_d \mathbf{L}_d; \quad (2.5.59)$$

\mathbf{V}^r_{ds0} y \mathbf{V}^r_{qs0} son matrices diagonales.

La siguiente representación en el espacio de estados se obtiene reemplazando las ecuaciones linealizadas $\Delta \mathbf{E}_q, \Delta \mathbf{T}_e$ y $\Delta \mathbf{V}_s$ en las ecuaciones matriciales linealizadas del modelo de un eje y en la ecuación matricial linealizada del excitador, dada por

$$\tau_A \frac{d\mathbf{E}'_{fd}}{dt} = -\mathbf{E}'_{fd} + \mathbf{K}_A [-\mathbf{V}_s + \mathbf{V}_{ref}]. \quad (2.5.60)$$

La ecuación de salida es la Ecuación 2.5.42. Así,

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \frac{d\Delta E'_q}{dt} \\ \frac{d\Delta\delta}{dt} \\ \frac{d\Delta(w_r/w_b)}{dt} \\ \frac{d\Delta E'_{fd}}{dt} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -(\tau'_{d0})^{-1}K_3 & -(\tau'_{d0})^{-1}K_4 & \mathbf{0} & (\tau'_{d0})^{-1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & I w_b & \mathbf{0} \\ -M^{-1}K_2 & -M^{-1}K_1 & -M^{-1}D w_b & \mathbf{0} \\ -(\tau_A)^{-1}K_A K_6 & -(\tau_A)^{-1}K_A K_5 & \mathbf{0} & -(\tau_A)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} -(\tau'_{d0})^{-1}K_q & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -M^{-1}K_p & M^{-1} & \mathbf{0} \\ -(\tau_A)^{-1}K_A K_v & \mathbf{0} & (\tau_A)^{-1}K_A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta B_{SVC} \\ \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix}, \\
 \Delta V_1 &= [C_1 \quad C_3 \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0}] \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \end{bmatrix} + [C_4 \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0}] \begin{bmatrix} \Delta B_{SVC} \\ \Delta T_M \\ \Delta V_{ref} \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{2.5.61}$$

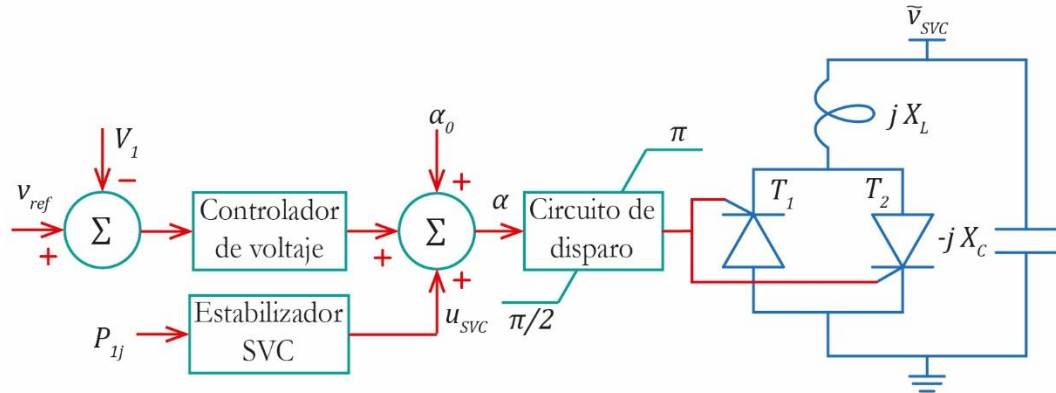


Figura 2-5-2. Configuración del control para un SVC basado en FC – TCR para un sistema de potencia de múltiples generadores.

La Ecuación 2.5.61 nos sirve para el diseño del controlador proporcional e integral (PI) del voltaje. Sin embargo, además del controlador PI del voltaje es necesario el diseño de un controlador para el compensador estático de potencia reactiva, como se muestra en la figura 2-5-2. La representación en el espacio de estados para este propósito se considera a continuación. De la figura 2-5-2 se obtiene la siguiente ecuación para el ángulo de retardo de disparo

$$\alpha = \alpha_0 + \left(k_p + \frac{k_i}{s} \right) (v_{ref} - V_1) + u_{SVC}, \tag{2.5.62}$$

donde u_{SVC} es la señal de estabilización del controlador. Linealizando la Ecuación 2.2.35 obtenemos

$$\Delta\alpha = - \left(k_p + \frac{k_i}{s} \right) \Delta V_1 + \Delta u_{SVC}. \tag{2.5.63}$$

De la Ecuación 3.18 (Anexo: fundamento teórico 3) obtenemos, linealizando, que

$$\Delta B_{SVC} = \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} \Delta\alpha, \quad (2.5.64)$$

donde

$$\frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} = -\frac{2}{\pi} - \frac{2 \cos(2\alpha_0)}{\pi}. \quad (2.5.65)$$

Reemplazando las Ecuaciones 2.5.63 y 2.5.28 en la Ecuación 2.5.64 obtenemos que

$$\Delta B_{SVC} = \frac{-\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p (C_3 \Delta\delta + C_1 \Delta E'_q) + \Delta Z_{SVC} + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} \Delta u_{SVC}}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_4}, \quad (2.5.66)$$

donde

$$\Delta Z_{SVC} = -\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} \frac{k_i}{s} (C_3 \Delta\delta + C_1 \Delta E'_q + C_4 \Delta B_{SVC}) \quad (2.5.67)$$

o

$$\frac{d\Delta Z_{SVC}}{dt} = -\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_i (C_3 \Delta\delta + C_1 \Delta E'_q + C_4 \Delta B_{SVC}). \quad (2.5.68)$$

Reemplazando la Ecuación 2.5.66 en la Ecuación 2.5.68 obtenemos

$$\frac{d\Delta Z_{SVC}}{dt} = C_A \Delta\delta + C_E \Delta E'_q + C_Z \Delta Z_{SVC} + C_u \Delta u_{SVC}, \quad (2.5.69)$$

donde

$$C_A = -\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_i C_3 \left[-\frac{\frac{C_4}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_4} + 1 \right], \quad (2.5.70)$$

$$C_E = -\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_i C_1 \left[-\frac{\frac{C_4}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_4} + 1 \right], \quad (2.5.71)$$

$$C_Z = -\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_i C_4 \left[\frac{1}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_4} \right] \quad (2.5.72)$$

y

$$C_u = -\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_i C_4 \left[\frac{\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha}}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_4} \right]. \quad (2.5.73)$$

Reemplazando la Ecuación 2.5.66 en la Ecuación 2.5.48 obtenemos

$$\Delta T_e = K'_1 \Delta \delta + K'_2 \Delta E'_q + K_{pz} \Delta Z_{SVC} + K'_p \Delta u_{SVC}, \quad (2.5.74)$$

donde

$$K'_1 = K_1 + K_p \left[\frac{-\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_3}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_4} \right], \quad (2.5.75)$$

$$K'_2 = K_2 + K_p \left[\frac{-\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_1}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_4} \right], \quad (2.5.76)$$

$$K_{pz} = K_p \left[\frac{1}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_4} \right] \quad (2.5.77)$$

y

$$K'_p = K_p \left[\frac{\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha}}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_4} \right]. \quad (2.5.78)$$

Reemplazando la Ecuación 2.5.66 en la Ecuación 2.5.52 obtenemos

$$\Delta E_q = K'_4 \Delta \delta + K'_3 \Delta E'_q + K_{qz} \Delta Z_{SVC} + K'_q \Delta u_{SVC}, \quad (2.5.79)$$

donde

$$K'_4 = K_4 + K_q \left[\frac{-\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_3}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_4} \right], \quad (2.5.80)$$

$$K'_3 = K_3 + K_q \left[\frac{-\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_1}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_4} \right], \quad (2.5.81)$$

$$K_{qz} = K_q \left[\frac{1}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_4} \right] \quad (2.5.82)$$

y

$$K'_q = K_q \left[\frac{\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha}}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_4} \right]. \quad (2.5.83)$$

Reemplazando la Ecuación 2.5.66 en la Ecuación 2.5.56 obtenemos

$$\Delta \mathbf{V}_s = \mathbf{K}'_5 \Delta \delta + \mathbf{K}'_6 \Delta \mathbf{E}'_q + \mathbf{K}_{vz} \Delta Z_{SVC} + \mathbf{K}'_v \Delta u_{SVC}, \quad (2.5.84)$$

donde

$$\mathbf{K}'_5 = \mathbf{K}_5 + \mathbf{K}_v \left[\frac{-\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_3}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_4} \right], \quad (2.5.85)$$

$$\mathbf{K}'_6 = \mathbf{K}_6 + \mathbf{K}_v \left[\frac{-\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_1}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_4} \right], \quad (2.5.86)$$

$$\mathbf{K}_{vz} = \mathbf{K}_v \left[\frac{1}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_4} \right] \quad (2.5.87)$$

y

$$\mathbf{K}'_v = \mathbf{K}_v \left[\frac{\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha}}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_4} \right]. \quad (2.5.88)$$

Por tanto, la representación en el espacio de estados para el diseño del controlador para el compensador estático de potencia reactiva se obtiene reemplazando las ecuaciones linealizadas $\Delta \mathbf{E}'_q$, $\Delta \mathbf{T}_e$, $\Delta \mathbf{V}_s$ en las ecuaciones matriciales linealizadas del modelo de un eje y en la ecuación matricial linealizada del excitador. Así,

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \frac{d\Delta \mathbf{E}'_q}{dt} \\ \frac{d\Delta \delta}{dt} \\ \frac{d\Delta(\mathbf{w}_r/\mathbf{w}_b)}{dt} \\ \frac{d\Delta \mathbf{E}'_{fd}}{dt} \\ \frac{d\Delta Z_{SVC}}{dt} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -(\tau'_{d0})^{-1} \mathbf{K}'_3 & -(\tau'_{d0})^{-1} \mathbf{K}'_4 & \mathbf{0} & (\tau'_{d0})^{-1} & -(\tau'_{d0})^{-1} \mathbf{K}_{qz} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & I w_b & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -(\mathbf{M})^{-1} \mathbf{K}'_2 & -(\mathbf{M})^{-1} \mathbf{K}'_1 & -(\mathbf{M})^{-1} \mathbf{D} w_b & \mathbf{0} & -(\mathbf{M})^{-1} \mathbf{K}_{pz} \\ -(\tau_A)^{-1} \mathbf{K}_A \mathbf{K}'_6 & -(\tau_A)^{-1} \mathbf{K}_A \mathbf{K}'_5 & \mathbf{0} & -(\tau_A)^{-1} & -(\tau_A)^{-1} \mathbf{K}_A \mathbf{K}_{vz} \\ \mathbf{C}_E & \mathbf{C}_A & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{C}_Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{E}'_q \\ \Delta \delta \\ \Delta(\mathbf{w}_r/\mathbf{w}_b) \\ \Delta \mathbf{E}'_{fd} \\ \Delta Z_{SVC} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} -(\tau'_{d0})^{-1} \mathbf{K}'_q & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -(\mathbf{M})^{-1} \mathbf{K}'_p & (\mathbf{M})^{-1} & \mathbf{0} \\ -(\tau_A)^{-1} \mathbf{K}_A \mathbf{K}'_v & \mathbf{0} & (\tau_A)^{-1} \mathbf{K}_A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_{SVC} \\ \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.5.89)$$

5.2. Señal de retroalimentación y selección de locación de instalación

Señal de retroalimentación

La señal de retroalimentación del controlador del compensador estático de potencia reactiva es la señal de la potencia activa entregado a través del nodo donde el SVC está instalado. De la figura 2-5-3 se puede observar que

$$P_{1j} = \text{Re}[Y_{1j} (\tilde{v}_1 - \tilde{v}_j) \tilde{v}_1^*] = \text{Re}[(g_{1j} + j b_{1j}) (\tilde{v}_1 - \tilde{v}_j) \tilde{v}_1^*], \quad (2.5.90)$$

donde $\tilde{v}_1 = v_{d1} + j v_{q1}$ y $\tilde{v}_j = v_{dj} + j v_{qj}$. Por tanto

$$P_{1j} = v_{d1}[g_{1j}(v_{d1} - v_{dj}) - b_{1j}(v_{q1} - v_{qj})] + v_{q1}[g_{1j}(v_{q1} - v_{qj}) + b_{1j}(v_{d1} - v_{dj})]. \quad (2.5.91)$$

Las componentes del voltaje en el nodo j se obtienen de la matriz de red equivalente

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_G \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{11} & \mathbf{Y}_{12} & \mathbf{Y}_{13} \\ \mathbf{Y}_{21} & \mathbf{Y}_{22} & \mathbf{Y}_{23} \\ \mathbf{Y}_{31} & \mathbf{Y}_{32} & \mathbf{Y}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_G \\ \tilde{v}_1 \\ \tilde{v}_j \end{bmatrix}; \quad (2.5.92)$$

por tanto,

$$\tilde{v}_j = -\frac{1}{Y_{33}} (\mathbf{Y}_{31} \mathbf{E}_G + Y_{32} \tilde{v}_1) = -\frac{1}{Y_{33}} \left(\sum_{k=1}^m Y_{31k} E_{Gk} + Y_{32} \tilde{v}_1 \right). \quad (2.5.93)$$

Las componentes v_{jd} y v_{jq} serán

$$\begin{aligned} v_{dj} = Y_{33Re} \left\{ \sum_{k=1}^m \left\{ Y_{31Rek} [E'_{qk} \cos(\delta_k) + (X_{qk} - X'_{dk}) i^r_{qsk} \sin(\delta_k)] \right. \right. \\ \left. \left. - Y_{31Imk} [E'_{qk} \sin(\delta_k) - (X_{qk} - X'_{dk}) i^r_{qsk} \cos(\delta_k)] \right\} + (Y_{32Rek} v_{1d} - Y_{32Imk} v_{1q}) \right\} \\ - Y_{33Im} \left\{ \sum_{k=1}^m \left\{ Y_{31Rek} [E'_{qk} \sin(\delta_k) - (X_{qk} - X'_{dk}) i^r_{qsk} \cos(\delta_k)] \right. \right. \\ \left. \left. + Y_{31Imk} [E'_{qk} \cos(\delta_k) + (X_{qk} - X'_{dk}) i^r_{qsk} \sin(\delta_k)] \right\} + (Y_{32Rek} v_{1q} + Y_{32Imk} v_{1d}) \right\} \end{aligned} \quad (2.5.94)$$

y

$$\begin{aligned} v_{qj} = Y_{33Re} \left\{ \sum_{k=1}^m \left\{ Y_{31Rek} [E'_{qk} \sin(\delta_k) - (X_{qk} - X'_{dk}) i^r_{qsk} \cos(\delta_k)] \right. \right. \\ \left. \left. + Y_{31Imk} [E'_{qk} \cos(\delta_k) + (X_{qk} - X'_{dk}) i^r_{qsk} \sin(\delta_k)] \right\} + (Y_{32Rek} v_{1q} + Y_{32Imk} v_{1d}) \right\} \\ + Y_{33Im} \left\{ \sum_{k=1}^m \left\{ Y_{31Rek} [E'_{qk} \cos(\delta_k) + (X_{qk} - X'_{dk}) i^r_{qsk} \sin(\delta_k)] \right. \right. \\ \left. \left. - Y_{31Imk} [E'_{qk} \sin(\delta_k) - (X_{qk} - X'_{dk}) i^r_{qsk} \cos(\delta_k)] \right\} + (Y_{32Rek} v_{1d} - Y_{32Imk} v_{1q}) \right\}, \end{aligned} \quad (2.5.95)$$

donde $-(1/Y_{33}) = Y_{33Re} + j Y_{33Im}$, $Y_{31k} = Y_{31Rek} + j Y_{31Imk}$ y $Y_{32k} = Y_{32Rek} + j Y_{32Imk}$.

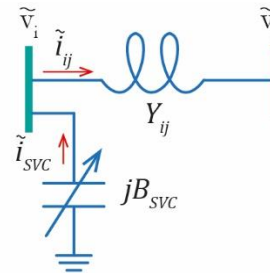


Figura 2-5-3. SVC instalado en el i -ésimo nodo. Adaptado de “Analysis and Damping Control of Power System Low-Frequency Oscillations,” por Haifeng Wang, Wenjuan Du, 2016, Spring, p. 246, Copyright 2016 by Springer Science+Business Media New York.

Reemplazando las Ecuaciones 2.5.25 y 2.5.26, y las Ecuaciones 2.5.94 y 2.5.95 para los subíndices 1 y j , respectivamente, y linealizando obtenemos la expresión linealizada de P_{1j} como

$$\Delta P_{1j} = P'_a \Delta \delta + P'_e \Delta E'_q + P'_i I'_{qs} + P'_b \Delta B_{SVC}, \quad (2.5.96)$$

donde j es un nodo que no pertenece a un generador sincrónico y se encuentra junto al nodo donde el compensador está instalado, y

$$P'_{ak} = - \left. \frac{\partial P_{1j}}{\partial \delta_k} \right|_{\delta_{k0}, i'_{qsk0}, E'_{qk0}, B_{SVC0}}, \quad (2.5.97)$$

$$P'_{ek} = \left. \frac{\partial P_{1j}}{\partial E'_{qk}} \right|_{\delta_{k0}, i'_{qsk0}, E'_{qk0}, B_{SVC0}}, \quad (2.5.98)$$

$$P'_{ik} = \left. \frac{\partial P_{1j}}{\partial i'_{qsk}} \right|_{\delta_{k0}, i'_{qsk0}, E'_{qk0}, B_{SVC0}} \quad (2.5.99)$$

y

$$P''_{bk} = \left. \frac{\partial P_{1j}}{\partial B_{SVC}} \right|_{\delta_{k0}, i'_{qsk0}, E'_{qk0}, B_{SVC0}} ; \quad (2.5.100)$$

$$P'_b = \sum_{k=1}^m P''_{bk}. \quad (2.5.101)$$

Reemplazando la Ecuación 2.5.34 en 2.5.96 obtenemos que

$$\Delta P_{1j} = PP_a \Delta \delta + PP_e \Delta E'_q + PP_b \Delta B_{SVC}, \quad (2.5.102)$$

donde

$$PP_a = P'_a + P'_i F_q, \quad (2.5.103)$$

$$PP_e = P'_e + P'_i G_q \quad (2.5.104)$$

y

$$PP_b = P'_b + P'_i L_q. \quad (2.5.105)$$

Dado que la Ecuación 2.5.66 puede expresarse como

$$\Delta B_{SVC} = BB_1 \Delta \delta + BB_2 \Delta E'_q + BB_3 \Delta Z_{SVC} + BB_4 \Delta u_{SVC}, \quad (2.5.106)$$

donde

$$BB_1 = \frac{-\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_3}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_4}, \quad (2.5.107)$$

$$BB_2 = \frac{-\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_1}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_4}, \quad (2.5.108)$$

$$BB_3 = \frac{1}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_4} \quad (2.5.109)$$

y

$$BB_4 = \frac{\frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha}}{1 + \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} k_p C_4}; \quad (2.5.110)$$

reemplazando la Ecuación 2.5.106 en 2.5.102 obtenemos

$$\Delta P_{1j} = P_a \Delta \delta + P_e \Delta E'_q + P_z \Delta Z_{SVC} + P_u \Delta u_{SVC}, \quad (2.5.111)$$

donde

$$P_a = PP_a + PP_b BB_1, \quad (2.5.112)$$

$$P_e = PP_e + PP_b BB_2, \quad (2.5.113)$$

$$P_z = PP_b BB_3 \quad (2.5.114)$$

y

$$P_u = PP_b BB_4. \quad (2.5.115)$$

Así, la Ecuación de salida de la representación en el espacio de estados será

$$\Delta P_{1j} = [P_e \quad P_a \quad 0 \quad 0 \quad P_z] \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta \delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta Z_{SVC} \end{bmatrix} + [P_u \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} \Delta u_{SVC} \\ \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix}. \quad (2.5.116)$$

Índice de sensibilidad

De las ecuaciones

$$\dot{X} = AX \quad (2.5.117)$$

y

$$y = \mathbf{C} \mathbf{X}, \quad (2.5.118)$$

y la transformación

$$\mathbf{X} = \mathbf{V} \mathbf{Z}, \quad (2.5.119)$$

donde \mathbf{V} es la matriz de eigenvectores derechos de los eigenvalores de la matriz \mathbf{A} , obtenemos que

$$\dot{\mathbf{Z}} = \mathbf{V}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{V} \mathbf{Z} \quad (2.5.120)$$

y

$$y = \mathbf{C} \mathbf{V} \mathbf{Z}. \quad (2.5.121)$$

Debemos recordar que un eigenvalor y sus eigenvectores derechos deben satisfacer $(\mathbf{A} - \lambda_1 \mathbf{I}) \mathbf{V}_1 = \mathbf{0}$.

La matriz

$$\mathbf{\Lambda} = \mathbf{V}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{V} \quad (2.5.122)$$

es una matriz diagonal que contiene los eigenvalores de la matriz \mathbf{A} ; reemplazando la Ecuación 2.5.122 en 2.5.120 obtenemos que

$$\dot{\mathbf{Z}} = \mathbf{\Lambda} \mathbf{Z} \quad (2.5.123)$$

Las Ecuaciones 2.5.119 y 2.5.121 pueden expresarse, en función del tiempo, como

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{V} e^{\mathbf{A}t} \mathbf{Z}(0) = \mathbf{V} \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & e^{\lambda_m t} \end{bmatrix} \mathbf{Z}(0) \quad (2.5.124)$$

y

$$y(t) = \mathbf{C} \mathbf{V} e^{\mathbf{A}t} \mathbf{Z}(0) = \mathbf{C} \mathbf{V} \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & e^{\lambda_n t} \end{bmatrix} \mathbf{Z}(0). \quad (2.5.125)$$

Por tanto,

$$x_i(t) = \sum_{k=1}^n V_{ik} e^{\lambda_k t} z_k(0), \quad (2.5.126)$$

donde i representa a una variable de las n , y

$$y(t) = \sum_{k=1}^n e^{\lambda_k t} [\mathbf{C} \mathbf{V}_{columna k}] z_k(0). \quad (2.5.127)$$

Dividiendo las expresiones obtenidas mediante la transformada de Laplace de las Ecuaciones 2.5.127 y 2.5.126 obtenemos

$$\gamma_i(s = \lambda_k) = \frac{y(s = \lambda_k)}{x_i(s = \lambda_k)} = \frac{\mathbf{C} \mathbf{V}_{columna k}}{V_{ik}}; \quad (2.5.128)$$

la Ecuación 2.5.128 nos indica que la señal de retroalimentación y puede reconstruirse empleando x_i mediante γ_i .

El *índice de sensibilidad* para la selección de locación de instalación se realiza añadiendo un incremento de amortiguación artificial a $\Delta(w_{rj}/w_b)$, donde $j = 1, 2, \dots, m$. Así, el índice de sensibilidad es la sensibilidad del

modo de oscilación de interés al coeficiente de incremento de amortiguación añadido, d_j , para $\Delta(w_{rj}/w_b)$. Por tanto, el índice de sensibilidad será

$$S_{ij} = \frac{\partial \lambda_i}{\partial d_j} = \mathbf{W}_{fila\ i} \frac{\partial A_d}{\partial d_i} \mathbf{V}_{columna\ j} = W_{i,j} V_{j,i}, \quad (2.5.129)$$

donde A_d es la matriz A pero considerando el coeficiente de incremento de amortiguación añadido.

Índice del análisis de torque de amortiguación

La Ecuación 2.5.89 puede expresarse como

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Delta E'_q}{dt} \\ \frac{d\Delta \delta}{dt} \\ \frac{d\Delta(w_r/w_b)}{dt} \\ \frac{d\Delta E'_{fd}}{dt} \\ \frac{d\Delta Z_{SVC}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} & A_{15} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & I w_b & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} & A_{35} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} & A_{45} \\ A_{51} & A_{52} & A_{53} & A_{54} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta \delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta Z_{SVC} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ \mathbf{0} \\ B_3 \\ B_4 \\ B_5 \end{bmatrix} \Delta u_{SVC}, \quad (2.5.130)$$

de donde, despejando ΔZ_{SVC} , obtenemos

$$\Delta Z_{SVC} = (sI - A_{55})^{-1} [A_{51} \Delta E'_q + A_{52} \Delta \delta + A_{53} \Delta(w_r/w_b) + A_{54} \Delta E'_{fd} + B_5 \Delta u_{SVC}]; \quad (2.5.131)$$

despejando, de la Ecuación 2.5.130, $d\Delta(w_r/w_b)/dt$ y sustituyendo la Ecuación 2.5.131 tenemos que

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta(w_r/w_b)}{dt} = & [A_{31} + A_{35}(sI - A_{55})^{-1}A_{51}] \Delta E'_q + [A_{32} + A_{35}(sI - A_{55})^{-1}A_{52}] \Delta \delta + [A_{33} \\ & + A_{35}(sI - A_{55})^{-1}A_{53}] \Delta(w_r/w_b) + [A_{34} \\ & + A_{35}(sI - A_{55})^{-1}A_{54}] \Delta E'_{fd} + \{ [A_{35}(sI - A_{55})^{-1}B_5 + B_3] \Delta u_{SVC} \}. \end{aligned} \quad (2.5.132)$$

En la Ecuación 2.5.132 denotarnos

$$\mathbf{B} = A_{35}(sI - A_{55})^{-1}B_5 + B_3. \quad (2.5.133)$$

El último término de la Ecuación 2.5.132 nos muestra la contribución de torque eléctrico de amortiguación del compensador instalado en el sistema de potencia, mediante la retroalimentación

$$\Delta u_{SVC} = T_{st}(s) \Delta y, \quad (2.5.134)$$

donde $T_{st}(s)$ es la función de transferencia y Δy es la señal de retroalimentación. Según la Ecuación 2.5.128 obtenemos que

$$\Delta u_{SVC} = T_{st}(\lambda_k) \gamma_i(\lambda_k) \Delta x_i(\lambda_k), \quad (2.5.135)$$

Así, la contribución de torque de amortiguación del compensador es

$$\Delta T_{amort} = D_{amort} \Delta(w_{rj}/w_b) = Re [B_j(\lambda_k) T_{st}(\lambda_k) \gamma_j(\lambda_k)] \Delta(w_{rj}/w_b), \quad (2.5.136)$$

donde $\Delta x_i = \Delta(w_{rj}/w_b)$ y $1 \leq i \leq j$.

De la Ecuación 2.5.129 la mejora total en el modo de oscilación de interés λ_i es

$$\Delta\lambda_i = \sum_{j=1}^m D_{amort\ j} S_{ij}, \quad (2.5.137)$$

y según la Ecuación 2.5.133 y 2.5.137 definimos el *índice del análisis de torque de amortiguación* (DTA, de Damping Torque Analysis) como

$$DTA = \sum_{j=1}^m |B_j(\lambda_k) \gamma_j(\lambda_k) S_{ij}|, \quad (2.5.138)$$

el cual nos sirve para la selección de locación de instalación del compensador.



6. Sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el convertidor de fuente de voltaje

6.1. Modelo linealizado (Heffron - Phillips) de un sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el convertidor de fuente de voltaje

En la figura 2-6-1 se muestra el sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el convertidor de fuente de voltaje y se establece que

$$\tilde{v}_L = \frac{\tilde{i}_L}{Y_{VSC}} + \tilde{v}_O = \frac{(\tilde{i}_{1L} - \tilde{i}_{L2})}{Y_{VSC}} + \tilde{v}_O. \quad (2.6.1)$$

Así,

$$\tilde{v}_1 = \frac{\tilde{i}_{1L}}{Y_{1L}} + \tilde{v}_L = \left(\frac{1}{Y_{1L}} + \frac{1}{Y_{VSC}} \right) \tilde{i}_{1L} - \frac{\tilde{i}_{L2}}{Y_{VSC}} + \tilde{v}_O \quad (2.6.2)$$

y

$$\tilde{v}_2 = -\frac{\tilde{i}_{L2}}{Y_{L2}} + \tilde{v}_L = -\left(\frac{1}{Y_{L2}} + \frac{1}{Y_{VSC}} \right) \tilde{i}_{L2} + \frac{\tilde{i}_{1L}}{Y_{VSC}} + \tilde{v}_O. \quad (2.6.3)$$

Las Ecuaciones 2.6.2 y 2.6.3 pueden escribirse en forma matricial como

$$\begin{bmatrix} \tilde{i}_{1L} \\ \tilde{i}_{L2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{Y_{1L}} + \frac{1}{Y_{VSC}} & -\frac{1}{Y_{VSC}} \\ \frac{1}{Y_{VSC}} & -\left(\frac{1}{Y_{L2}} + \frac{1}{Y_{VSC}} \right) \end{bmatrix}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} \tilde{v}_1 \\ \tilde{v}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{v}_O \\ \tilde{v}_O \end{bmatrix} \right\} = \mathbf{Y}_1^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} \tilde{v}_1 \\ \tilde{v}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{v}_O \\ \tilde{v}_O \end{bmatrix} \right\}. \quad (2.6.4)$$

De la figura 2-6-1 se establece también la siguiente matriz de red equivalente

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_G \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{11} & \mathbf{Y}_{12} & \mathbf{Y}_{13} \\ \mathbf{Y}_{21} & \mathbf{Y}_{22} & \mathbf{Y}_{23} \\ \mathbf{Y}_{31} & \mathbf{Y}_{32} & \mathbf{Y}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{v}_1 \\ \tilde{v}_2 \\ \tilde{v}_O \end{bmatrix}; \quad (2.6.5)$$

la Ecuación 2.6.5 puede descomponerse en

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}'_{22} & 0 \\ 0 & \mathbf{Y}'_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{v}_1 \\ \tilde{v}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{i}_{1L} \\ \tilde{i}_{L2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{21} \\ \mathbf{Y}_{31} \end{bmatrix} \mathbf{E}_G, \quad (2.6.6)$$

donde \mathbf{Y}'_{22} y \mathbf{Y}'_{33} se obtienen excluyendo \mathbf{Y}_{23} y \mathbf{Y}_{32} de \mathbf{Y}_{22} y \mathbf{Y}_{33} respectivamente, e

$$\mathbf{I}_G = [\mathbf{Y}_{12} \quad \mathbf{Y}_{13}] \begin{bmatrix} \tilde{v}_1 \\ \tilde{v}_2 \end{bmatrix} + \mathbf{Y}_{11} \mathbf{E}_G. \quad (2.6.7)$$

Reemplazando la Ecuación 2.6.4 en 2.6.6 obtenemos

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}'_{22} & 0 \\ 0 & \mathbf{Y}'_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{v}_1 \\ \tilde{v}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{Y_{1L}} + \frac{1}{Y_{VSC}} & -\frac{1}{Y_{VSC}} \\ \frac{1}{Y_{VSC}} & -\left(\frac{1}{Y_{L2}} + \frac{1}{Y_{VSC}} \right) \end{bmatrix}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} \tilde{v}_1 \\ \tilde{v}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{v}_O \\ \tilde{v}_O \end{bmatrix} \right\} + \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{21} \\ \mathbf{Y}_{31} \end{bmatrix} \mathbf{E}_G; \quad (2.6.8)$$

así,

$$\begin{bmatrix} \tilde{v}_1 \\ \tilde{v}_2 \end{bmatrix} = (\mathbf{Y}_L)^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} \tilde{v}_0 \\ \tilde{v}_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{1}{Y_{1L}} + \frac{1}{Y_{VSC}} & -\frac{1}{Y_{VSC}} \\ \frac{1}{Y_{VSC}} & -\left(\frac{1}{Y_{L2}} + \frac{1}{Y_{VSC}}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{21} \\ \mathbf{Y}_{31} \end{bmatrix} \mathbf{E}_G \right\}, \quad (2.6.9)$$

donde

$$\mathbf{Y}_L = \mathbf{I} + \begin{bmatrix} \frac{1}{Y_{1L}} + \frac{1}{Y_{VSC}} & -\frac{1}{Y_{VSC}} \\ \frac{1}{Y_{VSC}} & -\left(\frac{1}{Y_{L2}} + \frac{1}{Y_{VSC}}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y'_{22} & 0 \\ 0 & Y'_{33} \end{bmatrix}; \quad (2.6.10)$$

sustituyendo la Ecuación 2.6.9 en 2.6.7 obtenemos

$$\mathbf{I}_G = [\mathbf{Y}_{12} \quad \mathbf{Y}_{13}] \left\{ (\mathbf{Y}_L)^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} \tilde{v}_0 \\ \tilde{v}_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{1}{Y_{1L}} + \frac{1}{Y_{VSC}} & -\frac{1}{Y_{VSC}} \\ \frac{1}{Y_{VSC}} & -\left(\frac{1}{Y_{L2}} + \frac{1}{Y_{VSC}}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{21} \\ \mathbf{Y}_{31} \end{bmatrix} \mathbf{E}_G \right\} \right\} \begin{bmatrix} \tilde{v}_1 \\ \tilde{v}_2 \end{bmatrix} + \mathbf{Y}_{11} \mathbf{E}_G, \quad (2.6.11)$$

así,

$$\mathbf{I}_G = \mathbf{C} \tilde{v}_0 + \mathbf{Y} \mathbf{E}_G, \quad (2.6.12)$$

donde

$$\mathbf{C} = [\mathbf{Y}_{12} \quad \mathbf{Y}_{13}] (\mathbf{Y}_L)^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.6.13)$$

y

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Y}_{11} - [\mathbf{Y}_{12} \quad \mathbf{Y}_{13}] \begin{bmatrix} \frac{1}{Y_{1L}} + \frac{1}{Y_{VSC}} & -\frac{1}{Y_{VSC}} \\ \frac{1}{Y_{VSC}} & -\left(\frac{1}{Y_{L2}} + \frac{1}{Y_{VSC}}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{21} \\ \mathbf{Y}_{31} \end{bmatrix}. \quad (2.6.14)$$

Reemplazado la Ecuación 2.6.9 en 2.6.4 obtenemos

$$\begin{bmatrix} \tilde{i}_{1L} \\ \tilde{i}_{L2} \end{bmatrix} = \mathbf{Y}_1^{-1} \left\{ (\mathbf{Y}_L)^{-1} \begin{bmatrix} \tilde{v}_0 \\ \tilde{v}_0 \end{bmatrix} - (\mathbf{Y}_L)^{-1} \mathbf{Y}_1 \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{21} \\ \mathbf{Y}_{31} \end{bmatrix} \mathbf{E}_G \right\}; \quad (2.6.15)$$

así,

$$\tilde{i}_L = [1 \quad 1] \begin{bmatrix} \tilde{i}_{1L} \\ \tilde{i}_{L2} \end{bmatrix} = [1 \quad 1] \mathbf{Y}_1^{-1} (\mathbf{Y}_L)^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \tilde{v}_0 - [1 \quad 1] \mathbf{Y}_1^{-1} (\mathbf{Y}_L)^{-1} \mathbf{Y}_1 \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{21} \\ \mathbf{Y}_{31} \end{bmatrix} \mathbf{E}_G \quad (2.6.16)$$

$$\tilde{i}_L = Y_{LL} \tilde{v}_0 + \mathbf{Y}_{LK} \mathbf{E}_G,$$

donde

$$Y_{LL} = [1 \quad 1] \mathbf{Y}_1^{-1} (\mathbf{Y}_L)^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.6.17)$$

y

$$\mathbf{Y}_{LK} = -[1 \quad 1] \mathbf{Y}_1^{-1} (\mathbf{Y}_L)^{-1} \mathbf{Y}_1 \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{21} \\ \mathbf{Y}_{31} \end{bmatrix}. \quad (2.6.18)$$

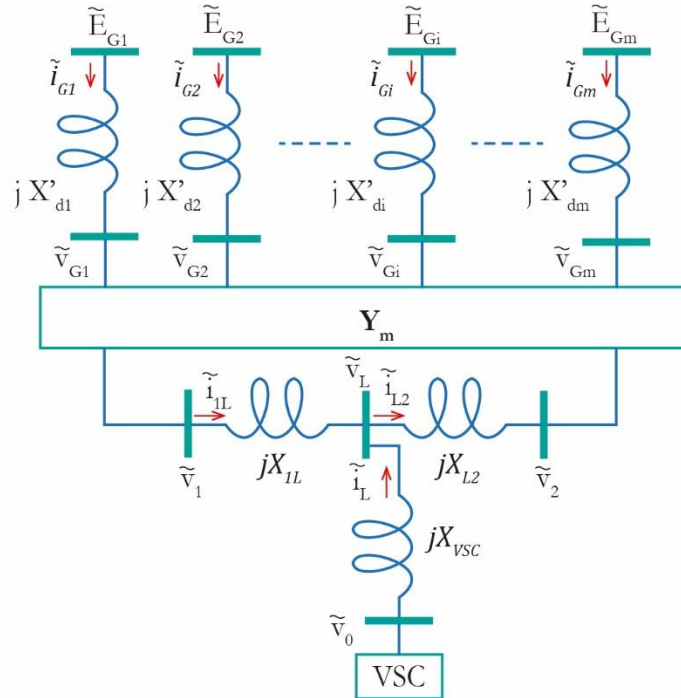


Figura 2-6-1. Sistema de potencia de múltiples generadores instalado con un VSC. Adaptado de “Analysis and Damping Control of Power System Low-Frequency Oscillations,” por Haifeng Wang, Wenjuan Du, 2016, Spring, p. 330, Copyright 2016 by Springer Science+Business Media New York.

Reemplazando la Ecuación 2.6.16 en la Ecuación 2.6.1 obtenemos

$$\tilde{v}_L = \frac{\tilde{i}_L}{Y_{VSC}} + \tilde{v}_O = \frac{1}{Y_{VSC}} (Y_{LL} \tilde{v}_O + Y_{LK} \mathbf{E}_G) + \tilde{v}_O. \quad (2.6.19)$$

De la Ecuación 2.6.12 obtenemos que

$$\tilde{i}_{Gi} = C_i \tilde{v}_O + \sum_{k=1}^m Y_{ik} E_{Gi}, \quad (2.6.20)$$

donde

$$\tilde{E}_{Gi} = E'_{qi} e^{j\delta_i} + \left[(X_{qi} - X'_{di}) e^{j(\delta_i - \frac{\pi}{2})} \right] i^r_{qsi} \quad (2.6.21)$$

e

$$\tilde{i}_{Gi} = (i^r_{dsi} + j i^r_{qsi}) e^{j(\delta_i - \frac{\pi}{2})}, \quad (2.6.22)$$

i representa un generador de los m existentes. Por tanto,

$$\tilde{i}_{Gi} = C_i \tilde{v}_O + \sum_{k=1}^m Y_{ik} \left[E'_{qk} e^{j\delta_k} + \left[(X_{qk} - X'_{dk}) e^{j(\delta_k - \frac{\pi}{2})} \right] i^r_{qsk} \right], \quad (2.6.23)$$

donde

$$C_i = C_i e^{j\beta_i}, \quad (2.6.24)$$

$$Y_{ik} = Y_{ik} e^{j\alpha_{ik}} \quad (2.6.25)$$

y

$$\tilde{v}_0 = cV_{DC} [\cos(\gamma) + j \sin(\gamma)] = mkV_{DC} e^{j\gamma}. \quad (2.6.26)$$

Así, la Ecuación 2.6.23 puede expresarse, según la Ecuación 2.6.22 como

$$i^r_{dsi} + j i^r_{qsi} = C_i mkV_{DC} e^{j((\pi/2)-\delta_i+\gamma+\beta_i)} + \sum_{k=1}^m \{Y_{ik} [E'_{qk} e^{j((\pi/2)+\alpha_{ik}+\delta_k-\delta_i)} + (X_{qk} - X'_{dk}) e^{j(\alpha_{ik}+\delta_k-\delta_i)} i^r_{qsk}]\}. \quad (2.6.27)$$

Las componentes i^r_{ds} e i^r_{qs} se obtienen de la Ecuación 2.6.27 como

$$i^r_{dsi} = -C_i mkV_{DC} \sin(\gamma + \beta_i - \delta_i) + \sum_{k=1}^m \{Y_{ik} [-E'_{qk} \sin(\alpha_{ik} - \delta_{ik}) + (X_{qk} - X'_{dk}) i^r_{qsk} \cos(\alpha_{ik} - \delta_{ik})]\} \quad (2.6.28)$$

e

$$i^r_{qsi} = C_i mkV_{DC} \cos(\gamma + \beta_i - \delta_i) + \sum_{k=1}^m \{Y'_{ik} [E'_{qk} \cos(\alpha_{ik} - \delta_{ik}) + (X_{qk} - X'_{dk}) i^r_{qsk} \sin(\alpha_{ik} - \delta_{ik})]\}. \quad (2.6.29)$$

Linealizando las Ecuaciones 2.6.28 y 2.6.29 obtenemos

$$I^r_{ds} = F_{dd} \Delta\delta + G_{dd} \Delta E'_{qk} + H_{dd} \Delta I^r_{qs} + L_{dd_DC} \Delta V_{DC} + L_{dd_c} \Delta m + L_{dd_g} \Delta \gamma, \quad (2.6.30)$$

e

$$I^r_{qs} = F_{qq} \Delta\delta + G_{qq} \Delta E'_{qk} + H_{qq} \Delta I^r_{qs} + L_{qq_DC} \Delta V_{DC} + L_{qq_c} \Delta m + L_{qq_g} \Delta \gamma, \quad (2.6.31)$$

donde

$$F_{ddik} = - \left. \frac{\partial i^r_{dsi}}{\partial (\delta_i - \delta_k)} \right|_{\delta_{i0}-\delta_{k0}, i^r_{qsk0}, E'_{qk0}, V_{DC0}, c_0, \gamma_0}, \quad k \neq i, \quad (2.6.32)$$

$$G_{ddik} = \left. \frac{\partial i^r_{dsi}}{\partial E'_{qk}} \right|_{\delta_{i0}-\delta_{k0}, i^r_{qsk0}, E'_{qk0}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}, \quad (2.6.33)$$

$$H_{ddik} = \left. \frac{\partial i^r_{dsi}}{\partial i^r_{qsk}} \right|_{\delta_{i0}-\delta_{k0}, i^r_{qsk0}, E'_{qk0}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}, \quad (2.6.34)$$

$$L_{dd_DCi} = \left. \frac{\partial i^r_{dsi}}{\partial V_{DC}} \right|_{\delta_{i0}-\delta_{k0}, i^r_{qsk0}, E'_{qk0}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}, \quad (2.6.35)$$

$$L_{dd_ci} = \left. \frac{\partial i^r_{dsi}}{\partial m} \right|_{\delta_{i0}-\delta_{k0}, i^r_{qsk0}, E'_{qk0}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0} \quad (2.6.36)$$

y

$$L_{dd_gi} = \left. \frac{\partial i^r_{dsi}}{\partial \gamma} \right|_{\delta_{i0}-\delta_{k0}, i^r_{qsk0}, E'_{qk0}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}; \quad (2.6.37)$$

y

$$F_{qqik} = - \left. \frac{\partial i^r_{qsi}}{\partial (\delta_i - \delta_k)} \right|_{\delta_{i0} - \delta_{k0}, i^r_{qsk0}, E'_{qk0}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}, \quad k \neq i, \quad (2.6.38)$$

$$G_{qqik} = \left. \frac{\partial i^r_{qsi}}{\partial E'_{qk}} \right|_{\delta_{i0} - \delta_{k0}, i^r_{qsk0}, E'_{qk0}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}, \quad (2.6.39)$$

$$H_{qqik} = \left. \frac{\partial i^r_{qsi}}{\partial i^r_{qsk}} \right|_{\delta_{i0} - \delta_{k0}, i^r_{qsk0}, E'_{qk0}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}, \quad (2.6.40)$$

$$L_{dd_DCi} = \left. \frac{\partial i^r_{qsi}}{\partial V_{DC}} \right|_{\delta_{i0} - \delta_{k0}, i^r_{qsk0}, E'_{qk0}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}, \quad (2.6.41)$$

$$L_{dd_ci} = \left. \frac{\partial i^r_{qsi}}{\partial m} \right|_{\delta_{i0} - \delta_{k0}, i^r_{qsk0}, E'_{qk0}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}, \quad (2.6.42)$$

y

$$L_{dd_gi} = \left. \frac{\partial i^r_{qsi}}{\partial \gamma} \right|_{\delta_{i0} - \delta_{k0}, i^r_{qsk0}, E'_{qk0}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}. \quad (2.6.43)$$

Las componentes $k = i$ en \mathbf{F}_{dd} y \mathbf{F}_{qq} se obtienen como

$$F_{ddik} = \sum_{k \neq i}^m F_{ddik} \quad (2.6.44)$$

y

$$F_{qqik} = \sum_{k \neq i}^m F_{qqik}. \quad (2.6.45)$$

Las matrices \mathbf{L}_{dd_DC} , \mathbf{L}_{dd_c} , \mathbf{L}_{dd_g} , \mathbf{L}_{qq_DC} , \mathbf{L}_{qq_c} y \mathbf{L}_{qq_g} son matrices m por 1.

Despejando \mathbf{I}^r_{qs} en la Ecuación 2.6.31 obtenemos

$$\mathbf{I}^r_{qs} = \mathbf{F}_q \Delta \boldsymbol{\delta} + \mathbf{G}_q \Delta \mathbf{E}'_q + \mathbf{L}_{q_DC} \Delta V_{DC} + \mathbf{L}_{q_c} \Delta m + \mathbf{L}_{q_g} \Delta \gamma, \quad (2.6.46)$$

donde

$$\mathbf{F}_q = (\mathbf{I} - \mathbf{H}_{qq})^{-1} \mathbf{F}_{qq}, \quad (2.6.47)$$

$$\mathbf{G}_q = (\mathbf{I} - \mathbf{H}_{qq})^{-1} \mathbf{G}_{qq}, \quad (2.6.48)$$

$$\mathbf{L}_{q_DC} = (\mathbf{I} - \mathbf{H}_{qq})^{-1} \mathbf{L}_{qq_DC}, \quad (2.6.49)$$

$$\mathbf{L}_{q_c} = (\mathbf{I} - \mathbf{H}_{qq})^{-1} \mathbf{L}_{qq_c} \quad (2.6.50)$$

y

$$\mathbf{L}_{q_g} = (\mathbf{I} - \mathbf{H}_{qq})^{-1} \mathbf{L}_{qq_g}; \quad (2.6.51)$$

I es la matriz identidad de m por m . Reemplazando la Ecuación 2.6.46 en 2.6.30 obtenemos

$$I^r_{ds} = F_d \Delta\delta + G_d \Delta E'_q + L_{d_DC} \Delta V_{DC} + L_{d_c} \Delta m + L_{d_g} \Delta\gamma, \quad (2.6.52)$$

donde

$$F_d = F_{dd} + H_{dd} F_q, \quad (2.6.53)$$

$$G_d = G_{dd} + H_{dd} G_q, \quad (2.6.54)$$

$$L_{d_DC} = L_{dd_DC} + H_{dd} L_{q_DC}, \quad (2.6.55)$$

$$L_{d_c} = L_{dd_c} + H_{dd} L_{q_c} \quad (2.6.56)$$

y

$$L_{d_g} = L_{dd_g} + H_{dd} L_{q_g}. \quad (2.6.57)$$

De la Ecuación 2.6.16 obtenemos que

$$\tilde{i}_L = Y_{LL} \tilde{v}_O + \sum_{k=1}^m Y_{Lk} \left\{ E'_{qk} e^{j\delta_k} + \left[(X_{qk} - X'_{dk}) e^{j(\delta_k - \frac{\pi}{2})} \right] i^r_{qsk} \right\}, \quad (2.6.58)$$

y las componentes i_{Ld} e i_{Lq} se obtienen como

$$i_{Ld} = Y_{LL} m k V_{DC} \cos(\alpha_i + \gamma) + \sum_{k=1}^m \left\{ Y_{Lk} \left[E'_{qk} \cos(\delta_k + \alpha'_k) + (X_{qk} - X'_{dk}) i^r_{qsk} \sin(\delta_k + \alpha'_k) \right] \right\} \quad (2.6.59)$$

e

$$i_{Lq} = Y_{LL} m k V_{DC} \sin(\alpha + \gamma) + \sum_{k=1}^m \left\{ Y_{Lk} \left[E'_{qk} \sin(\delta_k + \alpha'_k) - (X_{qk} - X'_{dk}) i^r_{qsk} \cos(\delta_k + \alpha'_k) \right] \right\}, \quad (2.6.60)$$

donde $Y_{LL} = Y_{LL} e^{j\alpha}$ y $Y_{Lk} = Y_{Lk} e^{j\alpha'_k}$.

Linealizando las Ecuaciones 2.6.59 y 2.6.60 obtenemos

$$\Delta i_{Ld} = a'_{D_d} \Delta\delta + a'_{D_e} \Delta E'_q + a'_{D_i} \Delta I^r_{qs} + a'_{D_DC} \Delta V_{DC} + a'_{D_c} \Delta m + a'_{D_g} \Delta\gamma \quad (2.6.61)$$

e

$$\Delta i_{Lq} = a'_{Q_d} \Delta\delta + a'_{Q_e} \Delta E'_q + a'_{Q_i} \Delta I^r_{qs} + a'_{Q_DC} \Delta V_{DC} + a'_{Q_c} \Delta m + a'_{Q_g} \Delta\gamma, \quad (2.6.62)$$

donde

$$a'_{D_d} = \left. \frac{\partial i_{Ld}}{\partial \delta_k} \right|_{\delta_{k0}, i^r_{qsk0}, E'_{qk0}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}, \quad (2.6.63)$$

$$a'_{D_e} = \left. \frac{\partial i_{Ld}}{\partial E'_{qk}} \right|_{\delta_{k0}, i^r_{qsk0}, E'_{qk0}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}, \quad (2.6.64)$$

$$\mathbf{a}'_{D_i} = \left. \frac{\partial i_{Ld}}{\partial i^{r_{qsk}}} \right|_{\delta_{ko}, i^{r_{qsk}}, E'_{qko}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}, \quad (2.6.65)$$

$$\mathbf{a}'_{D_{DC}} = \left. \frac{\partial i_{Ld}}{\partial V_{DC}} \right|_{\delta_{ko}, i^{r_{qsk}}, E'_{qko}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}, \quad (2.6.66)$$

$$\mathbf{a}'_{D_c} = \left. \frac{\partial i_{Ld}}{\partial m} \right|_{\delta_{ko}, i^{r_{qsk}}, E'_{qko}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0} \quad (2.6.67)$$

y

$$\mathbf{a}'_{D_g} = \left. \frac{\partial i_{Ld}}{\partial \gamma} \right|_{\delta_{ko}, i^{r_{qsk}}, E'_{qko}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}; \quad (2.6.68)$$

y

$$\mathbf{a}'_{Q_d} = \left. \frac{\partial i_{Lq}}{\partial \delta_k} \right|_{\delta_{ko}, i^{r_{qsk}}, E'_{qko}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}, \quad (2.6.69)$$

$$\mathbf{a}'_{Q_e} = \left. \frac{\partial i_{Lq}}{\partial E'_{qk}} \right|_{\delta_{ko}, i^{r_{qsk}}, E'_{qko}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}, \quad (2.6.70)$$

$$\mathbf{a}'_{Q_i} = \left. \frac{\partial i_{Lq}}{\partial i^{r_{qsk}}} \right|_{\delta_{ko}, i^{r_{qsk}}, E'_{qko}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}, \quad (2.6.71)$$

$$\mathbf{a}'_{Q_{DC}} = \left. \frac{\partial i_{Lq}}{\partial V_{DC}} \right|_{\delta_{ko}, i^{r_{qsk}}, E'_{qko}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}, \quad (2.6.72)$$

$$\mathbf{a}'_{Q_c} = \left. \frac{\partial i_{Lq}}{\partial m} \right|_{\delta_{ko}, i^{r_{qsk}}, E'_{qko}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0} \quad (2.6.73)$$

y

$$\mathbf{a}'_{Q_g} = \left. \frac{\partial i_{Lq}}{\partial \gamma} \right|_{\delta_{ko}, i^{r_{qsk}}, E'_{qko}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}. \quad (2.6.74)$$

Reemplazando la Ecuación 2.6.46 en las Ecuaciones 2.6.61 y 2.6.62 obtenemos

$$\Delta i_{Ld} = \mathbf{a}_{D_d} \Delta \delta + \mathbf{a}_{D_e} \Delta E'_q + \mathbf{a}_{D_{DC}} \Delta V_{DC} + \mathbf{a}_{D_c} \Delta m + \mathbf{a}_{D_g} \Delta \gamma \quad (2.6.75)$$

e

$$\Delta i_{Lq} = \mathbf{a}_{Q_d} \Delta \delta + \mathbf{a}_{Q_e} \Delta E'_q + \mathbf{a}_{Q_{DC}} \Delta V_{DC} + \mathbf{a}_{Q_c} \Delta m + \mathbf{a}_{Q_g} \Delta \gamma, \quad (2.6.76)$$

donde

$$\mathbf{a}_{D_d} = \mathbf{a}'_{D_d} + \mathbf{a}'_{D_i} \mathbf{F}_q, \quad (2.6.77)$$

$$\mathbf{a}_{D_e} = \mathbf{a}'_{D_e} + \mathbf{a}'_{D_i} \mathbf{G}_q, \quad (2.6.78)$$

$$\mathbf{a}_{D_{DC}} = \mathbf{a}'_{D_{DC}} + \mathbf{a}'_{D_i} \mathbf{L}_{q_{DC}}, \quad (2.6.79)$$

$$\mathbf{a}_{D_c} = \mathbf{a}'_{D_c} + \mathbf{a}'_{D_i} \mathbf{L}_{q_c} \quad (2.6.80)$$

y

$$\mathbf{a}_{D_g} = \mathbf{a}'_{D_g} + \mathbf{a}'_{D_i} \mathbf{L}_{q_g}; \quad (2.6.81)$$

y

$$\mathbf{a}_{Q_d} = \mathbf{a}'_{Q_d} + \mathbf{a}'_{Q_i} \mathbf{F}_q, \quad (2.6.82)$$

$$\mathbf{a}_{Q_e} = \mathbf{a}'_{Q_e} + \mathbf{a}'_{Q_i} \mathbf{G}_q, \quad (2.6.83)$$

$$a_{Q_{DC}} = a'_{Q_{DC}} + \mathbf{a}'_{Q_i} \mathbf{L}_{q_{DC}}, \quad (2.6.84)$$

$$a_{Q_c} = a'_{Q_c} + \mathbf{a}'_{Q_i} \mathbf{L}_{q_c} \quad (2.6.85)$$

y

$$a_{Q_g} = a'_{Q_g} + \mathbf{a}'_{Q_i} \mathbf{L}_{q_g}. \quad (2.6.86)$$

De las Ecuaciones 2.6.19, 2.6.59 y 2.6.60 obtenemos que

$$\begin{aligned} \tilde{v}_L &= jX_{VSC} \tilde{i}_L + \tilde{v}_0 = jX_{VSC} (i_{Ld} + ji_{Lq}) + \tilde{v}_0 \\ &= jX_{VSC} \left\{ \left[Y_{LL} mkV_{DC} \cos(\alpha_i + \gamma) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \sum_{k=1}^m \{ Y_{Lk} [E'_{qk} \cos(\delta_k + \alpha'_k) + (X_{qk} - X'_{dk}) i^r_{qsk} \sin(\delta_k + \alpha'_k)] \} \right] \right. \\ &\quad \left. + \left[Y_{LL} mkV_{DC} \sin(\alpha + \gamma) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \sum_{k=1}^m \{ Y_{Lk} [E'_{qk} \sin(\delta_k + \alpha'_k) - (X_{qk} - X'_{dk}) i^r_{qsk} \cos(\delta_k + \alpha'_k)] \} \right] \right\} \\ &\quad + cV_{DC} [\cos(\gamma) + j \sin(\gamma)]. \end{aligned} \quad (2.6.87)$$

Las componentes v_{Ld} e v_{Lq} se obtienen de la Ecuación 2.6.87 como

$$\begin{aligned} v_{Ld} &= mkV_{DC} \cos \gamma - X_{VSC} Y_{LL} mkV_{DC} \sin(\alpha + \gamma) \\ &\quad - X_{VSC} \sum_{k=1}^m \{ Y_{Lk} [E'_{qk} \sin(\delta_k + \alpha'_k) - (X_{qk} - X'_{dk}) i^r_{qsk} \cos(\delta_k + \alpha'_k)] \} \end{aligned} \quad (2.6.88)$$

e

$$\begin{aligned} v_{Lq} &= mkV_{DC} \sin \gamma + X_{VSC} Y_{LL} mkV_{DC} \cos(\alpha + \gamma) \\ &\quad + X_{VSC} \sum_{k=1}^m \{ Y_{Lk} [E'_{qk} \cos(\delta_k + \alpha'_k) + (X_{qk} - X'_{dk}) i^r_{qsk} \sin(\delta_k + \alpha'_k)] \}, \end{aligned} \quad (2.6.89)$$

Linealizando las Ecuaciones 2.6.88 y 2.6.89 obtenemos

$$\Delta v_{Ld} = \mathbf{b}'_{D_d} \Delta \delta + \mathbf{b}'_{D_e} \Delta E'_q + \mathbf{b}'_{D_i} \Delta \mathbf{I}^r_{qs} + b'_{D_{DC}} \Delta V_{DC} + b'_{D_c} \Delta m + b'_{D_g} \Delta \gamma \quad (2.6.90)$$

e

$$\Delta v_{Lq} = \mathbf{b}'_{Q_d} \Delta \delta + \mathbf{b}'_{Q_e} \Delta E'_q + \mathbf{b}'_{Q_i} \Delta \mathbf{I}^r_{qs} + b'_{Q_{DC}} \Delta V_{DC} + b'_{Q_c} \Delta m + b'_{Q_g} \Delta \gamma, \quad (2.6.91)$$

donde

$$\mathbf{b}'_{D_d} = \left. \frac{\partial v_{Ld}}{\partial \delta_k} \right|_{\delta_{ko}, i^r_{qsko}, E'_{qko}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}, \quad (2.6.92)$$

$$\mathbf{b}'_{D_e} = \left. \frac{\partial v_{Ld}}{\partial E'_{qk}} \right|_{\delta_{ko}, i^r_{qsko}, E'_{qko}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}, \quad (2.6.93)$$

$$\mathbf{b}'_{D_i} = \left. \frac{\partial v_{Ld}}{\partial i^r_{qsk}} \right|_{\delta_{ko}, i^r_{qsko}, E'_{qko}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}, \quad (2.6.94)$$

$$\mathbf{b}'_{D_{DC}} = \left. \frac{\partial v_{Ld}}{\partial V_{DC}} \right|_{\delta_{ko}, i^r_{qsko}, E'_{qko}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}, \quad (2.6.95)$$

$$\mathbf{b}'_{D_c} = \left. \frac{\partial v_{Ld}}{\partial m} \right|_{\delta_{ko}, i^r_{qsko}, E'_{qko}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}, \quad (2.6.96)$$

y

$$\mathbf{b}'_{D_g} = \left. \frac{\partial v_{Ld}}{\partial \gamma} \right|_{\delta_{ko}, i^r_{qsko}, E'_{qko}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}; \quad (2.6.97)$$

y

$$\mathbf{b}'_{Q_d} = \left. \frac{\partial v_{Lq}}{\partial \delta_k} \right|_{\delta_{ko}, i^r_{qsko}, E'_{qko}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}, \quad (2.6.98)$$

$$\mathbf{b}'_{Q_e} = \left. \frac{\partial v_{Lq}}{\partial E'_{qk}} \right|_{\delta_{ko}, i^r_{qsko}, E'_{qko}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}, \quad (2.6.99)$$

$$\mathbf{b}'_{Q_i} = \left. \frac{\partial v_{Lq}}{\partial i^r_{qsk}} \right|_{\delta_{ko}, i^r_{qsko}, E'_{qko}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}, \quad (2.6.100)$$

$$\mathbf{b}'_{Q_{DC}} = \left. \frac{\partial v_{Lq}}{\partial V_{DC}} \right|_{\delta_{ko}, i^r_{qsko}, E'_{qko}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}, \quad (2.6.101)$$

$$\mathbf{b}'_{Q_c} = \left. \frac{\partial v_{Lq}}{\partial m} \right|_{\delta_{ko}, i^r_{qsko}, E'_{qko}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}, \quad (2.6.102)$$

y

$$\mathbf{b}'_{Q_g} = \left. \frac{\partial v_{Lq}}{\partial \gamma} \right|_{\delta_{ko}, i^r_{qsko}, E'_{qko}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}; \quad (2.6.103)$$

Reemplazando la Ecuación 2.6.46 en 2.6.90 y 2.6.91 obtenemos

$$\Delta v_{Ld} = \mathbf{b}_{D_d} \Delta \delta + \mathbf{b}_{D_e} \Delta E'_q + \mathbf{b}_{D_{DC}} \Delta V_{DC} + \mathbf{b}_{D_c} \Delta m + \mathbf{b}_{D_g} \Delta \gamma \quad (2.6.104)$$

e

$$\Delta v_{Lq} = \mathbf{b}_{Q_d} \Delta \delta + \mathbf{b}_{Q_e} \Delta E'_q + \mathbf{b}_{Q_{DC}} \Delta V_{DC} + \mathbf{b}_{Q_c} \Delta m + \mathbf{b}_{Q_g} \Delta \gamma, \quad (2.6.105)$$

donde

$$\mathbf{b}_{D_d} = \mathbf{b}'_{D_d} + \mathbf{b}'_{D_i} \mathbf{F}_q, \quad (2.6.106)$$

$$\mathbf{b}_{D_e} = \mathbf{b}'_{D_e} + \mathbf{b}'_{D_i} \mathbf{G}_q, \quad (2.6.107)$$

$$b_{D_{DC}} = b'_{D_{DC}} + \mathbf{b}'_{D_i} \mathbf{L}_{q_{DC}}, \quad (2.6.108)$$

$$b_{D_c} = b'_{D_c} + \mathbf{b}'_{D_i} \mathbf{L}_{q_c} \quad (2.6.109)$$

y

$$b_{D_g} = b'_{D_g} + \mathbf{b}'_{D_i} \mathbf{L}_{q_g}; \quad (2.6.110)$$

y

$$\mathbf{b}_{Q_d} = \mathbf{b}'_{Q_d} + \mathbf{b}'_{Q_i} \mathbf{F}_q, \quad (2.6.111)$$

$$\mathbf{b}_{Q_e} = \mathbf{b}'_{Q_e} + \mathbf{b}'_{Q_i} \mathbf{G}_q, \quad (2.6.112)$$

$$b_{Q_{DC}} = b'_{Q_{DC}} + \mathbf{b}'_{Q_i} \mathbf{L}_{q_{DC}}, \quad (2.6.113)$$

$$b_{Q_c} = b'_{Q_c} + \mathbf{b}'_{Q_i} \mathbf{L}_{q_c} \quad (2.6.114)$$

y

$$b_{Q_g} = b'_{Q_g} + \mathbf{b}'_{Q_i} \mathbf{L}_{q_g}. \quad (2.6.115)$$

De la ecuación que representa el lado DC del convertidor de fuente de voltaje,

$$\frac{dV_{DC}}{dt} = \frac{1}{C} (i_{Ld} m k \cos \gamma + i_{Lq} m k \sin \gamma), \quad (2.6.116)$$

linealizando y reemplazando las Ecuaciones 2.6.75 y 2.6.76 obtenemos

$$\frac{d\Delta V_{DC}}{dt} = \mathbf{K}_7 \Delta \delta + \mathbf{K}_8 \Delta E'_q + \mathbf{K}_9 \Delta m + \mathbf{K}_{10} \Delta V_{DC} + \mathbf{K}_{11} \Delta \gamma, \quad (2.6.117)$$

donde

$$\mathbf{K}_7 = \frac{1}{C} [c_0 \cos \gamma_0 \mathbf{a}_{D_d} + c_0 \sin \gamma_0 \mathbf{a}_{Q_d}], \quad (2.6.118)$$

$$\mathbf{K}_8 = \frac{1}{C} [c_0 \cos \gamma_0 \mathbf{a}_{D_e} + c_0 \sin \gamma_0 \mathbf{a}_{Q_e}], \quad (2.6.119)$$

$$\mathbf{K}_{10} = \frac{1}{C} [c_0 \cos \gamma_0 \mathbf{a}_{D_{DC}} + c_0 \sin \gamma_0 \mathbf{a}_{Q_{DC}}], \quad (2.6.120)$$

$$\mathbf{K}_9 = \frac{1}{C} [c_0 \cos \gamma_0 \mathbf{a}_{D_c} + k i_{Ld0} \cos \gamma_0 + c_0 \sin \gamma_0 \mathbf{a}_{Q_c} + k i_{Lq0} \sin \gamma_0] \quad (2.6.121)$$

y

$$\mathbf{K}_{11} = \frac{1}{C} [c_0 \cos \gamma_0 \mathbf{a}_{D_g} - i_{Ld0} c_0 \sin \gamma_0 + c_0 \sin \gamma_0 \mathbf{a}_{Q_g} + i_{Lq0} c_0 \cos \gamma_0]; \quad (2.6.122)$$

$$c_0 = k m_0.$$

Los dos últimos términos del lado derecho de la igualdad mostrada en la Ecuación 2.1.176 representan el torque electromagnético de una máquina sincrónica. Así, considerando m máquinas sincrónicas tenemos que

$$\mathbf{T}_e = \mathbf{E}'_q \mathbf{I}'_{qs} + (\mathbf{X}_q - \mathbf{X}'_d) \mathbf{I}'_{qs} \mathbf{I}'_{ds} \quad (2.6.123)$$

y linealizando obtenemos

$$\Delta T_e = E'_{q0} \Delta I'_{qs} + I'_{qs0} \Delta E'_q + (X_q - X'_d)(I'_{qs0} \Delta I'_{ds} + \Delta I'_{qs} I'_{ds0}). \quad (2.6.124)$$

Reemplazando las Ecuaciones 2.6.46 y 2.6.52 en 2.6.124 se obtiene la expresión para ΔT_e en función de $\Delta \delta$, $\Delta E'_q$, ΔV_{DC} , Δc y $\Delta \gamma$. Así, la expresión linealizada para el torque electromagnético es

$$\Delta T_e = K_1 \Delta \delta + K_2 \Delta E'_q + K_{p_DC} \Delta V_{DC} + K_{p_c} \Delta m + K_{p_g} \Delta \gamma, \quad (2.6.125)$$

donde

$$K_1 = (X_q - X'_d) I'_{qs0} F_d + [(X_q - X'_d) I'_{ds0} + E'_{q0}] F_q, \quad (2.6.126)$$

$$K_2 = (X_q - X'_d) I'_{qs0} G_d + [(X_q - X'_d) I'_{ds0} + E'_{q0}] G_q + I'_{qs0}, \quad (2.6.127)$$

$$K_{p_DC} = (X_q - X'_d) I'_{qs0} L_{d_DC} + [(X_q - X'_d) I'_{ds0} + E'_{q0}] L_{q_DC}, \quad (2.6.128)$$

$$K_{p_c} = (X_q - X'_d) I'_{qs0} L_{d_c} + [(X_q - X'_d) I'_{ds0} + E'_{q0}] L_{q_c} \quad (2.6.129)$$

y

$$K_{p_g} = (X_q - X'_d) I'_{qs0} L_{d_g} + [(X_q - X'_d) I'_{ds0} + E'_{q0}] L_{q_g}; \quad (2.6.130)$$

X_q , X'_d , I'_{qs0} , I'_{ds0} y E'_{q0} son matrices diagonales m por m .

Los dos primeros términos de la Ecuación 2.1.174 pueden expresarse en forma matricial para considerar las m máquinas sincrónicas. Así, reemplazando la Ecuación 2.6.52 en la expresión matricial obtenemos una ecuación para la variable E_q en función de $\Delta \delta$, $\Delta E'_q$, ΔV_{DC} , Δc y $\Delta \gamma$. Así, la expresión linealizada será

$$\Delta E_q = K_4 \Delta \delta + K_3 \Delta E'_q + K_{q_DC} \Delta V_{DC} + K_{q_c} \Delta m + K_{q_g} \Delta \gamma, \quad (2.6.131)$$

donde

$$K_4 = (X_d - X'_d) F_d, \quad (2.6.132)$$

$$K_3 = I + (X_d - X'_d) G_d, \quad (2.6.133)$$

$$K_{q_DC} = (X_d - X'_d) L_{d_DC}, \quad (2.6.134)$$

$$K_{q_c} = (X_d - X'_d) L_{d_c} \quad (2.6.135)$$

y

$$K_{q_g} = (X_d - X'_d) L_{d_g}. \quad (2.6.136)$$

Las Ecuaciones 2.1.188, 2.1.189 y 2.1.181 pueden expresarse en forma matricial para considerar las m máquinas sincrónicas. Así, reemplazando las Ecuaciones 2.6.46 y 2.6.52 en las expresiones matriciales linealizadas obtenidas de las Ecuaciones 2.1.188 y 2.1.189, y luego reemplazando los resultados en la ecuación matricial linealizada obtenida de la Ecuación 2.1.181 obtenemos una expresión para el voltaje del generador sincrónico ΔV_s en función de $\Delta \delta$, $\Delta E'_q$, ΔV_{DC} , Δc y $\Delta \gamma$. Así, la expresión linealizada será

$$\Delta V_s = K_5 \Delta \delta + K_6 \Delta E'_q + K_{v_DC} \Delta V_{DC} + K_{v_c} \Delta m + K_{v_g} \Delta \gamma, \quad (2.6.137)$$

donde

$$K_5 = V^r_{ds0} X_q F_q - V^r_{qs0} X'_d F_d, \quad (2.6.138)$$

$$\mathbf{K}_6 = \mathbf{V}^r_{ds0} \mathbf{X}_q \mathbf{G}_q + \mathbf{V}^r_{qs0} (\mathbf{I} - \mathbf{X}'_d \mathbf{G}_d), \quad (2.6.139)$$

$$\mathbf{K}_{v_DC} = \mathbf{V}^r_{ds0} \mathbf{X}_q \mathbf{L}_{q_DC} - \mathbf{V}^r_{qs0} \mathbf{X}'_d \mathbf{L}_{d_DC}, \quad (2.6.140)$$

$$\mathbf{K}_{v_c} = \mathbf{V}^r_{ds0} \mathbf{X}_q \mathbf{L}_{q_c} - \mathbf{V}^r_{qs0} \mathbf{X}'_d \mathbf{L}_{d_c} \quad (2.6.141)$$

y

$$\mathbf{K}_{v_g} = \mathbf{V}^r_{ds0} \mathbf{X}_q \mathbf{L}_{q_g} - \mathbf{V}^r_{qs0} \mathbf{X}'_d \mathbf{L}_{d_g}; \quad (2.6.142)$$

\mathbf{V}^r_{ds0} y \mathbf{V}^r_{qs0} son matrices diagonales.

De la ecuación

$$\gamma = \tan^{-1} \frac{v_{Lq}}{v_{Ld}} - \phi, \quad (2.6.143)$$

linealizando se obtiene que

$$\Delta\gamma = \frac{1}{1 + \left(\frac{v_{Lq0}}{v_{Ld0}}\right)^2} \left[\frac{1}{v_{Ld0}} \Delta v_{Lq} - \frac{v_{Lq0}}{(v_{Ld0})^2} \Delta v_{Ld} \right] - \Delta\phi. \quad (2.6.144)$$

Reemplazando las Ecuaciones 2.6.104 y 2.6.105 en 2.6.144 obtenemos que

$$\Delta\gamma = \mathbf{K}_{g_d} \Delta\delta + \mathbf{K}_{g_q} \Delta\mathbf{E}'_q + \mathbf{K}_{g_DC} \Delta V_{DC} + \mathbf{K}_{g_c} \Delta m + \mathbf{K}_{g_f} \Delta\phi, \quad (2.6.145)$$

donde

$$\mathbf{K}_{g_d} = \frac{\frac{1}{1 + \left(\frac{v_{Lq0}}{v_{Ld0}}\right)^2} \frac{1}{v_{Ld0}} \mathbf{b}_{Q_d} - \frac{v_{Lq0}}{(v_{Ld0})^2} \mathbf{b}_{D_d}}{1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{v_{Lq0}}{v_{Ld0}}\right)^2} \frac{1}{v_{Ld0}}}}, \quad (2.6.146)$$

$$\mathbf{K}_{g_q} = \frac{\frac{1}{1 + \left(\frac{v_{Lq0}}{v_{Ld0}}\right)^2} \frac{1}{v_{Ld0}} \mathbf{b}_{Q_e} - \frac{v_{Lq0}}{(v_{Ld0})^2} \mathbf{b}_{D_e}}{1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{v_{Lq0}}{v_{Ld0}}\right)^2} \frac{1}{v_{Ld0}}}}, \quad (2.6.147)$$

$$\mathbf{K}_{g_DC} = \frac{\frac{1}{1 + \left(\frac{v_{Lq0}}{v_{Ld0}}\right)^2} \frac{1}{v_{Ld0}} \mathbf{b}_{Q_DC} - \frac{v_{Lq0}}{(v_{Ld0})^2} \mathbf{b}_{D_DC}}{1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{v_{Lq0}}{v_{Ld0}}\right)^2} \frac{1}{v_{Ld0}}}}, \quad (2.6.148)$$

$$\mathbf{K}_{g_c} = \frac{\frac{1}{1 + \left(\frac{v_{Lq0}}{v_{Ld0}}\right)^2} \frac{1}{v_{Ld0}} \mathbf{b}_{Q_c} - \frac{v_{Lq0}}{(v_{Ld0})^2} \mathbf{b}_{D_c}}{1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{v_{Lq0}}{v_{Ld0}}\right)^2} \frac{1}{v_{Ld0}}}} \quad (2.6.149)$$

y

$$K_{g-f} = -\frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{v_{Lq0}}{v_{Ld0}}\right)^2 v_{Ld0}}}. \quad (2.6.150)$$

Reemplazando la Ecuación 2.6.145 en la Ecuación 2.6.125 obtenemos que

$$\Delta T_e = K'_1 \Delta \delta + K'_2 \Delta E'_q + K'_{p_DC} \Delta V_{DC} + K'_{p_c} \Delta m + K'_{p_g} \Delta \phi, \quad (2.6.151)$$

donde

$$K'_1 = K_1 + K'_{p_g} K_{g_d}, \quad (2.6.152)$$

$$K'_2 = K_2 + K'_{p_g} K_{g_q}, \quad (2.6.153)$$

$$K'_{p_DC} = K_{p_DC} + K'_{p_g} K_{g_DC}, \quad (2.6.154)$$

$$K'_{p_c} = K_{p_c} + K'_{p_g} K_{g_c} \quad (2.6.155)$$

y

$$K'_{p_g} = K'_{p_g} K_{g-f}; \quad (2.6.156)$$

reemplazando la Ecuación 2.6.145 en 2.6.131 obtenemos que

$$\Delta E_q = K'_4 \Delta \delta + K'_3 \Delta E'_q + K'_{q_DC} \Delta V_{DC} + K'_{q_c} \Delta m + K'_{q_g} \Delta \phi, \quad (2.6.157)$$

donde

$$K'_4 = K_4 + K'_{q_g} K_{g_d}, \quad (2.6.158)$$

$$K'_3 = K_3 + K'_{q_g} K_{g_q}, \quad (2.6.159)$$

$$K'_{q_DC} = K_{q_DC} + K'_{q_g} K_{g_DC}, \quad (2.6.160)$$

$$K'_{q_c} = K_{q_c} + K'_{q_g} K_{g_c} \quad (2.6.161)$$

y

$$K'_{q_g} = K'_{q_g} K_{g-f}; \quad (2.6.162)$$

reemplazando la Ecuación 2.6.145 en 2.6.137 obtenemos que

$$\Delta V_s = K'_5 \Delta \delta + K'_6 \Delta E'_q + K'_{v_DC} \Delta V_{DC} + K'_{v_c} \Delta m + K'_{v_g} \Delta \phi, \quad (2.6.163)$$

donde

$$K'_5 = K_5 + K'_{v_g} K_{g_d}, \quad (2.6.164)$$

$$K'_6 = K_6 + K'_{v_g} K_{g_q}, \quad (2.6.165)$$

$$K'_{v_DC} = K_{v_DC} + K'_{v_g} K_{g_DC}, \quad (2.6.166)$$

$$K'_{v_c} = K_{v_c} + K'_{v_g} K_{g_c} \quad (2.6.167)$$

y

$$K'_{v_g} = K'_{v_g} K_{g-f}; \quad (2.6.168)$$

reemplazando la Ecuación 2.6.145 en 2.6.117 obtenemos que

$$\frac{d\Delta V_{DC}}{dt} = K'_7 \Delta\delta + K'_8 \Delta E'_q + K'_9 \Delta V_{DC} + K'_{10} \Delta m + K'_{11} \Delta\phi, \quad (2.6.169)$$

donde

$$K'_7 = K_7 + K_{11} K_{g,d}, \quad (2.6.170)$$

$$K'_8 = K_8 + K_{11} K_{g,q}, \quad (2.6.171)$$

$$K'_9 = K_9 + K_{11} K_{g,DC}, \quad (2.6.172)$$

$$K'_{10} = K_{10} + K_{11} K_{g,c} \quad (2.6.173)$$

y

$$K'_{11} = K_{11} K_{g,f}. \quad (2.6.174)$$

La siguiente representación en el espacio de estados se obtiene reemplazando las ecuaciones linealizadas ΔE_q , ΔT_e y ΔV_s en las ecuaciones matriciales linealizadas del modelo de un eje y en la ecuación matricial linealizada del excitador, dada por

$$\tau_A \frac{dE'_{fd}}{dt} = -E'_{fd} + K_A [-V_s + V_{ref}]. \quad (2.6.175)$$

Así,

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \frac{d\Delta E'_q}{dt} \\ \frac{d\Delta\delta}{dt} \\ \frac{d\Delta(w_r/w_b)}{dt} \\ \frac{d\Delta E'_{fd}}{dt} \\ \frac{dV_{DC}}{dt} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -(\tau'_{d0})^{-1}K'_3 & -(\tau'_{d0})^{-1}K'_4 & 0 & (\tau'_{d0})^{-1} & -(\tau'_{d0})^{-1}K'_{q,DC} \\ 0 & 0 & I w_b & 0 & 0 \\ -M^{-1}K'_2 & -M^{-1}K'_1 & -M^{-1}D w_b & 0 & -M^{-1}K'_{p,DC} \\ -(\tau_A)^{-1}K_A K'_6 & -(\tau_A)^{-1}K_A K'_5 & 0 & -(\tau_A)^{-1} & -(\tau_A)^{-1}K_A K'_{v,DC} \\ K'_8 & K'_7 & 0 & 0 & K'_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta V_{DC} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} -(\tau'_{d0})^{-1}K'_{q,c} & -(\tau'_{d0})^{-1}K'_{q,g} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -M^{-1}K'_{p,c} & -M^{-1}K'_{p,g} & M^{-1} & 0 \\ -(\tau_A)^{-1}K_A K'_{v,c} & -(\tau_A)^{-1}K_A K'_{v,g} & 0 & (\tau_A)^{-1}K_A \\ K'_{9*} & K'_{11} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta m \\ \Delta\phi \\ \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.6.176)$$

La ecuación de salida se obtiene de la magnitud linealizada de \tilde{v}_L como

$$\Delta V_L = \frac{v_{Ld0}}{v_L} \Delta v_{Ld} + \frac{v_{Lq0}}{v_L} \Delta v_{Lq}. \quad (2.6.177)$$

Reemplazando las Ecuaciones 2.6.104 y 2.6.105 en la Ecuación 2.6.177 obtenemos que

$$\Delta V_L = \mathbf{C}_1 \Delta \delta + \mathbf{C}_2 \Delta \mathbf{E}'_q + C_4 \Delta V_{DC} + C_3 \Delta m + C_5 \Delta \gamma, \quad (2.6.178)$$

donde

$$\mathbf{C}_1 = \frac{v_{Ld0}}{v_L} \mathbf{b}_{D,d} + \frac{v_{Lq0}}{v_L} \mathbf{b}_{Q,d}, \quad (2.6.179)$$

$$\mathbf{C}_2 = \frac{v_{Ld0}}{v_L} \mathbf{b}_{D,e} + \frac{v_{Lq0}}{v_L} \mathbf{b}_{Q,e}, \quad (2.6.180)$$

$$C_4 = \frac{v_{Ld0}}{v_L} b_{D,DC} + \frac{v_{Lq0}}{v_L} b_{Q,DC}, \quad (2.6.181)$$

$$C_3 = \frac{v_{Ld0}}{v_L} b_{D,c} + \frac{v_{Lq0}}{v_L} b'_{Q,c} \quad (2.6.182)$$

y

$$C_5 = \frac{v_{Ld0}}{v_L} b_{D,g} + \frac{v_{Lq0}}{v_L} b_{Q,g}. \quad (2.6.183)$$

Reemplazando la Ecuación 2.6.145 en 2.6.178 obtenemos

$$\Delta V_L = \mathbf{C}'_1 \Delta \delta + \mathbf{C}'_2 \Delta \mathbf{E}'_q + C'_4 \Delta V_{DC} + C'_3 \Delta m + C'_5 \Delta \phi, \quad (2.6.184)$$

donde

$$\mathbf{C}'_1 = \mathbf{C}_1 + C_5 \mathbf{K}_{g,d}, \quad (2.6.185)$$

$$\mathbf{C}'_2 = \mathbf{C}_2 + C_5 \mathbf{K}_{g,q}, \quad (2.6.186)$$

$$C'_4 = C_4 + C_5 K_{g,DC}, \quad (2.6.187)$$

$$C'_3 = C_3 + C_5 K_{g,c} \quad (2.6.188)$$

y

$$C'_5 = C_5 K_{g,f}. \quad (2.6.189)$$

Así, la ecuación de salida es

$$\begin{bmatrix} \Delta V_L \\ \Delta V_{DC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C'_2 & \mathbf{C}'_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & C'_4 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{E}'_q \\ \Delta \delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta \mathbf{E}'_{fd} \\ \Delta V_{DC} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C'_3 & C'_5 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta m \\ \Delta \phi \\ \Delta T_M \\ \Delta \mathbf{v}_{ref} \end{bmatrix}. \quad (2.6.190)$$

Las Ecuaciones 2.6.176 y 2.6.190 nos sirve para el diseño del controlador proporcional e integral (PI) para las variables m y ϕ . Sin embargo, también es necesario el diseño de un controlador para el convertidor de fuente de voltaje. La representación en el espacio de estados para este propósito se considera a continuación. De la figura 2-6-2 se obtiene la siguiente ecuación

$$\Delta m = - \left(k_{pac} + \frac{k_{iac}}{s} \right) \Delta V_L + \Delta u_{pss}; \quad (2.6.191)$$

reemplazando la Ecuación 2.6.184 en la Ecuación 2.6.191 obtenemos

$$\Delta m = -\frac{k_{pac}}{1 + k_{pac}C'_3} (C'_1 \Delta\delta + C'_2 \Delta E'_q + C'_4 \Delta V_{DC} + C'_5 \Delta\phi) + \frac{1}{1 + k_{pac}C'_3} (\Delta Z_1 + \Delta u_{pss}), \quad (2.6.192)$$

donde

$$\Delta Z_1 = -\frac{k_{iac}}{s} (C'_1 \Delta\delta + C'_2 \Delta E'_q + C'_3 \Delta m + C'_4 \Delta V_{DC} + C'_5 \Delta\phi) \quad (2.6.193)$$

y

$$\frac{d\Delta Z_1}{dt} = -k_{iac} (C'_1 \Delta\delta + C'_2 \Delta E'_q + C'_3 \Delta m + C'_4 \Delta V_{DC} + C'_5 \Delta\phi). \quad (2.6.194)$$

Sustituyendo la Ecuación 2.6.192 en la Ecuación 2.6.194 se obtiene que

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta Z_1}{dt} = & -C'_1 k_{iac} \left(1 - C'_3 \frac{k_{pac}}{1 + k_{pac}C'_3}\right) \Delta\delta - C'_2 k_{iac} \left(1 - C'_3 \frac{k_{pac}}{1 + k_{pac}C'_3}\right) \Delta E'_q \\ & - C'_4 k_{iac} \left(1 - C'_3 \frac{k_{pac}}{1 + k_{pac}C'_3}\right) \Delta V_{DC} - C'_5 k_{iac} \left(1 - C'_3 \frac{k_{pac}}{1 + k_{pac}C'_3}\right) \Delta\phi \\ & - C'_3 \frac{k_{iac}}{1 + k_{pac}C'_3} (\Delta Z_1 + \Delta u_{pss}). \end{aligned} \quad (2.6.195)$$

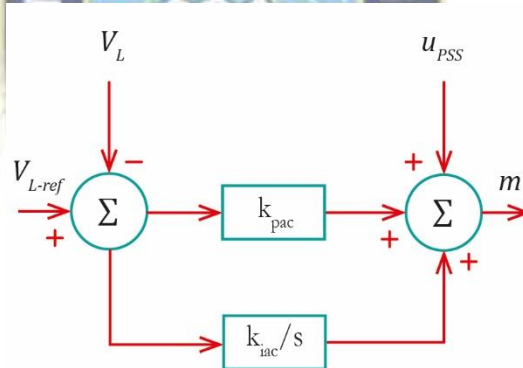


Figura 2-6-2. Configuración del controlador de voltaje AC del VSC. Adaptado de “Analysis and Damping Control of Power System Low-Frequency Oscillations,” por Haifeng Wang, Wenjuan Du, 2016, Spring, p. 352, Copyright 2016 by Springer Science+Business Media New York.

De la figura 2-6-3 se obtiene la siguiente ecuación

$$\Delta\phi = -\left(k_{pac} + \frac{k_{iac}}{s}\right) \Delta V_{DC} = -k_{pac} \Delta V_{DC} + \Delta Z_1, \quad (2.6.196)$$

donde

$$\Delta Z_2 = -\frac{k_{iac}}{s} \Delta V_{DC} \quad (2.6.197)$$

y

$$\frac{d\Delta Z_2}{dt} = -k_{iac} \Delta V_{DC}. \quad (2.6.198)$$

Reemplazando la Ecuación 2.6.196 en 2.6.192 se tiene que

$$\Delta m = \mathbf{CC}_{11} \Delta \delta + \mathbf{CC}_{21} \Delta \mathbf{E}'_q + \mathbf{CC}_{31} \Delta V_{DC} + \mathbf{CC}_{41} \Delta Z_2 + \mathbf{CC}_{51} (\Delta Z_1 + \Delta u_{pss}), \quad (2.6.199)$$

donde

$$\mathbf{CC}_{11} = -\frac{k_{pac}}{1 + k_{pac} C'_3} C'_1, \quad (2.6.200)$$

$$\mathbf{CC}_{21} = -\frac{k_{pac}}{1 + k_{pac} C'_3} C'_2, \quad (2.6.201)$$

$$\mathbf{CC}_{31} = -\frac{k_{pac}}{1 + k_{pac} C'_3} (C'_4 - k_{pac} C'_5), \quad (2.6.202)$$

$$\mathbf{CC}_{41} = -\frac{k_{pac}}{1 + k_{pac} C'_3} C'_5 \quad (2.6.203)$$

y

$$\mathbf{CC}_{51} = \frac{1}{1 + k_{pac} C'_3}. \quad (2.6.204)$$

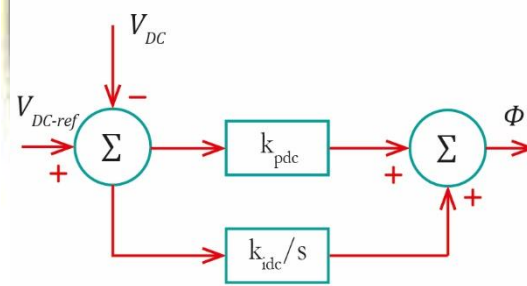


Figura 2-6-3. Configuración del controlador de voltaje DC del VSC. Adaptado de “Analysis and Damping Control of Power System Low-Frequency Oscillations,” por Haifeng Wang, Wenjuan Du, 2016, Springer, p. 352, Copyright 2016 by Springer Science+Business Media New York.

Reemplazando la Ecuación 2.6.196 en la Ecuación 2.6.195 tenemos que

$$\frac{d\Delta Z_1}{dt} = \mathbf{C}_{A1} \Delta \delta + \mathbf{C}_{B1} \Delta \mathbf{E}'_q + \mathbf{C}_{C1} \Delta V_{DC} + \mathbf{C}_{Z2} \Delta Z_2 + \mathbf{C}_{ZU1} (\Delta Z_1 + \Delta u_{pss}), \quad (2.6.205)$$

donde

$$\mathbf{C}_{A1} = -C'_1 k_{iac} \left(1 - C'_3 \frac{k_{pac}}{1 + k_{pac} C'_3} \right), \quad (2.6.206)$$

$$\mathbf{C}_{B1} = -C'_2 k_{iac} \left(1 - C'_3 \frac{k_{pac}}{1 + k_{pac} C'_3} \right), \quad (2.6.207)$$

$$\mathbf{C}_{C1} = k_{iac} \left(1 - C'_3 \frac{k_{pac}}{1 + k_{pac} C'_3} \right) (k_{pac} C'_5 - C'_4), \quad (2.6.208)$$

$$C_{Z2} = -C'_5 k_{iac} \left(1 - C'_3 \frac{k_{pac}}{1 + k_{pac} C'_3} \right) \quad (2.6.209)$$

y

$$C_{ZU1} = -C'_3 \frac{k_{iac}}{1 + k_{pac} C'_3}. \quad (2.6.210)$$

Reemplazando las Ecuaciones 2.6.199 y 2.6.196 en 2.6.151 obtenemos que

$$\Delta T_e = K''_1 \Delta \delta + K''_2 \Delta E'_q + K''_{p_DC} \Delta V_{DC} + K_{p_Z2} \Delta Z_2 + K_{p_ZU1} (\Delta Z_1 + \Delta u_{pss}), \quad (2.6.211)$$

donde

$$K''_1 = K'_1 + K'_{p_c} CC_{11}, \quad (2.6.212)$$

$$K''_2 = K'_2 + K'_{p_c} CC_{21}, \quad (2.6.213)$$

$$K''_{p_DC} = K'_{p_c} CC_{31} + K'_{p_DC} - K'_{p_g} k_{pac}, \quad (2.6.214)$$

$$K_{p_Z2} = K'_{p_c} CC_{41} + K'_{p_g} \quad (2.6.215)$$

y

$$K_{p_ZU1} = K'_{p_c} CC_{51}; \quad (2.6.216)$$

reemplazando las Ecuaciones 2.6.199 y 2.6.196 en 2.6.157 obtenemos que

$$\Delta E_q = K''_4 \Delta \delta + K''_3 \Delta E'_q + K''_{q_DC} \Delta V_{DC} + K_{q_Z2} \Delta Z_2 + K_{q_ZU1} (\Delta Z_1 + \Delta u_{pss}), \quad (2.6.217)$$

donde

$$K''_4 = K'_4 + K'_{q_c} CC_{11}, \quad (2.6.218)$$

$$K''_3 = K'_3 + K'_{q_c} CC_{21}, \quad (2.6.219)$$

$$K''_{q_DC} = K'_{q_DC} + K'_{q_c} CC_{31} - K'_{q_g} k_{pac}, \quad (2.6.220)$$

$$K_{q_Z2} = K'_{q_c} CC_{41} + K'_{q_g} \quad (2.6.221)$$

y

$$K_{q_ZU1} = K'_{q_c} CC_{51}; \quad (2.8.222)$$

reemplazando las Ecuaciones 2.6.199 y 2.6.196 en 2.6.163 obtenemos que

$$\Delta V_s = K''_5 \Delta \delta + K''_6 \Delta E'_q + K''_{v_DC} \Delta V_{DC} + K_{v_Z2} \Delta Z_2 + K_{v_ZU1} (\Delta Z_1 + \Delta u_{pss}), \quad (2.6.223)$$

donde

$$K''_5 = K'_5 + K'_{v_c} CC_{11}, \quad (2.6.224)$$

$$K''_6 = K'_6 + K'_{v_c} CC_{21}, \quad (2.6.225)$$

$$K''_{v_DC} = K'_{v_DC} + K'_{v_c} CC_{31} - K'_{v_c} k_{pac}, \quad (2.6.226)$$

$$K_{v_Z2} = K'_{v_c} CC_{41} + K'_{v_g} \quad (2.6.227)$$

y

$$K_{v_ZU1} = K'_{v_c} CC_{51}; \quad (2.6.228)$$

reemplazando las Ecuaciones 2.6.199 y 2.6.196 en 2.6.169 obtenemos que

$$\frac{d\Delta V_{DC}}{dt} = K''_7 \Delta\delta + K''_8 \Delta E'_q + K''_{10} \Delta V_{DC} + K_{DC_Z2} \Delta Z_2 + K_{DC_ZU1} (\Delta Z_1 + \Delta u_{pss}), \quad (2.6.229)$$

donde

$$K''_7 = K'_7 + K'_9 CC_{11}, \quad (2.6.230)$$

$$K''_8 = K'_8 + K'_9 CC_{21}, \quad (2.6.231)$$

$$K''_{10} = K'_{10} + K'_9 CC_{31} - K'_{11} k_{pdc}, \quad (2.6.232)$$

$$K_{DC_Z2} = K'_9 CC_{41} + K'_{11} \quad (2.6.233)$$

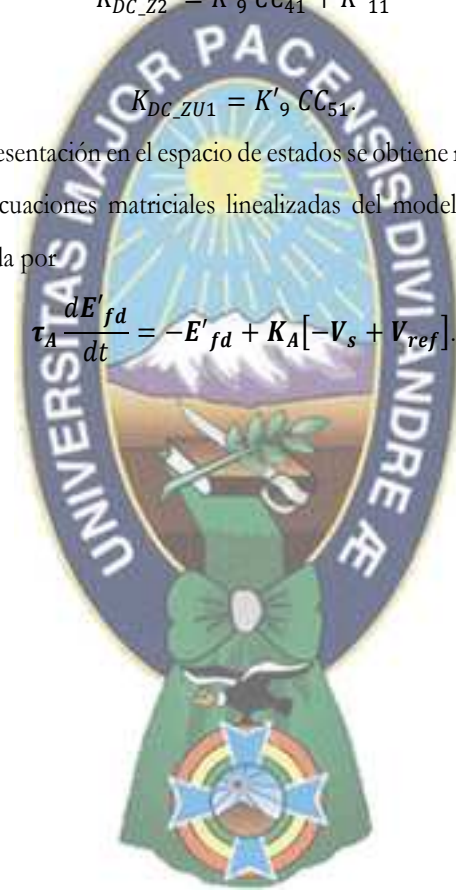
y

$$K_{DC_ZU1} = K'_9 CC_{51}. \quad (2.6.234)$$

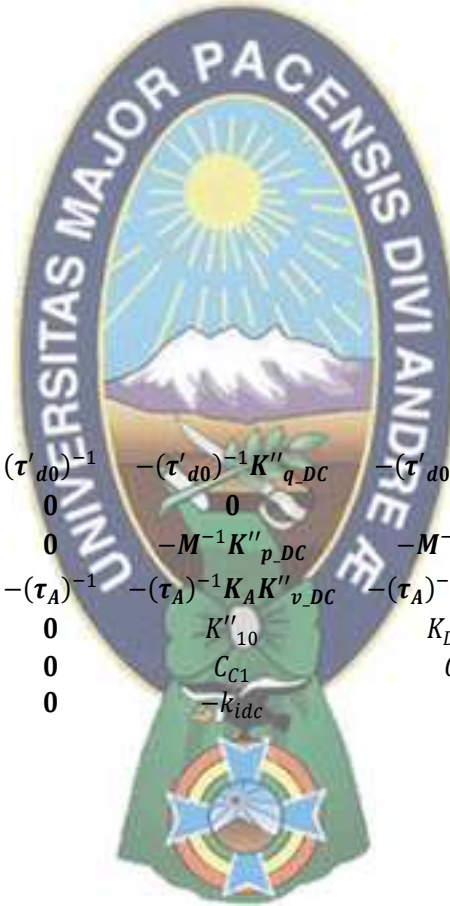
La siguiente representación en el espacio de estados se obtiene reemplazando las ecuaciones linealizadas ΔE_q , ΔT_e y ΔV_s en las ecuaciones matriciales linealizadas del modelo de un eje y en la ecuación matricial linealizada del excitador, dada por

$$\tau_A \frac{dE'_{fd}}{dt} = -E'_{fd} + K_A [-V_s + V_{ref}]. \quad (2.6.235)$$

Así,



$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \frac{d\Delta E'_q}{dt} \\ \frac{d\Delta\delta}{dt} \\ \frac{d\Delta(w_r/w_b)}{dt} \\ \frac{d\Delta E'_{fd}}{dt} \\ \frac{dV_{DC}}{dt} \\ \frac{d\Delta Z_1}{dt} \\ \frac{d\Delta Z_2}{dt} \end{bmatrix} \\
& = \begin{bmatrix} -(\tau'_{d0})^{-1}K''_3 & -(\tau'_{d0})^{-1}K''_4 & \mathbf{0} & (\tau'_{d0})^{-1} & -(\tau'_{d0})^{-1}K''_{q_DC} & -(\tau'_{d0})^{-1}K_{q_ZU1} & -(\tau'_{d0})^{-1}K_{q_Z2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & I w_b & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -M^{-1}K''_2 & -M^{-1}K''_1 & -M^{-1}D w_b & \mathbf{0} & -M^{-1}K''_{p_DC} & -M^{-1}K_{p_ZU1} & -M^{-1}K_{p_Z2} \\ -(\tau_A)^{-1}K_A K''_6 & -(\tau_A)^{-1}K_A K''_5 & \mathbf{0} & -(\tau_A)^{-1} & -(\tau_A)^{-1}K_A K''_{v_DC} & -(\tau_A)^{-1}K_A K_{v_ZU1} & -(\tau_A)^{-1}K_A K_{v_Z2} \\ K''_8 & K''_7 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & K''_{10} & K_{DC_ZU1} & K_{DC_Z2} \\ C_{B1} & C_{A1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & C_{C1} & C_{ZU1} & C_{Z2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -k_{idc} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta V_{DC} \\ \Delta Z_1 \\ \Delta Z_2 \end{bmatrix} \quad (2.6.236) \\
& + \begin{bmatrix} -(\tau'_{d0})^{-1}K_{q_ZU1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -M^{-1}K_{p_ZU1} & M^{-1} & \mathbf{0} \\ -(\tau_A)^{-1}K_A K_{v_ZU1} & \mathbf{0} & (\tau_A)^{-1}K_A \\ K'_{10} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ C_{ZU1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_{pss} \\ \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$



6.2. Señal de retroalimentación

La señal de retroalimentación del controlador del convertidor de fuente de voltaje es la señal de la potencia activa entregado a través del nodo donde el VSC está instalado. De la figura 2-6-4 se puede observar que

$$P_{1L} = \text{Re}[Y_{1L} (\tilde{v}_1 - \tilde{v}_L) \tilde{v}_1^*] = \text{Re}[(g_{1L} + j b_{1L}) (\tilde{v}_1 - \tilde{v}_L) \tilde{v}_1^*], \quad (2.6.237)$$

donde $\tilde{v}_1 = v_{d1} + j v_{q1}$ y $\tilde{v}_L = v_{dL} + j v_{qL}$. Por tanto

$$P_{1L} = v_{d1}[g_{1L}(v_{d1} - v_{dL}) - b_{1L}(v_{q1} - v_{qL})] + v_{q1}[g_{1L}(v_{q1} - v_{qL}) + b_{1L}(v_{d1} - v_{dL})]. \quad (2.6.238)$$

De la Ecuación 2.6.2 y 2.6.3 obtenemos que

$$\begin{bmatrix} \tilde{i}_{1L} \\ \tilde{i}_{L2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{1L} & 0 \\ 0 & -Y_{L2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{v}_1 \\ \tilde{v}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Y_{1L} \\ -Y_{L2} \end{bmatrix} \tilde{v}_L \quad (2.6.239)$$

y reemplazando en la Ecuación 2.6.6 se tiene que

$$\begin{bmatrix} \tilde{v}_1 \\ \tilde{v}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{Y}\mathbf{Y}\tilde{v}_L - \mathbf{Y}\mathbf{Y}''\mathbf{E}_G, \quad (2.6.240)$$

donde

$$\mathbf{Y}\mathbf{Y} = \left\{ \begin{bmatrix} Y'_{22} & 0 \\ 0 & Y'_{33} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{1L} & 0 \\ 0 & -Y_{L2} \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} Y_{1L} \\ -Y_{L2} \end{bmatrix} \quad (2.6.241)$$

y

$$\mathbf{Y}\mathbf{Y}'' = \left\{ \begin{bmatrix} Y'_{22} & 0 \\ 0 & Y'_{33} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{1L} & 0 \\ 0 & -Y_{L2} \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} Y_{21} \\ Y_{31} \end{bmatrix}. \quad (2.6.242)$$

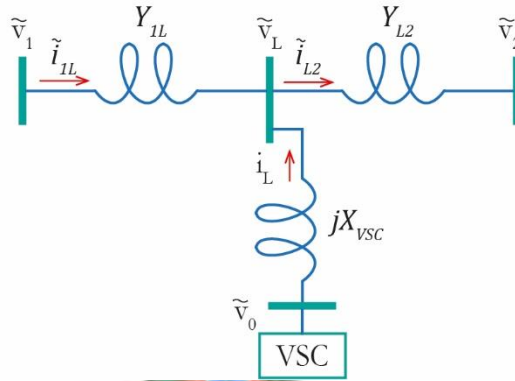


Figura 2-6-4. VSC instalado entre el nodo 1 y 2, en el nodo L.

Reemplazando las componentes de \tilde{v}_1 en el marco de referencia dq de la Ecuaciones 2.6.240, las Ecuaciones 2.6.88 y 2.6.89, y linealizadnos obtenemos la expresión linealizada de P_{1L} como

$$\Delta P_{1L} = \mathbf{P}''_{L,\delta} \Delta \delta + \mathbf{P}''_{L,e} \Delta \mathbf{E}'_q + \mathbf{P}''_{L,i} \mathbf{I}^r_{qs} + \mathbf{P}''_{L,c} \Delta c + \mathbf{P}''_{L,DC} \Delta V_{DC} + \mathbf{P}''_{L,g} \Delta \gamma, \quad (2.6.243)$$

donde

$$\mathbf{P}''_{L,\delta} = \left. \frac{\partial P_{1L}}{\partial \delta_k} \right|_{\delta_{k0}, i^r_{qsk0}, E'_{qk0}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}, \quad (2.6.244)$$

$$\mathbf{P}''_{L_e} = \left. \frac{\partial P_{1L}}{\partial E'_{qk}} \right|_{\delta_{k0}, i^r_{qsk0}, E'_{qk0}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}, \quad (2.6.245)$$

$$\mathbf{P}''_{L_i} = \left. \frac{\partial P_{1L}}{\partial i^r_{qsk}} \right|_{\delta_{k0}, i^r_{qsk0}, E'_{qk0}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}, \quad (2.6.246)$$

$$\mathbf{P}''_{L_{DC}} = \left. \frac{\partial P_{1L}}{\partial V_{DC}} \right|_{\delta_{k0}, i^r_{qsk0}, E'_{qk0}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}, \quad (2.6.247)$$

$$\mathbf{P}''_{L_c} = \left. \frac{\partial P_{1L}}{\partial m} \right|_{\delta_{k0}, i^r_{qsk0}, E'_{qk0}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0} \quad (2.6.248)$$

y

$$\mathbf{P}''_{L_g} = \left. \frac{\partial P_{1L}}{\partial \gamma} \right|_{\delta_{k0}, i^r_{qsk0}, E'_{qk0}, V_{DC0}, m_0, \gamma_0}; \quad (2.6.249)$$

Reemplazando la Ecuación 2.6.46 en 2.6.243 obtenemos que

$$\Delta P_{1L} = \mathbf{P}'_{L_\delta} \Delta \delta + \mathbf{P}'_{L_e} \Delta E'_q + \mathbf{P}'_{L_c} \Delta c + \mathbf{P}'_{L_{DC}} \Delta V_{DC} + \mathbf{P}'_{L_g} \Delta \gamma, \quad (2.6.250)$$

donde

$$\mathbf{P}'_{L_\delta} = \mathbf{P}''_{L_\delta} + \mathbf{P}'_{L_i} \mathbf{F}_q, \quad (2.6.251)$$

$$\mathbf{P}'_{L_e} = \mathbf{P}''_e + \mathbf{P}'_{L_i} \mathbf{G}_q, \quad (2.6.252)$$

$$\mathbf{P}'_{L_c} = \mathbf{P}''_{L_c} + \mathbf{P}'_{L_i} \mathbf{L}_{q,c}, \quad (2.6.253)$$

$$\mathbf{P}'_{L_{DC}} = \mathbf{P}''_{L_{DC}} + \mathbf{P}'_{L_i} \mathbf{L}_{q,DC} \quad (2.6.254)$$

y

$$\mathbf{P}'_{L_g} = \mathbf{P}''_{L_g} + \mathbf{P}'_{L_i} \mathbf{L}_{q,g}. \quad (2.6.255)$$

Reemplazando la Ecuación 2.6.145 en 2.6.250, la Ecuación 2.6.250 puede expresarse como

$$\Delta P_{1L} = \mathbf{PP}_{L_\delta} \Delta \delta + \mathbf{PP}_{L_e} \Delta E'_q + \mathbf{PP}_{L_c} \Delta c + \mathbf{PP}_{L_{DC}} \Delta V_{DC} + \mathbf{PP}_{L_g} \Delta \phi, \quad (2.6.256)$$

donde

$$\mathbf{PP}_{L_\delta} = \mathbf{P}'_{L_\delta} + \mathbf{P}'_{L_g} \mathbf{K}_{g,d}, \quad (2.6.257)$$

$$\mathbf{PP}_{L_e} = \mathbf{P}'_e + \mathbf{P}'_{L_g} \mathbf{K}_{g,q}, \quad (2.6.258)$$

$$\mathbf{PP}_{L_c} = \mathbf{P}'_{L_c} + \mathbf{P}'_{L_g} \mathbf{K}_{g,c}, \quad (2.6.259)$$

$$\mathbf{PP}_{L_{DC}} = \mathbf{P}'_{L_{DC}} + \mathbf{P}'_{L_g} \mathbf{K}_{g,DC} \quad (2.6.260)$$

y

$$\mathbf{PP}_{L_g} = \mathbf{P}'_{L_g} \mathbf{K}_{g,f}; \quad (2.6.261)$$

reemplazando la Ecuación 2.6.196 y 2.6.199 en 2.6.256 obtenemos que

$$\Delta P_{1L} = \mathbf{P}_{L_\delta} \Delta \delta + \mathbf{P}_{L_e} \Delta E'_q + \mathbf{P}_{L_{DC}} \Delta V_{DC} + \mathbf{P}_{L_{ZU1}} (\Delta Z_1 + \Delta u_{pss}) + \mathbf{P}_{L_{Z2}} \Delta Z_2, \quad (2.6.262)$$

donde

$$\mathbf{P}_{L\delta} = \mathbf{P}\mathbf{P}_{L\delta} + \mathbf{P}'_{L\delta} + \mathbf{P}\mathbf{P}_{Lc} \mathbf{C}\mathbf{C}_{11}, \quad (2.6.263)$$

$$\mathbf{P}_{Le} = \mathbf{P}\mathbf{P}_{Le} + \mathbf{P}'_e + \mathbf{P}\mathbf{P}_{Lc} \mathbf{C}\mathbf{C}_{21}, \quad (2.6.264)$$

$$P_{LDC} = \mathbf{P}\mathbf{P}_{LDC} + \mathbf{P}\mathbf{P}_{Lc} \mathbf{C}\mathbf{C}_{31} - \mathbf{P}\mathbf{P}_{Lg} k_{pdc}, \quad (2.6.265)$$

$$P_{LZU1} = \mathbf{P}\mathbf{P}_{Lc} \mathbf{C}\mathbf{C}_{51} \quad (2.6.266)$$

y

$$P_{LZ2} = \mathbf{P}\mathbf{P}_{Lc} \mathbf{C}\mathbf{C}_{41} + \mathbf{P}\mathbf{P}_{Lg}. \quad (2.6.267)$$

Así, la ecuación de salida de la representación en el espacio de estados será

$$\Delta P_{1j} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{Le} & \mathbf{P}_{L\delta} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & P_{LDC} & P_{LZU1} & P_{LZ2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta \delta \\ \Delta(\mathbf{w}_r/\mathbf{w}_b) \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta V_{DC} \\ \Delta Z_1 \\ \Delta Z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P_{LZU1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_{pss} \\ \Delta \mathbf{T}_M \\ \Delta \mathbf{v}_{ref} \end{bmatrix}. \quad (2.6.268)$$

La selección de locación de instalación del convertidor de fuente de voltaje se realiza mediante el índice de sensibilidad y el índice del análisis de torque de amortiguación.



ESTUDIO DE SIMULACIÓN

1. Máquina sincrónica

El propósito de esta sección es examinar la respuesta dinámica durante un cambio repentino en el torque de entrada y la respuesta dinámica durante una falla trifásica en las terminales de la máquina. Simularemos estas condiciones empleando el conjunto de parámetros y valores nominales mostrados en la tabla 3.1; tabla 3.5 y tabla 3.6 para un generador de turbina hidráulica y de un generador de turbina de vapor respectivamente.

Tabla 3.1. Parámetros y valores nominales de un generador sincrónico

$S_{nominal} = 920.35 \text{ MVA}^a$	$V_{nominal} = 18 \text{ kV}^b$
$N_{nominal} = 1800 \text{ rpm}$	<i>factor de potencia nominal = 0.9</i>
$X_{ls} = 0.215 \text{ por unidad}$	$r_s = 0.0048 \text{ por unidad}$
$X_d = 1.790 \text{ por unidad}$	$X_q = 1.660 \text{ por unidad}$
$X'_d = 0.355 \text{ por unidad}$	$X'_q = 0.570 \text{ por unidad}$
$X''_d = 0.275 \text{ por unidad}$	$X''_q = 0.275 \text{ por unidad}$
$\tau'_{do} = 7.9 \text{ s}$	$\tau'_{qo} = 0.41 \text{ s}$
$\tau''_{do} = 0.032 \text{ s}$	$\tau''_{qo} = 0.055 \text{ s}$
$H = 3.77 \text{ s}$	$D = 0 \text{ por unidad}$

Nota: Adaptado de “Dynamic Simulation of Electric Machinery Using Matlab/Simulink,” por Chee-Mun Ong, 1997, Prentice Hall, p.317. $S_{nominal}$ = potencia nominal, $V_{nominal}$ = voltaje nominal, $N_{nominal}$ = velocidad nominal, X_{ls} = reactancia de fuga del estator, r_s = resistencia de los devanados del estator, X_d = reactancia en el devanado d , X_q = reactancia en el devanado q , X'_d = reactancia transitoria en el eje d , X'_q = reactancia transitoria en el eje q , X''_d = reactancia subtransitoria en el eje d , X''_q = reactancia subtransitoria en el eje q , τ'_{do} = constante de tiempo transitorio en circuito abierto en el eje d , τ'_{qo} = constante de tiempo transitorio en circuito abierto en el eje q , τ''_{do} = constante de tiempo subtransitorio en circuito abierto en el eje d , τ''_{qo} = constante de tiempo subtransitorio en circuito abierto en el eje q , H = constante de inercia y D constante de amortiguación.

^aLa potencia nominal es el valor trifásico de la máquina.

^bEl voltaje nominal es el valor pico del voltaje de línea.

1.1. Diagrama de bloques de una máquina sincrónica

El flujo de variables en la simulación de una máquina sincrónica trifásica se muestra en la figura 3-1-1.

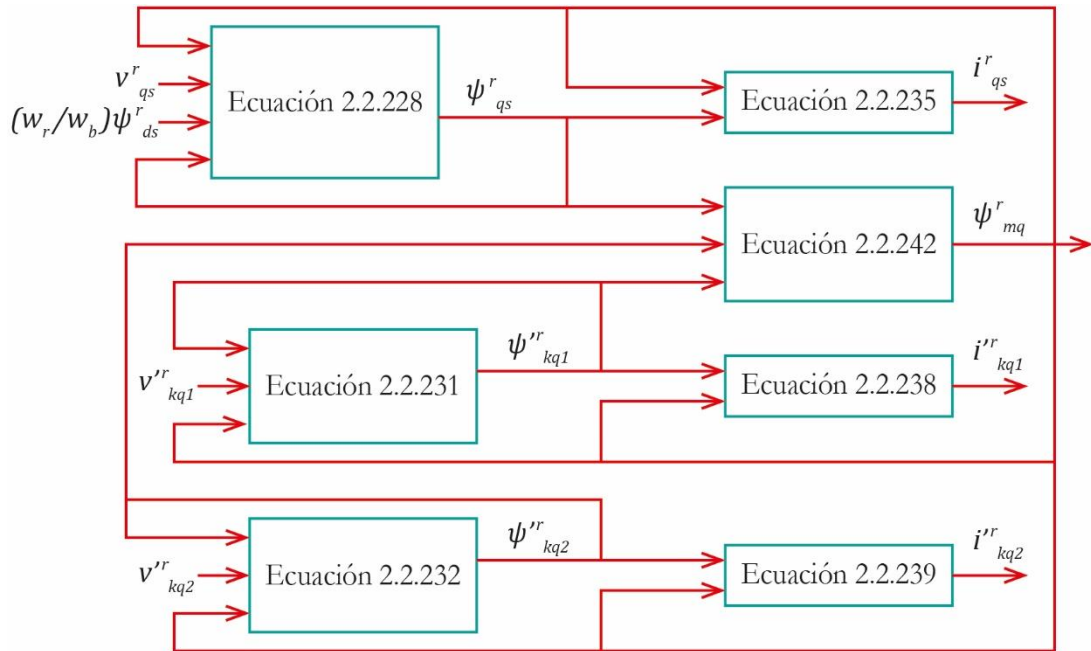


Figura 3-1-1 (a). Flujo de variables en el eje q. Donde v^r_{qs} es el voltaje del estator en el eje de cuadratura, v''_{kq1} es el voltaje del devanado $kq1$, v''_{kq2} es el voltaje del devanado $kq2$, i^r_{qs} es la corriente del estator en el eje de cuadratura, i''_{kq1} es la corriente del devanado $kq1$, i''_{kq2} es la corriente del devanado $kq2$, ψ^r_{qs} es el enlace de flujo por segundo del estator en el eje de cuadratura, ψ''_{kq1} es el enlace de flujo por segundo del devanado $kq1$, ψ''_{kq2} es el enlace de flujo por segundo del devanado $kq2$. w_r es la velocidad angular de rotor y w_b es la velocidad angular base. Adaptado de “Dynamic Simulation of Electric Machinery Using Matlab/Simulink,” por Chee-Mun Ong, 1997, Prentice Hall, p. 285.

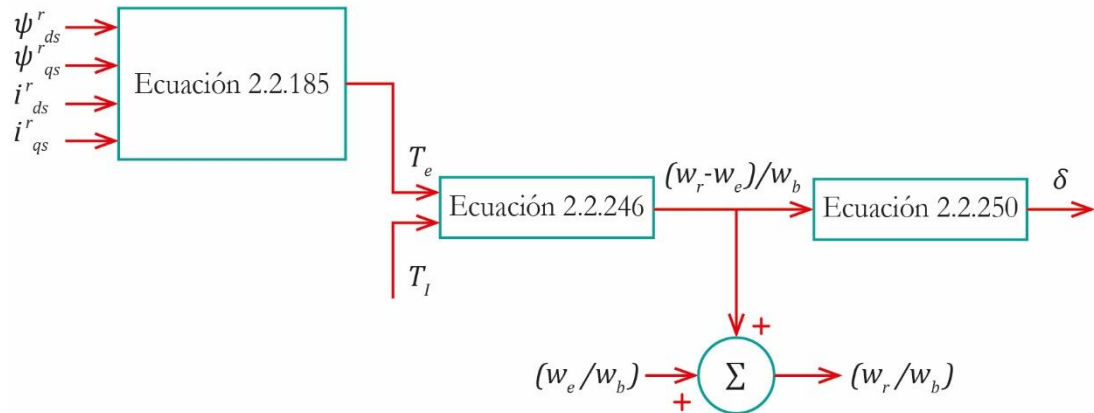


Figura 3-1-1 (b). Torque electromagnético, velocidad y ángulo del rotor. Donde ψ^r_{ds} es el enlace de flujo por segundo del estator en el eje directo, ψ^r_{qs} es el enlace de flujo por segundo del estator en el eje de cuadratura, i^r_{ds} es la corriente del estator en el eje directo e i^r_{qs} es la corriente del estator en el eje de cuadratura. Las variables T_e y T_l representan al torque electromagnético y de entrada respectivamente. w_r es la velocidad angular de rotor, w_b es la velocidad angular base y δ representa el ángulo del rotor. Adaptado de “Dynamic Simulation of Electric Machinery Using Matlab/Simulink,” por Chee-Mun Ong, 1997, Prentice Hall, p. 286.

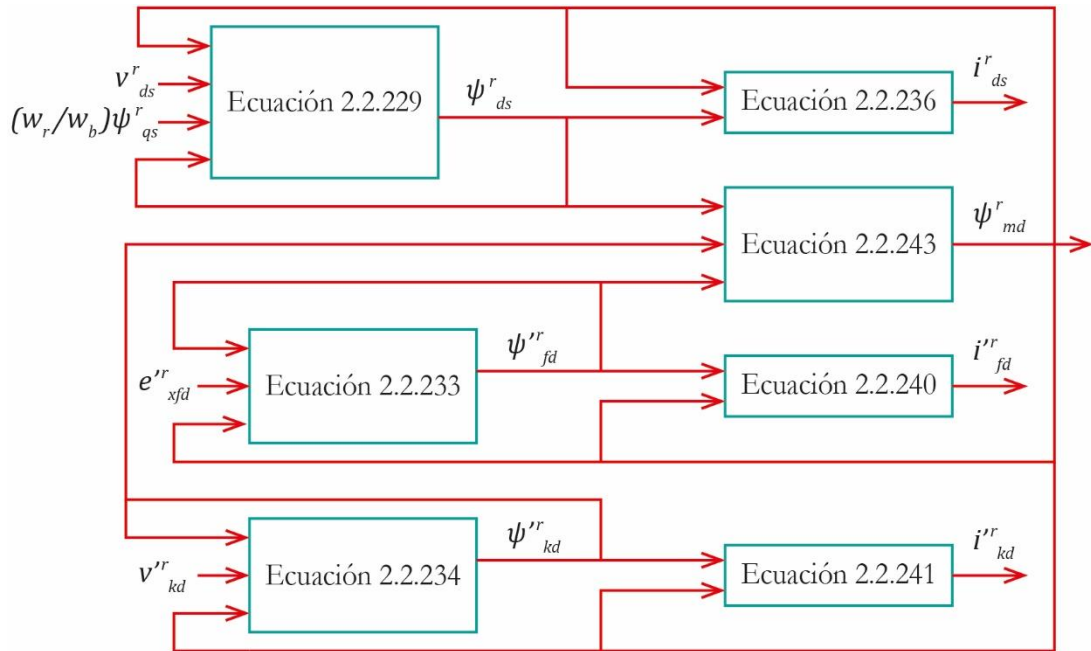


Figura 3-1-1 (c). Flujo de variables en el eje d . Donde v_{ds}^r es el voltaje del estator en el eje directo, e''_{xfd} es el voltaje del devanado de campo, v''_{kd} es el voltaje del devanado kd , i_{ds}^r es la corriente del estator en el eje directo, i''_{fd} es la corriente del devanado de campo, i''_{kd} es la corriente del devanado kd , ψ_{ds}^r es el enlace de flujo por segundo del estator en el eje directo, ψ_{fd}'' es el enlace de flujo por segundo del devanado fd , ψ_{kd}'' es el enlace de flujo por segundo del devanado kd . w_r es la velocidad angular de rotor y w_b es la velocidad angular base. Adaptado de "Dynamic Simulation of Electric Machinery Using Matlab/Simulink," por Chee-Mun Ong, 1997, Prentice Hall, p. 285.

En la Figura 3-1-2 se muestra el diagrama de bloques de la simulación empleada en Matlab Simulink para una máquina síncrona de polos salientes, tres fases, dos polos, conectado en estrella, dos devanados de amortiguación en el eje q , un devanado de amortiguación en el eje d y un devanado de campo.



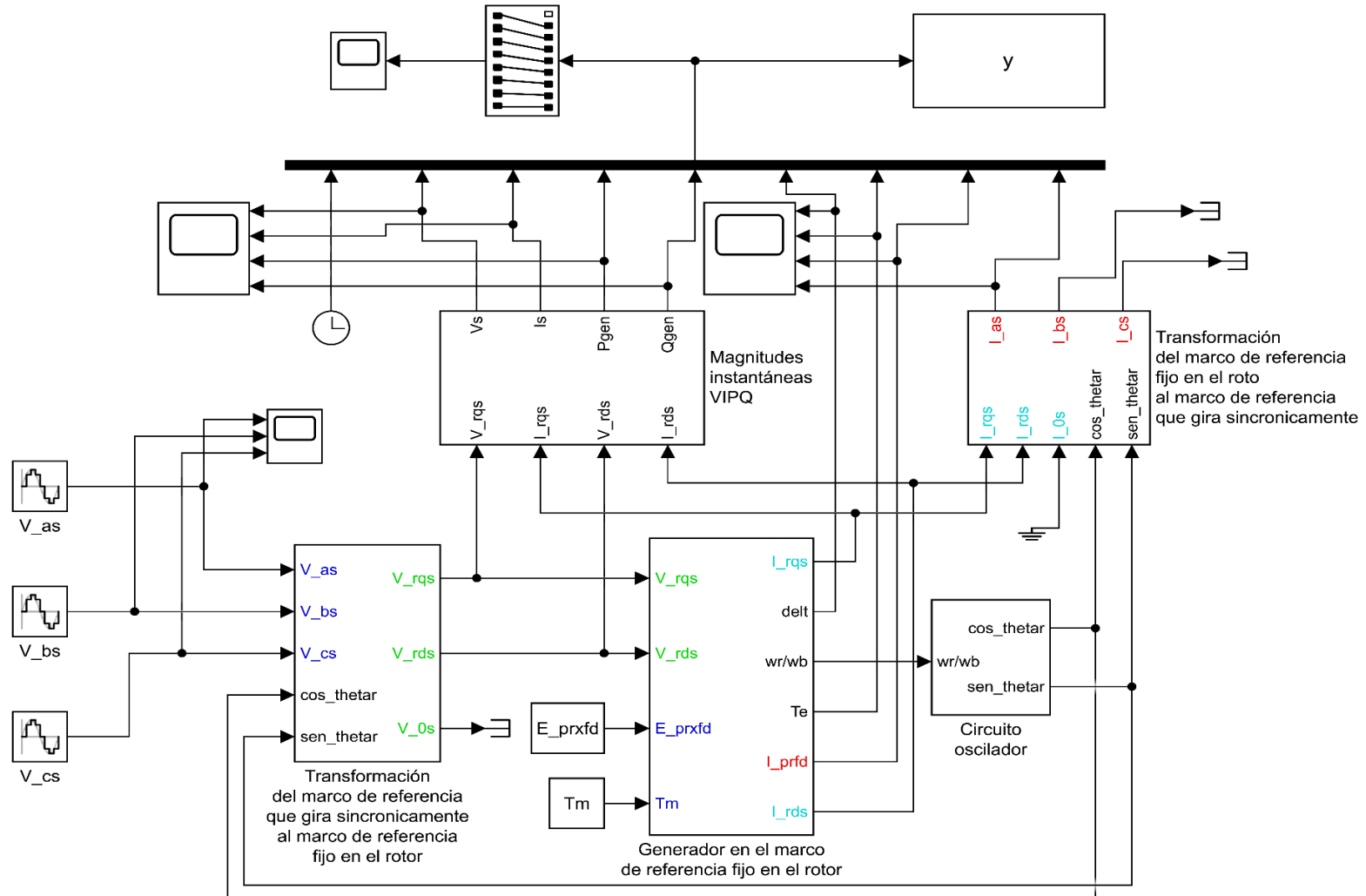


Figura 3-1-2 (a). Simulación del generador sincrónico con los datos de la tabla 3.1. Adaptado de “Dynamic Simulation of Electric Machinery Using Matlab/Simulink,” por Chee-Mun Ong, 1997, Prentice Hall, p. 287.

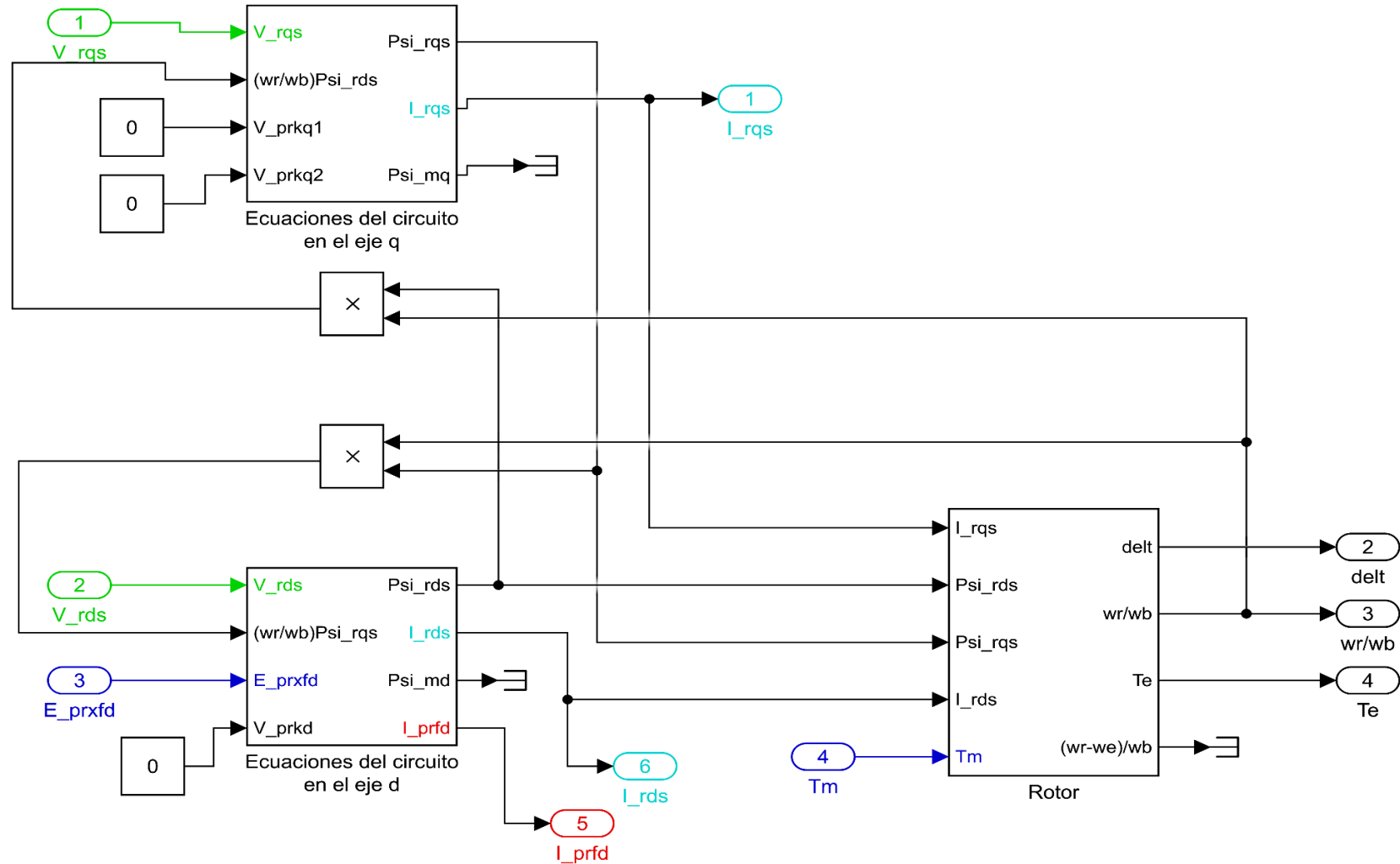


Figura 3-1-2 (b). Bloque; generador en el marco de referencia fijo en el rotor. Adaptado de "Dynamic Simulation of Electric Machinery Using Matlab/Simulink," por Chee-Mun Ong, 1997, Prentice Hall, p. 288.

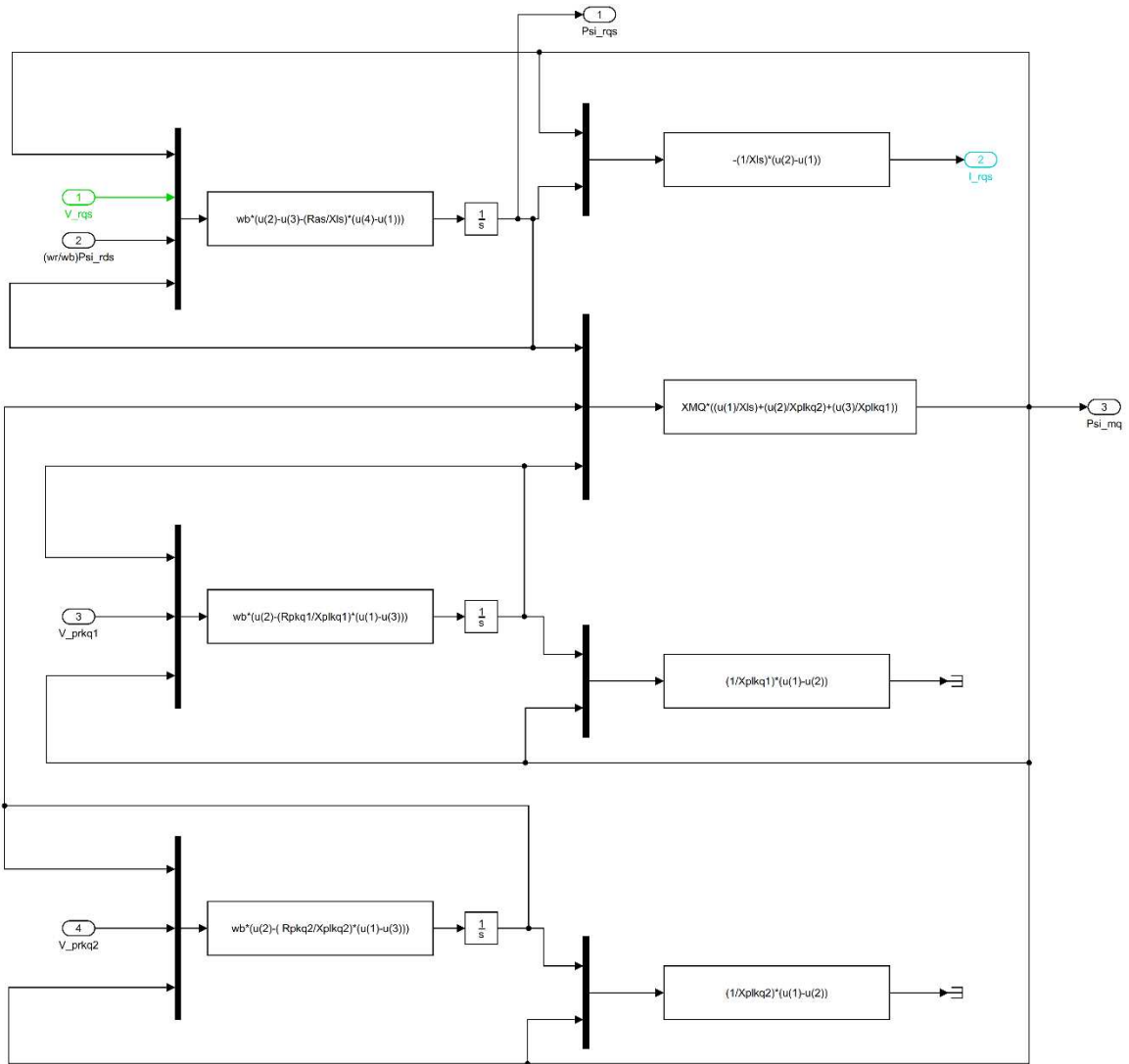


Figura 3-1-2 (c). Bloque; ecuaciones del circuito en el eje q. Adaptado de “Dynamic Simulation of Electric Machinery Using Matlab/Simulink,” por Chee-Mun Ong, 1997, Prentice Hall, p. 289.

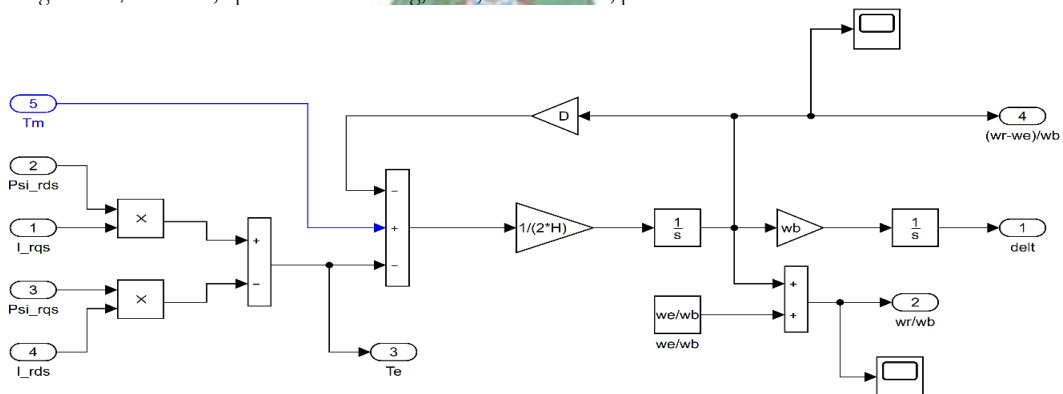


Figura 3-1-2 (d). Bloque; rotor. Adaptado de “Dynamic Simulation of Electric Machinery Using Matlab/Simulink,” por Chee-Mun Ong, 1997, Prentice Hall, p. 291.

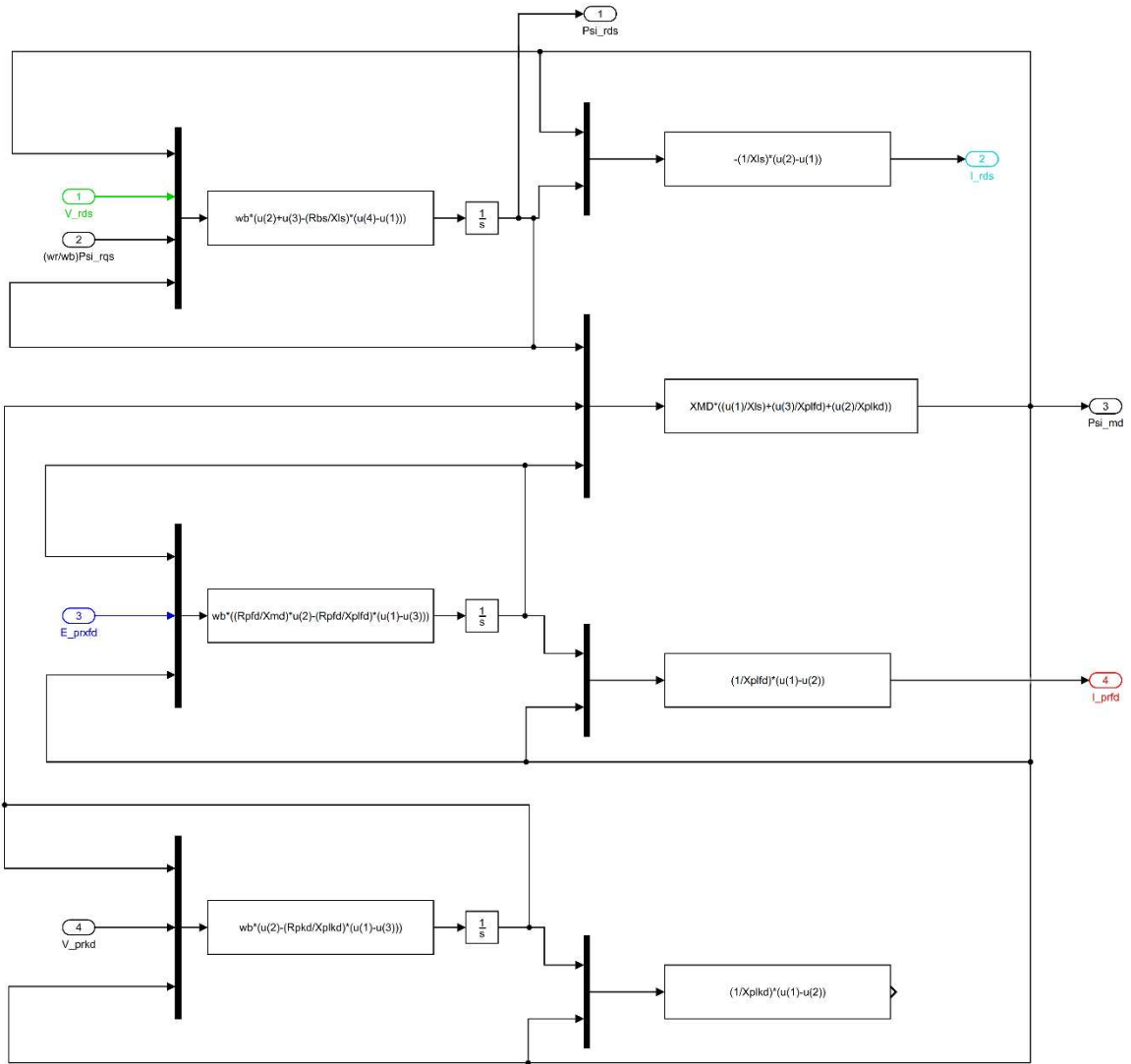


Figura 3-1-2 (e). Bloque; ecuaciones del circuito en el eje d. Adaptado de “Dynamic Simulation of Electric Machinery Using Matlab/Simulink,” por Chee-Mun Ong, 1997, Prentice Hall, p. 290.

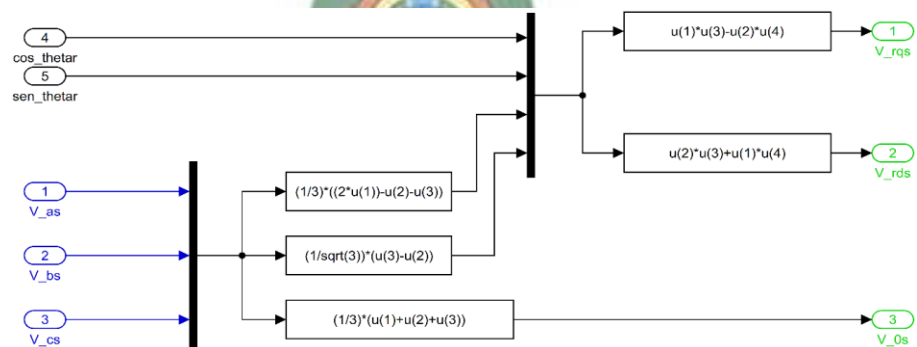


Figura 3-1-2 (f). Bloque; transformación del marco de referencia que gira sincrónicamente al marco de referencia fijo en el rotor. Adaptado de “Dynamic Simulation of Electric Machinery Using Matlab/Simulink,” por Chee-Mun Ong, 1997, Prentice Hall, p. 288.

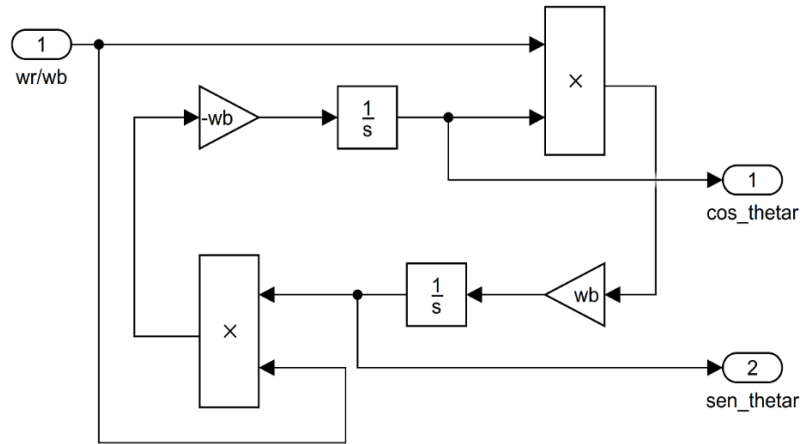


Figura 3-1-2 (g). Bloque; circuito oscilador. Adaptado de “Dynamic Simulation of Electric Machinery Using Matlab/Simulink,” por Chee-Mun Ong, 1997, Prentice Hall, p. 291.

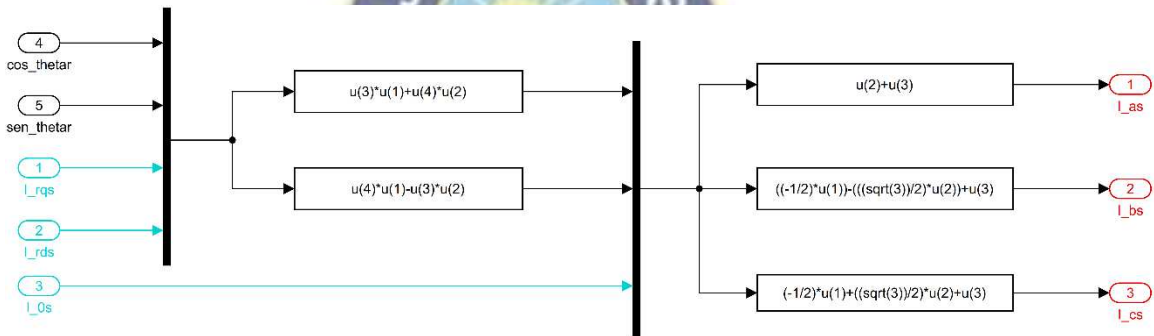


Figura 3-1-2 (h). Bloque; transformación del marco de referencia fijo en el rotor al marco de referencia que gira sincrónicamente. Adaptado de “Dynamic Simulation of Electric Machinery Using Matlab/Simulink,” por Chee-Mun Ong, 1997, Prentice Hall, p. 291.

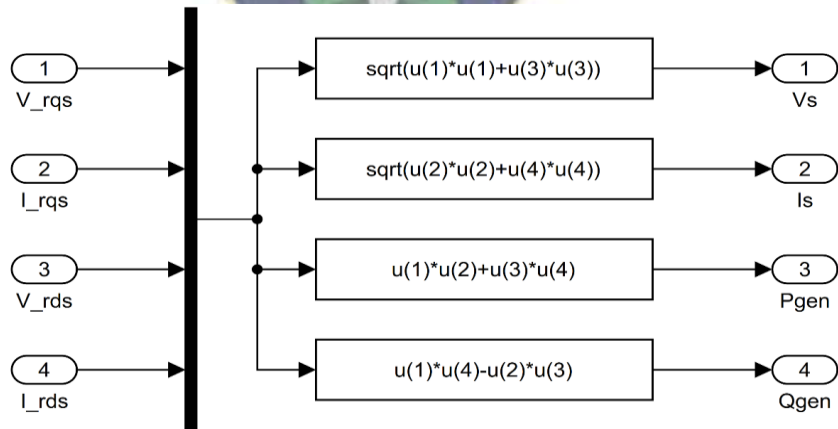


Figura 3-1-2 (i). Bloque; magnitudes instantáneas VIPQ. Adaptado de “Dynamic Simulation of Electric Machinery Using Matlab/Simulink,” por Chee-Mun Ong, 1997, Prentice Hall, p. 292.

1.2. Cálculos de operación en estado estable

Generalmente en la armadura de una máquina sincrónica los voltamperes base son el valor nominal trifásico de la máquina, y el voltaje base es el valor pico del voltaje de línea nominal (línea a línea). En conformidad, un circuito equivalente monofásico tiene los voltamperes base igual al valor nominal de una fase y un voltaje base igual al valor pico del voltaje de fase nominal (línea a neutro). Además, el voltaje base generalmente se selecciona como el valor rms del voltaje de fase nominal para las variables abc y el valor pico del voltaje de fase nominal para las variables $qd0$. Para estudios transitorios se escoge como valor base el valor pico del voltaje de fase nominal. Por tanto, se tiene que

$$S_B = S_{nominal} = 920.35 \text{ MVA}, \quad (3.1.1)$$

$$V_B = V_{nominal} = 18 \text{ kV}, \quad (3.1.2)$$

$$V_{B(qd0)} = \frac{1}{\sqrt{3}} V_B = 10.392 \text{ kV}, \quad (3.1.3)$$

$$I_{B(qd0)} = \frac{S_B}{3 V_{B(qd0)}} = 29520.254 \text{ A}, \quad (3.1.4)$$

$$V_{B(abc)} = \frac{V_{B(qd0)}}{\sqrt{2}} = 7.348 \text{ kV}, \quad (3.1.5)$$

$$I_{B(abc)} = \frac{I_{B(qd0)}}{\sqrt{2}} = 20873.972 \text{ A}, \quad (3.1.6)$$

$$Z_B = \frac{(V_B)^2}{S_B} = \frac{(V_{B(qd0)})^2}{S_B/3} = 0.352 \Omega \quad (3.1.7)$$

y

$$T_B = \frac{S_B}{(2/P) w_b} \quad (3.1.8)$$

Los fasores rms que representan el voltaje y corriente en el devanado as , en por unidad, se obtienen dividiendo entre el valor rms del voltaje de fase nominal $V_{B(abc)}$ y el valor rms de la corriente de fase base $I_{B(abc)}$ respectivamente. Así, debido a que la carga se alimenta a voltaje nominal y corriente base; se tiene que $V_{B(abc)} = V_s$ y $I_{B(abc)} = I_s$. Además, dado que para una operación de generación se considera positivo la corriente que sale fuera de las terminales, la potencia reactiva es entregada por el generador cuando \tilde{I}_{as} retrasa a \tilde{V}_{as} . Por tanto,

$$\tilde{V}_{as} = 1 \angle 0^\circ \text{ pu} \quad (3.1.9)$$

y

$$\tilde{I}_{as} = 1 \angle -\cos 0.9 = 1 \angle -25.84^\circ \text{ pu}; \quad (3.1.10)$$

donde $\theta_{ev}(0) = 0$.

De la Ecuación 2.207 (Anexo: fundamento teórico 2) se tiene que

$$\tilde{E}_a = (1\angle 0^\circ) + (0.0048 + j(1)1.660)(1\angle -25.84^\circ) = 2.3\angle 40.81^\circ pu \quad (3.1.11)$$

del cual

$$\delta = 40.81^\circ. \quad (3.1.12)$$

El valor en por unidad de I_{ds}^r se obtiene de la Ecuación 2.197 (Anexo: fundamento teórico 2), dividiendo entre el valor pico del voltaje de fase nominal. Así,

$$I_{ds}^r = -(1) \sin[-25.84^\circ - 0 - 40.81^\circ] = 0.9 pu. \quad (3.1.13)$$

Reemplazando la expresión obtenida para I_{fd}^r , de la Ecuación 2.205 (Anexo: fundamento teórico 2), en la Ecuación 2.215 (Anexo: fundamento teórico 2) se obtiene, dividiendo entre el valor pico del voltaje de fase nominal, el valor en por unidad de $E_{x\text{fd}}^{r'}$; es decir,

$$E_{x\text{fd}}^{r'} = \frac{w_b}{w_e} \left[|\tilde{E}_a| + \frac{w_e}{w_b} (X_d - X_q) I_{ds}^r \right] = (1)[2.3 + (1)(1.790 - 1.660)0.9] = 2.4 pu. \quad (3.1.14)$$

De la Ecuación 2.217 (Anexo: fundamento teórico 2) se obtiene que

$$T_e = \left[\frac{2.4}{(1)1.790} \sin 40.81 + \left(\frac{1}{2}\right) (1) \left(\frac{1}{1.660} - \frac{1}{1.790} \right) \sin(2 * 40.81) \right] = 0.9. \quad (3.1.15)$$

Finalmente, dado que $p^2\delta = 0$ en operación en estado estable, de la Ecuación 2.186 (Anexo: fundamento teórico 2) se tiene que

$$T_e = T_l = 0.9. \quad (3.1.16)$$

1.3. Reactancias, constantes de tiempo estándar y derivadas de una máquina sincrónica estándar

Las reactancias que comúnmente se usan en una máquina sincrónica con un rotor de cuatro devanados se muestra en la tabla 3.2. Por tanto, se tiene que

$$X_{mq} = X_q - X_{ls} = 1.660 - 0.215 = 1.445 pu, \quad (3.1.17)$$

$$X_{md} = X_d - X_{ls} = 1.790 - 0.215 = 1.575 pu, \quad (3.1.18)$$

$$X'_{lkq1} = \frac{X_{mq}(X'_q - X_{ls})}{X_{mq} - (X'_q - X_{ls})} = \frac{1.445(0.570 - 0.215)}{1.445 - (0.570 - 0.215)} = 0.471 pu, \quad (3.1.19)$$

$$X'_{lfd} = \frac{X_{md}(X'_d - X_{ls})}{X_{md} - (X'_d - X_{ls})} = \frac{1.575(0.355 - 0.215)}{1.575 - (0.355 - 0.215)} = 0.154 pu, \quad (3.1.20)$$

$$\begin{aligned} X'_{lkq2} &= \frac{X_{mq}X'_{lkq1}(X''_q - X_{ls})}{X_{mq}X'_{lkq1} - (X''_q - X_{ls})(X_{mq} + X'_{lkq1})} \\ &= \frac{1.445 * 0.471(0.275 - 0.215)}{1.445 * 0.471 - (0.275 - 0.215)(1.445 + 0.471)} = 0.072 pu \end{aligned} \quad (3.1.21)$$

y

$$X'_{lkd} = \frac{X_{md}X'_{lfd}(X''_d - X_{ls})}{X_{md}X'_{lfd} - (X''_d - X_{ls})(X_{md} + X'_{lfd})} \quad (3.1.22)$$

$$= \frac{1.575 * 0.154(0.275 - 0.215)}{1.575 * 0.154 - (0.275 - 0.215)(1.575 + 0.154)} = 0.105 \text{ pu.}$$

Tabla 3.2. Reactancias estándar de la máquina sincrónica

Reactancia en el eje q	$X_q = X_{ls} + X_{mq}$
Reactancia en el eje d	$X_d = X_{ls} + X_{md}$
Reactancia transitoria en el eje q^a	$X'_q = X_{ls} + \frac{X_{mq}X'_{lkq1}}{X'_{lkq1} + X_{mq}}$
Reactancia transitoria en el eje d^a	$X'_d = X_{ls} + \frac{X_{md}X'_{lfd}}{X'_{lfd} + X_{md}}$
Reactancia subtransitoria en el eje q	$X''_q = X_{ls} + \frac{X_{mq}X'_{lkq1}X'_{lkq2}}{X_{mq}X'_{lkq1} + X_{mq}X'_{lkq2} + X'_{lkq1}X'_{lkq2}}$
Reactancia subtransitoria en el eje d	$X''_d = X_{ls} + \frac{X_{md}X'_{lfd}X'_{lkd}}{X_{md}X'_{lfd} + X_{md}X'_{lkd} + X'_{lfd}X'_{lkd}}$

Nota: Adaptado de "Analysis of Electric Machinery and Drive System," por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers. X_q = reactancia en el devanado q , X_d = reactancia en el devanado d , X_{ls} = reactancia de fuga del estator, X'_q = reactancia transitoria en el eje q , X''_q = reactancia subtransitoria en el eje q , X'_d = reactancia transitoria en el eje d , X''_d = reactancia subtransitoria en el eje d , X'_{lkq1} variables sustituta de la reactancia de fuga del devanado $kq1$, X'_{lkq2} variables sustituta de la reactancia de fuga del devanado $kq2$, X'_{lfd} variables sustituta de la reactancia de fuga del devanado fd , X'_{lkd} variable sustituta de la reactancia de fuga del devanado kd .

^a X'_q y X'_d son los únicos parámetros, con una simple prima, que no son variables sustitutas, sino son reactancias transitorias. Por ejemplo; X'_{lkq1} , X'_{lkq2} , X'_{lfd} y X'_{lkd} son variables sustitutas.

Las constantes de tiempo estándar asociados con los cuatro devanados del rotor de la máquina sincrónica se muestran en la tabla 3.3. Donde

- τ'_{qo} y τ'_{do} son las constantes de tiempo transitorios de circuito abierto en el eje q y d ;
- τ''_{qo} y τ''_{do} son las constantes de tiempo transitorios de circuito abierto en el eje q y d ;
- τ'_q y τ'_d son las constantes de tiempo transitorios en cortocircuito en el eje q y d , y
- τ''_q y τ''_d son las constantes de tiempo transitorios en cortocircuito en el eje q y d .

En estas definiciones los términos de circuito abierto y cortocircuito se refieren a la condición de las corrientes del estator. Todas estas constantes de tiempo son aproximaciones. Despejando r'_{kq1} , r'_{kq2} , r'_{fd} y r'_{kd} de las primeras cuatro ecuaciones en la tabla 3.3 se tiene que

$$r'_{kq1} = \frac{1}{0.41} * \frac{1}{2\pi 60} (0.471 + 1.445) = 0.012 \text{ pu}, \quad (3.1.23)$$

$$r'_{kq2} = \frac{1}{0.055} * \frac{1}{2\pi 60} \left(0.072 + \frac{1.445 * 0.471}{1.445 + 0.471} \right) = 0.021 \text{ pu}, \quad (3.1.24)$$

$$r'_{fd} = \frac{1}{7.9} * \frac{1}{2\pi 60} (0.154 + 1.575) = 0.00058 \text{ pu} \quad (3.1.25)$$

y

$$r'_{kd} = \frac{1}{0.032} * \frac{1}{2\pi 60} \left(0.105 + \frac{1.575 * 0.154}{1.575 + 0.154} \right) = 0.020 \text{ pu}. \quad (3.1.26)$$

Tabla 3.3 Constantes de tiempo estándar de una máquina sincrónica

Constantes de tiempo en circuito abierto	
$\tau'_{qo} = \frac{1}{w_b r'_{kq1}} (X'_{lkq1} + X_{mq})$	$\tau'_{do} = \frac{1}{w_b r'_{fd}} (X'_{lfd} + X_{md})$
$\tau''_{qo} = \frac{1}{w_b r'_{kq2}} \left(X'_{lkq2} + \frac{X_{mq} X'_{lkq1}}{X_{mq} + X'_{lkq1}} \right)$	$\tau''_{do} = \frac{1}{w_b r'_{kd}} \left(X'_{lkd} + \frac{X_{md} X'_{lfd}}{X_{md} + X'_{lfd}} \right)$
Constante de tiempo en cortocircuito	
$\tau'_q = \frac{1}{w_b r'_{kq1}} \left(X'_{lkq1} + \frac{X_{mq} X_{ls}}{X_{mq} + X_{ls}} \right)$	$\tau'_d = \frac{1}{w_b r'_{fd}} \left(X'_{lfd} + \frac{X_{md} X_{ls}}{X_{md} + X_{ls}} \right)$
$\tau''_q = \frac{1}{w_b r'_{kq2}} \left(X'_{lkq2} + \frac{X_{mq} X_{ls} X'_{lkq1}}{X_{mq} X_{ls} + X_{mq} X'_{lkq1} + X_{ls} X'_{lkq1}} \right)$	
$\tau''_d = \frac{1}{w_b r'_{kd}} \left(X'_{lkd} + \frac{X_{md} X_{ls} X'_{lfd}}{X_{md} X_{ls} + X_{md} X'_{lfd} + X_{ls} X'_{lfd}} \right)$	

Nota: Adaptado de “Analysis of Electric Machinery and Drive System,” por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, p. 290, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers. τ'_{qo} = constante de tiempo transitorio en circuito abierto en el eje q , τ'_{do} = constante de tiempo transitorio en circuito abierto en el eje d , τ''_{qo} = constante de tiempo subtransitorio en circuito abierto en el eje q , τ''_{do} = constante de tiempo subtransitorio en circuito abierto en el eje d , τ'_q = constante de tiempo transitorio en cortocircuito en el eje q , τ'_d = constante de tiempo transitorio en cortocircuito en el eje d , τ''_q = constante de tiempo subtransitorio en cortocircuito en el eje q , τ''_d = constante de tiempo subtransitorio en cortocircuito en el eje d , X_{ls} = reactancia de fuga del estator, X'_{lkq1} variables sustituta de la reactancia de fuga del devanado $kq1$, X'_{lkq2} variables sustituta de la reactancia de fuga del devanado $kq2$, X'_{lfd} variables sustituta de la reactancia de fuga del devanado fd , X'_{lkd} variable sustituta de la reactancia de fuga del devanado kd , r'_{kq1} variables sustituta de la resistencia del devanado $kq1$, r'_{kq2} variables sustituta de la resistencia del devanado $kq2$, r'_{fd} variables sustituta de la resistencia del devanado fd y r'_{kd} variable sustituta de la resistencia del devanado kd .

Expresiones con más precisión de las constantes de tiempo se muestran en la tabla 3.4.

Tabla 3.4. Constantes de tiempo derivadas de una máquina sincrónica

Constantes de tiempo en circuito abierto	
$\tau'_{qo} = \frac{1}{w_b r'_{kq1}} (X'_{lkq1} + X_{mq}) + \frac{1}{w_b r'_{kq2}} (X'_{lkq2} + X_{mq})$	
$\tau'_{do} = \frac{1}{w_b r'_{fd}} (X'_{lfd} + X_{md}) + \frac{1}{w_b r'_{kd}} (X'_{lkd} + X_{md})$	
$\tau''_{qo} = \frac{(1/w_b r'_{kq2}) \{X'_{lkq2} + [X_{mq} X'_{lkq1} / (X'_{lkq1} + X_{mq})]\}}{1 + [(1/w_b r'_{kq2}) (X'_{lkq2} + X_{mq}) / (1/w_b r'_{kq1}) (X'_{lkq1} + X_{mq})]}$	
$\tau''_{do} = \frac{(1/w_b r'_{kd}) \{X'_{lkd} + [X_{mq} X'_{lfd} / (X'_{lfd} + X_{md})]\}}{1 + [(1/w_b r'_{kd}) (X'_{lkd} + X_{md}) / (1/w_b r'_{fd}) (X'_{lfd} + X_{md})]}$	
Constante de tiempo en cortocircuito	
$\tau'_q = \frac{1}{w_b r'_{kq1}} \left(X'_{lkq1} + \frac{X_{mq} X_{ls}}{X_{mq} + X_{ls}} \right) + \frac{1}{w_b r'_{kq2}} \left(X'_{lkq2} + \frac{X_{mq} X_{ls}}{X_{mq} + X_{ls}} \right)$	
$\tau'_d = \frac{1}{w_b r'_{fd}} \left(X'_{lfd} + \frac{X_{md} X_{ls}}{X_{md} + X_{ls}} \right) + \frac{1}{w_b r'_{kd}} \left(X'_{lkd} + \frac{X_{md} X_{ls}}{X_{md} + X_{ls}} \right)$	
$\tau''_q = \frac{(1/w_b r'_{kq2}) \{X'_{lkq2} + [X_{mq} X_{ls} X'_{lkq1} / (X_{mq} X_{ls} + X_{mq} X'_{lkq1} + X_{ls} X'_{lkq1})]\}}{1 + \left\{ \frac{(1/w_b r'_{kq2}) [X'_{lkq2} + (X_{mq} X_{ls} / (X_{ls} + X_{mq}))]}{(1/w_b r'_{kq1}) [X'_{lkq1} + (X_{mq} X_{ls} / (X_{ls} + X_{mq}))]} \right\}}$	
$\tau''_d = \frac{(1/w_b r'_{kd}) \{X'_{lkd} + [X_{mq} X_{ls} X'_{lfd} / (X_{md} X_{ls} + X_{md} X'_{lfd} + X_{ls} X'_{lfd})]\}}{1 + \left\{ \frac{(1/w_b r'_{kd}) [X'_{lkd} + (X_{md} X_{ls} / (X_{ls} + X_{md}))]}{(1/w_b r'_{fd}) [X'_{lfd} + (X_{md} X_{ls} / (X_{ls} + X_{md}))]} \right\}}$	

Nota: Adaptado de "Analysis of Electric Machinery and Drive System," por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, p. 293, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers. τ'_{qo} = constante de tiempo transitorio en circuito abierto en el eje q , τ'_{do} = constante de tiempo transitorio en circuito abierto en el eje d , τ''_{qo} = constante de tiempo subtransitorio en circuito abierto en el eje q , τ''_{do} = constante de tiempo subtransitorio en circuito abierto en el eje d , τ'_q = constante de tiempo transitorio en cortocircuito en el eje q , τ'_d = constante de tiempo transitorio en cortocircuito en el eje d , τ''_q = constante de tiempo subtransitorio en cortocircuito en el eje q , τ''_d = constante de tiempo subtransitorio en cortocircuito en el eje d , X_{ls} = reactancia de fuga del estator, X'_{lkq1} variables sustituta de la reactancia de fuga del devanado $kq1$, X'_{lkq2} variables sustituta de la reactancia de fuga del devanado $kq2$, X'_{lfd} variables sustituta de la reactancia de fuga del devanado fd , X'_{lkd} variable sustituta de la reactancia de fuga del devanado kd , r'_{kq1} variables sustituta de la resistencia del devanado $kq1$, r'_{kq2} variables sustituta de la resistencia del devanado $kq2$, r'_{fd} variables sustituta de la resistencia del devanado fd y r'_{kd} variable sustituta de la resistencia del devanado kd .

Las constantes de tiempo estándar son aproximaciones aceptables de las constantes de tiempo derivados si $r'_{kq2} \gg r'_{kq1}$ y $r'_{kd} \gg r'_{fd}$. Generalmente r'_{kd} es mucho más grande que r'_{fd} ; por tanto, las constantes de tiempo estándar en el eje d son una buena aproximación de las constantes de tiempo derivados. Sin embargo, r'_{kq2} rara vez es mayor a r'_{kq1} ; así, las constantes de tiempo estándar en el eje q no son buenas aproximaciones de las constantes de tiempo derivadas. Por tanto, deben resolverse dos sistemas de ecuaciones para poder hallar r'_{kq1} , r'_{kq2} , r'_{fd} y r'_{kd} . El resultado del primer sistema de ecuaciones para hallar r'_{kq1} y r'_{kq2} no tiene valores reales por lo que se decide emplear la aproximación de las constantes de tiempo estándar. El segundo sistema de ecuaciones da como resultado los siguientes valores para r'_{fd} y r'_{kd} :

$$r'_{fd} = 0.0006 \text{ pu} \quad (3.1.27)$$

y

$$r'_{kd} = 0.0197 \text{ pu.} \quad (3.1.28)$$

Claramente los valores obtenidos por las constantes de tiempo estándar se aproximan a estos valores obtenidos mediante las constantes de tiempo derivadas.

1.4. Comportamiento dinámico durante un cambio repentino en el torque de entrada

En las figuras 3-1-3 y 3-1-4 se obtienen la respuesta de la máquina a dos cambios de paso en el torque de entrada (a) desde el valor inicial, donde la máquina se encuentra en estado estable y generando potencia con un factor de potencia igual 0.9 hacia el bus infinito, hasta cero en $t = 0.5 \text{ sec}$, (b) luego al valor negativo de su valor inicial en $t = 5 \text{ sec}$ ($t = 8 \text{ sec}$ para el caso de un devanado de amortiguación en el eje de cuadratura). Se puede obtener las siguientes conclusiones:

- En la Figura 3-1-3 se muestra el comportamiento de una máquina sincrónica con dos devanados de amortiguación en el eje q , un devanado de amortiguación en el eje d y un devanado de campo; por ejemplo, un generador de turbina de vapor con rotor sólido el cual tiene características similares a las descritas anteriormente. En la Figura 3-1-4 se muestra el comportamiento de una máquina sincrónica con un devanado de amortiguación en el eje q , un devanado de amortiguación en el eje d y un devanado de campo; por ejemplo, una turbina hidráulica de baja velocidad los cuales son siempre máquinas de polos salientes. El devanado $kq2$ está asociado con las reactancias subtransitorias mientras que el devanado $kq1$ se asociado con las reactancias transitorias. Por tanto, resulta lógico emplear el devanado $kq2$ cuando se considera adecuado solo un devanado de amortiguación para representar las características eléctricas del eje q . Se puede observar, comparando las Figuras 3-1-3 y 3-1-4, la influencia de considerar dos devanados de amortiguación en el eje de cuadratura.

- Claramente la potencia real varía conforme varía el ángulo del rotor. En el primer intervalo en condiciones estables $0 \leq t \leq 0.5$ se genera potencia nominal real con un valor positivo en por unidad de 0.9 entregando potencia real, y un ángulo del rotor igual a 0.71 en radianes. Mientras que en el intervalo $0.5 \leq t \leq 5$ ($0.5 \leq t \leq 8$ para el caso de un devanado de amortiguación en el eje de cuadratura), la potencia real oscila hasta alcanza el valor cero al igual que el ángulo del rotor. Finalmente, en el intervalo $5 \leq t \leq 15$ ($8 \leq t \leq 20$ para el caso de un devanado de amortiguación en el eje de cuadratura), la potencia real oscila hasta alcanza el valor negativo en por unidad de 0.91 absorbiendo potencia real, y un ángulo del rotor igual a -0.7.
- Se puede observar también que después de las variaciones y dado que se considera \tilde{I}_{as} positivo fuera de las terminales la máquina el generador aún se comporta como un capacitor suministrando potencia reactiva al sistema.
- Si los valores de las resistencias de los devanados de amortiguación se disminuyen a un 20% de su valor inicial (Figura 3-1-5) y luego de aumentan a un 180% (Figura 3-1-6) se pueden observar los siguientes cambios: (a) la potencia real generada, la potencia reactiva generada y el torque electromagnético tienen una mayor sobreelongación, y mayor tiempo de asentamiento cuando existe una disminución del 80% de las resistencias de los devanados de amortiguación; y (b) menor sobreelongación y menor tiempo de asentamiento cuando existe un aumento del 80% de las resistencias de los devanados de amortiguación. También se observa que T_e y P_{gen} se sobreponen.
- Si cambiamos el valor de la constante de inercia inicial de la máquina $H = 3.77$ a un valor mayor $H = 9 \text{ seg}$ se puede deducir de la comparación entre la Figura 3-1-3 y 3-1-7 el efecto que tiene una inercia mayor del rotor en el tiempo requerido para que la respuesta alcance el primer pico de sobreelongación; es decir, se tiene un mayor tiempo pico.

Consideramos ahora los datos de un generador de turbina hidráulica (tabla 3.5) y un generador de turbina de vapor (tabla 3.6). Los cálculos de operación en estado estable, r'_{kq1} , r'_{kq2} , r'_{fd} y r'_{kd} son los realizados anteriormente. Se trata de analizar el caso en el cual el torque de entrada es inicialmente cero, y luego se aplica un cambio de paso igual al valor del torque nominal de entrada a un factor de potencia igual a uno en el caso del generador de turbina hidráulica y un cambio de paso igual a la mitad del torque nominal de entrada a un factor de potencia igual a uno en el caso del generador de turbina de vapor. Sin embargo, para simplificar la simulación se empleará condiciones similares que no son prácticos en la realidad pero nos ayudarán a visualizar el comportamiento de las variables δ , T_e y w_r de forma más detallada; es decir, en el intervalo $0 \leq t \leq 0.5$ el generador sincrónico está en estado estable, generando potencia nominal, y se aplica un cambio de paso igual al doble del valor del torque nominal de entrada a un factor de potencia igual a uno en el caso del generador de turbina hidráulica y se agrega la mitad del valor del torque nominal de entrada a un factor de potencia igual a uno

en el caso del generador de turbina de vapor. Estas últimas condiciones no son prácticos en la realidad porque existen protecciones que desconectan la máquina del sistema y reducen el torque de entrada a cero cuando la máquina excede la velocidad sincrónica, generalmente en un 3% o 5%, debido a un incremento en el torque de entrada mayor al máximo valor permitido del torque electromagnético. La única diferencia de comportamiento en el segundo conjunto de condiciones es un desplazamiento inicial en el eje de las ordenadas correspondiente al valor nominal de las variables. Las respuestas del generador de turbina hidráulica y de turbina de vapor se muestran en las Figuras 3-1-8 y 3-1-9 respectivamente.

Tabla 3.5. Parámetros y valores nominales de un generador de turbina hidráulica

$S_{nominal} = 325 \text{ MVA}^a$	$V_{nominal} = 20 \text{ kV}^b$
$N_{nominal} = 112.5 \text{ rpm}$	<i>factor de potencia nominal</i> = 0.85
$X_{ls} = 0.120 \text{ por unidad}$	$r_s = 0.0019 \text{ por unidad}$
$X_d = 0.850 \text{ por unidad}$	$X_q = 0.480 \text{ por unidad}$
	$r'_{fd} = 0.00041 \text{ por unidad}$
	$X'_{lfd} = 0.2049 \text{ por unidad}$
$r'_{kq2} = 0.0136 \text{ por unidad}$	$r'_{kd} = 0.0141 \text{ por unidad}$
$X'_{lkq2} = 0.1029 \text{ por unidad}$	$X'_{lkd} = 0.160 \text{ por unidad}$
$H = 7.5 \text{ s}$	$D = 0 \text{ por unidad}$
$P = 64$	

Nota: Adaptado de “Analysis of Electric Machinery and Drive System,” por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, p. 220, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers. $S_{nominal}$ = potencia nominal, $V_{nominal}$ = voltaje nominal, $N_{nominal}$ = velocidad nominal, X_{ls} = reactancia de fuga del estator, r_s = resistencia de los devanados del estator, X_d = reactancia en el devanado d , X_q = reactancia en el devanado q , r'_{fd} variables sustituta de la resistencia del devanado fd , X'_{lfd} variables sustituta de la reactancia de fuga del devanado fd , r'_{kq2} variables sustituta de la resistencia del devanado $kq2$, r'_{kd} variable sustituta de la resistencia del devanado kd , X'_{lkq2} variables sustituta de la reactancia de fuga del devanado $kq2$, X'_{lkd} variable sustituta de la reactancia de fuga del devanado kd , H = constante de inercia, D constante de amortiguación y P es el número de polos.

^aLa potencia nominal es el valor trifásico de la máquina.

^bEl voltaje nominal es el valor pico del voltaje de línea.

Tabla 3.6. Parámetros y valores nominales de un generador de turbina de vapor

$S_{nominal} = 835 \text{ MVA}^a$	$V_{nominal} = 26 \text{ kV}^b$
$N_{nominal} = 3600 \text{ rpm}$	<i>factor de potencia nominal</i> = 0.85
$X_{ls} = 0.19 \text{ por unidad}$	$r_s = 0.003 \text{ por unidad}$
$X_d = 1.8 \text{ por unidad}$	$X_q = 1.8 \text{ por unidad}$
$r'_{kq1} = 0.00178 \text{ por unidad}$	$r'_{fd} = 0.000929 \text{ por unidad}$
$X'_{lkq1} = 0.8125 \text{ por unidad}$	$X'_{lfd} = 0.1414 \text{ por unidad}$
$r'_{kq2} = 0.00841 \text{ por unidad}$	$r'_{kd} = 0.01334 \text{ por unidad}$
$X'_{lkq2} = 0.00541 \text{ por unidad}$	$X'_{lkd} = 0.08125 \text{ por unidad}$
$H = 5.6 \text{ s}$	$D = 0 \text{ por unidad}$
$P = 2$	

Nota: Adaptado de "Analysis of Electric Machinery and Drive System," por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, p. 220, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers. $S_{nominal}$ = potencia nominal, $V_{nominal}$ = voltaje nominal, $N_{nominal}$ = velocidad nominal, X_{ls} = reactancia de fuga del estator, r_s = resistencia de los devanados del estator, X_d = reactancia en el devanado d , X_q = reactancia en el devanado q , r'_{kq1} variables sustituta de la resistencia del devanado $kq1$, r'_{fd} variables sustituta de la resistencia del devanado fd , X'_{lkq1} variables sustituta de la reactancia de fuga del devanado $kq1$, X'_{lfd} variables sustituta de la reactancia de fuga del devanado fd , r'_{kq2} variables sustituta de la resistencia del devanado $kq2$, r'_{kd} variable sustituta de la resistencia del devanado kd , X'_{lkq2} variables sustituta de la reactancia de fuga del devanado $kq2$, X'_{lkd} variable sustituta de la reactancia de fuga del devanado kd , H = constante de inercia, D constante de amortiguación y P es el número de polos.

^aLa potencia nominal es el valor trifásico de la máquina.

^bEl voltaje nominal es el valor pico del voltaje de línea.

Se puede observar, después del cambio de paso $t \geq 0.5 \text{ seg}$, que la velocidad del rotor comienza a crecer según la Ecuación 2.246 (Anexo: fundamento teórico 2) y el ángulo del rotor se incrementa acorde a la Ecuación 2.250 (Anexo: fundamento teórico 2). Luego el rotor acelera hasta que el torque electromagnético sea igual al torque de entrada; es decir, $2Hp \frac{w_r}{w_b} = 0$. Aun cuando $2Hp \frac{w_r}{w_b}$ es cero, el rotor gira por sobre la velocidad sincrónica, así δ y T_e seguirán creciendo. El incremento de T_e , el cual es a su vez el incremento de la potencia de salida de la máquina, causa que el rotor desacelere hacia la velocidad sincrónica. Sin embargo, cuando la velocidad sincrónica es alcanzada la magnitud de δ se hizo más grande de lo necesario para satisfacer el torque de entrada. Así, el rotor continúa desacelerando por debajo de la velocidad sincrónica y consecuentemente δ comienza a decrecer y a su vez T_e también decrece. La amortiguación de las oscilaciones continua hasta alcanzar un nuevo estado estable.

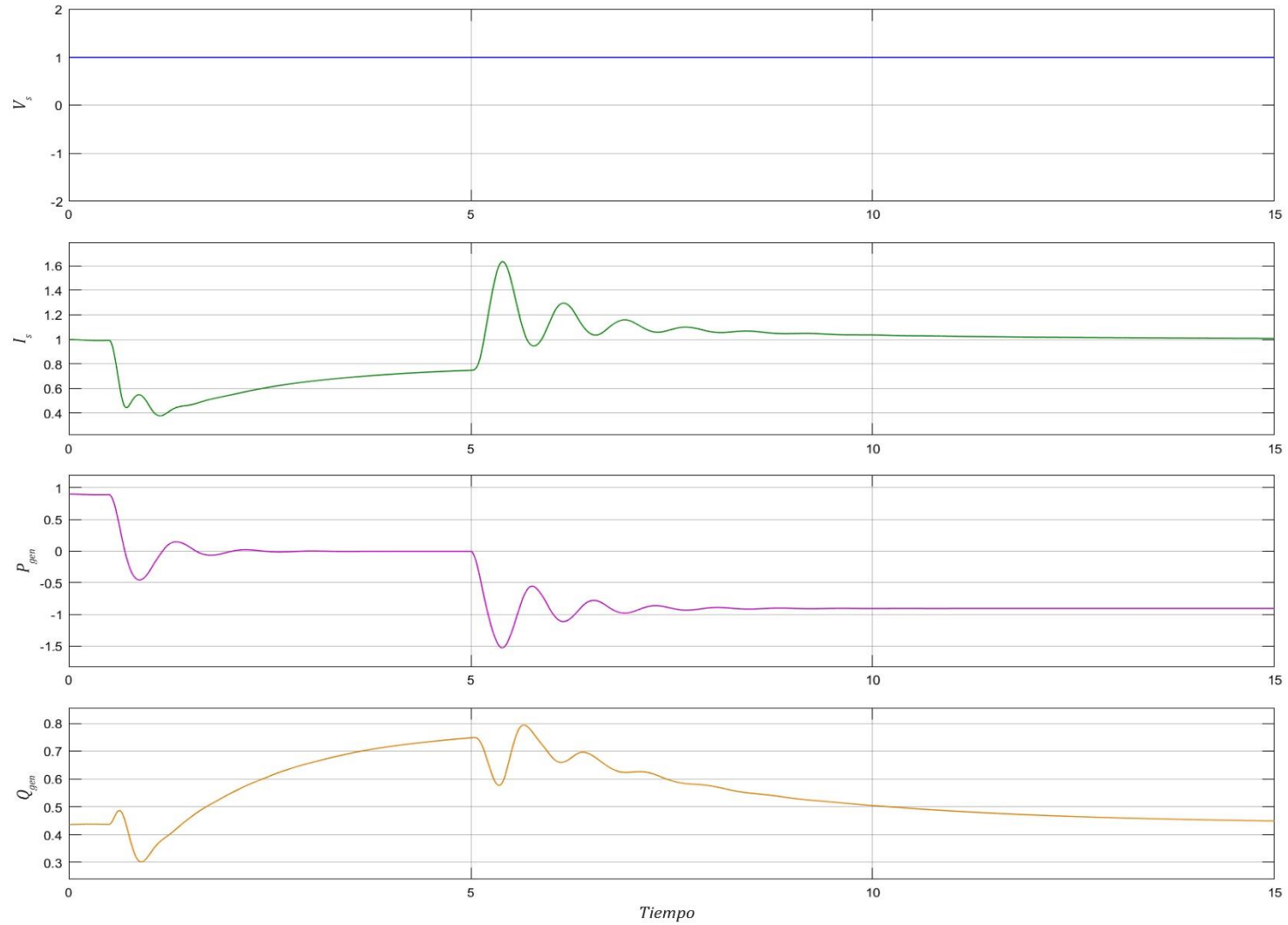


Figura 3-1-3 (a). Comportamiento de un generador con dos devanados de amortiguación en el eje q . Con V_s , I_s , P_{gen} y Q_{gen} en por unidad, y el tiempo en segundos.

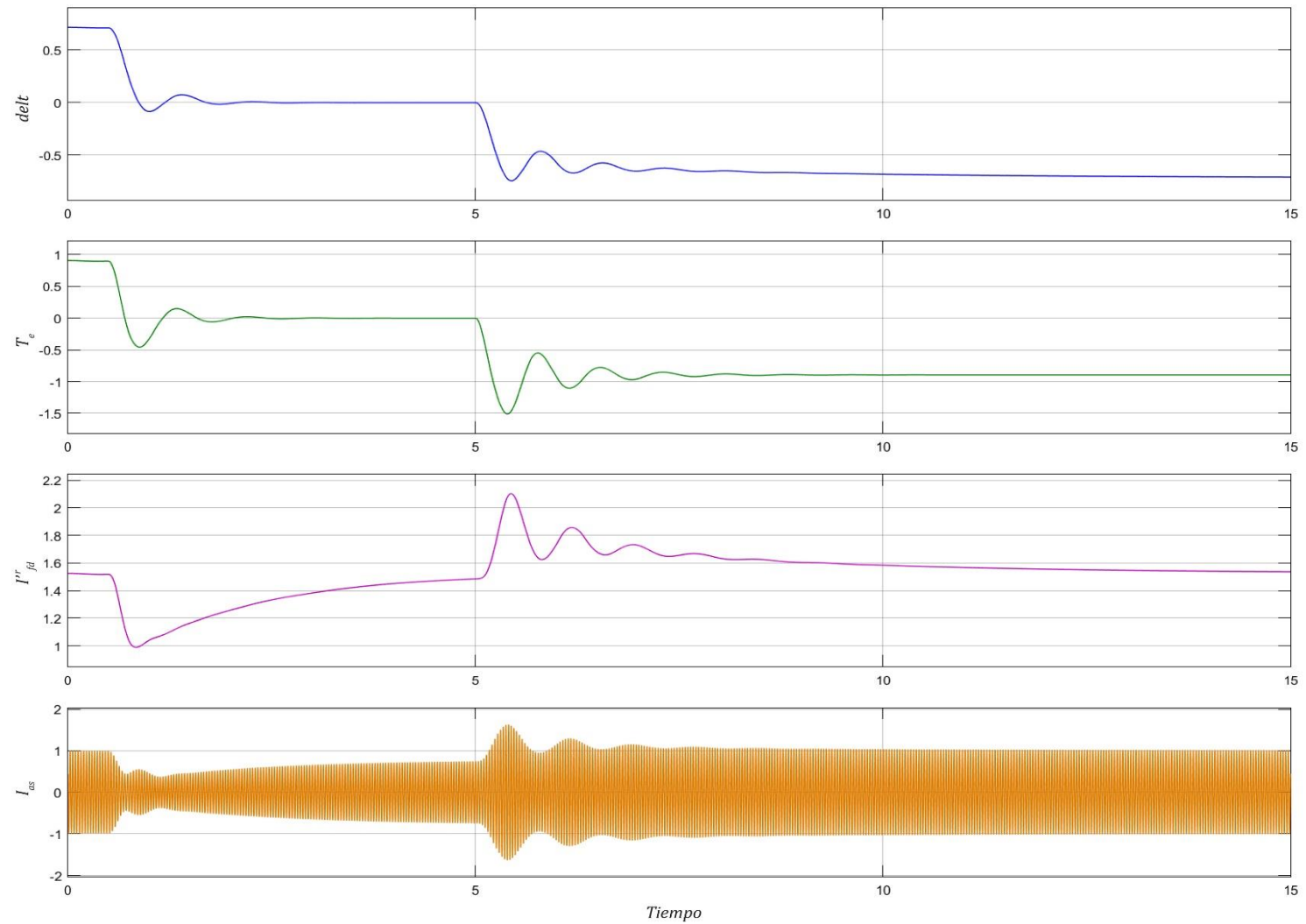


Figura 3-1-3 (b). Comportamiento de un generador con dos devanados de amortiguación en el eje q . Con δ , T_e , I_{fd}^r y I_{as} en por unidad, y el tiempo en segundos.

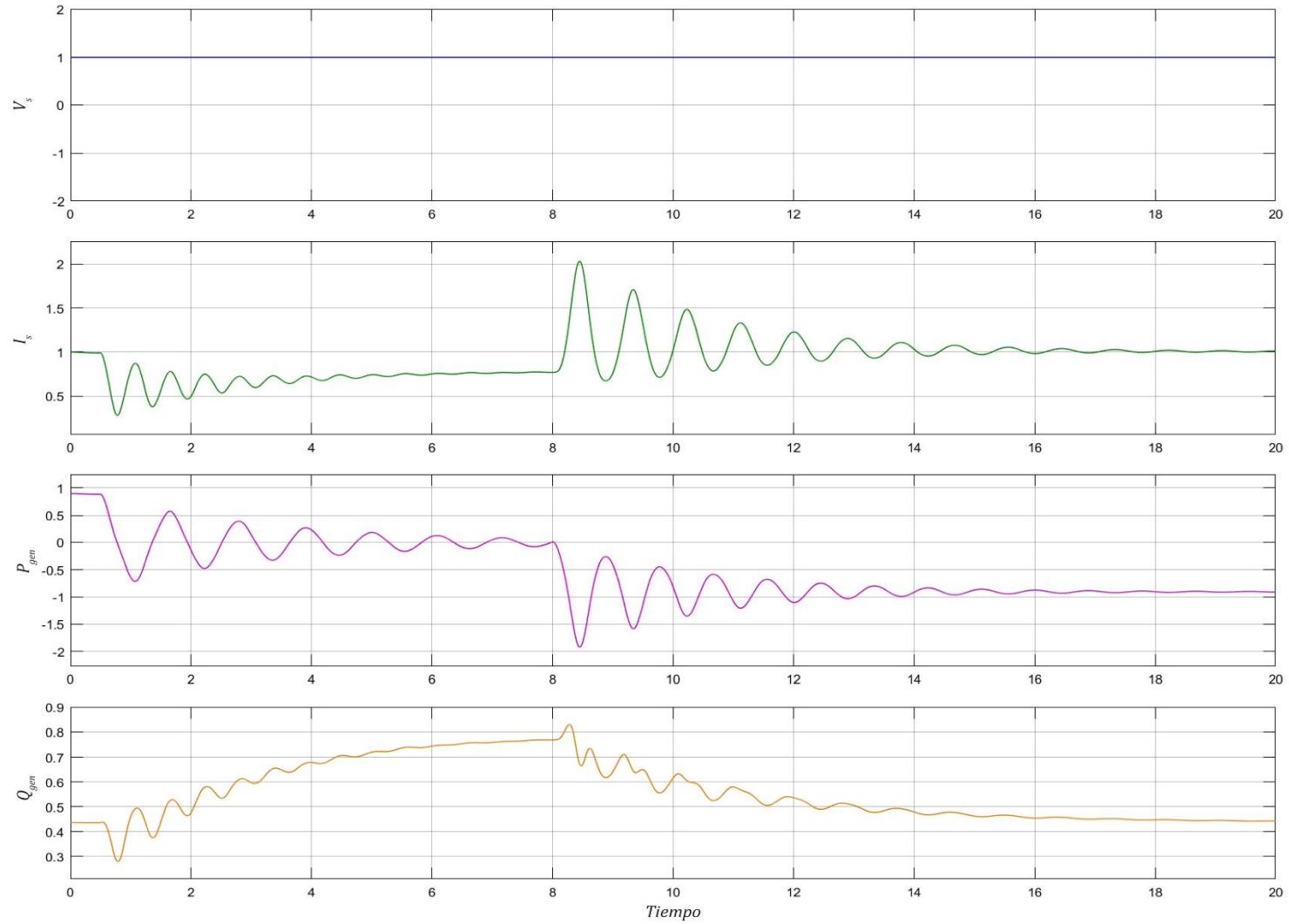


Figura 3-14 (a). Comportamiento de un generador con un devanado de amortiguación en el eje q . Con V_s , I_s , P_{gen} y Q_{gen} en por unidad, y el tiempo en segundos.

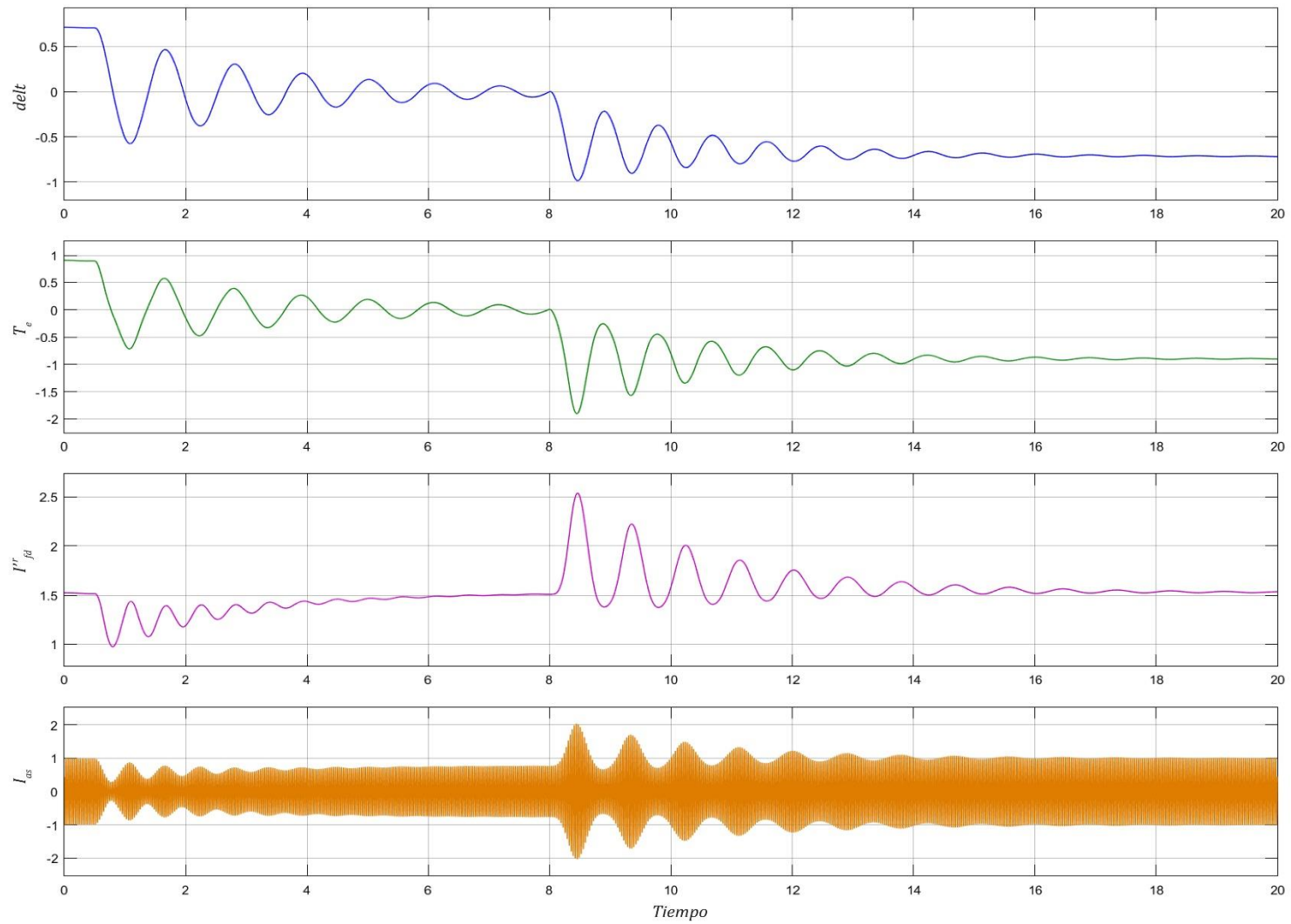


Figura 3-14 (b). Comportamiento de un generador con un devanado de amortiguación en el eje q . Con δ , T_e , I'_{fd} y I_{as} en por unidad, y el tiempo en segundos.

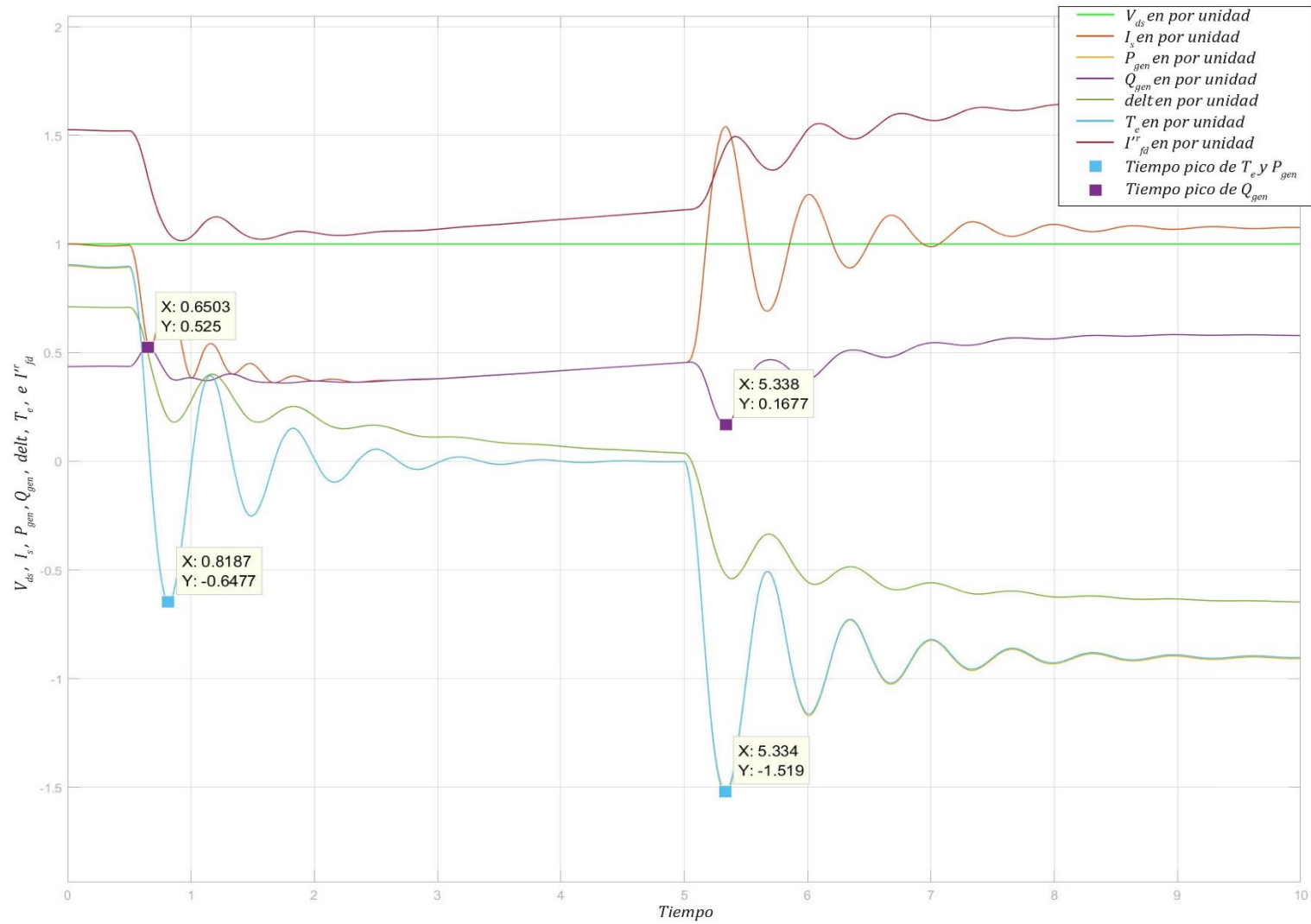


Figura 3-1-5. Comportamiento de un generador sincrónico con resistencias de los devanados de amortiguación al 20%. La unidad del tiempo es el segundo.

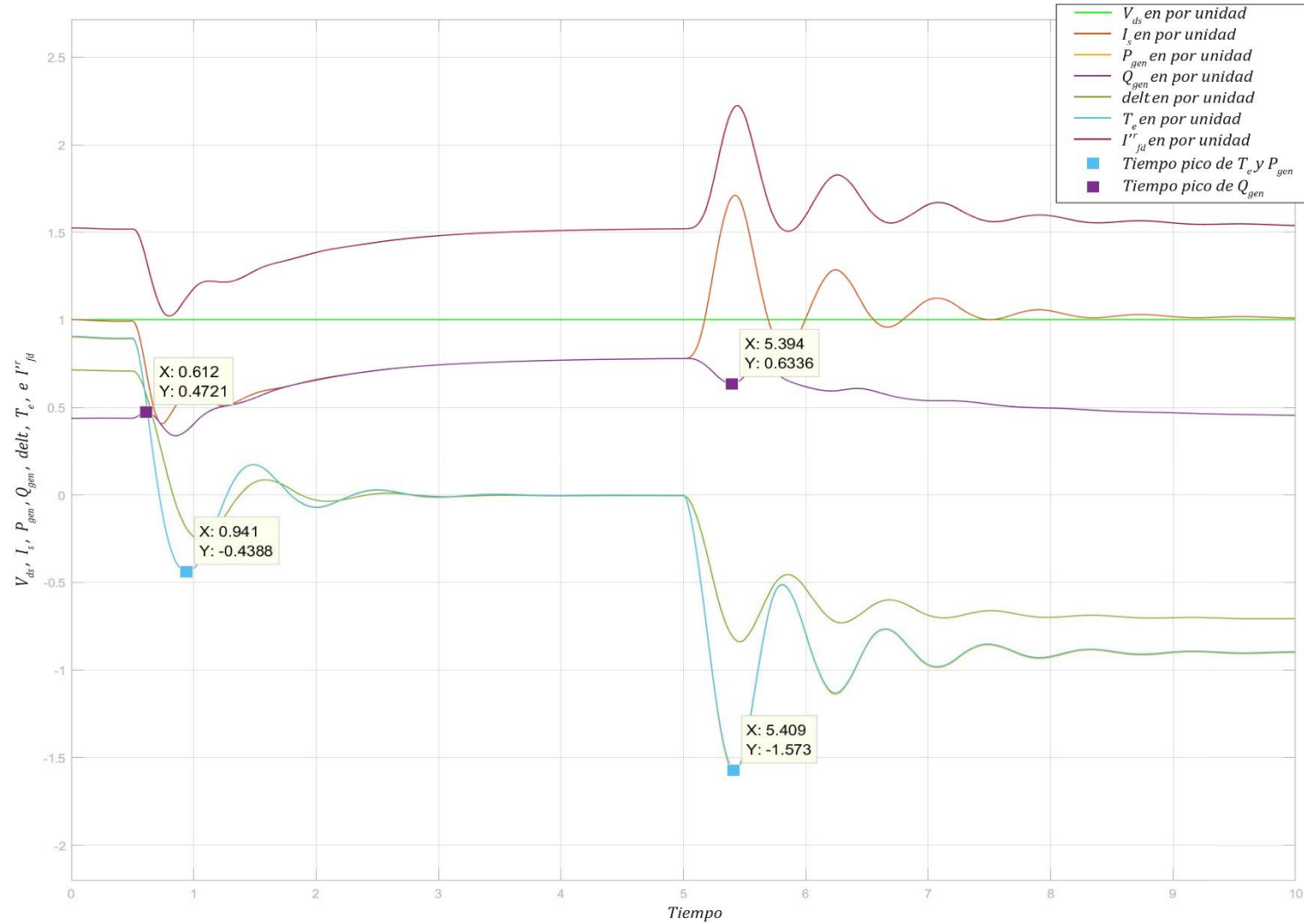


Figura 3-1-6. Comportamiento de un generador sincrónico con resistencias de los devanados de amortiguación al 180%. La unidad del tiempo es el segundo.

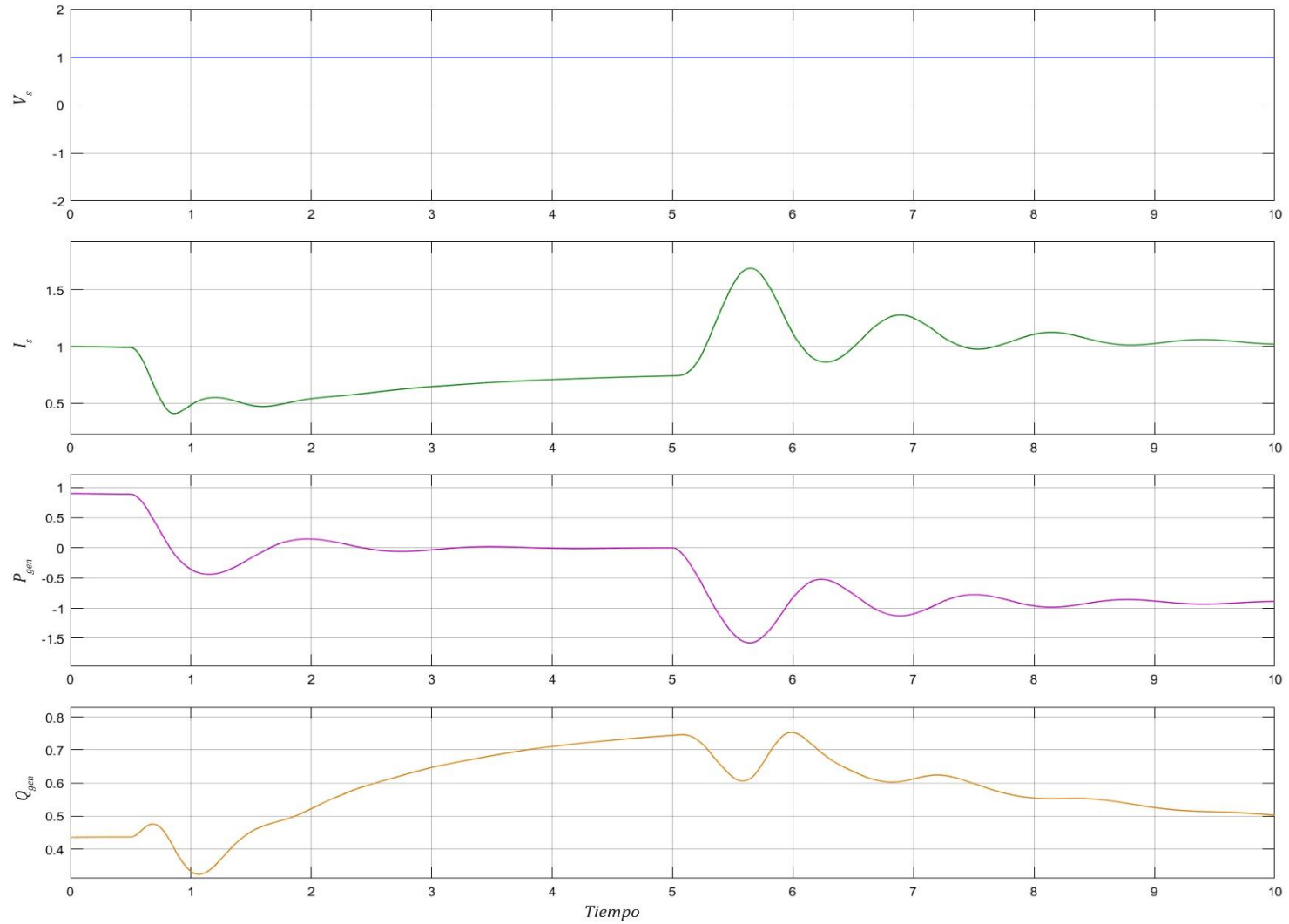


Figura 3-1-7 (a). Comportamiento de un generador sincrónico con una constante de inercia $H = 9 \text{ seg}$. Con V_s , I_s , P_{gen} y Q_{gen} en por unidad, y el tiempo en segundos.

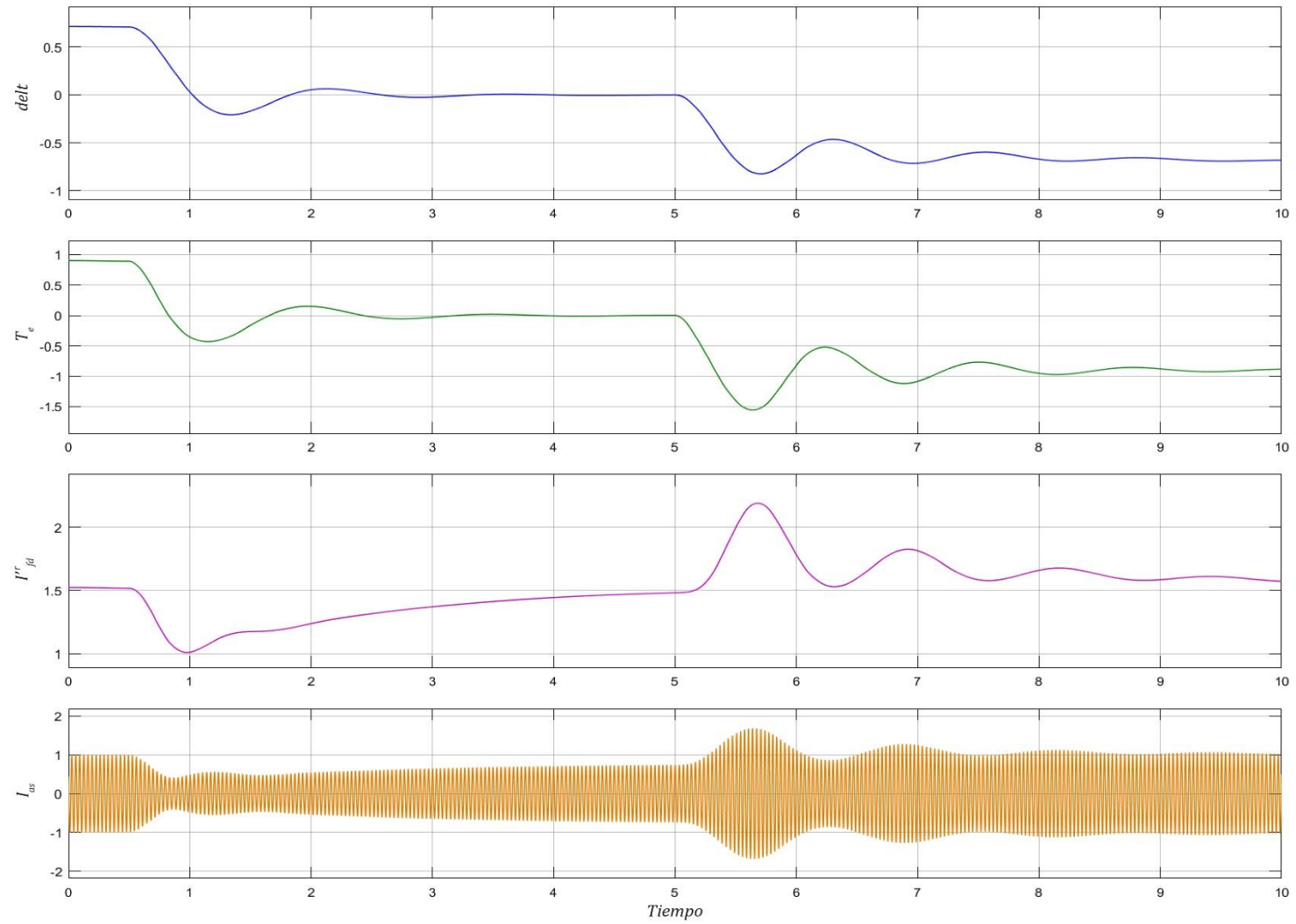


Figura 3-1-7 (b). Comportamiento de un generador sincrónico con una constante de inercia $H = 9 \text{ seg}$. Con $delt$, T_e , I^r_{fd} y I_{as} en por unidad, y el tiempo en segundos.

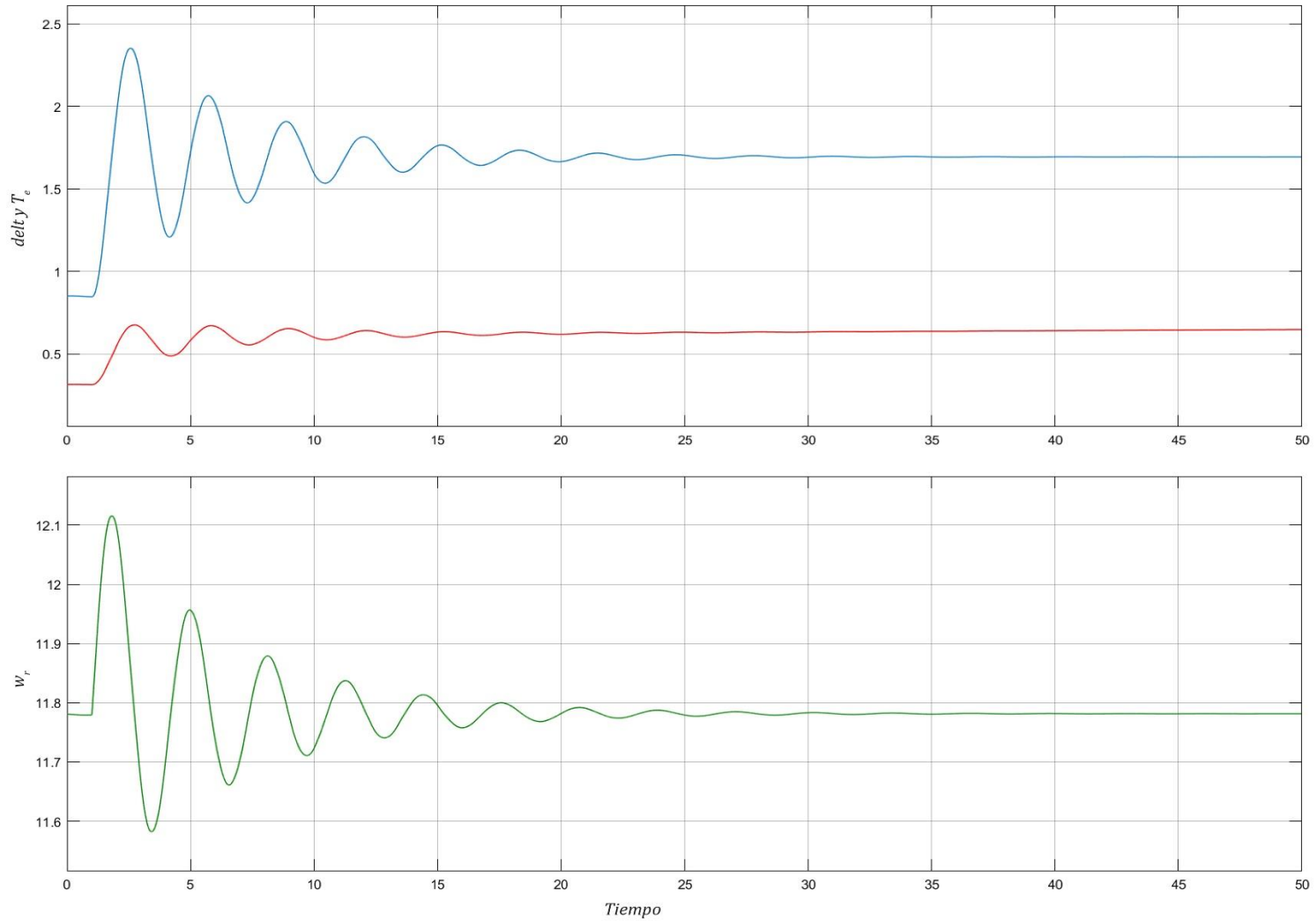


Figura 3-1-8. Respuestas del generador de turbina hidráulica. La unidad del tiempo es el segundo, $delt$ y T_e en por unidad, y w_r en revoluciones por minuto.

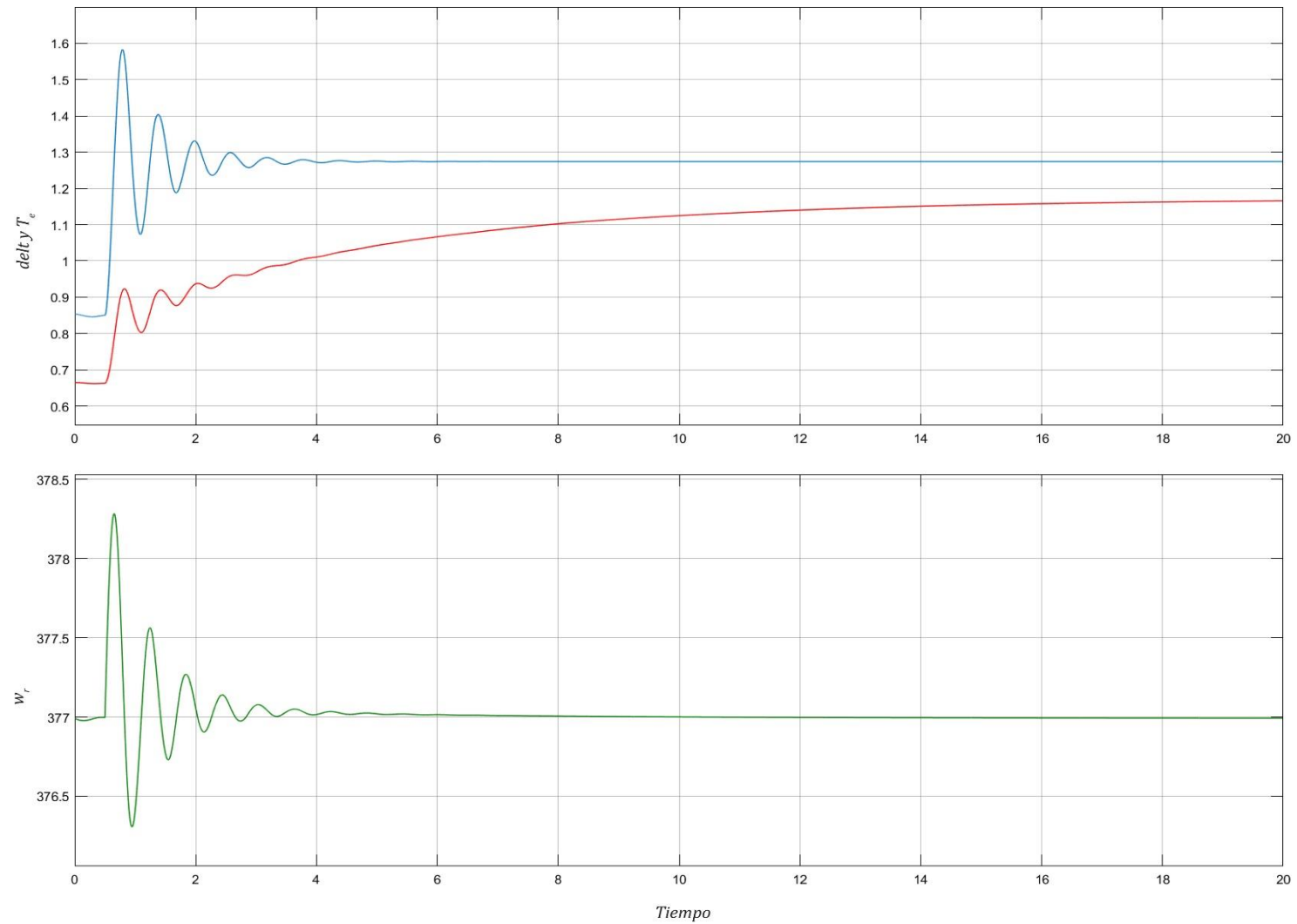


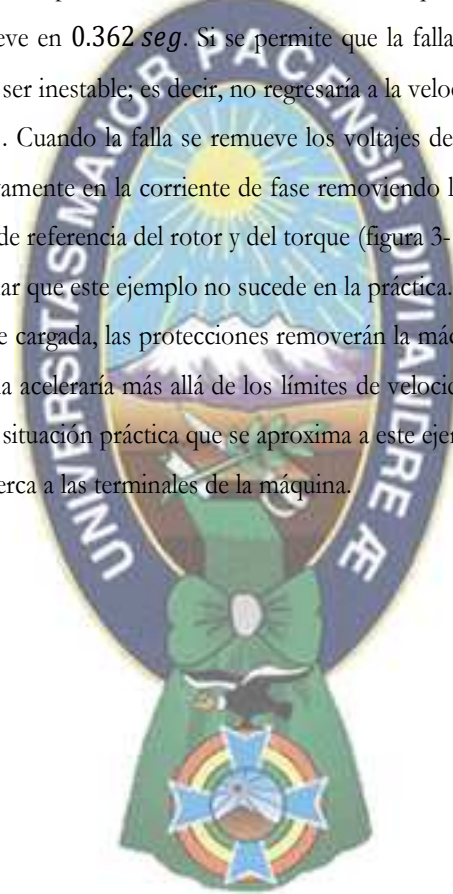
Figura 3-1-9. Respuestas del generador de turbina de vapor. La unidad del tiempo es el segundo, δT_e en por unidad, y w_r en revoluciones por minuto.

1.5. Comportamiento dinámico durante una falla trifásica en las terminales de la máquina

Con la máquina operando en condiciones de estado estable, una falla trifásica en las terminales se simula poniendo v_{as} , v_{bs} y v_{cs} igual a cero, en la simulación, en el instante en que v_{as} pasa a través de cero con sentido positivo. En la figura 3-1-10 se muestra el comportamiento de un generador sincrónico de turbina de vapor. El desplazamiento transitorio en la corriente de fase se refleja en las variables del marco de referencia del rotor y en el torque como una pulsación decreciente (figura 3-1-11). Dado que el voltaje terminal es cero durante la falla trifásica, la máquina no transmite potencia al sistema. Así, todo el torque de entrada acelera el rotor.

La falla se remueve en 0.362 seg . Si se permite que la falla permanezca en el sistema durante más tiempo, la máquina llegará a ser inestable; es decir, no regresaría a la velocidad sincrónica después de removido la falla (operación asincrónica). Cuando la falla se remueve los voltajes del sistema se reaplican a la máquina, y el desplazamiento ocurre nuevamente en la corriente de fase removiendo las oscilaciones de pulsación decreciente de las variables en el marco de referencia del rotor y del torque (figura 3-1-11).

Se debe mencionar que este ejemplo no sucede en la práctica. En el caso de una falla trifásica cerca de una máquina completamente cargada, las protecciones removerán la máquina del sistema y el reenganche estaría prohibido porque la máquina aceleraría más allá de los límites de velocidad antes de que sea físicamente posible cerrar las protecciones. Una situación práctica que se aproxima a este ejemplo sería una falla trifásica en una larga línea de transmisión radial cerca a las terminales de la máquina.



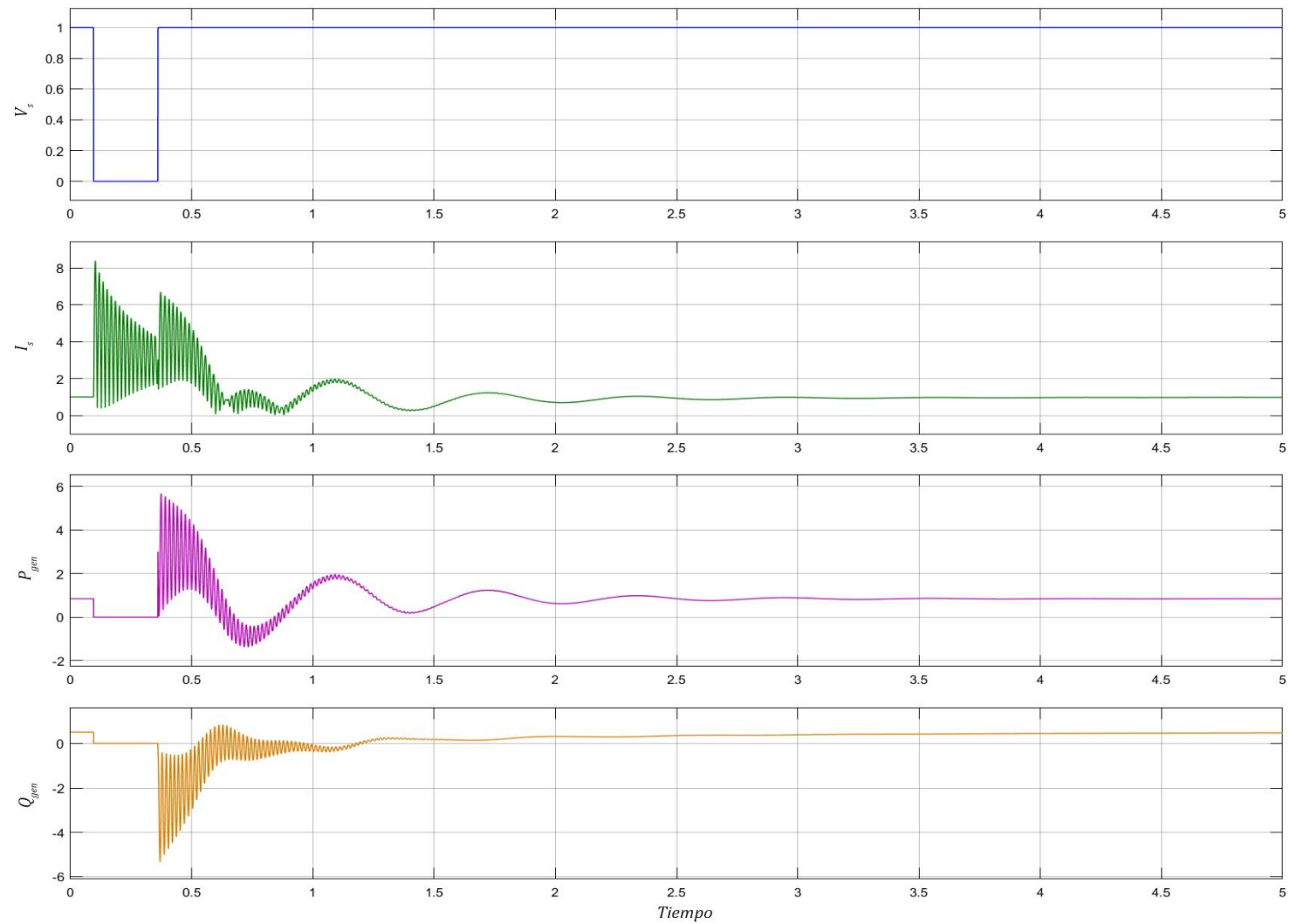


Figura 3-1-10 (a). Comportamiento de un generador de turbina de vapor durante una falla trifásica. Con V_s , I_s , P_{gen} y Q_{gen} en por unidad, y el tiempo en segundos.

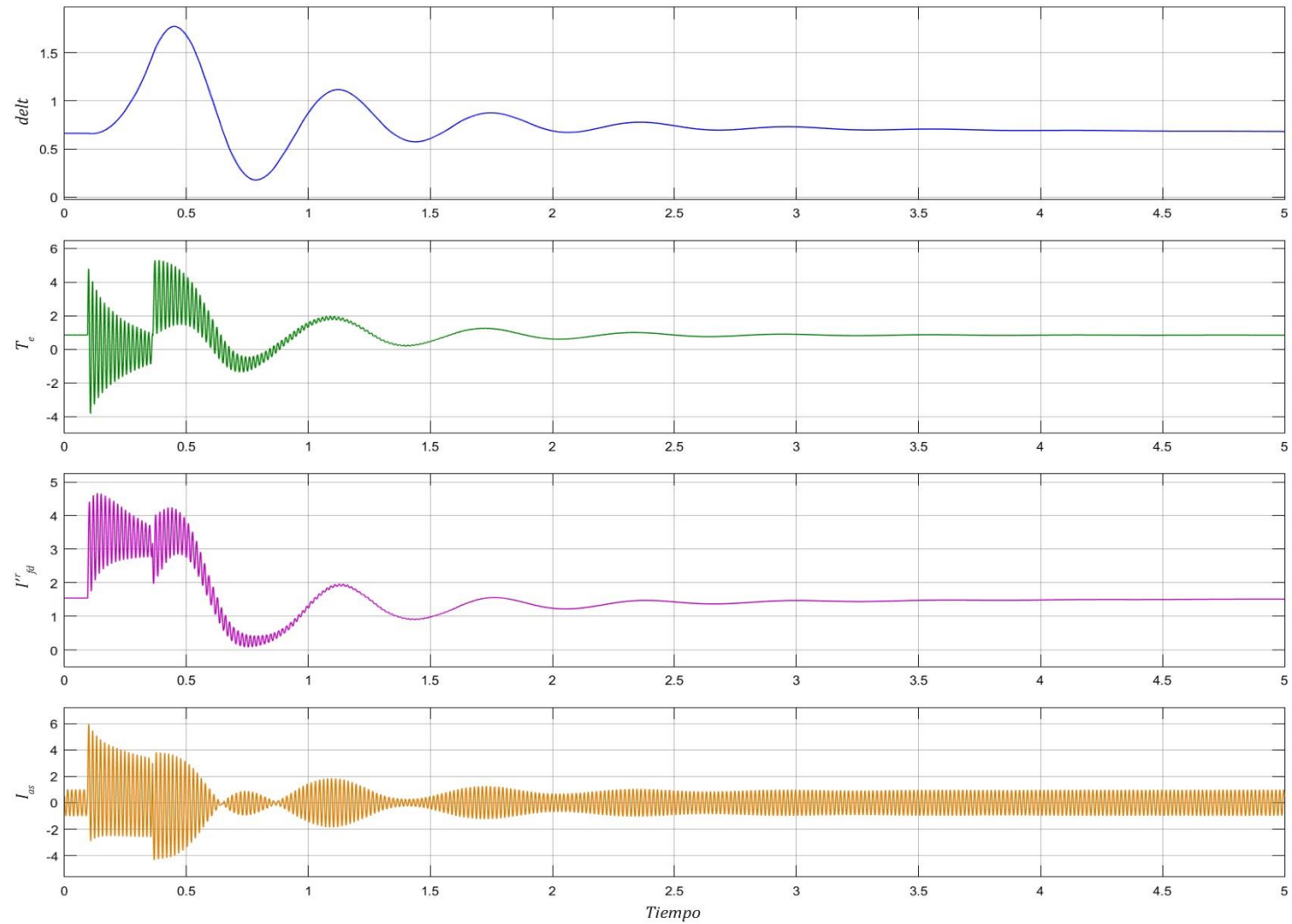


Figura 3-1-10 (b). Comportamiento de un generador de turbina de vapor durante una falla trifásica. Con δ , T_e , I_{fd}^r y I_{as} en por unidad, y el tiempo en segundos.

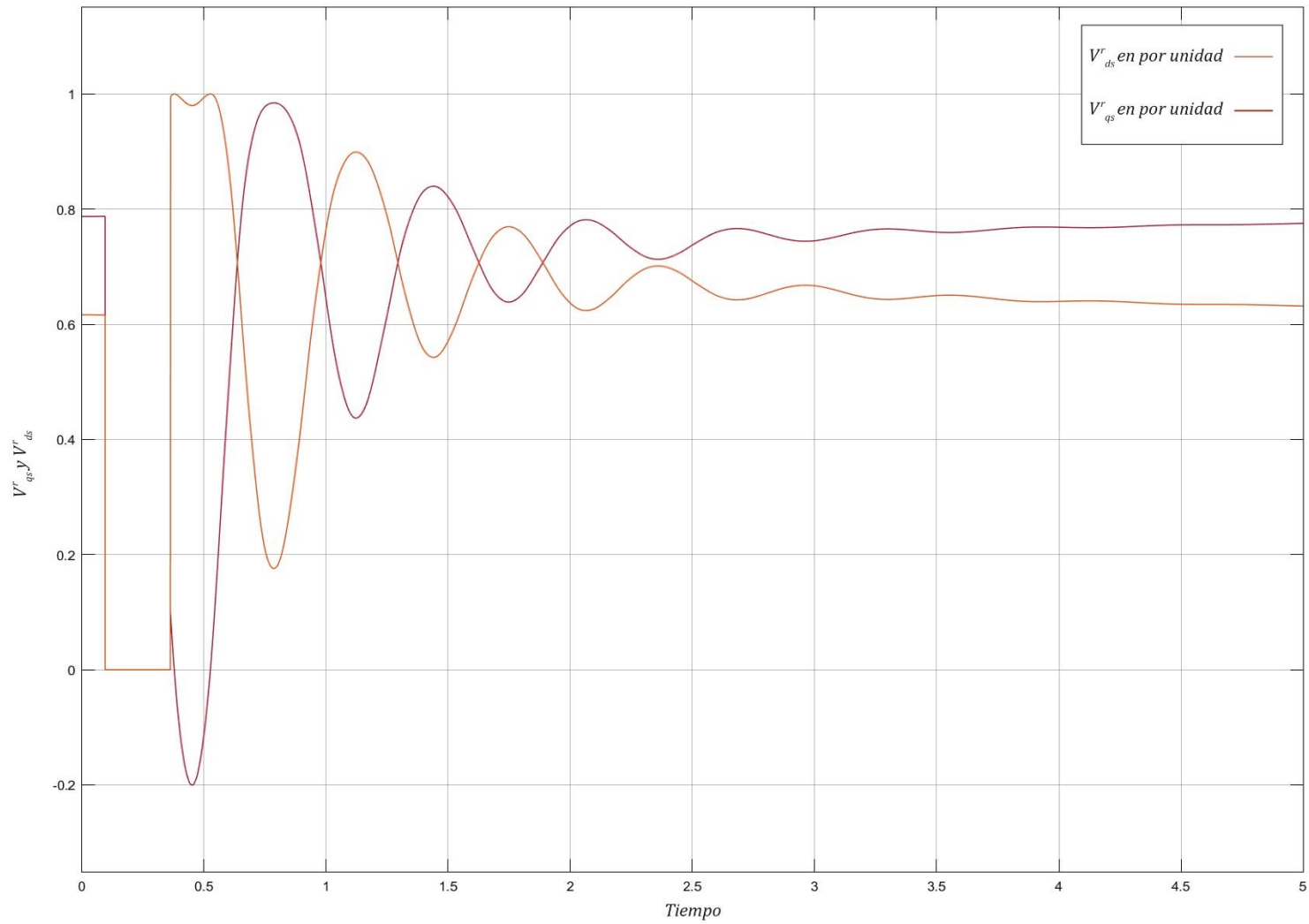


Figura 3-1-11 (a). Comportamiento de las variables en el marco de referencia del rotor: V_{qs}^r y V_{ds}^r . La unidad del tiempo es el segundo.

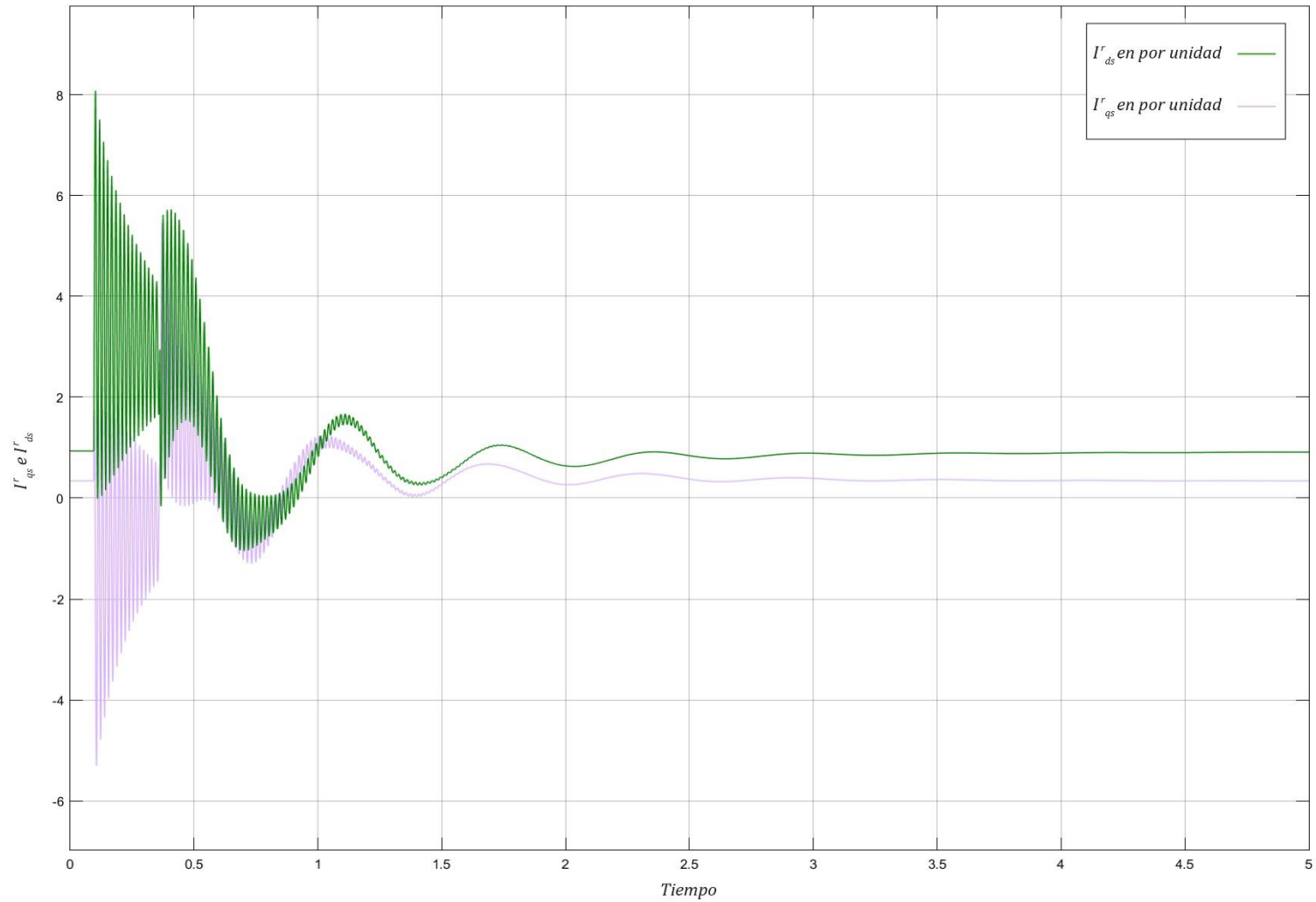


Figura 3-1-11 (b). Comportamiento de las variables en el marco de referencia del rotor: I_{qs}^r y I_{ds}^r . La unidad del tiempo es el segundo.

2. Máquina síncrona – Bus Infinito instalado con un PSS

2.1. Parámetros iniciales

Los parámetros iniciales que se consideran para el ejemplo de una máquina síncrona (generador de turbina a vapor) – bus infinito instalado con estabilizador de sistema de potencia se muestra en la tabla 3.7. Además, todas las partes de la simulación que se emplean se encuentran en el Anexo: estudio de simulación 1. Aquí, por escasez de espacio, solo se mencionan los subtítulos de cada parte que compone la simulación.

Tabla 3.7. Parámetros iniciales de una maquina síncrona y bus infinito para demostrar el efecto de un PSS

$S_{nominal} = 920.35 \text{ MVA}^a$	$V_{nominal} = 18 \text{ kV}^b$
$N_{nominal} = 3600 \text{ rpm}$	<i>factor de potencia nominal = 0.9</i>
$X_{ls} = 0.215 \text{ por unidad}$	$r_s = 0.0048 \text{ por unidad}$
$X_d = 1.790 \text{ por unidad}$	$X_q = 1.660 \text{ por unidad}$
$X'_d = 0.355 \text{ por unidad}$	$X'_q = 0.570 \text{ por unidad}$
$X''_d = 0.275 \text{ por unidad}$	$X''_q = 0.275 \text{ por unidad}$
$\tau'_{d0} = 7.9 \text{ seg}$	$\tau'_{q0} = 0.41 \text{ seg}$
$\tau''_{d0} = 0.032 \text{ seg}$	$\tau''_{q0} = 0.055 \text{ seg}$
$H = 3.77 \text{ seg}$	$D = 0 \text{ por unidad}$
$P = 4$	
$K_A = 50 \text{ por unidad}$	$\tau_A = 0.07 \text{ seg}$

Nota: Adaptado de “Dynamic Simulation of Electric Machinery Using Matlab/Simulink,” por Chee-Mun Ong, 1997, Prentice Hall, p. 288. $S_{nominal}$ = potencia nominal, $V_{nominal}$ = voltaje nominal, $N_{nominal}$ = velocidad nominal, X_{ls} = reactancia de fuga del estator, r_s = resistencia de los devanados del estator, X_d = reactancia en el devanado d , X_q = reactancia en el devanado q , X'_d = reactancia transitoria en el eje d , X'_q = reactancia transitoria en el eje q , X''_d = reactancia subtransitoria en el eje d , X''_q = reactancia subtransitoria en el eje q , τ'_{d0} = constante de tiempo transitorio en circuito abierto en el eje d , τ'_{q0} = constante de tiempo transitorio en circuito abierto en el eje q , τ''_{d0} = constante de tiempo subtransitorio en circuito abierto en el eje d , τ''_{q0} = constante de tiempo subtransitorio en circuito abierto en el eje q , H = constante de inercia, D = constante de amortiguación y P es el número de polos.

^aLa potencia nominal es el valor trifásico de la máquina.

^bEl voltaje nominal es el valor pico del voltaje de línea.

El generador síncrono se conecta al bus infinito mediante una impedancia de valor $0.027 + j0.1$ en por unidad. Los parámetros iniciales de la tabla 3.7 se muestran en la primera parte de la simulación en MATLAB:

```
%%parametros iniciales
```

El voltaje y la corriente en por unidad en las terminales del generador sincrónico son

$$\tilde{v}_{as} = 1.0816 + j0.0638 \quad (3.2.1)$$

e

$$\tilde{i}_{as} = 0.8 - j0.6. \quad (3.2.2)$$

2.2. Condiciones balanceadas en estado estable

De la Ecuación 2.207 (Anexo: fundamento teórico 2) y mediante la transformación al marco de referencia fijo en el rotor de las variables \tilde{v}_{as} e \tilde{i}_{as} se obtienen las variables en condiciones balanceadas en estado estable, como se muestra en el diagrama fasorial para la operación de generación de la figura 2-5 (Anexo: fundamento teórico 2).

La segunda parte de la simulación en MATLAB muestra este procedimiento:

```
%% Condiciones balanceadas en estado estable
```

Los resultados de esta segunda parte muestran que

$$\tilde{E}_a = 2.0814 + j1.3889 pu \quad (3.2.3)$$

$$v_{ds}^r = 0.5473 pu, v_{qs}^r = 0.9351 pu \quad (3.2.4)$$

e

$$i_{ds}^r = 0.9431 pu, i_{qs}^r = 0.3324 pu. \quad (3.2.5)$$

El diagrama fasorial para la operación de generación, análogo a la figura 2-5 (Anexo: fundamento teórico 2) se muestra en la figura 3-2-1.

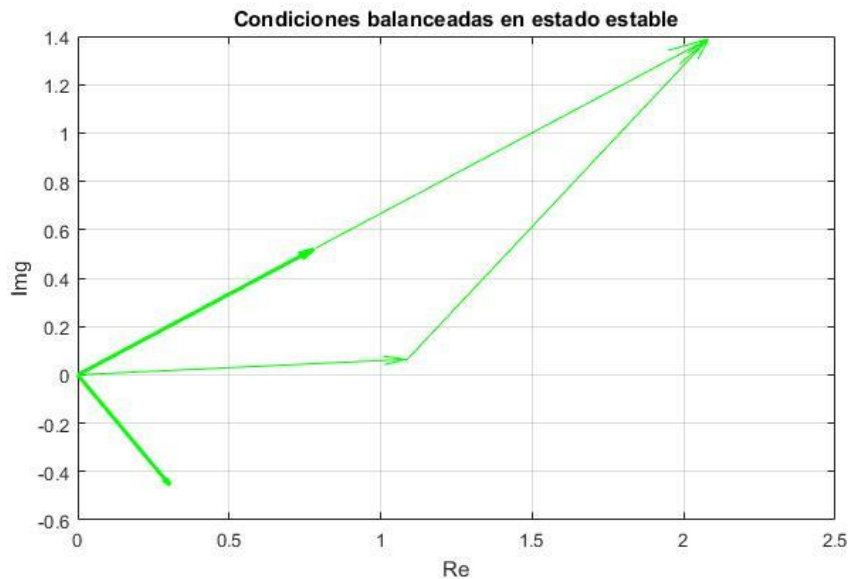


Figura 3-2-1. Diagrama fasorial para la operación de generación para el sistema de potencia de máquina sincrónica – bus infinito instalado con un estabilizador de sistemas de potencia.

2.3. Cálculo de las constantes K del modelo de Heffron-Phillips y representación en el espacio de estados

Las constantes K del modelo linealizado de Heffron – Phillips se obtienen mediante las Ecuaciones 2.1.195 – 2.1.196, 2.1.189 – 2.1.199 y 2.1.201 – 2.1.202. Así, la tercera parte de la simulación en MATLAB muestra este procedimiento:

`%% Cálculo de las constantes K`

Los resultados de esta tercera parte de la simulación muestran que

$$K_1 = 1.7423, K_2 = 1.3589, \quad (3.2.6)$$

$$K_3 = 4.1499, K_4 = 1.7082 \quad (3.2.7)$$

Y

$$K_5 = 0.0467, K_6 = 0.2188. \quad (3.2.8)$$

La representación en el espacio de estados de la Ecuación 2.1.204 en la simulación está dado por:

`% Representación en el espacio de estados`

Por tanto, se tiene que

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Delta E'_q}{dt} \\ \frac{d\Delta\delta}{dt} \\ \frac{d\Delta(w_r/w_b)}{dt} \\ \frac{d\Delta E'_{fd}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5253 & -0.2162 & 0 & 0.1266 \\ 0 & 0 & 376.9911 & 0 \\ -0.1802 & -0.2311 & 0 & 0 \\ -182.3088 & -38.9086 & 0 & -16.6667 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \end{bmatrix} \quad (3.2.9)$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1326 & 0 \\ 833.3333 & 0 & 833.3333 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_{PSS} \\ \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix}$$

y

$$\Delta(w_r/w_b) = [0 \ 0 \ 1 \ 0] \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \end{bmatrix} + [0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} \Delta u_{PSS} \\ \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix}. \quad (3.2.10)$$

Los eigenvalores de la matriz A_A en la representación de espacio de estados serán

$$\lambda_1 = -15.1774, \quad (3.2.11)$$

$$\lambda_2 = -1.6506 \quad (3.2.12)$$

y

$$\lambda_{3,4} = -0.1870 \pm j9.3588; \quad (3.2.13)$$

la función de transferencia del sistema de potencia con la entrada Δu_{PSS} y la salida $\Delta(w_r/w_b)$ será

$$TFF_1(s) = \frac{0.1326 s^3 + 2.28 s^2 + 4.222 s}{s^4 + 17.19 s^3 + 118.9 s^2 + 1483 s + 2194}. \quad (3.2.14)$$

2.4. Diseño del estabilizador de sistemas de potencia mediante asignación de polos

Los pasos para el diseño del estabilizador de sistemas de potencia son los siguientes:

- Se debe seleccionar un nuevo modo de oscilación que permita una mejor amortiguación, en este caso se selecciona un polo dominante que se localice más a la izquierda en el plano complejo, por ejemplo $\lambda_c = -0.5 + j9.3588$.
- Obtenemos la función de transferencia con la entrada Δu_{PSS} y la salida $\Delta(w_r/w_b)$ según la Ecuación 2.1.206.
- Reemplazamos el nuevo polo dominante en la función de transferencia $\Delta u_{PSS}/\Delta(w_r/w_b)$.
- Separamos la parte real e imaginaria de la Ecuación 2.1.211 para obtener dos ecuaciones y resolvemos para K_{PSS} y α .
- Según las Ecuaciones 2.1.214 y 2.1.215 establecemos la representación en el espacio de estados del sistema de potencia instalada con un PSS que se muestra en la Ecuación 2.1.216.

La cuarta parte de la simulación será:

```
%% Diseño del estabilizador se sistemas de potencia mediante
% asignación de polos
```

Reemplazando el nuevo polo dominante en la función de transferencia $\Delta u_{PSS}/\Delta(w_r/w_b)$ obtenemos

$$F(\lambda_c) = -0.0737 - j0.1701; \quad (3.2.15)$$

resolviendo las ecuaciones obtenidas de separar la parte real e imaginaria de la Ecuación 2.1.211 y resolviendo para K_{PSS} y α obtenemos que

$$K_{PSS} = 0.1971 \quad (3.2.16)$$

y

$$\alpha = -7.3108. \quad (3.2.17)$$

Las ecuaciones de estado del estabilizador de sistemas de potencia serán

$$\frac{d\Delta x_1}{dt} = 1.3176 \Delta E'_q + 1.6894 \Delta \delta + 10 \Delta(w_r/w_b) - 10 \Delta x_1 - 0.9696 \Delta T_M \quad (3.2.18)$$

y

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta u_{PSS}}{dt} = & -1.8986 \Delta E'_q - 2.4343 \Delta \delta - 14.4097 \Delta(w_r/w_b) + 16.3807 \Delta x_1 - 10 \Delta u_{PSS} \\ & + 1.3972 \Delta T_M. \end{aligned} \quad (3.2.19)$$

La representación en el espacio de estados del sistema de potencia instalada con un PSS será

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Delta E'_q}{dt} \\ \frac{d\Delta\delta}{dt} \\ \frac{d\Delta(w_r/w_b)}{dt} \\ \frac{d\Delta E'_{fd}}{dt} \\ \frac{d\Delta x_1}{dt} \\ \frac{d\Delta u_{PSS}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5253 & -0.2162 & 0 & 0.1266 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 376.9911 & 0 & 0 & 0 \\ -0.1802 & -0.2311 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -182.3088 & -38.9086 & 0 & -16.6667 & 0 & 833.3333 \\ 1.3176 & 1.6894 & 10 & 0 & -10 & 0 \\ -1.8986 & -2.4343 & -14.4097 & 0 & 16.3807 & -10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta x_1 \\ \Delta u_{PSS} \end{bmatrix} \quad (3.2.20)$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0.1326 & 0 \\ 0 & 833.3333 \\ -0.9696 & 0 \\ 1.3972 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix};$$

los eigenvalores de la matriz A en la representación en el espacio de estados del sistema de potencia instalada con un PSS serán

$$\lambda_1 = -18.2065, \quad (3.2.21)$$

$$\lambda_{2,3} = -0.5 \pm j9.3588, \quad (3.2.22)$$

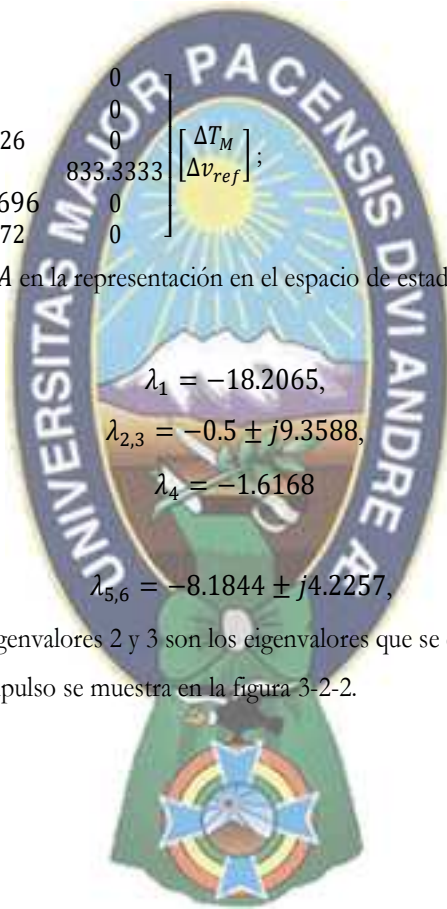
$$\lambda_4 = -1.6168 \quad (3.2.23)$$

y

$$\lambda_{5,6} = -8.1844 \pm j4.2257, \quad (3.2.24)$$

podemos observar que los eigenvalores 2 y 3 son los eigenvalores que se escogieron para el diseño.

La respuesta al impulso se muestra en la figura 3-2-2.



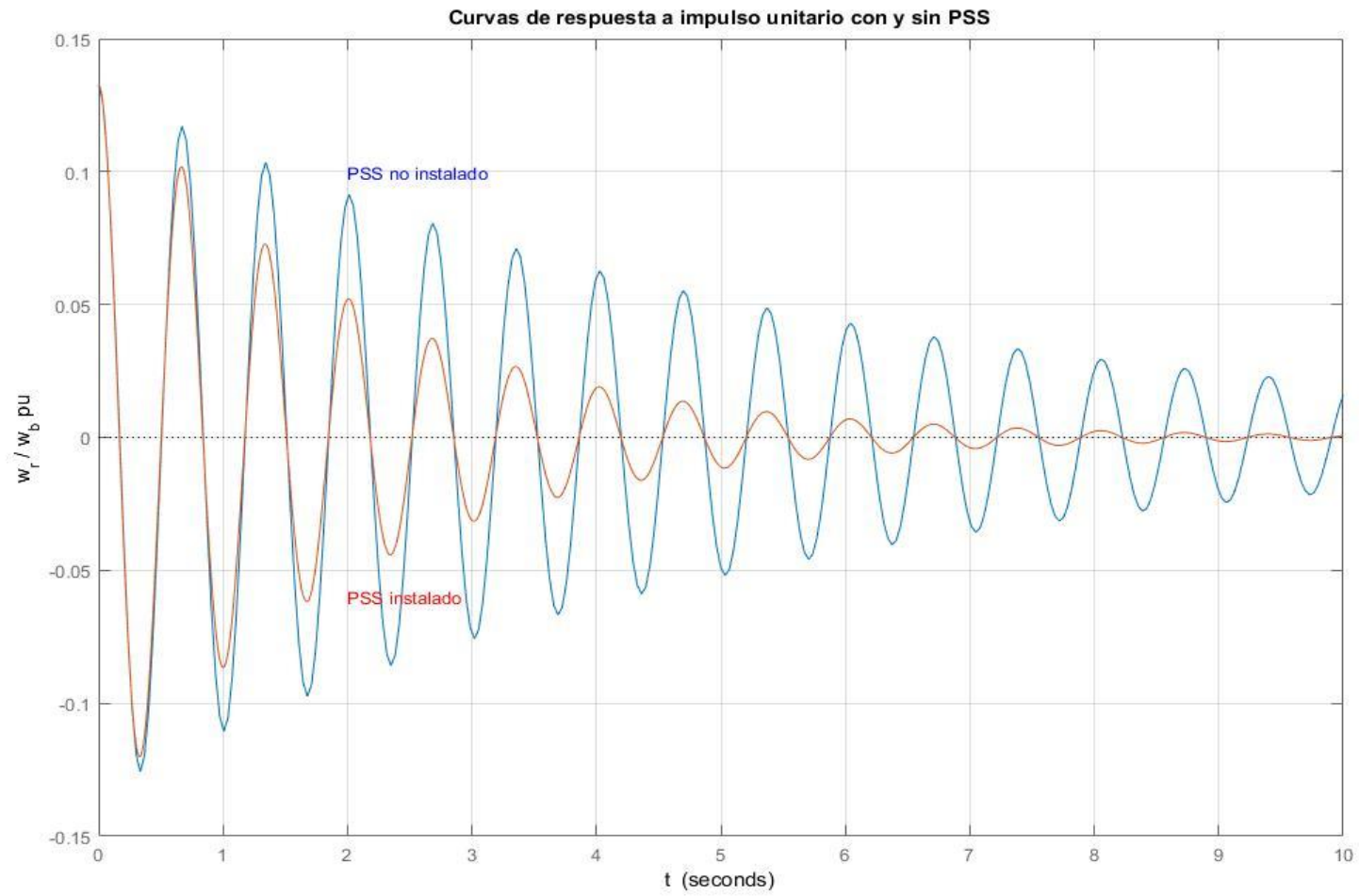


Figura 3-2-2. Respuesta al impulso unitario con el sistema de potencia (generador sincrónico – bus infinito) instalado con el PSS.

3. Máquina síncrona – Bus Infinito instalado con un compensador estático de Potencia Reactiva

3.1. Parámetros iniciales

Los parámetros iniciales que se consideran para el ejemplo de una máquina síncrona (generador de turbina hidráulica) – bus infinito instalado con un compensador estático de potencia reactiva se muestra en la tabla 3.8. Además, todas las partes de la simulación que se emplean se encuentran en el Anexo: estudio de simulación 2. Aquí, por escasez de espacio, solo se mencionan los subtítulos de cada parte que compone la simulación.

Tabla 3.8. Parámetros iniciales de una máquina síncrona y bus infinito para demostrar el efecto del SVC

$P_{generada} = P_{as} = 0.5$ por unidad	$r_s = 0$ por unidad
$X_d = 1.0$ por unidad	$X_q = 0.8$ por unidad
$X'_d = 0.15$ por unidad	$\tau'_{do} = 5.044$ s
$K_A = 20.0$ por unidad	$T_A = 0.01$ s
$H = 3$ s	$D = 0$ por unidad
$X_{es} = 0.3$ por unidad	$X_{s\infty} = 0.3$ por unidad

Nota: Adaptado de “Analysis and Damping Control of Power System Low-Frequency Oscillations,” por Haifeng Wang, Wenjuan Du, 2016, Spring, p. 107, Copyright 2016 by Springer Science+Business Media New York. $P_{generada}$ = potencia activa generada, r_s = resistencia de los devanados del estator, v_s = voltaje de fase, X_d = reactancia en el devanado d , X_q = reactancia en el devanado q , X'_d = reactancia transitoria en el eje d , τ'_{do} = constante de tiempo transitorio en circuito abierto en el eje d , H = constante de inercia, X_{es} , $X_{s\infty}$ = reactancias de las líneas de transmisión y D constante de amortiguación.

En condiciones balanceadas en estado estable los valores iniciales de las magnitudes de los voltajes fasoriales en los nodos del generador síncrono, bus infinito y punto medio, de la figura 2-2-4, deben ser constantes e iguales a la unidad. Además, dado que no se considera la resistencia de la línea de transmisión $P_{as} = P_{ass} = P_{s\infty} = P_{\infty}$. Estos parámetros iniciales serán la primera parte de una simulación en Matlab, así:

```
%% Parámetros iniciales
```

3.2. Cálculo de la compensación inicial

Los pasos para la compensación inicial del compensador estático de potencia reactiva instalado en un sistema de potencia de un generador síncrono conectado a un bus infinito, para satisfacer el requerimiento de mantener el perfil de voltaje, son los siguientes:

- Según las Ecuaciones 2.2.67 y 2.2.72 se deben calcular las potencias reactivas $Q_{s\infty}$ y Q_{ass} , respectivamente, los cuales se muestran en la figura 2-2-4.

- Se deben calcular la potencia reactiva absorbida (inductor) y generada (capacitor) máximas que definen el dominio de operación del compensador. La potencia reactiva absorbida debe ser tal que la corriente a través del TCR pueda cancelar la totalidad de la corriente en el FC. Sin embargo, se escoge que la magnitud de la potencia absorbida sea igual a la magnitud de la potencia generada. Así, una disminución adicional en el ángulo de retardo de disparo, en el punto donde la totalidad de la corriente en el FC ya está cancelada, producirá una salida de potencia reactiva positiva; es decir absorberá potencia reactiva.
- Las susceptancias (B_C y B_L) y reactancias (X_L y X_C) correspondientes al compensador FC-TCR se calculan dependiendo de la potencia reactiva absorbida y generada máximas que definen el dominio de operación. Como se muestra en la figura 3-10 (b) y (c) (Anexo: fundamento teórico 3), estas susceptancias y reactancias indican la pendiente del FC y TCR que componen el SVC. Como se puede observar, estas pendientes pueden ajustarse para una mayor compensación.
- Se calcula la constante $C_0 = dC(\alpha_0)/d\alpha$, que nos sirve en la linealización de la Ecuación 3.18 (Anexo: fundamento teórico 3) dada por

$$\Delta B_{SVC} = \frac{dB_{SVC}}{d\alpha} \Delta\alpha = \frac{1}{X_L} \left[-\frac{2}{\pi} - \frac{2 \cos(2\alpha)}{\pi} \right] \Delta\alpha = \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} \Delta\alpha; \quad (3.3.1)$$

y se gráfica las características de operación v_{SVC} versus i_{SVC} y v_{SVC} versus Q_{SVC} .

La segunda parte de la simulación en MATLAB será:

```
%% Cálculo de la compensación inicial del SVC, requerido para mantener
% el perfil de voltaje del sistema
```

Los resultados de esta simulación muestran que

$$Q_{s\infty} = 0.0377 \text{ pu}, Q_{ass} = -0.0377 \text{ pu}, Q_{SVC} = -0.0754 \text{ pu}, \quad (3.3.2)$$

$$X_L = 6.6290 \text{ pu}, X_C = 13.2579 \text{ pu} \quad (3.3.3)$$

y

$$\frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} = 1.0654 \text{ pu}. \quad (3.3.4)$$

Finalmente, se gráfica las características de operación v_{SVC} versus i_{SVC} y v_{SVC} versus Q_{SVC} , como se muestra en la figura 3-3-1.

3.3.Cálculo de variables

En la tercera parte de la simulación en MATLAB se debe calcular la variable \tilde{i}_{SVC} , \tilde{i}_{as} , $\tilde{i}_{s\infty}$ y la potencia reactiva después de la impedancia $jX_{s\infty}$. Luego, se debe recalculan las variables \tilde{v}_{SVC} , \tilde{v}_{as} , \tilde{i}_{SVC} , $\tilde{i}_{s\infty}$ e \tilde{i}_{as} con la potencia reactiva calculada en la primera parte. Por tanto, la tercera parte de la simulación será:

```
%% Calculamos las corrientes en el punto medio de la linea de transmisión
```

Los resultados de esta tercera parte muestran que

$$\tilde{i}_{s\infty} = 0.5 + j0.0377 \text{ pu}, \tilde{i}_{sVC} = -0.0113 + j0.0746 \text{ pu}, \tilde{i}_{as} = 0.4887 + j0.1123 \text{ pu}, \quad (3.3.5)$$

y

$$\tilde{v}_{sVC} = 0.9887 + j0.15 \text{ pu}, \tilde{v}_{as} = 0.9550 + j0.2966 \text{ pu}. \quad (3.3.6)$$

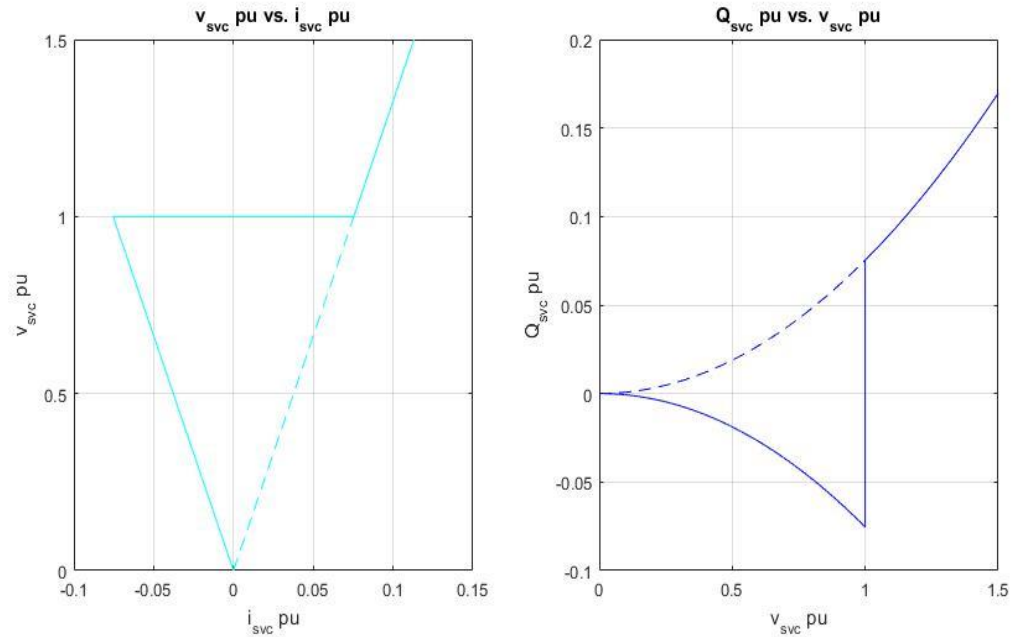


Figura 3-3-1. Gráfica las características de operación v_{sVC} versus i_{sVC} y Q_{sVC} versus v_{sVC} . v , i y Q indican voltaje, corriente y potencia reactiva respectivamente.

3.4. Condiciones balanceadas es estado estable

De la Ecuación 2.207 (Anexo: fundamento teórico 2) y mediante la transformación al marco de referencia fijo en el rotor de las variables \tilde{v}_{as} e \tilde{i}_{as} se obtienen las variables en condiciones balanceadas en estado estable, como se muestra en el diagrama fasorial para la operación de generación de la figura 2-5 (Anexo: fundamento teórico 2). Sin embargo, en este caso se toma como referencia el fasor \tilde{v}_{sVC} . La cuarta parte de la simulación en MATLAB muestra este procedimiento:

```
%% condiciones balanceadas en estado estable
```

Los resultados de esta cuarta parte muestran que

$$\tilde{E}_a = 0.8652 + j0.6876 \text{ pu} \quad (3.3.7)$$

$$v_{ds}^r = 0.3620 \text{ pu}, v_{qs}^r = 0.9322 \text{ pu} \quad (3.3.8)$$

e

$$i_{ds}^r = 0.2161 \text{ pu}, i_{qs}^r = 0.4524 \text{ pu}. \quad (3.3.9)$$

El diagrama fasorial para la operación de generación, análogo a la figura 2-5 (Anexo: fundamento teórico 2) se muestra en la figura 3-3-2.

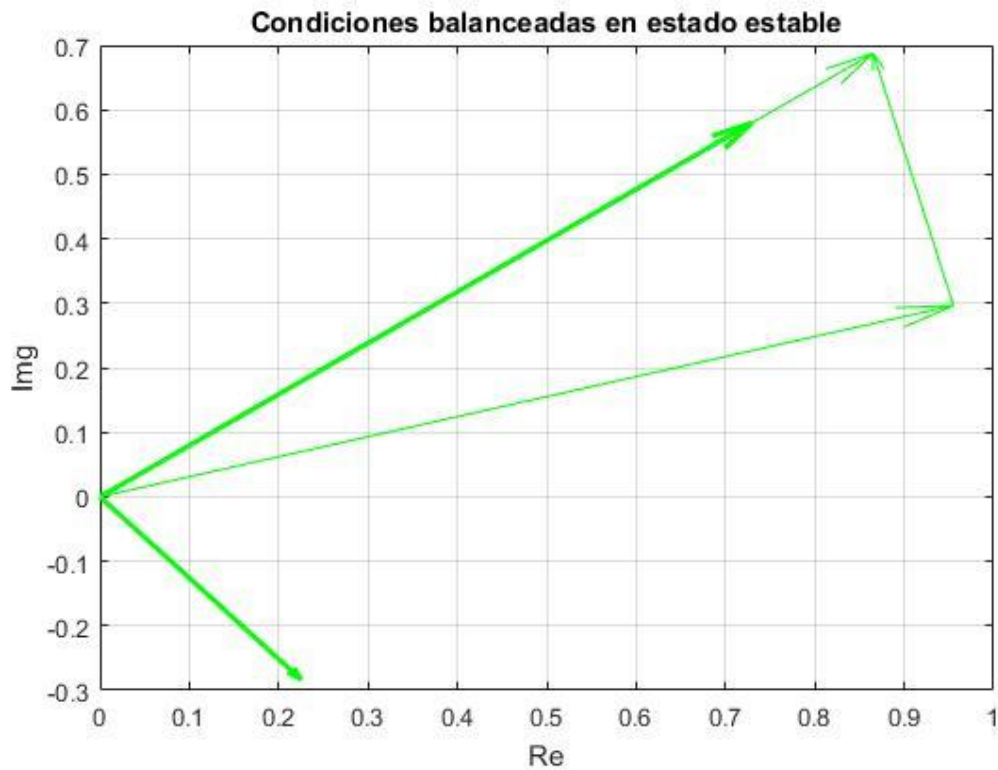


Figura 3-3-2. Diagrama fasorial para la operación de generación para el sistema de potencia de máquina síncrona – bus infinito instalado con un compensador estático de potencia reactiva.

3.5. Cálculo de las constantes K del modelo de Heffron-Phillips y representación en el espacio de estados para el diseño del controlador PI de voltaje

Las constantes K del modelo linealizado de Heffron – Phillips se obtienen mediante las Ecuaciones 2.2.16 – 2.2.18, 2.2.20 – 2.2.22, 2.2.24 – 2.2.26 y 2.2.30 – 2.2.32. Así, la quinta parte de la simulación en MATLAB es:

%% Cálculo de las constantes K para el controlador PI del voltaje

Los resultados de esta quinta parte de la simulación muestran que

$$K_1 = 0.8765, K_2 = 0.8410, K_p = 0.0166, \quad (3.3.10)$$

$$K_3 = 2.1229, K_4 = 0.7148, K_q = -0.2990, \quad (3.3.11)$$

$$K_5 = 0.0473, K_6 = 0.7475, K_v = 0.0806 \quad (3.3.12)$$

y

$$C_1 = -0.0166, C_2 = 0.3517, C_3 = 0.1967. \quad (3.3.13)$$

La representación en el espacio de estados de la Ecuación 2.2.34, en la simulación, está dado por:

% Representación en el espacio de estados

Por tanto, se tiene que

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Delta E'_q}{dt} \\ \frac{d\Delta\delta}{dt} \\ \frac{d\Delta(w_r/w_b)}{dt} \\ \frac{d\Delta E'_{fd}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.4209 & -0.1417 & 0 & 0.1983 \\ 0 & 0 & 314.2 & 0 \\ -0.1402 & -0.1461 & 0 & 0 \\ -1494.9 & -94.5315 & 0 & -100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0593 \\ 0 \\ -0.0028 \\ -161.2419 \end{bmatrix} [\Delta b_{svc}] \quad (3.3.14)$$

y

$$\Delta v_{svc} = [0.3517 \quad -0.0166 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \end{bmatrix} + 0.1967 \Delta b_{svc}. \quad (3.3.15)$$

El diseño del controlador PI del voltaje en la simulación de MATLAB es:

```
% diseño del controlador PI del voltaje
```

Las constantes de proporcionalidad e integración están dadas por

$$K_p = 0 \text{ y } K_i = 5.8940. \quad (3.3.16)$$

3.6. Cálculo de las constantes K' del modelo de Heffron-Phillips considerando el controlador PI del voltaje y representación en el espacio de estados para el diseño del controlador del compensador estático de potencia reactiva

Las constantes K' del modelo linealizado de Heffron – Phillips para el diseño del controlador del compensador estático de potencia reactiva se obtienen mediante las Ecuaciones 2.2.43 – 2.2.46, 2.2.48 – 2.2.51, 2.2.53 – 2.2.56 y 2.2.58 – 2.2.61. Así, la sexta parte de la simulación en MATLAB es:

```
% Cálculo de las constantes Kp para el diseño del controlador
% del compensador estático de potencia reactiva
```

Los resultados de esta quinta parte de la simulación muestran que

$$K'_1 = 0.8765, K'_2 = 0.8410, K_{pZ} = 0.0166, K'_p = 0.0027, \quad (3.3.17)$$

$$K'_3 = 2.1229, K'_4 = 0.7148, K_{qZ} = -0.2990, K'_q = -0.0481, \quad (3.3.18)$$

$$K'_5 = 0.0473, K'_6 = 0.7475, K_{vZ} = 0.0806, K'_v = 0.0130 \quad (3.3.19)$$

y

$$C_A = 0.0157, C_E = -0.3332, C_Z = -0.1864, C_u = 0.0300. \quad (3.3.20)$$

La representación en el espacio de estados de la Ecuación 2.2.34 y los eigenvalores de la matriz A en la simulación están dados por:

```
% representacion en el espacio de estados
```


Por tanto, se tiene que

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Delta E'_q}{dt} \\ \frac{d\Delta\delta}{dt} \\ \frac{d\Delta(w_r/w_b)}{dt} \\ \frac{d\Delta E'_{fd}}{dt} \\ \frac{d\Delta Z_{SVC}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.4209 & -0.1417 & 0 & 0.1983 & 0.0593 \\ 0 & 0 & 314.2 & 0 & 0 \\ -0.1402 & -0.1461 & 0 & 0 & -0.0028 \\ -1494.9 & -94.5315 & 0 & -100 & -161.2419 \\ -0.3332 & 0.0157 & 0 & 0 & -0.1864 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta Z_{SVC} \end{bmatrix} \quad (3.3.21)$$

$$+ \begin{bmatrix} 0.0095 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -0.0004 & 0.1667 & 0 \\ -25.9160 & 0 & 2000 \\ -0.0300 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_{SVC} \\ \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix},$$

y

$$\Delta T_e = [0.8410 \quad 0.8765 \quad 0 \quad 0 \quad 0.0166] \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta Z_{SVC} \end{bmatrix} + [0.0027 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} \Delta u_{SVC} \\ \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix}; \quad (3.3.22)$$

y los valores propios o eigenvalores de la matriz A son

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -96.9288, \lambda_2 = -3.2527, \lambda_3 = -0.1563, \\ \lambda_4 &= -0.1347 + j6.7160 \text{ y } \lambda_5 = -0.1347 - j6.7160. \end{aligned} \quad (3.3.23)$$

Así, los modos de oscilación son $\lambda_{4,5} = -0.1347 \pm j6.7160$.

3.7. Diseño del controlador del compensador estático de potencia reactiva mediante el método de compensación de fase

La representación en el espacio de estados de la trayectoria de la señal estabilizadora del modelo de Heffron-Phillips de una máquina síncrona conectado con un bus infinito e instalado con un SVC se obtiene mediante la Ecuación 2.2.79; reemplazando la velocidad angular correspondiente al modo de oscilación en la función de transferencia de la Ecuación 2.2.80 se obtiene el valor de $F_{SVC}(s)$. Por tanto, la séptima parte de la simulación será:

```
%% Estabilizador del SVC mediante el método de compensación de fase
```

Así, la representación en el espacio de estados de la trayectoria de la señal estabilizadora será

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Delta E'_q}{dt} \\ \frac{d\Delta E'_{fd}}{dt} \\ \frac{d\Delta Z_{SVC}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.4209 & 0.1983 & 0.0593 \\ -1494.9 & -100 & -161.2419 \\ -0.3332 & 0 & -0.1964 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta Z_{SVC} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0095 \\ -25.9160 \\ -0.03 \end{bmatrix} \Delta u_{SVC}, \quad (3.3.24)$$

$$\Delta T_{et} = -[0.8410 \quad 0 \quad 0.0166] \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta Z_{SVC} \end{bmatrix} - 0.0027 \Delta u_{SVC}$$

y la función de transferencia será

$$F_{SVC}(\lambda_4) = -0.0007 - j0.0044. \quad (3.3.25)$$

Resolvemos la Ecuación 2.2.81 para K_S , T_2 y T_4 , separando la Ecuación 2.2.81 en su parte real e imaginaria, y consideramos $T_2 = T_4$. Por tanto, la séptima parte de la simulación continua como:

`%% Cálculo de las constantes Ks, T2 y T4`

Las constantes del compensador de retardo – adelanto serán

$$K_S = 8.7918, T_1 = 0.001, T_2 = 0.0127, T_3 = 0.001 \text{ y } T_4 = 0.0127. \quad (3.3.26)$$

La representación en el espacio de estados con las ecuaciones de estado del SVC se realiza mediante la siguiente simulación:

`%% Representación en el espacio de estados con las ecuaciones de estado del SVC`



Por tanto, se tiene que

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Delta E'_q}{dt} \\ \frac{d\Delta\delta}{dt} \\ \frac{d\Delta(w_r/w_b)}{dt} \\ \frac{d\Delta E'_{fd}}{dt} \\ \frac{d\Delta Z_{SVC}}{dt} \\ \frac{d\Delta x_1}{dt} \\ \frac{d\Delta u_{SVC}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.4209 & -0.1417 & 0 & 0.1983 & -0.0593 & 0 & -0.0095 \\ 0 & 0 & 314.2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.1402 & -0.1461 & 0 & 0 & -0.0028 & 0 & -0.0004 \\ -1494.9 & -94.5315 & 0 & -100 & -161.2419 & 0 & -25.9160 \\ -0.3332 & 0.0157 & 0 & 0 & -0.1864 & 0 & -0.0300 \\ -1.7748 & -1.8498 & 1000 & 0 & -0.0349 & -1000 & -0.0056 \\ -197.5873 & -205.9320 & 1.1133 * 10^5 & 0 & -3.8894 & -1.0254 * 10^5 & -1.0686 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta Z_{SVC} \\ \Delta x_1 \\ \Delta u_{SVC} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0.1667 & 0 \\ 0 & 2000 \\ 0 & 0 \\ 2.1104 & 0 \\ 234.9519 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix}, \quad (3.3.27)$$

$$\Delta T_e = -[0.8410 \quad 0.8765 \quad 0 \quad 0 \quad 0.0166 \quad 0 \quad 0.0027] \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta Z_{SVC} \\ \Delta x_1 \\ \Delta u_{SVC} \end{bmatrix} + [0 \quad 0] \begin{bmatrix} \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix}$$

y los valores propios o eigenvalores de la matriz A serán

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -1000.5, \lambda_2 = -96.9292, \lambda_{3,4} = -0.6713 \pm j6.7430, \\ \lambda_5 &= -1.8917, \lambda_6 = -0.8458 \text{ y } \lambda_7 = -0.1383. \end{aligned} \quad (3.3.28)$$

La respuesta al impulso se muestra en la figura 3-3-3.

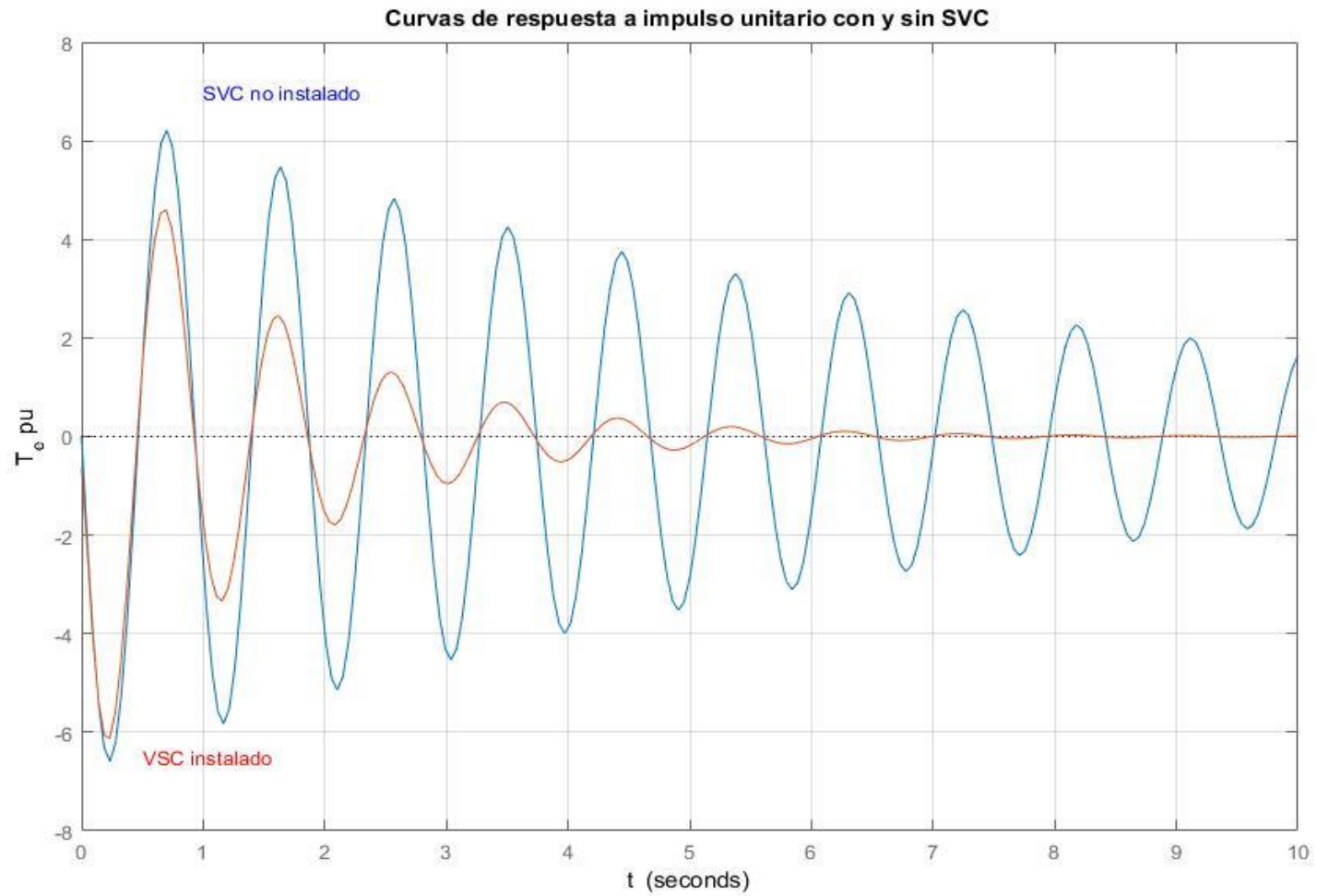


Figura 3-3-3. Respuesta al impulso unitario con el sistema de potencia (generador sincrónico – bus infinito) instalado con el SVC.

4. Máquina síncrona – Bus Infinito instalado con un convertidor de fuente de voltaje

4.1. Parámetros iniciales

Los parámetros iniciales que se consideran para el ejemplo de una máquina síncrona (generador de turbina hidráulica) – bus infinito instalado con un compensador estático de potencia reactiva se muestra en la tabla 3.9. Además, todas las partes de la simulación que se emplean se encuentran en el Anexo: estudio de simulación 3. Aquí, por escasez de espacio, solo se mencionan los subtítulos de cada parte que compone la simulación

Tabla 3.9. Parámetros iniciales de una máquina síncrona y bus infinito para demostrar el efecto de un VSC

$P_{generada} = P_{as} = 0.5$ por unidad	$r_s = 0$ por unidad
$X_d = 1.0$ por unidad	$X_q = 0.6$ por unidad
$X'_d = 0.3$ por unidad	$\tau'_{do} = 5.044$ s
$K_A = 100$ por unidad	$T_A = 0.01$ s
$H = 4$ s	$D = 0$ por unidad
$X_{es} = 0.3$ por unidad	$X_{s\infty} = 0.3$ por unidad
$X_{SVC} = 0.15$ por unidad	$k = 0.5$
$V_{DC} = 1$ por unidad	$C = 1$ por unidad
$V_{bess} = 1$ por unidad	$r_{bess} = 0.01$ por unidad

Nota: Adaptado de “Analysis and Damping Control of Power System Low-Frequency Oscillations,” por Haifeng Wang, Wenjuan Du, 2016, Spring, p. 164, Copyright 2016 by Springer Science+Business Media New York. $P_{generada}$ = potencia activa generada, r_s = resistencia de los devanados del estator, v_s = voltaje de fase, X_d = reactancia en el devanado d , X_q = reactancia en el devanado q , X'_d = reactancia transitoria en el eje d , τ'_{do} = constante de tiempo transitorio en circuito abierto en el eje d , H = constante de inercia, X_{es} , $X_{s\infty}$, X_{SVC} = reactancias de las líneas de transmisión, k = constante de proporcionalidad, V_{DC} = voltaje en el lado DC del convertidor, C = capacitor en el lado DC del convertidor, V_{bess} = voltaje suministrado, r_{bess} = resistencia del voltaje suministrado y D constante de amortiguación.

En condiciones balanceadas en estado estable los valores iniciales de las magnitudes de los voltajes fasoriales en los nodos del generador síncrono, bus infinito y punto medio, de la figura 2-3-4, deben ser constantes e iguales a la unidad. Además, dado que no se considera la resistencia de la línea de transmisión $P_{as} = P_{ass} = P_{s\infty} = P_{\infty}$. Estos parámetros iniciales serán la primera parte de una simulación en Matlab:

```
%% Parámetros iniciales
```

4.2. Cálculo de la compensación inicial

Los pasos para la compensación inicial del VSC instalado en un sistema de potencia de un generador sincrónico conectado a un bus infinito son los siguientes:

- Según las Ecuaciones 2.3.92 y 2.3.97 se deben calcular las potencias reactivas Q_{∞} y Q_{ass} , respectivamente, los cuales se muestran en la figura 2-3-4.
- Se deben calcular las variables según las Ecuaciones 2.3.98 – 2.3.104.
- Se gráfica las características de operación v_{VSC} versus i_{VSC} y Q_{VSC} versus v_{VSC} .

La segunda parte de la simulación en MATLAB es:

```
%% Cálculo de compensación inicial
```

Los resultados de esta simulación muestran que

$$Q_{\infty} = -0.0377 \text{ pu}, Q_{ass} = -0.0377 \text{ pu}, \quad (3.4.1)$$

$$\tilde{i}_{s\infty} = 0.5000 + j 0.0377 \text{ pu}, \quad (3.4.2)$$

$$\tilde{v}_{VSC} = 0.9887 + j 0.1500 \text{ pu}, \quad (3.4.3)$$

$$\tilde{i}_{as} = 0.4887 + j 0.1123 \text{ pu}, \quad (3.4.4)$$

$$\tilde{v}_{as} = 0.9550 + j 0.2966 \text{ pu}, \quad (3.4.5)$$

$$\tilde{i}_{VSC} = -0.0113 + j 0.0746 \text{ pu}, \quad (3.4.6)$$

$$\tilde{v}_O = 0.9999 + j 0.1517 \text{ pu} \quad (3.4.7)$$

y

$$\Psi = 0.1506 \text{ rad}. \quad (3.4.8)$$

Finalmente, se gráfica las características de operación v_{VSC} versus i_{VSC} y Q_{VSC} versus v_{VSC} , como se muestra en la figura 3-4-1.

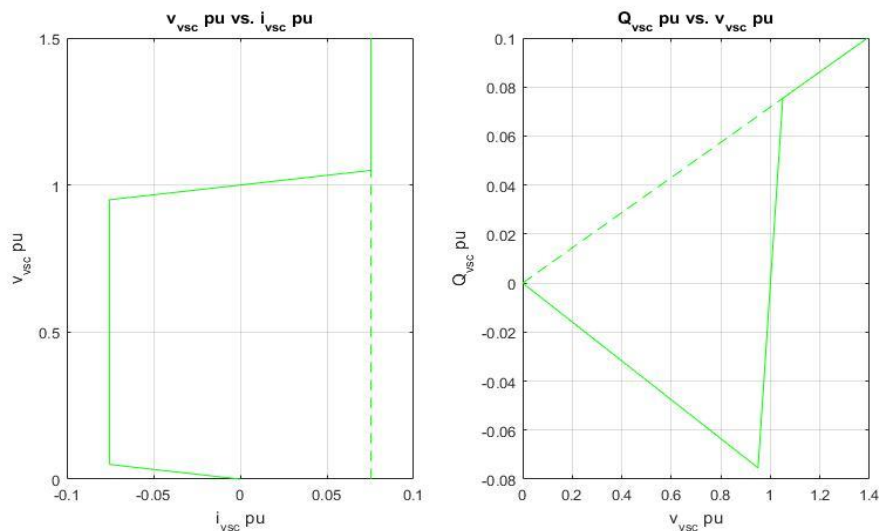


Figura 3-4-1. Gráfica las características de operación v_{VSC} versus i_{VSC} y Q_{VSC} versus v_{VSC} . v , i y Q indican voltaje, corriente y potencia reactiva respectivamente.

4.3. Condiciones balanceadas es estado estable

De la Ecuación 2.207 (Anexo: fundamento teórico 2) y mediante la transformación al marco de referencia fijo en el rotor, de las variables \tilde{v}_{as} e \tilde{i}_{as} , se obtienen las variables en condiciones balanceadas en estado estable, como se muestra en el diagrama fasorial para la operación de generación de la figura 2-5 (Anexo: fundamento teórico 2). Sin embargo, en este caso se toma como referencia el fasor \tilde{v}_{VSC} . La tercera parte de la simulación en MATLAB muestra este procedimiento:

```
%% Condiciones balanceadas en estado estable
```

Los resultados de esta cuarta muestran que

$$\tilde{E}_a = 0.8876 + j 0.5898 pu, \quad (3.4.9)$$

$$v_{ds}^r = 0.2815 pu, v_{qs}^r = 0.9596 pu \quad (3.4.10)$$

y

$$i_{ds}^r = 0.1796 pu, i_{qs}^r = 0.4692 pu. \quad (3.4.11)$$

El diagrama fasorial para la operación de generación, análogo a la figura 2-5 (Anexo: fundamento teórico 2), se muestra en la figura 3-4-2.

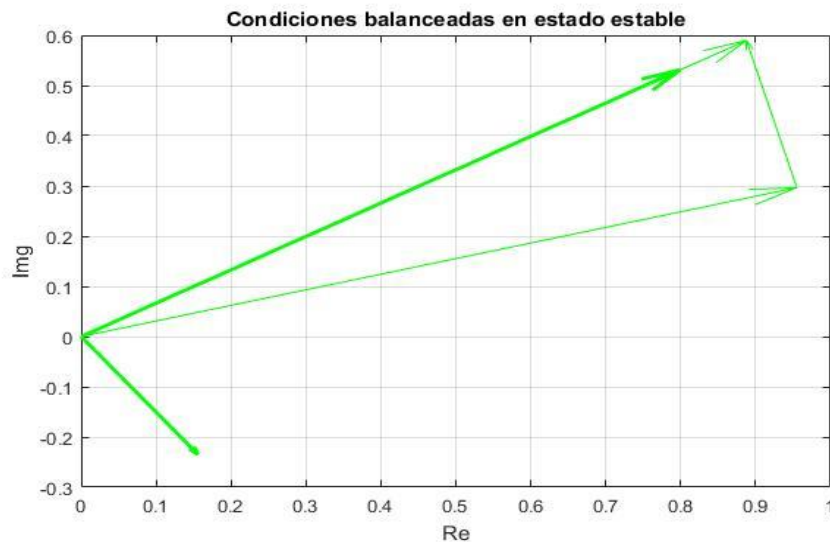


Figura 3-4-2. Diagrama fasorial para la operación de generación para el sistema de potencia de máquina síncrona – bus infinito instalado con un convertidor de fuente de voltaje.

4.4. Cálculo de las constantes K y K' del modelo de Heffron-Phillips y representación en el espacio de estados para el diseño de los controladores PI de m y Φ

Las constantes K' del modelo linealizado de Heffron – Phillips se obtienen mediante las Ecuaciones 2.3.38 – 2.3.42, 2.3.50 – 2.3.54, 2.3.62 – 2.3.66 y 2.3.75 – 2.3.79. Mientras que las constantes K se obtienen mediante las

Ecuaciones 2.3.44 – 2.3.48, 2.3.56 – 2.3.60, 2.3.68 – 2.3.72 y 2.3.81 – 2.3.85. Así, la cuarta parte de la simulación en MATLAB es:

%% Cálculo de las constantes K

Los resultados de esta cuarta parte de la simulación muestran que

$$K'_1 = 0.3330, K'_2 = 0.6702, K'_{pDC} = 0.0892, K'_{pm} = 0.1805, K'_{p\psi} = -0.7086, \quad (3.4.12)$$

$$K'_3 = 2, K'_4 = 0.1845, K'_{qDC} = -0.3022, K'_{qm} = -0.6112, K'_{q\psi} = -0.2847, \quad (3.4.13)$$

$$K'_5 = -0.0290, K'_6 = 0.5483, K'_{vDC} = 0.1480, K'_{vm} = 0.2994, K'_{v\psi} = 0.0138, \quad (3.4.14)$$

$$K'_7 = -0.9776, K'_8 = 0.2011, K'_9 = -0.0182, K'_{dm} = -0.0369, K'_{d\psi} = -1.3279 \quad (3.4.15)$$

y

$$K_1 = 0.8546, K_2 = 0.5629, K_{pDC} = 0.0990, K_{pm} = 0.2002, K_{p\Phi} = 1.7787, \quad (3.4.16)$$

$$K_3 = 1.9569, K_4 = 0.3941, K_{qDC} = -0.2983, K_{qm} = -0.6033, K_{q\Phi} = 0.7146, \quad (3.4.17)$$

$$K_5 = -0.0392, K_6 = 0.5504, K_{vDC} = 0.1478, K_{vm} = 0.2990, K_{v\Phi} = -0.0348, \quad (3.4.18)$$

$$K_7 = 0, K_8 = 0, K_9 = 0, K_{dm} = 0, K_{d\Phi} = 3.3333. \quad (3.4.19)$$

La representación en el espacio de estados de la Ecuación 2.3.87 en la simulación está dado por:

%%representación en el espacio de estados

Por tanto, se tiene que

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Delta E'_q}{dt} \\ \frac{d\Delta\delta}{dt} \\ \frac{d\Delta(w_r/w_b)}{dt} \\ \frac{d\Delta E'_{fd}}{dt} \\ \frac{d\Delta V_{DC}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.3880 & -0.0781 & 0 & 0.1983 & -0.0591 \\ 0 & 0 & 314.16 & 0 & 0 \\ -0.0704 & -0.1068 & 0 & 0 & -0.0124 \\ -5504.2 & -391.7043 & 0 & -100 & -14.7843 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta V_{DC} \end{bmatrix} \quad (3.4.20)$$

$$+ \begin{bmatrix} 0.1196 & -0.3526 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0250 & -0.2223 & 0.1250 & 0 \\ -2990.3 & 347.6587 & 0 & 10000 \\ 0 & 3.3333 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta m \\ \Delta\Phi \\ \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix}$$

y

$$\Delta T_e = [0.5629 \quad 0.8546 \quad 0 \quad 0 \quad 0.0990] \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta V_{DC} \end{bmatrix} + [0.2002 \quad 1.7787 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} \Delta m \\ \Delta\Phi \\ \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix}. \quad (3.4.21)$$

Los valores propios de la matriz A de la representación en el espacio de estados serán

$$\lambda_1 = -87.4658, \quad (3.4.22)$$

$$\lambda_2 = -13.0228, \quad (3.4.23)$$

$$\lambda_{3,4} = 0.0503 \pm j5.8862 \quad (3.4.24)$$

y

$$\lambda_5 = -100. \quad (3.4.25)$$

Así, los modos de oscilación son $\lambda_{3,4} = 0.0503 \pm j5.8862$, que se encuentran en el lado derecho del plano complejo.

4.5. Diseño del estabilizador del convertidor de fuente de voltaje mediante el método de compensación de fase

La representación en el espacio de estados de la trayectoria de la señal estabilizadora del modelo de Heffron-Phillips de una máquina sincrónica conectado con un bus infinito e instalado con un VSC se obtiene mediante la Ecuación 2.226 (Anexo: fundamento teórico 2); reemplazando la velocidad angular correspondiente al modo de oscilación en la función de transferencia de la Ecuación 2.3.107 se obtiene el valor de $F_{VSC_reactivo}(s)$. Por tanto, la quinta parte de la simulación será:

%% Estabilizador del VSC mediante el método de compensación de fase

Así, la representación en el espacio de estados de la trayectoria de la señal estabilizadora será

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Delta E'_q}{dt} \\ \frac{d\Delta E'_{fd}}{dt} \\ \frac{d\Delta V_{DC}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.3880 & 0.1983 & 0.1196 \\ -5504.2 & -100 & -14.7843 \\ 0 & 0 & -100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta V_{DC} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.1196 & -0.1417 \\ -2990.3 & 347.6587 \\ 0 & 3.3333 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta m \\ \Delta \Phi \end{bmatrix}, \quad (3.4.26)$$

$$\Delta T_{et} = \begin{bmatrix} 0.5629 & 0 & 0.0990 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta V_{DC} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.2002 & 1.7787 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta m \\ \Delta \Phi \end{bmatrix}$$

y la función de transferencia estará dada por

$$F_{VSC_reactivo}(\lambda_3) = -0.0309 + j0.1250. \quad (3.4.27)$$

Resolvemos la Ecuación 2.3.108 para K_S , T_2 y T_1 , separando la Ecuación 2.3.108 en su parte real e imaginaria. Por tanto, se tiene que

$$K_S = -4.9718, T_1 = 0.38 \text{ y } T_2 = 1.2811. \quad (3.4.28)$$

La representación en el espacio de estados con las ecuaciones de estado del VSC se realiza mediante:

%% Representación en el espacio de estados con las ecuaciones de
% estado del VSC

Por tanto, se tiene que

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Delta E'_q}{dt} \\ \frac{d\Delta\delta}{dt} \\ \frac{d\Delta(w_r/w_b)}{dt} \\ \frac{d\Delta E'_{fd}}{dt} \\ \frac{d\Delta V_{DC}}{dt} \\ \frac{d\Delta m}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.3880 & -0.0781 & 0 & 0.1983 & 0.0591 & 0.1196 \\ 0 & 0 & 314.16 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0704 & -0.1068 & 0 & 0 & -0.0124 & -0.0250 \\ -5504.2 & 391.7043 & 0 & -100 & -14.7843 & -2990.3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -100 & 0 \\ 1.1795 & 1.7906 & -13.0837 & 0 & 0.2074 & -2.2122 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta V_{DC} \\ \Delta m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.1417 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -0.2223 & 0.1250 & 0 \\ 347.6587 & 0 & 10000 \\ 3.3333 & 0 & 0 \\ 3.7268 & -2.0953 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\Phi \\ \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix}, \quad (3.4.29)$$

$$\Delta T_e = [0.5629 \quad 0.8546 \quad 0 \quad 0 \quad 0.0990 \quad 0.2002] \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta V_{DC} \end{bmatrix} + [1.7787 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} \Delta m \\ \Delta\Phi \\ \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix}$$

y se puede observar que mediante la compensación se pudo mover los polos dominantes, que se encontraban en el lado derecho del plano complejo, a polos dominantes en el lado izquierdo del plano complejo ya que

$$\lambda_1 = -87.5738, \quad (3.4.30)$$

$$\lambda_2 = -12.3278, \quad (3.4.31)$$

$$\lambda_{3,4} = -0.0114 \pm j5.9963, \quad (3.4.32)$$

$$\lambda_5 = -2.6757 \quad (3.4.33)$$

y

$$\lambda_6 = -100. \quad (3.4.34)$$

La respuesta al impulso se muestra en la figura 3-4-3.

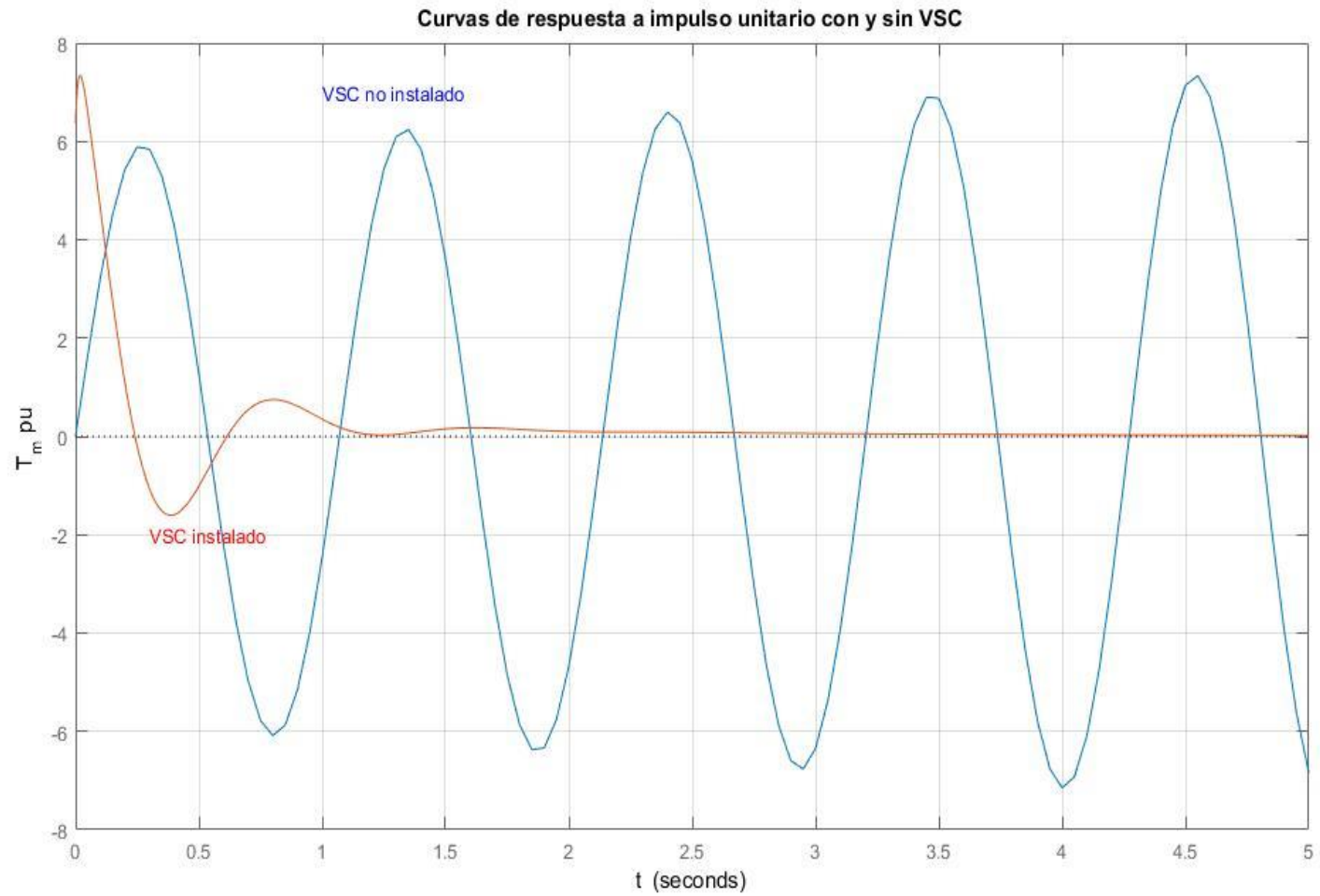


Figura 3-4-3. Respuesta al impulso unitario con el sistema de potencia (generador sincrónico – bus infinito) instalado con el VSC.

5. Sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el Estabilizador de Sistemas de Potencia

5.1. Parámetros iniciales

La figura 3-5-1 muestra el sistema de potencia que se empleará para demostrar el efecto de los estabilizadores de sistemas de potencia. Los parámetros iniciales se muestran en la tabla 3.10. Además, todas las partes de la simulación que se emplean se encuentran en el Anexo: estudio de simulación 4. Aquí, por escasez de espacio, solo se mencionan los subtítulos de cada parte que compone la simulación.

Tabla 3.10. Parámetros iniciales del sistema de potencia de múltiples generadores para demostrar el efecto del PSS

$S_{nominal} = 247.5 \text{ MVA (G1)}^a$	$V_{nominal} = 16.5 \text{ kV (G1)}^b$
$S_{nominal} = 192.0 \text{ MVA (G2)}^a$	$V_{nominal} = 18.0 \text{ kV (G2)}^b$
$S_{nominal} = 128.0 \text{ MVA (G3)}^a$	$V_{nominal} = 13.8 \text{ kV (G3)}^b$
$fp = 1.0 \text{ (G1)}$	$w = 180 \text{ rev/min (G1) hidroturbina}$
$fp = 0.85 \text{ (G2)}$	$w = 3600 \text{ rev/min (G2) turbina de vapor}$
$fp = 0.85 \text{ (G3)}$	$w = 3600 \text{ rev/min (G3) turbina de vapor}$
$X_{ls} = 0.0336 \text{ por unidad (G1)}$	$r_s = 0 \text{ por unidad (G1, G2 y G3)}$
$X_{ls} = 0.0521 \text{ por unidad (G2)}$	
$X_{ls} = 0.0742 \text{ por unidad (G3)}$	
$X_d = 0.1460 \text{ por unidad (G1)}$	$X_q = 0.0969 \text{ por unidad (G1)}$
$X_d = 0.8958 \text{ por unidad (G2)}$	$X_q = 0.8645 \text{ por unidad (G2)}$
$X_d = 1.3125 \text{ por unidad (G3)}$	$X_q = 1.2578 \text{ por unidad (G3)}$
$X'_d = 0.0608 \text{ por unidad (G1)}$	$X'_q = 0.0969 \text{ por unidad (G1)}$
$X'_d = 0.1198 \text{ por unidad (G2)}$	$X'_q = 0.1969 \text{ por unidad (G2)}$
$X'_d = 0.1813 \text{ por unidad (G3)}$	$X'_q = 0.25 \text{ por unidad (G3)}$
$\tau'_{do} = 8.96 \text{ s (G1)}$	$\tau'_{qo} = 0.310 \text{ s (G1)}$
$\tau'_{do} = 6.00 \text{ s (G2)}$	$\tau'_{qo} = 0.535 \text{ s (G2)}$
$\tau'_{do} = 5.89 \text{ s (G3)}$	$\tau'_{qo} = 0.600 \text{ s (G3)}$
$H = 23.64 \text{ s (G1)}$	$D = 0 \text{ por unidad (G1, G2 y G3)}$
$H = 6.4 \text{ s (G2)}$	
$H = 3.01 \text{ s (G3)}$	
$K_A = 200 \text{ (G1)}$	$T_A = 0.02 \text{ (G1)}$
$K_A = 200 \text{ (G2)}$	$T_A = 0.02 \text{ (G2)}$
$K_A = 200 \text{ (G3)}$	$T_A = 0.02 \text{ (G3)}$

Nota: Adaptado de "Power System Control and Stability," por P.M. Anderson y A.A. Fouad, 2003, WILEY-INTERSCIENCE, p.39. $S_{nominal}$ = potencia nominal, $V_{nominal}$ = voltaje nominal, X_{ls} = reactancia de fuga del estator, r_s = resistencia de los devanados del estator, X_d = reactancia en el devanado d , X_q = reactancia en el devanado q , X'_d = reactancia transitoria en el eje d , X'_q = reactancia transitoria en el eje q , X''_d = reactancia subtransitoria en el eje d , X''_q = reactancia subtransitoria en el eje q , τ'_{do} = constante de tiempo transitorio en circuito abierto en el eje d , τ'_{qo} = constante de tiempo transitorio en circuito abierto en el eje q , τ''_{do} = constante de tiempo subtransitorio en circuito abierto en el eje d , τ''_{qo} = constante de tiempo subtransitorio en circuito abierto en el eje q , H = constante de inercia y D constante de amortiguación. Los valores de las reactancias están en por unidad en una base de 100 MVA.

^aLa potencia nominal es el valor trifásico de la máquina.

^bEl voltaje nominal es el valor pico del voltaje de línea.

Cada transformador tiene una impedancia de $j0.0576$, $j0.0625$ y $j0.0586$, y relaciones de $16.5/230\text{ KV}$, $18/230\text{ KV}$ y $13.8/230\text{ KV}$, para los generadores $G1$, $G2$ y $G3$ respectivamente, en por unidad en las bases de 100 MVA . Estas cantidades se muestran en la figura 3-5-1 así como la impedancia y susceptancia de cada línea de transmisión en las bases 100 MVA y 230 KV .

El sistema está operando con las potencias generadas

$$G1: P = 71.6\text{ MW}, Q = 27\text{ MVAR}, V_s = 1.040\angle 0^\circ, \quad (3.5.1)$$

$$G2: P = 163\text{ MW}, Q = 6.7\text{ MVAR}, V_s = 1.025\angle 9.3^\circ \quad (3.5.2)$$

y

$$G3: P = 85.0\text{ MW}, Q = -10.9\text{ MVAR}, V_s = 1.025\angle 4.7^\circ. \quad (3.5.3)$$

Las cargas en derivación se encuentran en los nodos 5, 6 y 8. Así,

$$\text{Nodo 5: } P_L = 125.0\text{ MW}, Q_L = 50.0\text{ MVAR}, \quad (3.5.4)$$

$$\text{Nodo 6: } P_L = 90.0\text{ MW}, Q_L = 30.0\text{ MVAR}, \quad (3.5.5)$$

y

$$\text{Nodo 8: } P_L = 100.0\text{ MW}, Q_L = 35.0\text{ MVAR}. \quad (3.5.6)$$

Para preparar los datos del sistema para un estudio de estabilidad se realizan los siguientes cálculos preliminares:

- Se realiza un estudio de flujo de potencia, en las bases de 100 MVA y 50 Hz , mediante MATLAB PSAT y los resultados se muestran en la figura 3-5-2.
- Las cargas se convierten a impedancias o admitancias equivalentes. Los datos necesarios para este paso se obtienen del estudio de flujo. Así, si el bus donde se encuentra instalado tiene un voltaje de \tilde{v}_L , potencia reactiva Q_L , potencia activa P_L y corriente \tilde{i}_L que fluye en la carga con admitancia $Y_L = G_L + jB_L$, luego

$$P_L + jQ_L = \tilde{v}_L \tilde{i}_L^* = \tilde{v}_L [\tilde{v}_L^* (G_L - jB_L)] = V_L^2 (G_L - jB_L). \quad (3.5.7)$$

La admitancia equivalente en derivación en el bus esta dado por

$$Y_L = (P_L/V_L^2) - j(Q_L/V_L^2). \quad (3.5.8)$$

Por tanto, se tiene que

$$Y_{5L} = 1.2610 - j0.5044, \quad (3.5.9)$$

$$Y_{6L} = 0.8777 - j0.2926 \quad (3.5.10)$$

y

$$Y_{8L} = 0.9690 - j0.3391. \quad (3.5.11)$$

- La matriz equivalente de admitancias del sistema de potencia se obtiene mediante los siguientes pasos:

- Las impedancias equivalentes de las cargas se conectan entre los buses de las cargas y en nodo de referencia; para llegar a los voltajes internos de los generadores, según el modelo de un eje, se adicionan nodos, y los valores apropiados de X'_d y r_s se conectan entre estos nodos y los nodos de las terminales del generador. Así, la impedancia $r_s + jX'_d$ se puede añadir a la reactancia del transformador correspondiente al generador.
- Todos los elementos de impedancias se convierten a admitancias.
- Los elementos de \mathbf{Y} se identifican como Y_{ii} y es la suma de todas las admitancias conectadas al nodo i ; Y_{ij} es el negativo de la admitancia entre los nodos i y j . La tabla 3.11 muestra las impedancias y admitancias del sistema de potencia.

Tabla 3.11. Impedancias y admitancias del sistema de potencia de múltiples generadores para demostrar el efecto del PSS

	Número de Bus	Impedancia		Admitancia	
		R	X	G	B
Generadores ^a					
1	1-4	0	0.1184	0	-8.4459
2	2-7	0	0.1823	0	-5.4855
3	3-9	0	0.2399	0	-4.1684
Líneas de Transmisión					
	4-5	0.0100	0.0850	1.3652	-11.6041
	4-6	0.0170	0.0920	1.9422	-10.5107
	5-7	0.0320	0.1610	1.1876	-5.9751
	6-9	0.0390	0.1700	1.2820	-5.5882
	7-8	0.0085	0.0720	1.6171	-13.6980
	8-9	0.0119	0.1008	1.1551	-9.7843
Admitancias en derivación ^b					
Carga A	5-0			1.2610	-0.2634
Carga B	6-0			0.8777	-0.0346
Carga C	8-0			0.9690	-0.1601
	4-0				0.1670
	7-0				0.2275
	9-0				0.2835

Nota: Adaptado de “Power System Control and Stability,” por P.M. Anderson y A.A. Fouad, 2003, WILEY-INTERSCIENCE, p.42. R = resistencia, X = reactancia, G = conductancia, B = susceptancia.

^aPara cada generador se añade la reactancia del transformador a la impedancia del generador.

^bLas susceptancias en derivación de las líneas de transmisión se añaden a las cargas.

- Finalmente, eliminamos todos los nodos excepto los nodos internos del generador y obtenemos la matriz reducida de la red \mathbf{Y} . La reducción se realiza mediante una operación matricial si recordamos que todos los nodos tienen inyección de corriente cero excepto los nodos internos de los generadores.

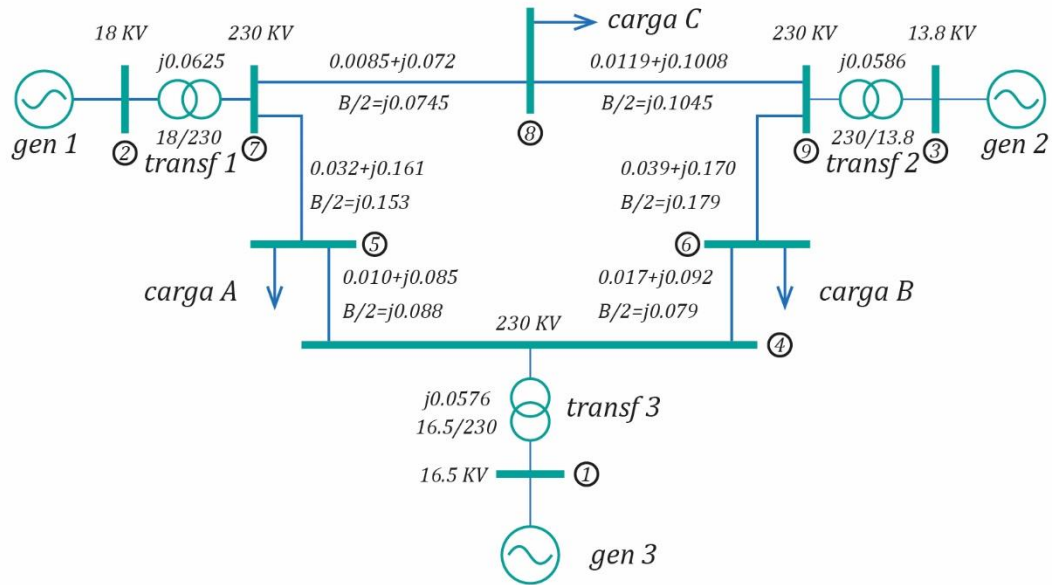


Figura 3-5-1. Sistema de tres generadores y seis nodos para implementar el control PSS incluyendo susceptancias e impedancias. B es la susceptancia de la línea de transmisión. Adaptado de “Power System Control and Stability,” por P.M. Anderson y A.A. Fouad, 2003, WILEY-INTERSCIENCE, p. 42.

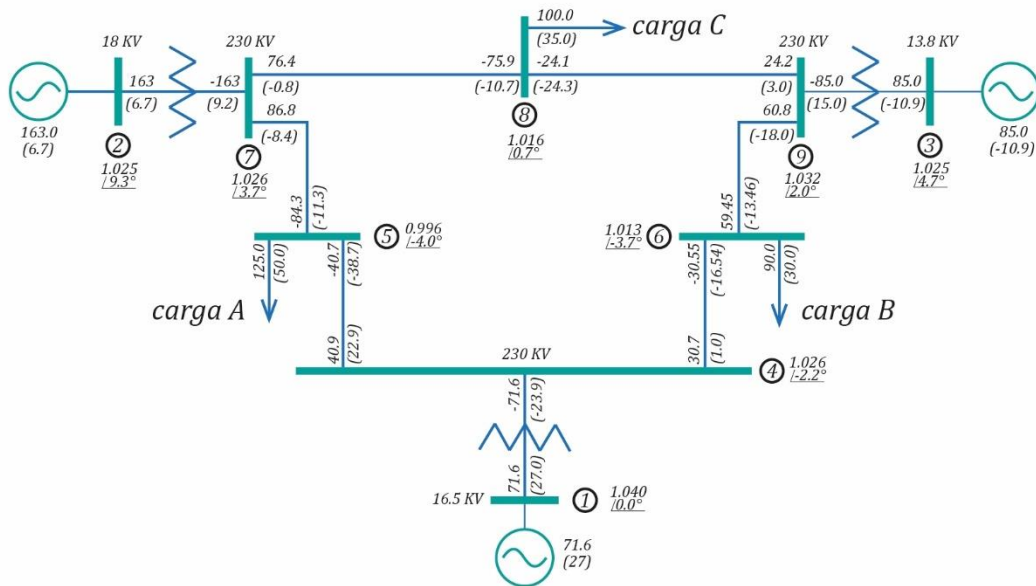


Figura 3-5-2. Estudio de flujo de potencia mediante MATLAB PSAT del sistema de la figura 3-5-1. Los valores de cada nodo indican el voltaje fasorial. Los valores, sin paréntesis, sobre las líneas de transmisión indican las potencias activas; los valores, con paréntesis, por debajo de las líneas de transmisión indican las potencias reactivas.

La primera parte de la simulación que consiste en implementar los parámetros iniciales encontrados en la simulación de MATLAB PSAT es:

```
% Parametros iniciales y simulación mediante MATLAB PSAT
```

5.2. Condiciones balanceadas en estado estable

De la Ecuación 2.207 (Anexo: fundamento teórico 2) y mediante la transformación al marco de referencia dq , de las variables \tilde{v}_{as} e \tilde{i}_{as} de cada generador sincrónico, se obtienen las variables en condiciones balanceadas en estado estable, como se muestra en el diagrama fasorial para la operación de generación de la figura 2-5 (Anexo: fundamento teórico 2). La segunda parte de la simulación en MATLAB muestra este procedimiento:

```
% Condiciones balanceadas en estado estable
```

Los resultados de esta segunda muestran que

$$\tilde{\mathbf{E}}_a = [1.0652 + j0.0668 \quad 0.8453 + j1.5311 \quad 0.8040 + j1.1121] pu; \quad (3.5.12)$$

y

$$v_{ds}^r = [0.0650 \quad 0.8057 \quad 0.7791] pu, \quad (3.5.13)$$

$$v_{qs}^r = [1.0380 \quad 0.6336 \quad 0.6661] pu, \quad (3.5.14)$$

$$i_{ds}^r = [0.3026 \quad 1.2901 \quad 0.5615] pu \quad (3.5.15)$$

e

$$i_{qs}^r = [0.6712 \quad 0.9320 \quad 0.6194] pu. \quad (3.5.16)$$

El diagrama fasorial para la operación de generación del sistema de potencia de múltiples generadores, análogo a la figura 2-5 (Anexo: fundamento teórico 2) se muestra en la figura 3-5-3.

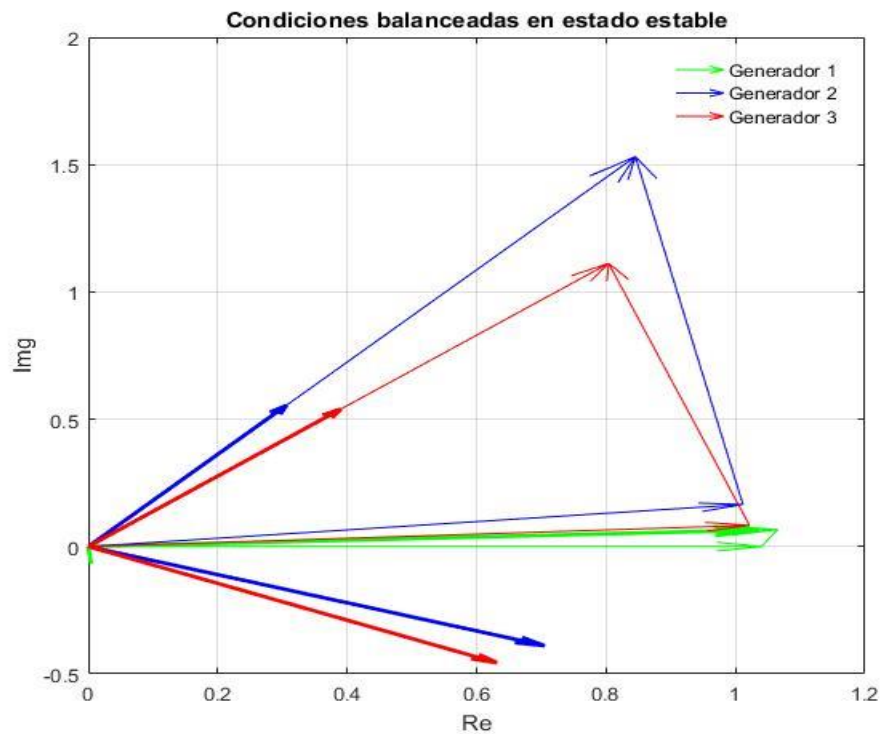


Figura 3-5-3. Diagrama fasorial para la operación de generación del sistema de tres generadores y seis nodos para implementar el control de los estabilizadores de sistemas de potencia.

5.3.Cálculo de la matriz de red equivalente, y ecuaciones linealizadas de las componentes de las corrientes y del voltaje en el marco de referencia dq

La matriz de red equivalente, dada por la Ecuación 2.4.7, puede calcularse mediante eliminación de nodos. Así, la matriz de red original de tamaño 9 por 9 debe reducirse a una matriz de red equivalente de 4 por 4. La tercera parte de la simulación comienza encontrando la matriz de red equivalente. De las Ecuaciones 2.4.12 – 2.4.13 obteneos las ecuaciones linealizadas de I'_{ds} e I'_{qs} . Así, la tercera parte de la simulación es:

`% Matriz de red equivalente y ecuaciones linealizadas de las corrientes
% en el marco de referencia dq`

La matriz de red equivalente está dada por

$$I_G = \begin{bmatrix} 0.8455 - j2.9883 & 0.2871 + j1.5129 & 0.2096 + j1.2256 \\ 0.2871 + j1.5129 & 0.4200 - j2.7239 & 0.2133 + j1.0879 \\ 0.2096 + j1.2256 & 0.2133 + j1.0879 & 0.2770 - j2.3681 \end{bmatrix} E_G. \quad (3.5.17)$$

Los resultados de la simulación para las constantes en las ecuaciones linealizadas muestran que

$$F_{dd} = \begin{bmatrix} -0.1495 & 0.1522 & -0.0027 \\ -1.5248 & 2.4915 & -0.9667 \\ -1.1554 & -0.8304 & 1.9858 \end{bmatrix}, \quad (3.5.18)$$

$$G_{dd} = \begin{bmatrix} 2.9883 & -1.0548 & -0.9406 \\ -0.5704 & 2.7239 & -1.0541 \\ -0.6169 & -1.1058 & 2.3681 \end{bmatrix}, \quad (3.5.19)$$

$$H_{dd} = \begin{bmatrix} 0.0305 & -0.8355 & -0.8754 \\ 0.0516 & 0.3128 & 0.3699 \\ 0.0390 & 0.0595 & 0.2982 \end{bmatrix}, \quad (3.5.20)$$

$$F_{qq} = \begin{bmatrix} 2.8746 & -1.6101 & -1.2645 \\ -0.5679 & 1.1482 & -0.5803 \\ -0.6255 & -0.8161 & 1.4416 \end{bmatrix}, \quad (3.5.21)$$

$$G_{qq} = \begin{bmatrix} 0.8455 & -1.1220 & -0.8132 \\ 1.4304 & 0.4200 & 0.3436 \\ 1.0796 & 0.0798 & 0.2770 \end{bmatrix}, \quad (3.5.22)$$

$$H_{qq} = \begin{bmatrix} -0.1079 & 0.7855 & 1.0125 \\ 0.0206 & -2.0285 & 1.1347 \\ 0.0223 & 0.8235 & -2.5493 \end{bmatrix}, \quad (3.5.23)$$

$$F_q = \begin{bmatrix} 2.2109 & -1.3887 & -0.8222 \\ -0.2555 & 0.3070 & -0.0514 \\ -0.2216 & -0.1674 & 0.3891 \end{bmatrix}, \quad (3.5.24)$$

$$G_q = \begin{bmatrix} 1.6574 & -0.8566 & -0.5266 \\ 0.6587 & 0.1525 & 0.1510 \\ 0.4674 & 0.0525 & 0.1098 \end{bmatrix}, \quad (3.5.25)$$

$$F_d = \begin{bmatrix} 0.3256 & -0.0001 & -0.3255 \\ -1.5726 & 2.4539 & -0.8813 \\ -1.1505 & -0.9162 & 2.0667 \end{bmatrix} \quad (3.5.26)$$

y

$$G_d = \begin{bmatrix} 2.0793 & -1.2544 & -1.1789 \\ -0.1060 & 2.7468 & -0.9934 \\ -0.3738 & -1.1144 & 2.3893 \end{bmatrix}. \quad (3.5.27)$$

5.4. Cálculo de las constantes K del modelo de Heffron-Phillips

De las Ecuaciones 2.4.30 – 2.4.38 obtenemos las constantes K del modelo linealizado de Heffron – Phillips del sistema de potencia de múltiples generadores. La cuarta parte de la simulación es:

% Cálculo de las constantes K del modelo Heffron-Phillips

Los resultados de esta parte de la simulación muestran que

$$K_1 = \begin{bmatrix} 2.3676 & -1.4821 & -0.8854 \\ -1.5384 & 2.2400 & -0.7016 \\ -1.0713 & -0.8407 & 1.9120 \end{bmatrix}, \quad (3.5.28)$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} 2.4905 & -0.9446 & -0.5907 \\ 1.0785 & 3.1052 & -0.4254 \\ 0.3922 & -0.6710 & 2.3632 \end{bmatrix}, \quad (3.5.29)$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} 1.1772 & -0.1069 & -0.1004 \\ -0.0822 & 3.1315 & -0.7709 \\ -0.4228 & -1.2606 & 3.7028 \end{bmatrix}, \quad (3.5.30)$$

$$K_4 = \begin{bmatrix} 0.0277 & -0.0001 & -0.0277 \\ -1.2203 & 1.9042 & -0.6839 \\ -1.3014 & -1.0364 & 2.3378 \end{bmatrix}, \quad (3.5.31)$$

$$K_5 = \begin{bmatrix} -0.0064 & -0.0084 & 0.0148 \\ -0.0572 & 0.0269 & 0.0303 \\ -0.0764 & -0.0521 & 0.1285 \end{bmatrix} \quad (3.5.32)$$

y

$$K_6 = \begin{bmatrix} 0.8819 & 0.0709 & 0.0683 \\ 0.4555 & 0.5184 & 0.1762 \\ 0.4909 & 0.1815 & 0.4733 \end{bmatrix}. \quad (3.5.33)$$

5.5. Representación en el espacio de estados

La representación en el espacio de estados de la Ecuación 2.4.40, en la quinta parte de la simulación, será:

% Representacion en el espacio de estado

Por tanto,

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Delta E'_q}{dt} \\ \frac{d\Delta\delta}{dt} \\ \frac{d\Delta(w_r/w_b)}{dt} \\ \frac{d\Delta E'_{fd}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1314 & 0.0119 & 0.0112 & -0.0031 & 0 & 0.0031 & 0 & 0 & 0 & 0.1116 & 0 & 0 \\ 0.0137 & -0.5219 & 0.1285 & 0.2034 & -0.3174 & 0.1140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1667 & 0 \\ 0.0718 & 0.2140 & -0.6287 & 0.2210 & 0.1760 & -0.3969 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1698 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 377 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 377 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0527 & 0.0200 & 0.0125 & -0.0501 & 0.0313 & 0.0187 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0843 & -0.2426 & 0.0332 & 0.1202 & -0.1750 & 0.0548 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0651 & 0.1115 & -0.3926 & 0.1780 & 0.1396 & -0.3176 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -8819.1 & -709.2 & -683.5 & 63.6 & 84.1 & -147.7 & 0 & 0 & 0 & -50 & 0 & 0 \\ -4554.7 & -5184.0 & -1761.8 & 571.9 & -268.7 & -303.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -50 & 0 \\ -4908.8 & -1814.9 & -4732.8 & 763.6 & 521.4 & -1284.9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -50 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0212 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0781 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1661 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 10000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10000 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_{pss} \\ \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix}, \quad (3.5.34)$$

5.6. Selección de locación de instalación

La selección de locación de instalación se realiza calculando los valores propios, o eigenvalores, los eigenvectores derechos e izquierdos correspondiente a cada valor propio, las frecuencias, los factores de participación y factores de correlación. Por tanto, la sexta parte de la simulación es:

`% Selección de locacion de instalación`

Los valores propios de la representación en el espacio de estados del modelo Heffron-Phillips muestran que

$$\lambda_{1,2} = -25.0103 \pm j28.3131, \quad (3.5.35)$$

$$\lambda_3 = -35.1545, \quad (3.5.36)$$

$$\lambda_4 = -12.1347, \quad (3.5.37)$$

$$\lambda_{5,6} = -25.0091 \pm j9.0298, \quad (3.5.38)$$

$$\lambda_{7,8} = -1.7711 \pm j10.3845, \quad (3.5.39)$$

$$\lambda_{9,10} = 0 \pm j0 \quad (3.5.40)$$

y

$$\lambda_{11,12} = -0.2059 \pm j7.7909. \quad (3.5.41)$$

Las frecuencias correspondientes a cada valor propio serán

$$freq_{1,2} = 4.5062, \quad (3.5.42)$$

$$freq_3 = 0, \quad (3.5.43)$$

$$freq_4 = 0, \quad (3.5.44)$$

$$freq_{5,6} = 1.4371, \quad (3.5.45)$$

$$freq_{7,8} = 1.6527, \quad (3.5.46)$$

$$freq_{9,10} = 0 \quad (3.5.47)$$

y

$$freq_{11,12} = 1.2400. \quad (3.5.48)$$

El rango de la frecuencia de oscilación del sistema de potencia es $0.2 - 2.5 \text{ Hz}$ y se remarcan en las Ecuaciones 3.5.42 – 3.5.48. Los valores propios correspondientes a estas frecuencias son los modos de oscilación. Para confirmar la identificación como modos de oscilación se calcula las relaciones de participación como

$$\rho_{5,6} = 0.0050, \quad (3.5.49)$$

$$\rho_{7,8} = 4.5108 \quad (3.5.50)$$

y

$$\rho_{11,12} = 31.4905. \quad (3.5.51)$$

Podemos observar que las relaciones de participación de las frecuencias correspondientes a los valores propios 7, 8, 11 y 12 son mayores a uno y se identifican como modos de oscilación.

5.7. Diseño del controlador del compensador estático de potencia reactiva mediante el método de compensación de fase

La representación en el espacio de estados de la trayectoria de la señal estabilizadora del modelo de Heffron-Phillips del sistema de potencia de múltiples generadores instalado con un PSS se obtiene mediante la figura 2-4 y la Ecuación 2.4.45; reemplazando la velocidad angular correspondiente al modo de oscilación en la función de transferencia de la Ecuación 2.4.45 se obtiene el valor de $F_{PSS_i}(s)$. Por tanto, la última parte de esta simulación será:

`% Diseño del controlador`

Los resultados de las constantes del compensador de retardo – adelanto muestran que

$$K_{S_1} = 0.0109, T_{1_1} = 0.001, T_{2_1} = -0.0685, T_{3_1} = 0.001, T_{4_1} = -0.0685, \quad (3.5.52)$$

$$K_{S_2} = 0.0144, T_{1_2} = 0.001, T_{2_2} = -0.0689, T_{3_2} = 0.001, T_{4_2} = -0.0689; \quad (3.5.53)$$

y

$$K_{S_3} = 0.0680, T_{1_3} = 0.001, T_{2_3} = -0.0648, T_{3_3} = 0.001, T_{4_3} = -0.0648. \quad (3.5.54)$$

Los valores propios de la representación en el espacio de estados del modelo Heffron-Phillips del sistema de múltiples generadores instalado con el PSS serán

$$\lambda_1 = -1021.7, \quad (3.5.55)$$

$$\lambda_2 = -1006.1, \quad (3.5.56)$$

$$\lambda_3 = -977.5, \quad (3.5.57)$$

$$\lambda_4 = -1002.2, \quad (3.5.58)$$

$$\lambda_5 = -997.8282, \quad (3.5.59)$$

$$\lambda_6 = -993.8165, \quad (3.5.60)$$

$$\lambda_7 = -45.4432, \quad (3.5.61)$$

$$\lambda_{8,9} = -24.9354 \pm j27.1115, \quad (3.5.62)$$

$$\lambda_{10,11} = -24.9713 \pm j8.2139, \quad (3.5.63)$$

$$\lambda_{12} = 0 \pm j0, \quad (3.5.64)$$

$$\lambda_{13,14} = -0.4642 \pm j14.2323, \quad (3.5.65)$$

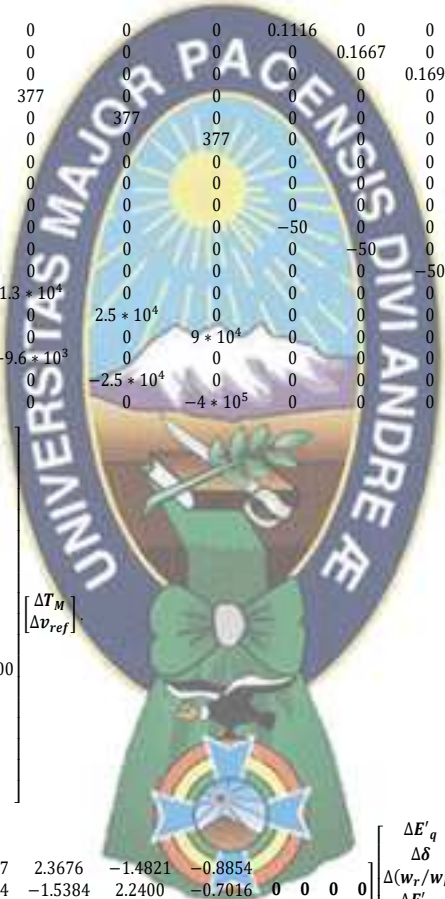
$$\lambda_{15,16} = -0.3005 \pm j7.9067, \quad (3.5.66)$$

$$\lambda_{17} = -0.1828 \quad (3.5.67)$$

y

$$\lambda_{18} = -5.1745. \quad (3.5.68)$$

De las Ecuaciones 2.4.49 – 2.4.62 se puede obtener la representación en el espacio de estados del sistema de múltiples generadores instalado con los estabilizadores de sistemas de potencia. Así,



$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \frac{d\Delta E'_q}{dt} \\ \frac{d\Delta\delta}{dt} \\ \frac{d\Delta(w_r/w_b)}{dt} \\ \frac{d\Delta E'_{fd}}{dt} \\ \frac{d\Delta x_1}{dt} \\ \frac{d\Delta u_{PSS}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1314 & 0.0119 & 0.0112 & -0.0031 & 0 & 0.0031 & 0 & 0 & 0 & 0.1116 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0137 & -0.5219 & 0.1285 & 0.2034 & -0.3174 & 0.1140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1667 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0718 & 0.2140 & -0.6287 & 0.2210 & 0.1760 & -0.3969 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1698 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 377 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 377 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 377 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0527 & 0.0200 & 0.0125 & -0.0501 & 0.0313 & 0.0187 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0843 & -0.2426 & 0.0332 & 0.1202 & -0.1750 & 0.0548 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0651 & 0.1115 & -0.3926 & 0.1780 & 0.1396 & -0.3176 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -8819.1 & -709.2 & -683.5 & 63.6 & 84.1 & -147.7 & 0 & 0 & 0 & 0 & -50 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10000 & 0 \\ -4554.7 & -5184.0 & -1761.8 & 571.9 & -268.7 & -303.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -50 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10000 & 0 \\ -4908.8 & -1814.9 & -4732.8 & 763.6 & 521.4 & -1284.9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -50 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10000 \\ 3.6063 & -1.3678 & -0.8553 & 3.4282 & -2.1461 & -1.2821 & 1.3 \times 10^4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5.8082 & 16.7227 & -2.2910 & -8.2848 & 12.0633 & -3.7784 & 0 & 2.5 \times 10^4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1000 & 0 & 0 & 0 \\ 4.2204 & -7.2214 & 25.4322 & -11.529 & -9.0470 & 20.576 & 0 & 0 & 9 \times 10^4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1000 & 0 & 0 \\ -2.6906 & 1.0205 & 0.6381 & -2.5577 & 1.6012 & 0.9566 & -9.6 \times 10^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 757 & 0 & 0 & -1000 & 0 \\ -5.7846 & -16.6548 & 2.2817 & 8.25122 & -12.014 & 3.7631 & 0 & -2.5 \times 10^4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1010 & 0 & 0 & -1000 \\ -18.603 & 31.8317 & -112.10 & 50.8194 & 39.8789 & -90.698 & 0 & 0 & -4 \times 10^5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4476 & 0 & -1000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta x_1 \\ \Delta u_{PSS} \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0212 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0781 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1661 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1.4480 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5.3854 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -10.7617 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.0803 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5.3636 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 47.4370 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix} \\
 & \Delta T_e = \begin{bmatrix} 2.4905 & -0.9446 & -0.5907 & 2.3676 & -1.4821 & -0.8854 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.0785 & 3.1052 & -0.4254 & -1.5384 & 2.2400 & -0.7016 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.3922 & -0.6710 & 2.3632 & -1.0713 & -0.8407 & 1.9120 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta x_1 \\ \Delta u_{PSS} \end{bmatrix} + [0 \ 0] \begin{bmatrix} \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

(3.5.69)

La respuesta al impulso se muestra en la figura 3-5-4.

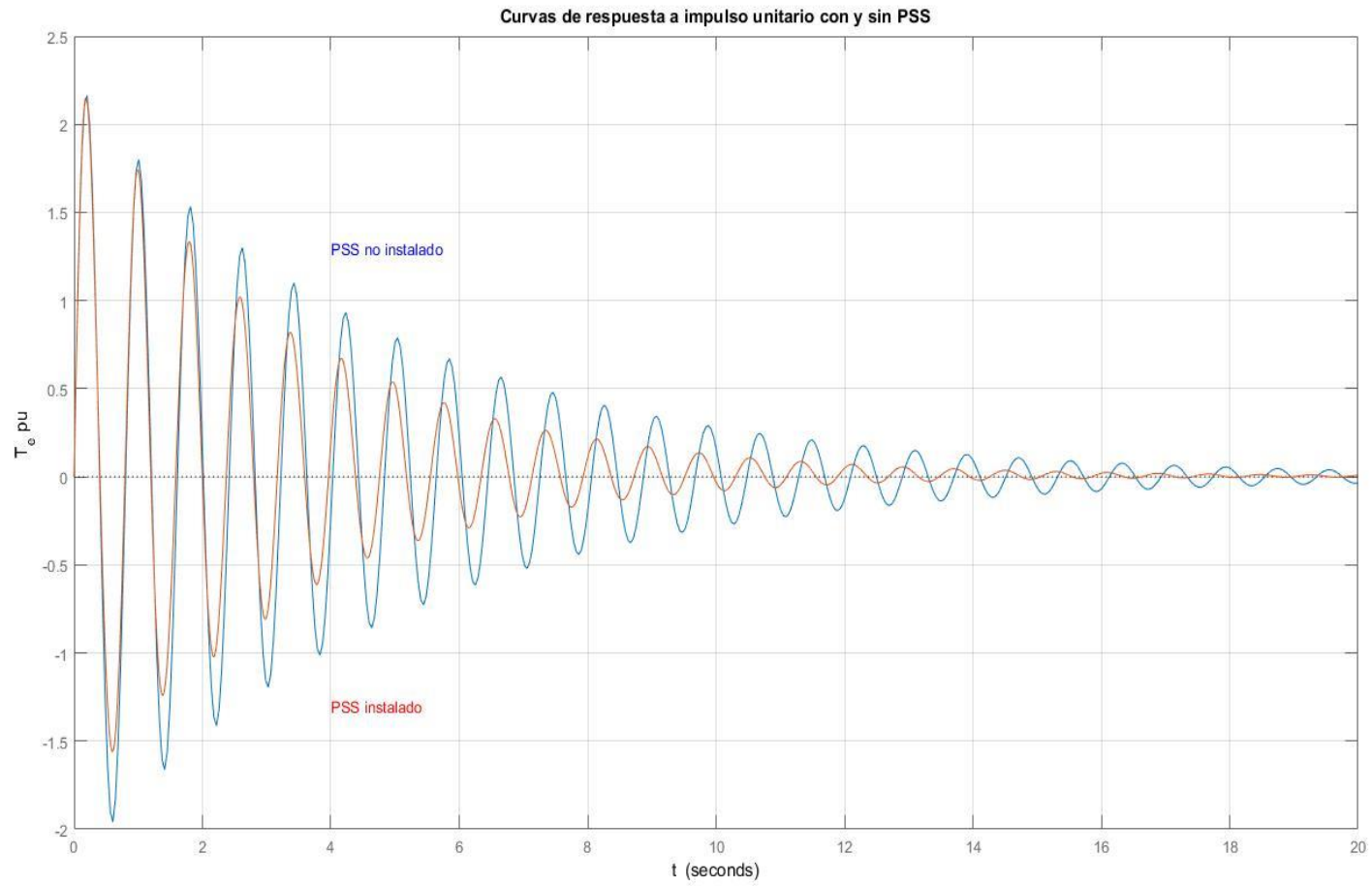


Figura 3-5-4. Respuesta al impulso unitario con el sistema de potencia de múltiples generadores con y sin el PSS.

6. Sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el compensador estático VAR

6.1. Parámetros iniciales

La figura 3-6-1 muestra el sistema de potencia de dos áreas que se empleará para demostrar el efecto del compensador estático VAR. El sistema de potencia consiste en dos áreas iguales las cuales, a su vez, contienen dos generadores sincrónicos cuyos parámetros iniciales se muestran en la tabla 3.12. Además, todas las partes de la simulación que se emplean se encuentran en el Anexo: estudio de simulación 5. Aquí, por escasez de espacio, solo se mencionan los subtítulos de cada parte que compone la simulación.

Tabla 3.12. Parámetros iniciales del sistema de potencia de múltiples generadores para demostrar el efecto del SVC

$S_{nominal} = 900 \text{ MVA}^a$	$V_{nominal} = 20 \text{ kV}^b$
$X_{ls} = 0.2 \text{ por unidad}$	$r_s = 0.0025 \text{ por unidad}$
$X_d = 1.8 \text{ por unidad}$	$X_q = 1.7 \text{ por unidad}$
$X'_d = 0.3 \text{ por unidad}$	$X'_q = 0.55 \text{ por unidad}$
$X''_d = 0.25 \text{ por unidad}$	$X''_q = 0.25 \text{ por unidad}$
$\tau'_{do} = 8.0 \text{ s}$	$\tau'_{qo} = 0.4 \text{ s}$
$\tau''_{do} = 0.03 \text{ s}$	$\tau''_{qo} = 0.05 \text{ s}$
$H = 6.5 \text{ s (G1 y G2)}$	$H = 6.175 \text{ s (G3 y G4)}$
$D = 0 \text{ por unidad}$	$D = 0 \text{ por unidad}$
$K_A = 200$	$T_A = 0.01$

Nota: Adaptado de "Power System Stability and Control," por Prabha Kundur, 1994, McGraw-Hill, p.813. $S_{nominal}$ = potencia nominal, $V_{nominal}$ = voltaje nominal, X_{ls} = reactancia de fuga del estator, r_s = resistencia de los devanados del estator, X_d = reactancia en el devanado d , X_q = reactancia en el devanado q , X'_d = reactancia transitoria en el eje d , X'_q = reactancia transitoria en el eje q , X''_d = reactancia subtransitoria en el eje d , X''_q = reactancia subtransitoria en el eje q , τ'_{do} = constante de tiempo transitorio en circuito abierto en el eje d , τ'_{qo} = constante de tiempo transitorio en circuito abierto en el eje q , τ''_{do} = constante de tiempo subtransitorio en circuito abierto en el eje d , τ''_{qo} = constante de tiempo subtransitorio en circuito abierto en el eje q , H = constante de inercia y D constante de amortiguación.

^aLa potencia nominal es el valor trifásico de la máquina.

^bEl voltaje nominal es el valor pico del voltaje de línea.

Cada transformador tiene una impedancia de $0 + j 0.15$ en por unidad en las bases de 900 MVA y 20/230 KV.

El voltaje nominal del sistema de transmisión es 230 KV. Las longitudes de las líneas se identifican en la figura 3-6-1. Los parámetros de las líneas en por unidad, en las bases 100 MVA y 230 KV, son

$$r = 0.0001 \text{ pu/km}, X_L = 0.001 \text{ pu/km}, b_C = 0.00175 \text{ pu/km}. \quad (3.6.1)$$

El sistema está operando con el área 1 exportando 400 MW al área 2, y las potencias generadas

$$G1: P = 700 \text{ MW}, Q = 179 \text{ MVAR}, V_s = 1.03 \angle 26.8^\circ, \quad (3.6.2)$$

$$G2: P = 700 \text{ MW}, Q = 220 \text{ MVAR}, V_s = 1.01 \angle 17.1^\circ, \quad (3.6.3)$$

$$G3: P = 719 \text{ MW}, Q = 169 \text{ MVAR}, V_s = 1.03 \angle 0^\circ \quad (3.6.4)$$

y

$$G4: P = 700 \text{ MW}, Q = 185 \text{ MVAR}, V_s = 1.01 \angle -10.2^\circ. \quad (3.6.5)$$

Las cargas y las potencias reactivas suministradas (Q_C) por los capacitores en derivación se encuentran en los nodos 7 y 9. Así,

$$\text{Nodo 7: } P_L = 967 \text{ MW}, Q_L = 100 \text{ MVAR}, Q_C = 200 \text{ MVA} \quad (3.6.6)$$

y

$$\text{Nodo 9: } P_L = 1767 \text{ MW}, Q_L = 100 \text{ MVAR}, Q_C = 350 \text{ MVA}. \quad (3.6.7)$$

Para preparar los datos del sistema para un estudio de estabilidad se realizan los siguientes cálculos preliminares:

- Se realiza un estudio de flujo de potencia, en las bases de 100 MVA y 50 Hz, mediante MATLab PSAT cuyos resultados se muestran en la figura 3-6-2.
- Las cargas se convierten a impedancias o admitancias equivalentes. Los datos necesarios para este paso se obtienen del estudio de flujo. Así, si el bus donde se encuentra instalado tiene un voltaje de \tilde{v}_L , potencia reactiva Q_L , potencia activa P_L y corriente \tilde{i}_L que fluye en la carga con admitancia $Y_L = G_L + jB_L$, luego

$$P_L + jQ_L = \tilde{v}_L \tilde{i}_L^* = \tilde{v}_L [\tilde{v}_L^* (G_L - jB_L)] = V_L^2 (G_L - jB_L). \quad (3.6.8)$$

La admitancia equivalente en derivación en el bus esta dado por

$$Y_L = (P_L/V_L^2) - j(Q_L/V_L^2). \quad (3.6.9)$$

Por tanto, se tiene que

$$Y_{7L} = 10.3777 + j1.0732 \quad (3.6.10)$$

y

$$Y_{9L} = 18.5356 + j2.6225. \quad (3.6.11)$$

- La matriz equivalente de admitancias del sistema de potencia se obtiene mediante los siguientes pasos:
 - Las impedancias equivalentes de las cargas se conectan entre los buses de las cargas y en nodo de referencia; para llegar a los voltajes internos de los generadores, según el modelo de un eje,

se adicionan nodos, y los valores apropiados de X'_d y r_s se conectan entre estos nodos y los nodos de las terminales del generador. Así, la impedancia $r_s + jX'_d$ se puede añadir a la reactancia del transformador correspondiente al generador.

- Todos los elementos de impedancias se convierten a admitancias.
- Los elementos de \mathbf{Y} se identifican como Y_{ii} y es la suma de todas las admitancias conectadas al nodo i ; Y_{ij} es el negativo de la admitancia entre los nodos i y j . La tabla 3.13 muestra las impedancias y admitancias del sistema de potencia.

Tabla 3.13. Impedancias y admitancias del sistema de potencia de múltiples generadores para demostrar el efecto del SVC

	Número de Bus	Impedancia		Admitancia	
		R	X	G	B
Generadores ^a					
1	1-5	0.00027	0.05	0.1080	-19.9994
2	2-6	0.00027	0.05	0.1080	-19.9994
3	3-11	0.00027	0.05	0.1080	-19.9994
4	4-10	0.00027	0.05	0.1080	-19.9994
Líneas de Transmisión					
	5-6			3.96	-39.6
	6-7			9.9	-99.01
	7-8			1.8	-18
	8-9			1.8	-18
	9-10			9.9	-99.01
	10-11			3.96	-39.6
Admitancias en derivación ^b					
Carga A	7-0			10.3777	1.2744
Carga B	9-0			18.5356	2.8238
	5-0				0.0219
	6-0				0.0306
	8-0				0.3850
	10-0				0.0306
	11-0				0.0219

Nota: R = resistencia, X = reactancia, G = conductancia, B = susceptancia.

^aPara cada generador se añade la reactancia del transformador a la impedancia del generador.

^bLas susceptancias en derivación de las líneas de transmisión se añaden a las cargas.

- Finalmente, eliminamos todos los nodos excepto los nodos internos del generador y el nodo donde se instalará el compensador estático de potencia reactiva, y obtenemos la matriz reducida de la red \mathbf{Y} . La reducción se realiza mediante una operación matricial si recordamos que todos los nodos tienen inyección de corriente cero excepto los nodos internos de los generadores.

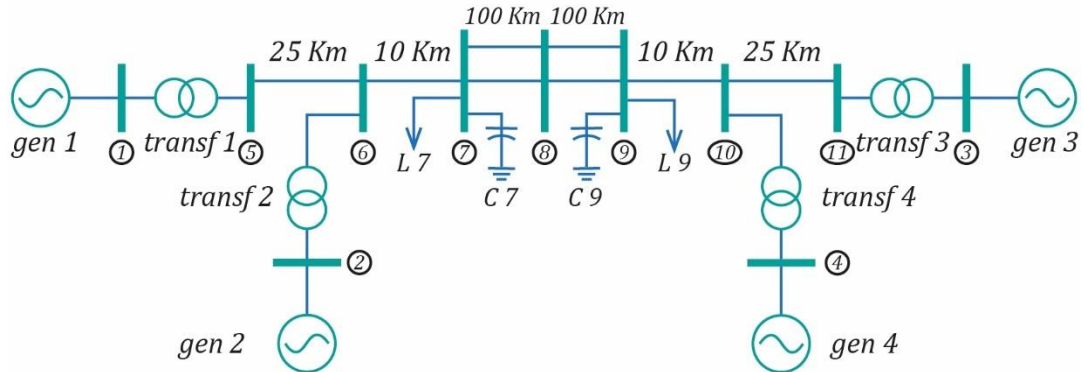


Figura 3-6-1. Sistema de dos áreas, cuatro generadores y once nodos para implementar el estabilizador FACTS basado en un SVC incluyendo longitud de las líneas de transmisión. *L* y *C* indican una carga y capacitancia respectivamente. Adaptado de “Power System Stability and Control,” por Prabha Kundur, 1994, McGraw-Hill, p. 813.

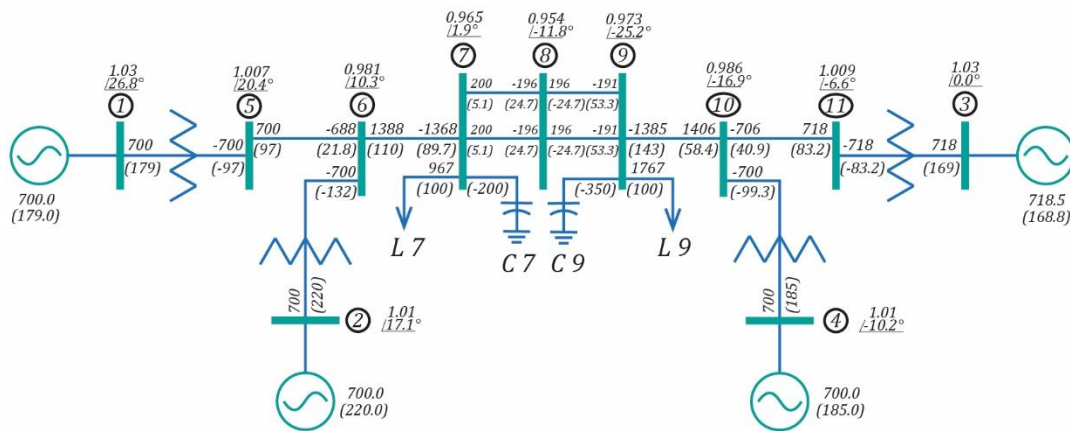


Figura 3-6-2. Estudio de flujo de potencia mediante MATLAB PSAT del sistema de la figura 3-6-1. Los valores en cada nodo indican el voltaje fasorial. Los valores, sin paréntesis, sobre las líneas de transmisión indican las potencias activas; los valores, con paréntesis, por debajo de las líneas de transmisión indican las potencias reactivas.

La primera parte de la simulación que consiste en implementar los parámetros iniciales encontrados en la simulación de MATLAB PSAT es:

% Parametros iniciales y simulación mediante MATLAB PSAT

6.2. Cálculo de la compensación inicial

Los pasos para la compensación inicial del compensador estático de potencia reactiva instalado en un sistema de múltiples generadores son los siguientes:

- Las potencias reactivas inductiva y capacitiva se calcula tomando en cuenta las cargas y los capacitores en derivación en los nodos 7 y 9. Así, $Q_{Cm\acute{a}x} = -5.5 pu$ y $Q_{Lm\acute{a}x} = 2 pu$.
- Las potencias reactivas absorbida (inductor) y generada (capacitor) máximas definen el dominio de operación del compensador. La potencia reactiva absorbida es tal que la corriente a través del TCR puede cancelar la totalidad de la corriente en el FC. Además, si existe una disminución adicional en

el ángulo de retardo de disparo, en el punto donde la totalidad de la corriente en el FC ya está cancelada, producirá una salida de potencia reactiva positiva; es decir absorberá potencia reactiva.

- Las susceptancias (B_C y B_L) y reactancias (X_L y X_C) correspondientes al compensador FC-TCR se calculan dependiendo de la potencia reactiva absorbida y generada máximas que definen el dominio de operación. Como se muestra en la figura 3-10 (b) y (c) (Anexo: fundamento teórico 3), estas susceptancias y reactancias indican la pendiente del FC y TCR que componen el SVC. Como se puede observar, estas pendientes pueden ajustarse para una mayor compensación y debe considerarse cada nodo que no pertenezca a un generador sincrónico.
- Se calcula la constante $C_0 = dC(\alpha_0)/d\alpha$, para cada nodo que no pertenezca a un generador sincrónico, que nos sirve en la linealización de la Ecuación 3.18 (Anexo: fundamento teórico 3) dada por

$$\Delta B_{SVC} = \frac{dB_{SVC}}{d\alpha} \Delta\alpha = \frac{1}{X_L} \left[-\frac{2}{\pi} - \frac{2 \cos(2\alpha)}{\pi} \right] \Delta\alpha = \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} \Delta\alpha, \quad (3.6.12)$$

y se gráfica las características de operación v_{SVC} versus i_{SVC} y v_{SVC} versus Q_{SVC} , para cada nodo que no pertenezca a un generador sincrónico.

La función que representa la segunda parte de la simulación en MATLAB es:

```
function [Xsvcc, Xsvcl, bsvc0, alpha0, Co]=svcinitial(vo_pu)
```

Los resultados de esta simulación muestran que

$$X_L = [0.1353 \ 0.1282 \ 0.1242 \ 0.1213 \ 0.1271 \ 0.1297 \ 0.1359]pu, \quad (3.6.13)$$

$$X_C = [0.1845 \ 0.1748 \ 0.1694 \ 0.1654 \ 0.1733 \ 0.1769 \ 0.1853]pu \quad (3.6.14)$$

y

$$\frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} = 1.2165 pu. \quad (3.6.15)$$

Finalmente, se gráfica las características de operación v_{SVC} versus i_{SVC} y v_{SVC} versus Q_{SVC} , como se muestra en la figura 3-6-3.

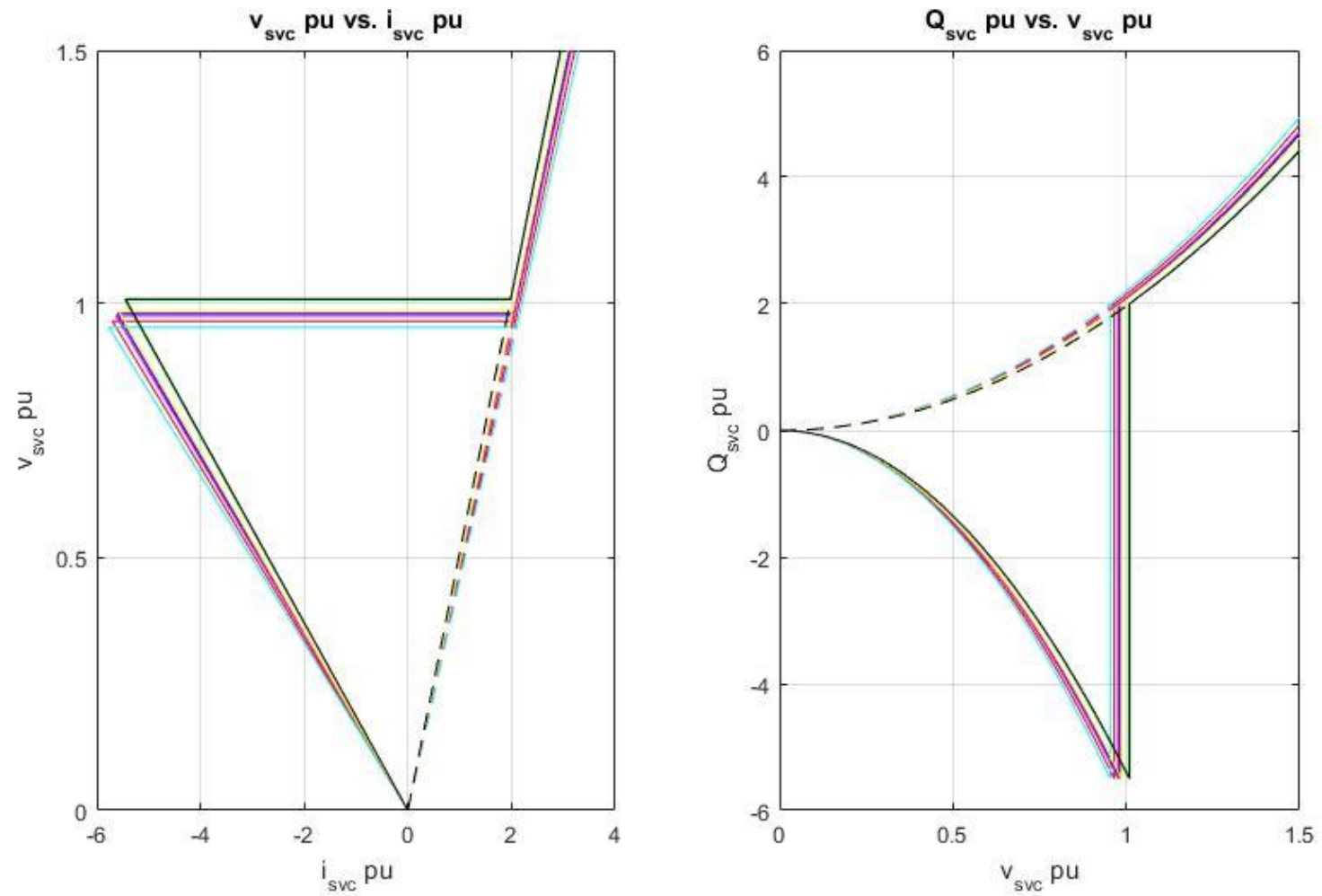


Figura 3-6-3. Gráfica las características de operación v_{svc} versus i_{svc} y v_{svc} versus Q_{svc} . v , i y Q indican voltaje, corriente y potencia reactiva respectivamente.

6.3. Condiciones balanceadas en estado estable

De la Ecuación 2.207 (Anexo: fundamento teórico 2) y mediante la transformación al marco de referencia dq , de las variables \tilde{v}_{as} e \tilde{i}_{as} de cada generador sincrónico, se obtienen las variables en condiciones balanceadas en estado estable, como se muestra en el diagrama fasorial para la operación de generación de la figura 2-5 (Anexo: fundamento teórico 2). La tercera parte de la simulación en MATLAB muestra este procedimiento:

```
function [ias_fasor_pu,E_fasor_pu,delt0,v_rqs_pu0,v_rds_pu0,ip_rqs_pu0...
,ip_rds_pu0,E_pq0]=initialcalc(Sass,vas_fasor_pu,rs,we,wb,Xq,Xpd)
```

Los resultados de esta cuarta muestran que

$$\tilde{E}_a = [0.6340 + j1.7592 \quad 0.9758 + j1.6693 \quad 1.3414 + j1.3172 \quad 1.5673 + j1.0487] pu; \quad (3.6.16)$$

y

$$v_{ds}^r = [0.7069 \quad 0.6836 \quad 0.7217 \quad 0.7009] pu, \quad (3.6.17)$$

$$v_{qs}^r = [0.7491 \quad 0.7435 \quad 0.7349 \quad 0.7272] pu, \quad (3.6.18)$$

$$i_{ds}^r = [5.9279 \quad 6.2945 \quad 6.0565 \quad 6.1283] pu \quad (3.6.19)$$

y

$$i_{qs}^r = [3.7505 \quad 3.6276 \quad 3.8291 \quad 3.7192] pu. \quad (3.6.20)$$

El diagrama fasorial para la operación de generación del sistema de potencia de múltiples generadores, análogo a la figura 2-5 (Anexo: fundamento teórico 2) se muestra en la figura 3-6-4.

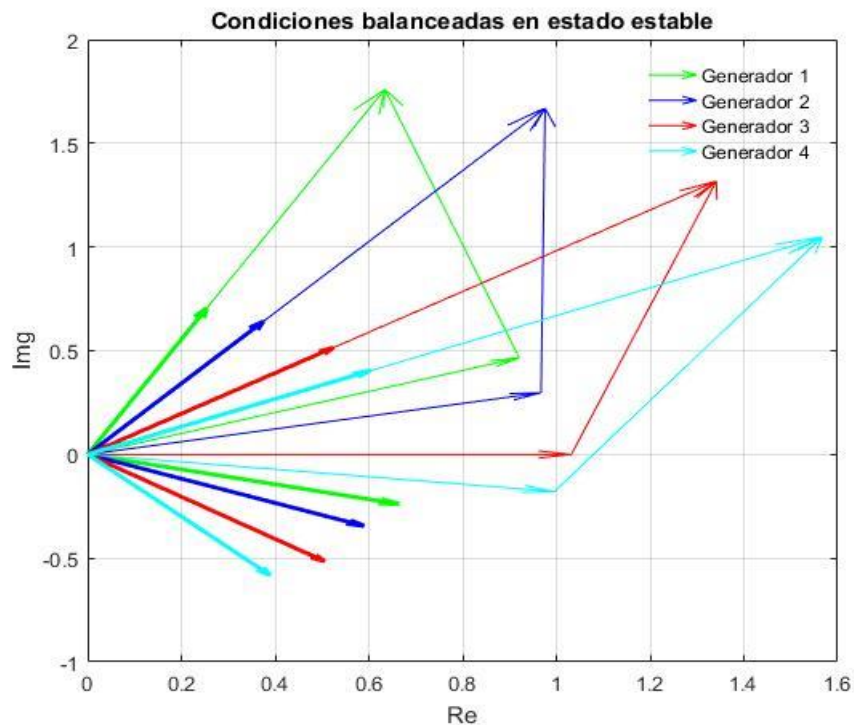


Figura 3-6-4. Diagrama fasorial para la operación de generación del sistema de dos áreas, cuatro generadores y once nodos para implementar el control del compensador estático VAR.

6.4. Cálculo de la matriz de red equivalente

La matriz de red equivalente, dada por la Ecuación 2.5.1, puede calcularse mediante eliminación de nodos dependiendo del nodo donde se instala el compensador. Así, la matriz de red original de tamaño 17 por 17 debe reducirse a una matriz de red equivalente de 5 por 5 donde el nodo adicional corresponde al nodo donde se instala el compensador. La cuarta parte de la simulación se describe en la siguiente función:

```
function [Yfin]=matrizred(Y11,Y12,Y21,Y22)
```

La matriz de red equivalente correspondiente al compensador instalado en el nodo 9 es

$$\begin{bmatrix} I_G \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.1952 - j9.1878 & 1.2493 + j6.1526 & 0 & 0 & 0.5308 + j2.5722 \\ 1.2493 + j6.1526 & 2.2724 - j10.8311 & 0 & 0 & 0.9177 + j3.8326 \\ 0 & 0 & 0.4993 - j11.9735 & 0.0741 + j2.0074 & -0.5729 + j9.9779 \\ 0 & 0 & 0.0741 + j2.0074 & 0.3140 - j16.9922 & -0.377 + j14.9916 \\ 0.5308 + j2.5722 & 0.9177 + j3.8326 & -0.5729 + j9.9779 & -0.3877 + j14.9916 & 20.783 - j28.644 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_G \\ V_1 \end{bmatrix} \quad (3.6.21)$$

6.5. Ecuaciones linealizadas de las componentes de las corrientes y del voltaje en el punto donde se instala el compensador en el marco de referencia dq

De las Ecuaciones 2.5.9 – 2.5.33 obtenemos las ecuaciones linealizadas de I_{ds}^* , I_{qs}^* y V_1 . Por tanto, la quinta parte de la simulación se describe en la siguiente función:

```
function [Y21py_real,Y21py_imag,Fdd,Gdd,Hdd,Fqq,Gqq,Hqq,Ldd,Lqq,...
C1p,C2p,C3p,C4p]=FGHLLineal(Yfin,Xq,Xpd,E_pg0,delt0,ip_rqs_pu0,bsvc0)
```

Debemos notar que las líneas en color verde en esta parte de la simulación indican la posibilidad de realizar una transformación a un marco de referencia fijo en algún rotor de los generadores sincrónicos. Sin embargo, si se considerará tal transformación, los resultados obtenidos de las variaciones de los parámetros son los mismo ya que en condiciones de estado estable todos los generadores están en sincronismo.

Los resultados de esta simulación, correspondiente al compensador instalado en el nodo 9, muestran que

$$F_{dd} = \begin{bmatrix} 7.7569 & -5.8418 & -0.8038 & -1.1113 \\ -4.0878 & 7.0832 & -1.2327 & -1.7627 \\ -0.6345 & -1.0842 & 7.7251 & -6.0064 \\ -0.8185 & -1.4712 & -4.6557 & 6.9454 \end{bmatrix}, \quad (3.6.22)$$

$$G_{dd} = \begin{bmatrix} 9.0882 & -5.9146 & -0.2532 & -0.1445 \\ -6.4629 & 10.6311 & -0.5336 & -0.4645 \\ -0.7028 & -0.9547 & 9.5143 & -5.1117 \\ -1.0969 & -1.5479 & -5.9532 & 11.6626 \end{bmatrix}, \quad (3.6.23)$$

$$H_{dd} = \begin{bmatrix} 0.2120 & 0.4086 & 0.1085 & 0.1717 \\ 0.0520 & 0.4144 & 0.1520 & 0.2496 \\ 0.0369 & 0.0890 & 0.2932 & 0.5093 \\ 0.0293 & 0.0975 & 0.1842 & 0.5874 \end{bmatrix}, \quad (3.6.24)$$

$$F_{qq} = \begin{bmatrix} 3.4728 & -4.1551 & 0.1782 & 0.5040 \\ -5.9224 & 5.3445 & 0.0822 & 0.4957 \\ -0.5269 & -0.5870 & 3.9801 & -2.8662 \\ -0.9283 & -1.1216 & -4.8704 & 6.9202 \end{bmatrix}, \quad (3.6.25)$$

$$G_{qq} = \begin{bmatrix} 1.3627 & 2.6263 & 0.6972 & 1.1035 \\ 0.3341 & 2.6630 & 0.9767 & 1.6041 \\ 0.2370 & 0.5721 & 1.8846 & 3.2731 \\ 0.1884 & 0.6268 & 1.1838 & 3.7752 \end{bmatrix}, \quad (3.6.26)$$

$$H_{qq} = \begin{bmatrix} -1.4141 & 0.9203 & 0.0394 & 0.0225 \\ 1.0056 & -1.6542 & 0.0830 & 0.0723 \\ 0.1094 & 0.1485 & -1.4804 & 0.7954 \\ 0.1707 & 0.2409 & 0.9263 & -1.8147 \end{bmatrix}, \quad (3.6.27)$$

$$L_{dd} = \begin{bmatrix} 0.0579 \\ 0.0760 \\ 0.0593 \\ 0.0256 \end{bmatrix}, \quad (3.6.28)$$

$$L_{qq} = \begin{bmatrix} 0.0435 \\ 0.0776 \\ 0.2690 \\ 0.4126 \end{bmatrix}, \quad (3.6.29)$$

$$C_{1p} = [0.0632 \quad 0.0958 \quad 0.2383 \quad 0.3599], \quad (3.6.30)$$

$$C_{2p} = [0.0061 \quad 0.0088 \quad 0.0236 \quad 0.0348], \quad (3.6.31)$$

$$C_{3p} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (3.6.32)$$

$$C_{4p} = 0.0225. \quad (3.6.33)$$

y

6.6. Cálculo de las constantes K del modelo de Heffron-Phillips

De las Ecuaciones 2.5.34 – 2.5.59 obtenemos las constantes K del modelo linealizado de Heffron – Phillips del sistema de potencia de múltiples generadores instalado con un compensador estático VAR. La sexta parte de la simulación se describe en la siguiente función:

```
function [Gq,Fq,Lq,K1,K2,Kp,K3,K4,Kq,K5,K6,Kv,C1,C3,C4]=constantesK(Fdd...
,Gdd,Hdd,Fqq,Gqq,Hqq,Ldd,Lqq,C1p,C2p,C3p,C4p,...
,vpas_fasor_pu,vp_rqs_pu0,vp_rds_pu0,E_pq0,ip_rds_pu0,ip_rqs_pu0,Xq,Xpd,Xd)
```

Los resultados de esta simulación, correspondiente al compensador instalado en el nodo 9, muestran que

$$F_q = \begin{bmatrix} 0.6560 & -1.1358 & 0.1088 & 0.3710 \\ -2.0158 & 1.5607 & 0.0733 & 0.3818 \\ -0.5059 & -0.3357 & 1.1858 & -0.3468 \\ -0.6290 & -0.4443 & -1.3263 & 2.3996 \end{bmatrix}, \quad (3.6.34)$$

$$\mathbf{G}_q = \begin{bmatrix} 0.7283 & 1.7551 & 0.5580 & 0.9242 \\ 0.4148 & 1.7065 & 0.6376 & 1.0807 \\ 0.2231 & 0.6290 & 1.1021 & 2.1273 \\ 0.2200 & 0.6821 & 0.8717 & 2.1899 \end{bmatrix}, \quad (3.6.35)$$

$$\mathbf{L}_q = \begin{bmatrix} 0.0450 \\ 0.0579 \\ 0.1827 \\ 0.2144 \end{bmatrix}, \quad (3.6.36)$$

$$\mathbf{K}_1 = \begin{bmatrix} 5.2582 & -5.3660 & -0.2925 & 0.4004 \\ -6.7873 & 7.2546 & -0.6188 & 0.1515 \\ -1.7005 & -1.4124 & 6.6473 & -3.5344 \\ -2.0297 & -1.8068 & -5.5124 & 9.3489 \end{bmatrix}, \quad (3.6.37)$$

$$\mathbf{K}_2 = \begin{bmatrix} 10.6406 & 0.5607 & 1.2732 & 2.3691 \\ -2.6780 & 13.5272 & 1.3139 & 2.5972 \\ 0.1441 & 1.0589 & 12.0717 & 2.0653 \\ -0.0857 & 0.8149 & -1.3430 & 15.6439 \end{bmatrix}, \quad (3.6.38)$$

$$\mathbf{K}_p = \begin{bmatrix} 0.1704 \\ 0.2154 \\ 0.4796 \\ 0.5153 \end{bmatrix}, \quad (3.6.39)$$

$$\mathbf{K}_3 = \begin{bmatrix} 2.5793 & -0.7768 & 0.0658 & 0.1833 \\ -1.0276 & 2.9496 & 0.0241 & 0.1502 \\ -0.0769 & -0.0344 & 2.7268 & -0.5405 \\ -0.1442 & -0.1356 & -0.8601 & 3.2460 \end{bmatrix}, \quad (3.6.40)$$

$$\mathbf{K}_4 = \begin{bmatrix} 1.1518 & -0.9264 & -0.1416 & -0.0837 \\ -0.8540 & 1.2517 & -0.2246 & -0.1732 \\ -0.2098 & -0.2187 & 1.2350 & -0.8065 \\ -0.2431 & -0.2792 & -0.8678 & 1.3901 \end{bmatrix}, \quad (3.6.41)$$

$$\mathbf{K}_q = \begin{bmatrix} 0.0246 \\ 0.0306 \\ 0.0382 \\ 0.0320 \end{bmatrix}, \quad (3.6.42)$$

$$\mathbf{K}_5 = \begin{bmatrix} -0.0823 & -0.0126 & 0.0347 & 0.0603 \\ -0.1321 & 0.0154 & 0.0424 & 0.0743 \\ -0.0371 & -0.0133 & -0.0187 & 0.0690 \\ -0.0475 & -0.0181 & -0.0491 & 0.1146 \end{bmatrix}, \quad (3.6.43)$$

$$\mathbf{K}_6 = \begin{bmatrix} 0.5923 & 0.3404 & 0.0628 & 0.0932 \\ 0.2041 & 0.6676 & 0.0780 & 0.1161 \\ 0.0405 & 0.0881 & 0.6132 & 0.3586 \\ 0.0496 & 0.1089 & 0.2380 & 0.6840 \end{bmatrix}, \quad (3.6.44)$$

$$\mathbf{K}_v = \begin{bmatrix} 0.0023 \\ 0.0029 \\ 0.0187 \\ 0.0235 \end{bmatrix}, \quad (3.6.45)$$

$$\mathbf{C}_1 = [0.0842 \quad 0.1601 \quad 0.3036 \quad 0.5015], \quad (3.6.46)$$

$$C_3 = [-0.0476 \quad -0.0165 \quad -0.0168 \quad 0.0810] \quad (3.6.47)$$

y

$$C_4 = 0.0351. \quad (3.6.48)$$

6.7. Representación en el espacio de estados para el diseño del controlador PI de voltaje

La representación en el espacio de estados de la Ecuación 2.5.61 está dado, en la séptima parte de la simulación, por:

```
function [A,B,C,D,kp,ki]=matrixxAB...
(K1,K2,Kp,K3,K4,Kq,K5,K6,Kv...
,Tpd0,M,wb,DD,TA,KA,C1,C3,C4)
```



Por tanto, se tiene, para el compensador instalado en el nodo 9, que

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \frac{d\Delta E'_q}{dt} \\ \frac{d\Delta\delta}{dt} \\ \frac{d\Delta(w_r/w_b)}{dt} \\ \frac{d\Delta E'_{fd}}{dt} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -0.3224 & 0.0971 & -0.0082 & -0.0229 & -0.1440 & 0.1158 & 0.0177 & 0.0105 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1250 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1284 & -0.3687 & -0.0030 & -0.0188 & 0.1067 & -0.1565 & 0.0281 & 0.0216 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1250 & 0 & 0 \\ 0.0096 & 0.0043 & -0.3409 & 0.0676 & 0.0262 & 0.0273 & -0.1544 & 0.1008 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1250 & 0 \\ 0.0180 & 0.0170 & 0.1075 & -0.4058 & 0.0304 & 0.0349 & 0.1085 & -0.1738 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1250 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 377 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 377 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 377 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.8185 & -0.0431 & -0.0979 & -0.1822 & -0.4045 & 0.4128 & 0.0225 & -0.0308 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2060 & -1.0406 & -0.1011 & -0.1998 & 0.5221 & -0.5580 & 0.0476 & -0.0117 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0117 & -0.0857 & -0.9775 & -0.1672 & 0.1377 & 0.1144 & -0.5382 & 0.2862 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0069 & -0.0660 & 0.1087 & -1.2667 & 0.1643 & 0.1463 & 0.4464 & -0.7570 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -296.14 & -170.19 & -31.385 & -46.589 & 41.154 & 6.3204 & -17.341 & -30.133 & 0 & 0 & 0 & 0 & -10 & 0 & 0 & 0 \\ -102.07 & -333.82 & -38.984 & -58.035 & 66.062 & -7.7244 & -21.194 & -37.143 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -10 & 0 & 0 \\ -20.245 & -44.072 & -306.62 & -179.29 & 18.531 & 6.6334 & 9.3596 & -34.524 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -10 & 0 \\ -24.788 & -54.462 & -118.90 & -342.02 & 23.743 & 9.0394 & 24.528 & -57.311 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \end{bmatrix} \\
 + \begin{bmatrix} -0.0031 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0038 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0048 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0040 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0131 & 0.0769 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0166 & 0 & 0.0769 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0388 & 0 & 0 & 0.0769 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0417 & 0 & 0 & 0 & 0.0769 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1.1312 & 0 & 0 & 0 & 0 & 500 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1.4483 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 500 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -9.3684 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 500 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -11.7480 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 500 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta B_{svc} \\ \Delta T_M \\ \Delta V_{ref} \end{bmatrix} \\
 \Delta V_1 = [0.0842 \quad 0.1601 \quad 0.3036 \quad 0.5015 \quad -0.0476 \quad -0.0165 \quad -0.0168 \quad 0.0810 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \end{bmatrix} + [0.0351 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} \Delta B_{svc} \\ \Delta T_M \\ \Delta V_{ref} \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

(3.6.49)

El diseño del controlador PI del voltaje, para el compensador instalado en el nodo 9, muestra que

$$k_p = 28.3 \quad \text{y} \quad k_i = 4.46. \quad (3.6.50)$$

6.8. Cálculo de las constantes K' del modelo de Heffron-Phillips

De las Ecuaciones 2.5.69 – 2.5.88 obtenemos las constantes K' del modelo linealizado de Heffron – Phillips del sistema de potencia de múltiples generadores instalado con un compensador estático VAR. La octava parte de la simulación se describe en la siguiente función:

```
function [Kp1, Kp2, Kpz, Kpp, Kp3, Kp4, Kqz, Kpq, Kp5, Kp6, Kvz, Kpv, CA, ...
    CE, Cz, Cu]=constantesKpC(K1, K2, Kp, ...
    K3, K4, Kq, K5, K6, Kv, C1, C3, C4, kp, ki, Co, Xsvcl)
```

Los resultados de esta simulación, correspondiente al compensador instalado en el nodo 9, muestran que

$$K'_1 = \begin{bmatrix} 5.4677 & -5.2936 & -0.2185 & 0.0444 \\ -6.5224 & 7.3463 & -0.5253 & -0.2986 \\ -1.1108 & -1.2084 & 6.8554 & -4.5363 \\ -1.3961 & -1.5876 & -5.2888 & 8.2725 \end{bmatrix}, \quad (3.6.51)$$

$$K'_2 = \begin{bmatrix} 10.2705 & -0.1433 & -0.0618 & 0.1642 \\ -3.1459 & 12.6371 & -0.3743 & -0.1909 \\ -0.8976 & -0.9225 & 8.3139 & -4.1410 \\ -1.2049 & -1.3139 & -5.3803 & 8.9759 \end{bmatrix}, \quad (3.6.52)$$

$$K_{pz} = \begin{bmatrix} 0.0162 \\ 0.0205 \\ 0.0457 \\ 0.0491 \end{bmatrix}, \quad (3.6.53)$$

$$K'_p = \begin{bmatrix} 0.1554 \\ 0.1965 \\ 0.4373 \\ 0.4699 \end{bmatrix}, \quad (3.6.54)$$

$$K'_3 = \begin{bmatrix} 2.5258 & -0.8785 & -0.1271 & -0.1353 \\ -1.0941 & 2.8232 & -0.2157 & -0.2458 \\ 0.1598 & -0.1920 & 2.4278 & -1.0343 \\ -0.2137 & -0.2679 & -1.1111 & 2.8315 \end{bmatrix}, \quad (3.6.55)$$

$$K'_4 = \begin{bmatrix} 1.1821 & -0.9160 & -0.1309 & -0.1352 \\ -0.8164 & 1.2648 & -0.2113 & -0.2371 \\ -0.1629 & -0.2025 & 1.2516 & -0.8863 \\ -0.2038 & -0.2656 & -0.8539 & 1.3232 \end{bmatrix}, \quad (3.6.56)$$

$$K_{qz} = \begin{bmatrix} 0.0023 \\ 0.0029 \\ 0.0036 \\ 0.0031 \end{bmatrix}, \quad (3.6.57)$$

$$K'_q = \begin{bmatrix} 0.0225 \\ 0.0279 \\ 0.0348 \\ 0.0292 \end{bmatrix}, \quad (3.6.58)$$

$$K'_5 = \begin{bmatrix} -0.0795 & -0.0117 & 0.0357 & 0.0555 \\ -0.1286 & 0.0167 & 0.0436 & 0.0682 \\ -0.0140 & -0.0053 & -0.0106 & 0.0299 \\ -0.0186 & -0.0081 & -0.0389 & 0.0655 \end{bmatrix}, \quad (3.6.59)$$

$$K'_6 = \begin{bmatrix} 0.5874 & 0.3310 & 0.0450 & 0.0639 \\ 0.1979 & 0.5657 & 0.0553 & 0.0786 \\ -0.0002 & 0.0107 & 0.4664 & 0.1161 \\ -0.0015 & 0.0118 & 0.0539 & 0.3800 \end{bmatrix}, \quad (3.6.60)$$

$$K_{vz} = \begin{bmatrix} 0.0002 \\ 0.0003 \\ 0.0018 \\ 0.0022 \end{bmatrix}, \quad (3.6.61)$$

$$K'_v = \begin{bmatrix} 0.0021 \\ 0.0026 \\ 0.0171 \\ 0.0214 \end{bmatrix}, \quad (3.6.62)$$

$$C_A = [0.1938 \quad 0.0670 \quad 0.0684 \quad -0.3292], \quad (3.6.63)$$

$$C_E = [-0.3423 \quad -0.6511 \quad -1.2349 \quad -2.0395], \quad (3.6.64)$$

$$C_z = -0.1426 \quad (3.6.65)$$

y

$$C_u = -1.3647. \quad (3.6.66)$$

6.9. Representación en el espacio de estados para el diseño del controlador SVC

La representación en el espacio de estados de la Ecuación 2.5.89 está dado, en la novena parte de la simulación, por:

```
function [A1, B1]=matrixxA1B1(wb, DD, Tpd0, M, TA, KA, Kp1, Kp2, Kpz, Kpp, ...
    Kp3, Kp4, Kqz, Kpq, Kp5, Kp6, Kvz, Kpv, CE, CA, Cz, Cu)
```

Por tanto, se tiene, para el compensador instalado en el nodo 9, que

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Delta E'_q}{dt} \\ \frac{d\Delta\delta}{dt} \\ \frac{d\Delta(w_r/w_b)}{dt} \\ \frac{d\Delta E'_{fd}}{dt} \\ \frac{d\Delta Z_{SVC}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.3157 & 0.1098 & 0.0159 & 0.0169 & -0.1478 & 0.1145 & 0.0164 & 0.0169 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1250 & 0 & 0 & 0 & -0.0003 \\ 0.1368 & -0.3529 & 0.0270 & 0.0307 & 0.1020 & -0.1581 & 0.0264 & 0.0296 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1250 & 0 & 0 & -0.0004 \\ 0.0200 & 0.0240 & -0.3035 & 0.1293 & 0.0204 & 0.0253 & -0.1564 & 0.1108 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1250 & 0 & -0.0005 \\ 0.0267 & 0.0335 & 0.1389 & -0.3539 & 0.0255 & 0.0332 & 0.1067 & -0.1654 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1250 & -0.0004 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 377 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 377 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 377 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 377 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.7900 & 0.0110 & 0.0048 & -0.0126 & -0.4206 & 0.4072 & 0.0168 & -0.0034 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0012 \\ 0.2420 & -0.9721 & 0.0288 & 0.0147 & 0.5017 & -0.5651 & 0.0404 & 0.0230 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0016 \\ 0.0727 & 0.0747 & -0.6732 & 0.3353 & 0.0899 & 0.0978 & -0.5551 & 0.3673 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0037 \\ 0.0976 & 0.1064 & 0.4357 & -0.7268 & 0.1130 & 0.1285 & 0.4282 & -0.6698 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0040 \\ -293.78 & -165.52 & -22.521 & -31.950 & 39.763 & 5.8392 & -17.832 & -27.770 & 0 & 0 & 0 & 0 & -10 & 0 & 0 & 0 & -0.1078 \\ -98.925 & -327.84 & -27.636 & -39.293 & 64.281 & -8.3405 & -21.823 & -34.118 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -10 & 0 & 0 & -0.1380 \\ 0.1037 & -5.3662 & -233.21 & -58.058 & 7.0117 & 2.6481 & 5.2931 & -14.953 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -10 & 0 & -0.8926 \\ 0.7298 & -5.9246 & -26.937 & -189.99 & 9.2980 & 4.0418 & 19.429 & -32.769 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -10 & -1.1193 \\ -0.3423 & -0.6511 & -1.2349 & -2.0395 & 0.1938 & 0.0670 & 0.0684 & -0.3292 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.1426 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta Z_{SVC} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.0028 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0035 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0043 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0037 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0120 & 0.0769 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0151 & 0 & 0.0769 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0354 & 0 & 0 & 0.0769 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0380 & 0 & 0 & 0 & 0.0769 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1.0315 & 0 & 0 & 0 & 0 & 500 & 0 & 0 & 0 \\ -1.3207 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 500 & 0 & 0 \\ -8.5430 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 500 & 0 \\ -10.7130 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 500 \\ -1.3647 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_{SVC} \\ \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix} \tag{3.6.67}$$

6.10. Señal de retroalimentación

La señal de retroalimentación del controlador del compensador estático de potencia reactiva es la señal de la potencia activa entregado a través del nodo donde el SVC está instalado. La matriz de red equivalente que contiene el nodo donde se encuentra instalado el SVC y el nodo de realimentación se obtiene mediante:

```
function [Yfin2]=matrizred2(Y11,Y12,Y21,Y22)
```

El resultado de esta simulación, correspondiente al compensador instalado en el nodo 9 y con realimentación en el nodo 10, muestran que

$$Y_2 = \begin{bmatrix} 20.78 - j28.64 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.23 - j9.14 & 1.31 + j6.22 & 0 & 0 & 0.92 + j2.26 \\ 0 & 1.31 + j6.22 & 2.37 - j10.7 & 0 & 0 & 1.48 + j3.35 \\ 0 & 0 & 0 & 0.49 - j13.31 & 0 & -0.49 + j13.32 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.11 - j20.0 & -0.11 + j20.0 \\ 0 & 0.92 + j2.26 & 1.48 + j3.35 & -0.49 + j13.32 & -0.11 + j20.0 & 18.11 - j10.0 \end{bmatrix} \quad (3.6.68)$$

Según las Ecuaciones 2.5.96 – 2.5.101, la décima parte de la simulación será:

```
function [PPP_menos, PPP_mas]=constantesPpnum1...
(Y21py_real, Y21py_imag, Y22, Xq, Xpd, E_pq0, delt0, ip_rqs_pu0, Yfin2)
```

Los resultados de esta simulación correspondientes al compensador instalado en el nodo 9 y con retroalimentación en el nodo 10 muestran que

$$P'_{a\ 910} = [0 \ 0 \ 0 \ 0], \quad (3.6.69)$$

$$P'_{e\ 910} = [-0.0100 \ -0.0227 \ 2.9616 \ 6.6303], \quad (3.6.70)$$

$$P'_{i\ 910} = [-0.0010 \ -0.0021 \ 0.2932 \ 0.6411] \quad (3.6.71)$$

y

$$P'_{b\ 910} = 0.2839. \quad (3.6.72)$$

De las Ecuaciones 2.5.102 y 2.5.115 se puede obtener ΔP_{9j} en función de $\Delta \delta$, $\Delta E'_q$ y ΔB_{SVC} , y $\Delta \delta$, $\Delta E'_q$, ΔZ_{SVC} y Δu_{SVC} , respectivamente. Así, la simulación continua como:

```
function [PPpp_menos, PPpp_mas]=constantesPpnum1...
(PPP_menos, PPP_mas, Lq, Gq, Fq, C1, C3, C4, Co, kp, Xsvcl)
```

Los resultados correspondientes al compensador instalado en el nodo 9 y con retroalimentación en el nodo 10 serán

$$PP_{a\ 910} = [-0.5480 \ -0.3854 \ -0.5021 \ 1.4356], \quad (3.6.73)$$

$$PP_{e\ 910} = [0.1949 \ 0.5938 \ 3.8416 \ 8.6547], \quad (3.6.74)$$

$$PP'_{b\ 910} = 0.4747. \quad (3.6.75)$$

$$P_{a\ 910} = [0.0357 \ -0.1835 \ -0.2961 \ 0.4438], \quad (3.6.76)$$

$$P_{e\ 910} = [-0.8362 \ -1.3675 \ 0.1220 \ 2.5114], \quad (3.6.77)$$

$$P_{z910} = 0.0452 \quad (3.6.78)$$

y

$$P_{u910} = 0.4329. \quad (3.6.79)$$

6.11. Ecuación de salida

La Ecuación de salida de la representación en el espacio de estados esta dado por la Ecuación 2.5.116. La decimo primera parte de la simulación corresponde a la siguiente función:

```
function [C1_1,D1_1,C1_21,D1_21,C1_22,D1_22,...
C1_31,D1_31,C1_32,D1_32,C1_41,D1_41,C1_42,D1_42,...
C1_51,D1_51,C1_52,D1_52,C1_61,D1_61,C1_62,D1_62,...
C1_7,D1_7]=matrixxClDl_1(PPpp_menos,PPpp_mas)
```

Los resultados correspondientes al compensador instalado en el nodo 9 y con retroalimentación en el nodo 10 muestran que

$$\Delta P_{1j} = \begin{bmatrix} -0.8362 \\ -1.3675 \\ 0.1220 \\ 2.5114 \\ 0.0357 \\ -0.1835 \\ -0.2961 \\ 0.4438 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.0452 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta \delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta Z_{SVC} \end{bmatrix} + 0.4329 \Delta u_{SVC}. \quad (3.6.80)$$

6.12. Selección de locación de instalación

La selección de locación de instalación se realiza mediante cuatro funciones:

- La primera función nos muestra los valores propios, o eigenvalores, los eigenvectores derechos e izquierdos correspondiente a cada valor propio, las frecuencias, los factores de participación, y factores de correlación.
- La segunda función muestra la relación entre la salida y una variable, γ_i , de la Ecuación 2.5.128.
- La tercera función, según la Ecuación 2.5.129, nos muestra el índice de sensibilidad en cada nodo del sistema de transmisión (no incluye los nodos de los generadores); según la Ecuación 2.5.133 obtenemos la matriz **B**.
- La cuarta función nos muestra el índice del análisis de torque de amortiguación DTA.

La primera función, en la simulación, para la selección de locación de instalación será:

```
function [P,DD,freq,sigma,VV,WW]=confident(A1)
```

De los resultados de esta primera simulación, para el SVC instalado en el nodo 9, se tiene que

$$DD = \begin{bmatrix} -0.1747 + j18.9854 \\ -0.1747 - j18.9854 \\ -0.1725 + j19.5797 \\ -0.1725 - j19.5797 \\ 0.8446 + j9.4420 \\ 0.8446 - j9.4420 \\ -7.6472 \\ -6.0210 + j6.8524 \\ -6.0210 - j6.8524 \\ -7.0348 \\ -3.0723 \\ -5.0444 + j2.8272 \\ -5.0444 - j2.8272 \\ -2.4498 \\ 0 \\ 0 \\ -0.1284 \end{bmatrix}, \quad (3.6.81)$$

donde **DD** es la matriz de valores propios;

$$Freq = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 3.0198 & 3.0216 & 3.0222 & 3.0229 \\ 3.0252 & 3.0207 & 3.0171 & 3.0198 & 3.0216 & 3.0222 & 3.0229 \\ 3.0252 & 3.0207 & 3.0171 & 3.1269 & 3.1162 & 3.1216 & 3.1325 \\ 3.1286 & 3.1292 & 3.1292 & 3.1269 & 3.1162 & 3.1216 & 3.1325 \\ 3.1286 & 3.1292 & 3.1292 & 1.6221 & 1.5027 & 1.5005 & 1.5288 \\ 1.6920 & 1.7153 & 1.7114 & 1.6221 & 1.5027 & 1.5005 & 1.5288 \\ 1.6920 & 1.7153 & 1.7114 & 0.8912 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.7680 & 0.8912 & 1.0906 & 1.0831 & 1.0770 \\ 0 & 0.7803 & 0.7680 & 0 & 1.0906 & 1.0831 & 1.0770 \\ 0.7814 & 0.7803 & 0 & 0.7995 & 0 & 0 & 0 \\ 0.7814 & 0.2557 & 0.4818 & 0.7995 & 0 & 0 & 0 \\ 0.3186 & 0.2557 & 0.4818 & 0 & 0.4500 & 0.2447 & 0 \\ 0.3186 & 0 & 0 & 0 & 0.4500 & 0.2447 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.6.82)$$

En la Ecuación 3.6.82 las filas indican los eigenvalores y las columnas indican los nodos 5 a 11. El rango de la frecuencia de oscilación del sistema de potencia es $0.2 - 2.5 \text{ Hz}$ y se remarcan en la Ecuación 3.6.82.

La segunda, tercera y cuarta función, en la simulación, para la selección de locación de instalación serán:

```
function [ippsilon]=intallocal(C1_1,C1_21,C1_22,C1_31,C1_32,...
C1_41,C1_42,C1_51,C1_52,C1_61,C1_62,C1_7,VV)
```

```
function [S,BB]=intallocala2(WW,VV,A1,B1,DD)
```



```
function [DTA,DTAp,ippsilon_abs,S_abs,BB_abs]=intalloca3(ippsilon,S,BB)
```

Los resultados de las simulaciones muestran que

$$DTA = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.0009 & 0.0001 \\ 0.0017 & 0.0007 \\ 0.0019 & 0.0012 \\ 0.0036 & 0.0011 \\ 0.0008 & 0.0013 \\ 0.0376 & 0.0068 \\ 0.0221 & 0.0053 \\ 0.0608 & 0.0608 \\ \mathbf{0.1138} & \mathbf{0.1138} \\ 0.0623 & 0.0623 \\ 0.0197 & 0.0197 \\ 0.0223 & 0.0223 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.6.83)$$

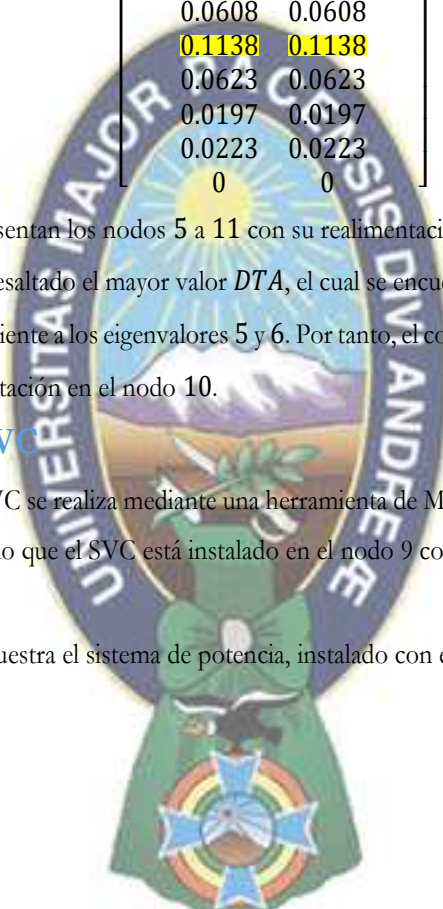
donde cada par de filas representan los nodos 5 a 11 con su realimentación en el nodo anterior y posterior. En la Ecuación 3.6.83 se muestra resaltado el mayor valor DTA , el cual se encuentra en el nodo 9 con su realimentación en el nodo 10 y es correspondiente a los eigenvalores 5 y 6. Por tanto, el compensador estático VAR debe instalarse en el nodo 9 con su realimentación en el nodo 10.

6.13. Estabilizador SVC

El diseño del estabilizador SVC se realiza mediante una herramienta de MATLAB SISOTOOL. Así, la última parte de la simulación, considerando que el SVC está instalado en el nodo 9 con su realimentación en el nodo 10, será:

```
% Estabilizador SVC
```

La figura 3-6-5 muestra el sistema de potencia, instalado con en SVC, estabilizado.



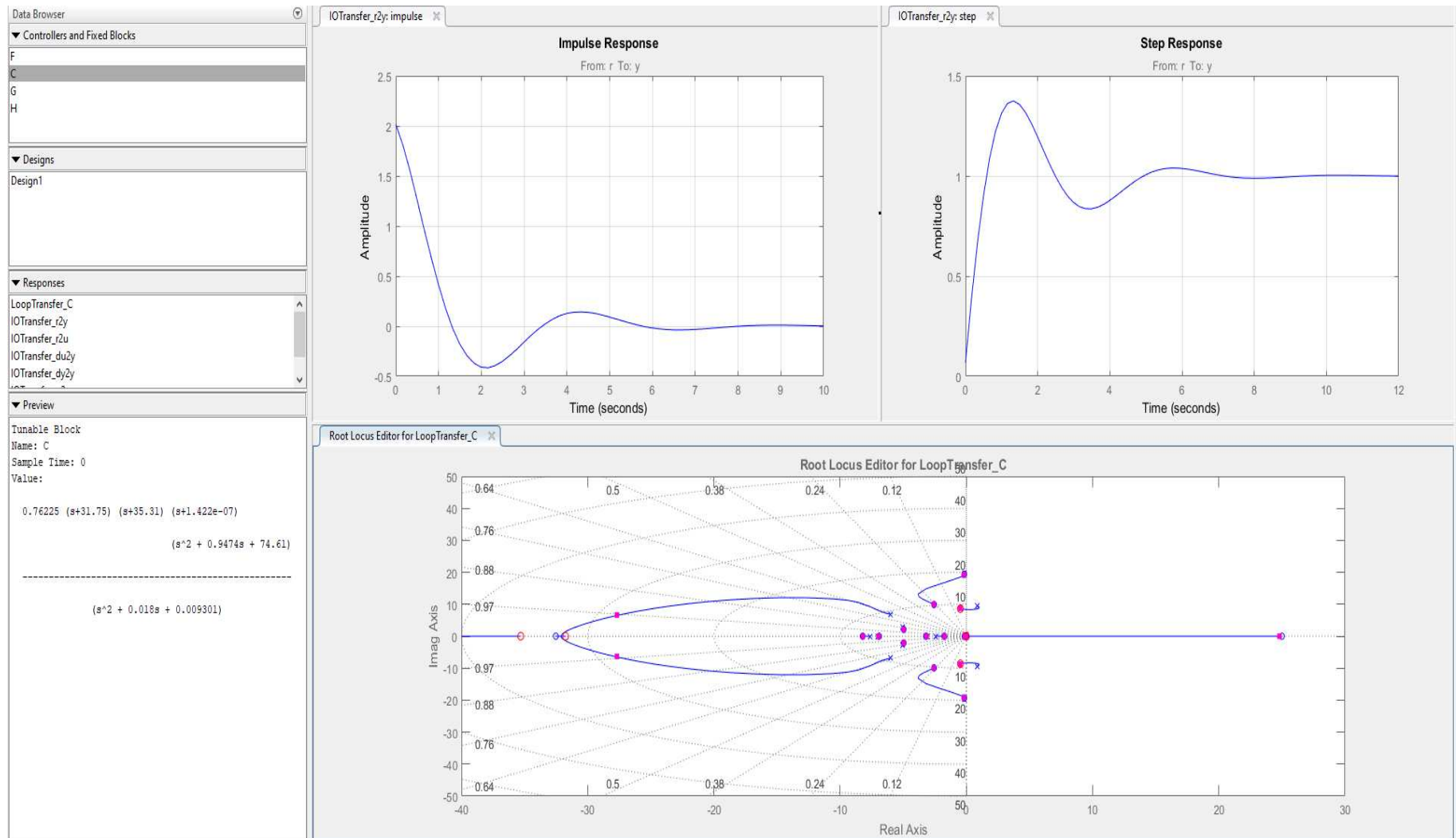


Figura 3-6-5. Respuesta al impulso y escalón unitario del sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el SVC.

7. Sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el convertidor de fuente de voltaje

7.1. Parámetros iniciales

La figura 3-7-1 muestra el sistema de potencia de dos áreas que se empleará para demostrar el efecto del convertidor de fuente de voltaje. Los parámetros iniciales se muestran en la tabla 3.14. Además, todas las partes de la simulación que se emplean se encuentran en el Anexo: estudio de simulación 6. Aquí, por escasez de espacio, solo se mencionan los subtítulos de cada parte que compone la simulación.

Tabla 3.14. Parámetros iniciales del sistema de potencia de múltiples generadores para demostrar el efecto del VSC

$S_{nominal} = 900 \text{ MVA}^a$	$V_{nominal} = 20 \text{ kV}^b$
$X_{ls} = 0.2 \text{ por unidad}$	$r_s = 0.0025 \text{ por unidad}$
$X_d = 1.8 \text{ por unidad}$	$X_q = 1.7 \text{ por unidad}$
$X'_d = 0.3 \text{ por unidad}$	$X'_q = 0.55 \text{ por unidad}$
$X''_d = 0.25 \text{ por unidad}$	$X''_q = 0.25 \text{ por unidad}$
$\tau'_{do} = 8.0 \text{ s}$	$\tau'_{qo} = 0.4 \text{ s}$
$\tau''_{do} = 0.03 \text{ s}$	$\tau''_{qo} = 0.05 \text{ s}$
$H = 6.5 \text{ s (G1 y G2)}$	$H = 6.175 \text{ s (G3 y G4)}$
$D = 0 \text{ por unidad}$	$D = 0 \text{ por unidad}$
$K_A = 200$	$T_A = 0.01$

Nota: Adaptado de "Power System Stability and Control," por Prabha Kundur, 1994, McGraw-Hill, p.813. $S_{nominal}$ = potencia nominal, $V_{nominal}$ = voltaje nominal, X_{ls} = reactancia de fuga del estator, r_s = resistencia de los devanados del estator, X_d = reactancia en el devanado d , X_q = reactancia en el devanado q , X'_d = reactancia transitoria en el eje d , X'_q = reactancia transitoria en el eje q , X''_d = reactancia subtransitoria en el eje d , X''_q = reactancia subtransitoria en el eje q , τ'_{do} = constante de tiempo transitorio en circuito abierto en el eje d , τ'_{qo} = constante de tiempo transitorio en circuito abierto en el eje q , τ''_{do} = constante de tiempo subtransitorio en circuito abierto en el eje d , τ''_{qo} = constante de tiempo subtransitorio en circuito abierto en el eje q , H = constante de inercia y D constante de amortiguación.

^aLa potencia nominal es el valor trifásico de la máquina.

^bEl voltaje nominal es el valor pico del voltaje de línea.

Cada transformador tiene una impedancia de $0 + j 0.15$ en por unidad en las bases de 900 MVA y 20/230 KV.

El voltaje nominal del sistema de transmisión es 230 KV. Las longitudes de las líneas se identifican en la figura 3-7-1. Los parámetros de las líneas en por unidad, en las bases 100 MVA y 230 KV, son

$$r = 0.0001 \text{ pu/km}, X_L = 0.001 \text{ pu/km}, b_C = 0.00175 \text{ pu/km}. \quad (3.7.1)$$

El sistema está operando con las potencias generadas

$$G1: P = 700 \text{ MW}, Q = 124.1 \text{ MVAR}, V_s = 1.03 \angle 18.9^\circ, \quad (3.7.2)$$

$$G2: P = 700 \text{ MW}, Q = 87.7 \text{ MVAR}, V_s = 1.01 \angle 9.3^\circ, \quad (3.7.3)$$

$$G3: P = 697.1 \text{ MW}, Q = 152.1 \text{ MVAR}, V_s = 1.03 \angle 0^\circ \quad (3.7.4)$$

y

$$G4: P = 700 \text{ MW}, Q = 157 \text{ MVAR}, V_s = 1.01 \angle -9.6^\circ. \quad (3.7.5)$$

Las cargas y las potencias reactivas suministradas por los capacitores en derivación se encuentran en los nodos 6 y 8. Así,

$$\text{Nodo 6: } P_L = 967 \text{ MW}, Q_L = 100 \text{ MVAR}, Q_C = 200 \text{ MVA} \quad (3.7.6)$$

y

$$\text{Nodo 8: } P_L = 1767 \text{ MW}, Q_L = 100 \text{ MVAR}, Q_C = 350 \text{ MVA}. \quad (3.7.7)$$

Para preparar los datos del sistema para un estudio de estabilidad se realizan los siguientes cálculos preliminares:

- Se realiza un estudio de flujo de potencia, en las bases de 100 MVA y 50 Hz, mediante MATLAB PSAT y los resultados se muestran en la figura 3-7-2.
- Las cargas se convierten a impedancias o admitancias equivalentes. Los datos necesarios para este paso se obtienen del estudio de flujo. Así, si el bus donde se encuentra instalado tiene un voltaje de \tilde{v}_L , potencia reactiva Q_L , potencia activa P_L y corriente \tilde{i}_L que fluye en la carga con admitancia $Y_L = G_L + jB_L$, luego

$$P_L + jQ_L = \tilde{v}_L \tilde{i}_L^* = \tilde{v}_L [\tilde{v}_L^* (G_L - jB_L)] = V_L^2 (G_L - jB_L). \quad (3.7.8)$$

La admitancia equivalente en derivación en el bus esta dado por

$$Y_L = (P_L/V_L^2) - j(Q_L/V_L^2). \quad (3.7.9)$$

Por tanto, se tiene que

$$Y_{6L} = 9.6276 + j0.9956, \quad (3.7.10)$$

y

$$Y_{8L} = 18.2578 + j2.5832. \quad (3.7.11)$$

- La matriz equivalente de admitancias del sistema de potencia se obtiene mediante los siguientes pasos:
 - Las impedancias equivalentes de las cargas se conectan entre los buses de las cargas y en nodo de referencia; para llegar a los voltajes internos de los generadores, según el modelo de un eje, se adicionan nodos, y los valores apropiados de X'_d y r_s se conectan entre estos nodos y los

odos de las terminales del generador. Así, la impedancia $r_s + jX'_d$ se puede añadir a la reactancia del transformador correspondiente al generador.

- Todos los elementos de impedancias se convierten a admitancias.
- Los elementos de \mathbf{Y} se identifican como Y_{ii} y es la suma de todas las admitancias conectadas al nodo i ; Y_{ij} es el negativo de la admitancia entre los nodos i y j . La tabla 3.15 muestra las impedancias y admitancias del sistema de potencia.

Tabla 3.15. Impedancias y admitancias del sistema de potencia de múltiples generadores para demostrar el efecto del VSC

	Número de Bus	Impedancia		Admitancia	
		R	X	G	B
Generadores ^a					
1	1-5	0.00027	0.05	0.1080	-19.9994
2	2-6	0.00027	0.05	0.1080	-19.9994
3	3-10	0.00027	0.05	0.1080	-19.9994
4	4-9	0.00027	0.05	0.1080	-19.9994
Líneas de Transmisión					
	5-6			3.96	-39.6
	6-7			1.8	-18
	7-8			1.8	-18
	8-9			9.9	-99.01
	9-10			3.96	-39.6
Admitancias en derivación ^b					
Carga A	6-0			9.6276	1.2100
Carga B	8-0			18.2578	2.7976
	5-0				0.0219
	7-0				0.3850
	9-0				0.0306
	10-0				0.0219

Nota: R = resistencia, X = reactancia, G = conductancia, B = susceptancia.

^aPara cada generador se añade la reactancia del transformador a la impedancia del generador.

^bLas susceptancias en derivación de las líneas de transmisión se añaden a las cargas.

- Finalmente, eliminamos todos los nodos excepto los nodos internos del generador y aquellos nodos entre los cuales se instalará el convertidor de fuente de voltaje, y obtenemos la matriz reducida de la red \mathbf{Y} . La reducción se realiza mediante una operación matricial si recordamos que todos los nodos tienen inyección de corriente cero excepto los nodos internos de los generadores.

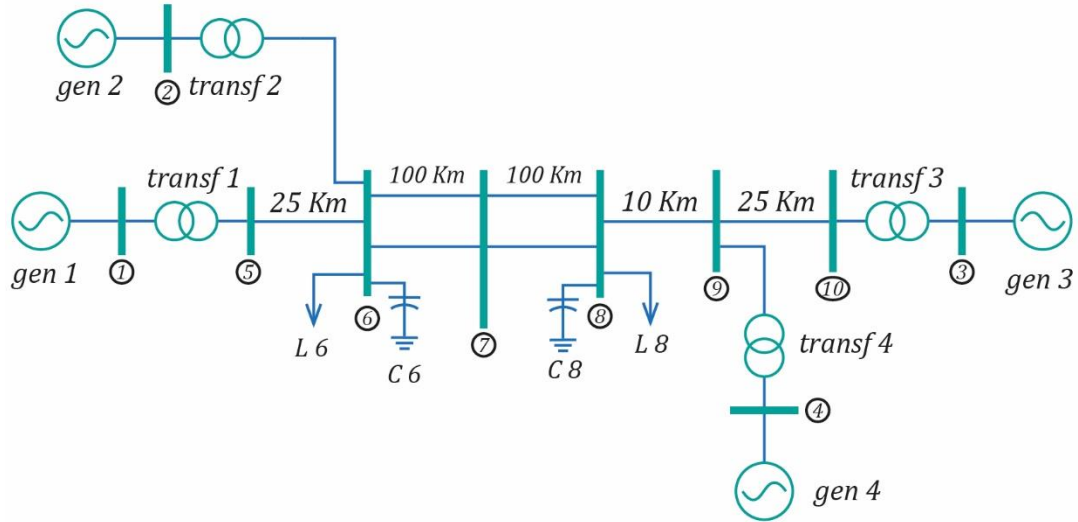


Figura 3-7-1. Sistema de dos áreas, cuatro generadores y diez nodos para implementar el estabilizador FACTS basado en un VSC incluyendo longitud de las líneas de transmisión. Adaptado de “Power System Stability and Control,” por Prabha Kundur, 1994, McGraw-Hill, p.813.

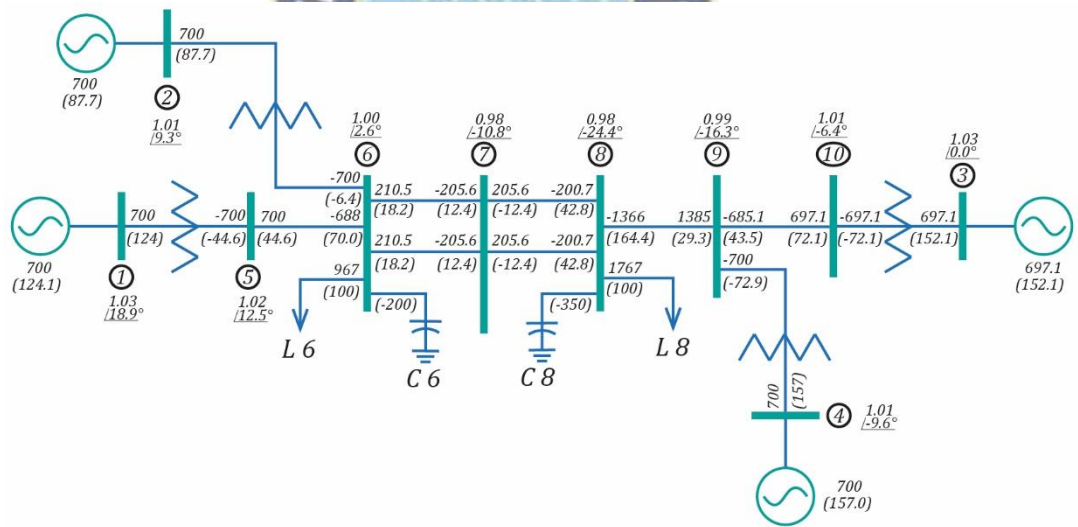


Figura 3-7-2. Estudio de flujo de potencia mediante MATLAB PSAT del sistema de la figura 3-7-1. Los valores en cada nodo indican el voltaje fasorial. Los valores, sin paréntesis, sobre las líneas de transmisión indican las potencias activas; los valores, con paréntesis, por debajo de las líneas de transmisión indican las potencias reactivas.

La primera parte de la simulación que consiste en implementar los parámetros iniciales encontrados en la simulación de MATLAB PSAT es:

```
% Parametros iniciales y simulación mediante MATLAB PSAT
```

7.2.Cálculo de la compensación inicial

Los pasos para la compensación inicial del convertidor de fuente de voltaje instalado en un sistema de múltiples generadores son los siguientes:

- Las potencias reactivas inductiva y capacitiva se calcula tomando en cuenta las cargas y los capacitores en derivación en los nodos 6 y 8. Así, $Q_{Cm\acute{a}x} = -5.5 \text{ pu}$ y $Q_{Lm\acute{a}x} = 2 \text{ pu}$.
- Las potencias reactivas absorbida (inductor) y generada (capacitor) máximas definen el dominio de operación del compensador. El VSC puede operar con corriente máxima aún en niveles de voltaje muy bajo (teóricamente cero), usualmente 0.2 en por unidad. En otras palabras, las corrientes máximas correspondientes a la potencia reactiva capacitiva e inductiva pueden mantenerse independientemente del voltaje del sistema y la máxima potencia reactiva absorbida o generada varia linealmente con el voltaje del sistema.

La función que representa la segunda parte de la simulación en MATLAB es:

```
function [Xsdt,vl_pu,V0,VDC0,CDC,Ic,m0,k]=vscinitial(vo_pu,Y22)
```

Los resultados de esta parte de la simulación muestran que

$$\tilde{v}_L = \begin{bmatrix} 1.0011 + j0.0474 \\ 0.9582 + j0.1829 \\ 0.8955 - j0.4073 \\ 0.9510 - j0.2782 \end{bmatrix}^T \text{ pu}, \quad (3.7.12)$$

$$\tilde{v}_O = \begin{bmatrix} 0.2841 + j4.1101 \\ -0.3585 + j4.2113 \\ 2.1356 + j3.6083 \\ 1.6045 + j3.8429 \end{bmatrix}^T \text{ pu} \quad (3.7.13)$$

y

$$\tilde{i}_L = \begin{bmatrix} 27.0841 + j4.7796 \\ 26.8563 + j8.7780 \\ 26.7704 - j8.2674 \\ 27.4742 - j4.3568 \end{bmatrix}^T \text{ pu}. \quad (3.7.14)$$

Finalmente, se gráfica las características de operación v_{VSC} versus i_{VSC} y Q_{VSC} versus v_{VSC} , como se muestra en la figura 3-7-3.

7.3. Condiciones balanceadas en estado estable

De la Ecuación 2.207 (Anexo: fundamento teórico 2) y mediante la transformación al marco de referencia dq , de las variables \tilde{v}_{as} e \tilde{i}_{as} de cada generador sincrónico, se obtienen las variables en condiciones balanceadas en estado estable, como se muestra en el diagrama fasorial para la operación de generación de la figura 2-5 (Anexo: fundamento teórico 2). La tercera parte de la simulación en MATLAB muestra este procedimiento:

```
function [ias_fasor_pu,E_fasor_pu,delt0,v_rqs_pu0,v_rds_pu0,ip_rqs_pu0,...
ip_rds_pu0,E_pq0,vpl_pu,vl_d_pu0,vl_q_pu0,Gamma0,iL0_d_pu0,iL0_q_pu0]...
=initialcalc(Sass,vas_fasor_pu,rs,we,wb,Xq,Xpd,vl_pu,V0,Ic)
```

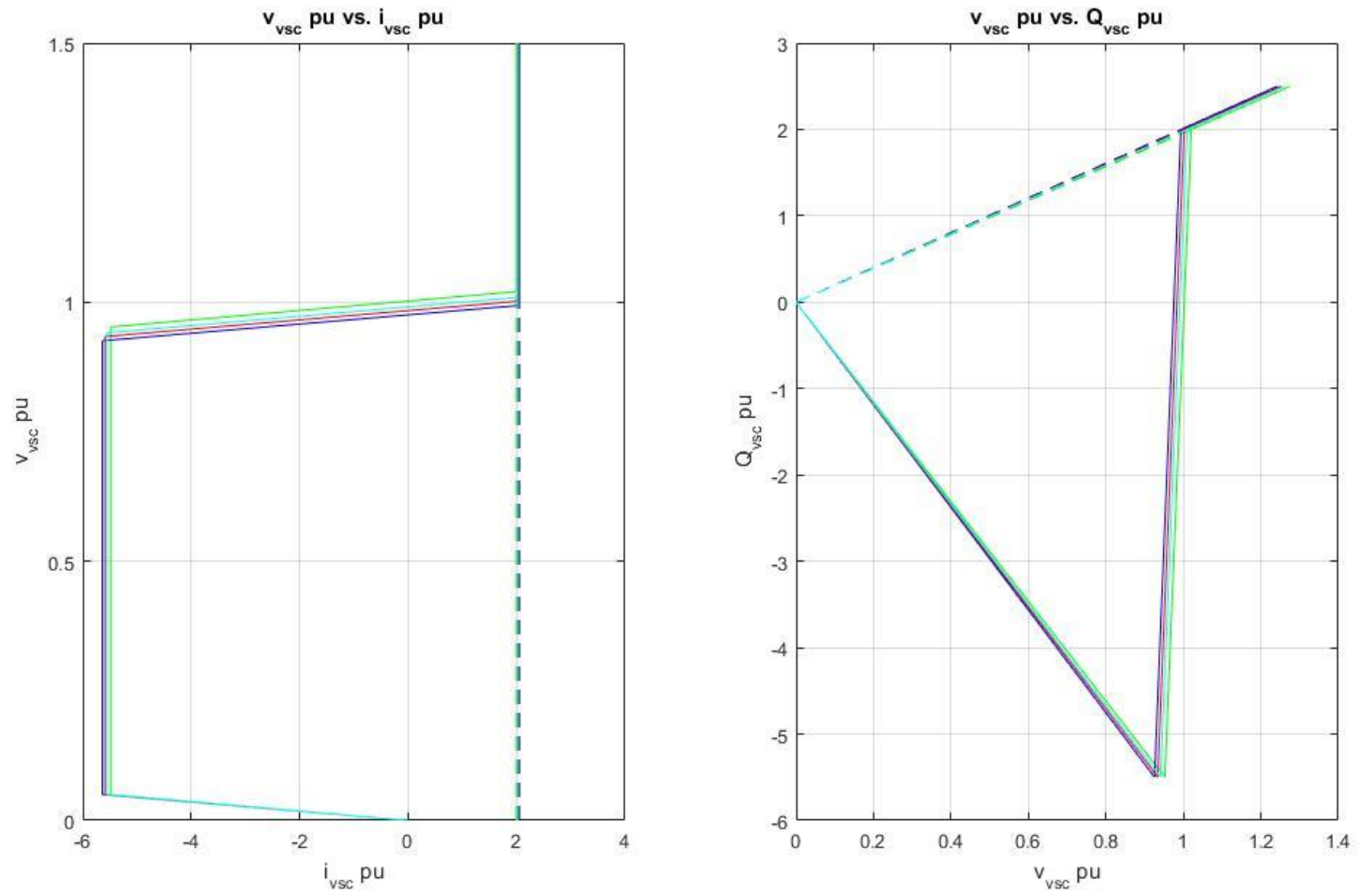


Figura 3-7-3. Gráfica las características de operación v_{vsc} versus i_{vsc} y Q_{vsc} versus v_{vsc} . v , i y Q indican voltaje, corriente y potencia reactiva respectivamente.

Los resultados de esta tercera parte muestran que

$$\tilde{\mathbf{E}}_a = [0.7746 + j1.6227 \quad 0.9482 + j1.4823 \quad 1.3108 + j1.2781 \quad 1.5056 + j1.0725] pu, \quad (3.7.15)$$

$$\boldsymbol{\delta} = [1.1254 \quad 1.0017 \quad 0.7728 \quad 0.6189] rad, \quad (3.7.16)$$

$$\mathbf{v}^r_{ds} = [0.7352 \quad 0.7513 \quad 0.7191 \quad 0.7151] pu, \quad (3.7.17)$$

$$\mathbf{v}^r_{qs} = [0.7214 \quad 0.6750 \quad 0.7375 \quad 0.7133] pu, \quad (3.7.18)$$

$$\mathbf{i}^r_{ds} = [5.6945 \quad 5.7362 \quad 5.7824 \quad 6.0045] pu, \quad (3.7.19)$$

$$\mathbf{i}^r_{qs} = [3.9001 \quad 3.9856 \quad 3.8149 \quad 3.7942] pu, \quad (3.7.20)$$

$$\mathbf{v}_{Ld} = [0.6649 \quad 0.5380 \quad 0.9168 \quad 0.8631] pu, \quad (3.7.21)$$

$$\mathbf{v}_{Lq} = [0.7499 \quad 0.8137 \quad 0.3568 \quad 0.4867] pu, \quad (3.7.22)$$

$$\boldsymbol{\gamma} = [2.2998 \quad 2.4537 \quad 1.8344 \quad 1.9733] pu, \quad (3.7.23)$$

$$\mathbf{i}_{Ld} = [15.4859 \quad 12.4640 \quad 24.6083 \quad 22.2997] pu \quad (3.7.24)$$

e

$$\mathbf{i}_{Lq} = [22.7284 \quad 25.3567 \quad 13.3954 \quad 16.6294] pu. \quad (3.7.25)$$

El diagrama fasorial para la operación de generación del sistema de potencia de múltiples generadores, análogo a la figura 2-5 (Anexo: fundamento teórico 2), se muestra en la figura 3-7-4.

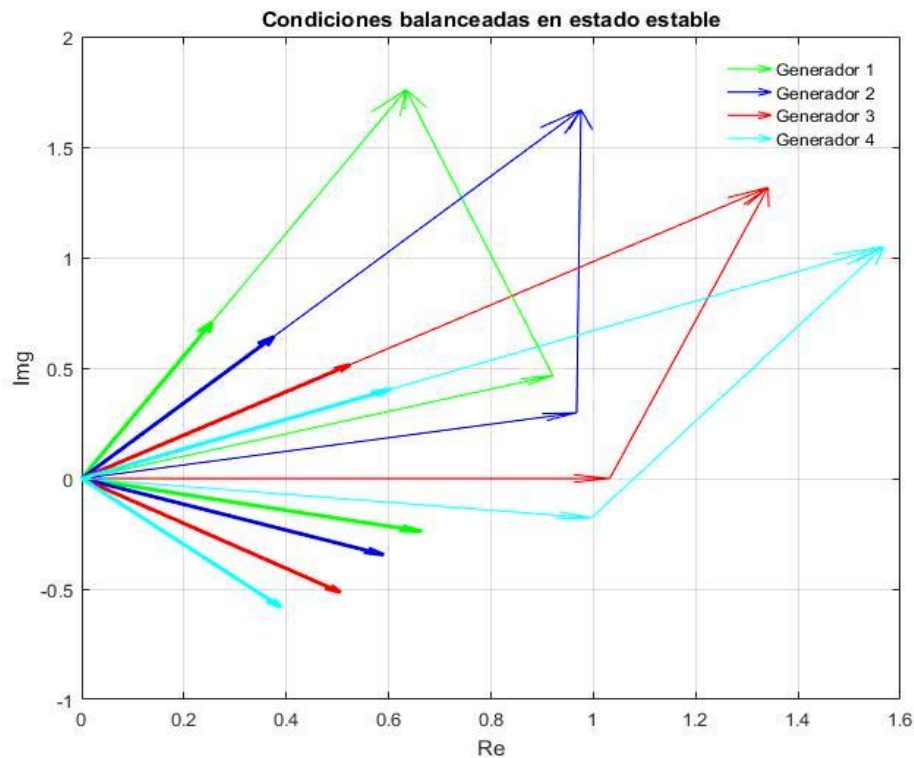


Figura 3-7-4. Diagrama fasorial para la operación de generación para el sistema de potencia de múltiples generadores instalado con un convertidor de fuente de voltaje.

7.4. Cálculo de la matriz de red equivalente

La matriz de red equivalente, dada por la Ecuación 2.6.5, puede calcularse mediante eliminación de nodos dependiendo del nodo donde se instala el compensador. Así, la matriz de red original de tamaño 10 por 10 debe reducirse a una matriz de red equivalente de 6 por 6 donde los nodos adicionales corresponden a los nodos entre los cuales se encuentra instalado en convertidor de fuente de voltaje. La cuarta parte de la simulación se describe en la siguiente función:

```
function [Yfin]=matrizred(Y11,Y12,Y21,Y22)
```

La matriz de red equivalente correspondiente al compensador instalado en el nodo 6 es

$$\begin{bmatrix} I_c \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1080 - j19.9994 & 0 & 0 & 0 & -0.1080 + j19.9994 & 0 \\ 0 & 1.0738 - j14.9595 & 0 & 0 & 0.4406 + j4.6216 & 0 \\ 0 & 0 & 1.2918 - j9.9162 & 1.3598 + j5.0555 & 1.2755 + j3.7811 & 0 \\ 0 & 0 & 1.6598 + j5.0555 & 2.3862 - j12.4817 & 2.0916 + j5.6104 & 0 \\ -0.1080 + j19.9994 & 0.9693 + j10.1654 & 0 & 0 & 4.0754 - j50.3412 & 0 \\ 0 & 0.4406 + j4.6206 & 1.2755 + j3.7811 & 2.0916 + j5.6104 & 2.0204 + j11.1336 & 3.6000 - j35.6150 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_6 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (3.7.26)$$

7.5. Ecuaciones linealizadas de las componentes de las corrientes y del voltaje en el punto donde se instala el compensador en el marco de referencia dq

De las Ecuaciones 2.6.30 – 2.6.45, 2.6.61 – 2.6.74 y 2.6.90 – 2.6.103 obtenemos las ecuaciones linealizadas de I^r_{ds} , I^r_{qs} , Δi_{Ld} , Δi_{Lq} , Δv_{Ld} y Δv_{Lq} . Por tanto, la quinta parte de la simulación se describe en la siguiente función:

```
function [Fdd,Gdd,Hdd,Fqq,Gqq,Hqq,Ldd_c,Ldd_VDC,Ldd_Gamma,Lqq_c,Lqq_VDC,...
Lqq_Gamma,add_delt,add_Epq,add_iq,aqq_delt,aqq_Epq,aqq_iq,add_c,...
add_VDC,add_Gamma,aqq_c,aqq_VDC,aqq_Gamma,bdd_Epq,bdd_iq,bdd_delt,...
bdd_c,bdd_VDC,bdd_Gamma,bqq_Epq,bqq_iq,bqq_delt,bqq_c,bqq_VDC,...
bqq_Gamma,Y21p,Y22p,YLL_abs,YLL_angle,YLK_abs,YLK_angle,Y2,Y1L,YL2]=...
FGHLLineal(Yfin,Xq,Xpd,E_pq0,delt0,ip_rqs_pu0,Y22,Xsdt,m0,VDC0,Gamma0,k)
```

Los resultados de esta simulación, correspondiente al compensador instalado en el nodo 6, muestran que

$$F_{dd} = \begin{bmatrix} -12.7381 & -3.1749 & 3.2859 & 4.6833 \\ -2.4723 & -1.2462 & 0.7641 & 1.0940 \\ -2.1285 & -0.6202 & 4.9708 & -3.8206 \\ -2.7416 & -0.8115 & -2.6315 & 3.6934 \end{bmatrix}, \quad (3.7.27)$$

$$G_{dd} = \begin{bmatrix} 5.7622 & -4.0253 & 1.3639 & 1.2753 \\ -3.3237 & 14.0213 & 0.3308 & 0.3191 \\ -2.8568 & -0.8064 & 10.1999 & -4.5142 \\ -4.3340 & -1.2263 & -4.6854 & 13.0447 \end{bmatrix}, \quad (3.7.28)$$

$$H_{dd} = \begin{bmatrix} 0.4035 & 0.1219 & -0.4143 & -0.6697 \\ 0.0778 & 0.1920 & -0.0950 & -0.1543 \\ 0.0674 & 0.0216 & 0.1193 & 0.1969 \\ 0.0190 & 0.0092 & -0.0251 & 0.1814 \end{bmatrix}, \quad (3.7.29)$$

$$F_{qq} = \begin{bmatrix} 7.8876 & -3.0000 & -0.3121 & -1.3763 \\ -2.7246 & 3.7729 & -0.0547 & -0.2963 \\ -2.3396 & -0.6123 & 6.9307 & -3.3754 \\ -3.8740 & -1.0254 & -4.4531 & 9.9586 \end{bmatrix}, \quad (3.7.30)$$

$$G_{qq} = \begin{bmatrix} 2.5934 & 0.7836 & -2.6626 & -4.3039 \\ 0.4998 & 1.2339 & -0.6104 & -0.9917 \\ 0.4334 & 0.1387 & 0.7666 & 1.2654 \\ 0.1224 & 0.0589 & -0.1610 & 1.1660 \end{bmatrix}, \quad (3.7.31)$$

$$H_{qq} = \begin{bmatrix} -0.8919 & 0.6263 & -0.2122 & -0.1984 \\ 0.5172 & -2.1817 & -0.0515 & -0.0497 \\ 0.4445 & 0.1255 & -1.5871 & 0.7024 \\ 0.6744 & 0.1908 & 0.7291 & -2.0298 \end{bmatrix}, \quad (3.7.32)$$

$$L_{dd_c} = \begin{bmatrix} -3.1993 \\ -0.6995 \\ -0.6035 \\ -0.6060 \end{bmatrix}, \quad (3.7.33)$$

$$L_{dd_{DC}} = \begin{bmatrix} -0.3883 \\ -0.0849 \\ -0.0732 \\ -0.0735 \end{bmatrix}, \quad (3.7.34)$$

$$L_{dd_g} = \begin{bmatrix} 7.9438 \\ 1.8604 \\ 1.5986 \\ 2.4912 \end{bmatrix}, \quad (3.7.35)$$

$$L_{qq_c} = \begin{bmatrix} -7.9438 \\ -1.8604 \\ -1.5986 \\ -2.4912 \end{bmatrix}, \quad (3.7.36)$$

$$L_{qq_{DC}} = \begin{bmatrix} -0.9641 \\ -0.2258 \\ -0.1940 \\ -0.3023 \end{bmatrix}, \quad (3.7.37)$$

$$L_{qq_g} = \begin{bmatrix} -3.1993 \\ -0.6885 \\ -0.6035 \\ -0.6060 \end{bmatrix}, \quad (3.7.38)$$

$$a'_{D_e} = [1.8879 \quad 0.9609 \quad -0.0178 \quad -0.1006], \quad (3.7.39)$$

$$a'_{D_i} = [-0.1354 \quad -0.1457 \quad -0.0418 \quad -0.0609], \quad (3.7.40)$$

$$a'_{D_d} = [1.9382 \quad 1.4070 \quad 0.2392 \quad 0.2978], \quad (3.7.41)$$

$$a'_{D_c} = -21.0992, \quad (3.7.42)$$

$$a'_{D_{DC}} = -2.5607, \quad (3.7.43)$$

$$a'_{D_g} = 18.7609, \quad (3.7.44)$$

$$\mathbf{a}'_{Q_e} = [-0.8700 \quad -0.9366 \quad -0.2686 \quad -0.3912], \quad (3.7.45)$$

$$\mathbf{a}'_{Q_i} = [-0.2938 \quad -0.1495 \quad 0.0028 \quad 0.0156], \quad (3.7.46)$$

$$\mathbf{a}'_{Q_d} = [1.1919 \quad 0.2514 \quad -0.1760 \quad -0.3228], \quad (3.7.47)$$

$$a'_{Q_c} = -18.7609, \quad (3.7.48)$$

$$a'_{Q_{DC}} = -2.2769, \quad (3.7.49)$$

$$a'_{Q_g} = -21.0992, \quad (3.7.50)$$

$$\mathbf{b}'_{D_e} = [0.1305 \quad 0.1405 \quad 0.0403 \quad 0.0587], \quad (3.7.51)$$

$$\mathbf{b}'_{D_i} = [0.0441 \quad 0.0224 \quad -0.0004 \quad -0.0023], \quad (3.7.52)$$

$$\mathbf{b}'_{D_d} = [-0.1788 \quad -0.0377 \quad 0.0264 \quad 0.0484], \quad (3.7.53)$$

$$b'_{D_c} = 0.0698, \quad (3.7.54)$$

$$b'_{D_{DC}} = 0.0085, \quad (3.7.55)$$

$$b'_{D_g} = 0.0921, \quad (3.7.56)$$

$$\mathbf{b}'_{Q_e} = [0.2832 \quad 0.1441 \quad -0.0027 \quad -0.0151], \quad (3.7.57)$$

$$\mathbf{b}'_{Q_i} = [-0.0203 \quad -0.0219 \quad -0.0063 \quad -0.0091], \quad (3.7.58)$$

$$\mathbf{b}'_{Q_d} = [0.2907 \quad 0.2111 \quad 0.0359 \quad 0.0447], \quad (3.7.59)$$

$$b'_{Q_c} = -0.0921, \quad (3.7.60)$$

$$b'_{Q_{DC}} = -0.0112 \quad (3.7.61)$$

y

$$b'_{Q_g} = 0.0698. \quad (3.7.62)$$

7.6. Cálculo de las constantes K del modelo de Heffron-Phillips

De las Ecuaciones 2.6.46 – 2.6.57, 2.6.75 – 2.6.86, 2.6.104 – 2.6.115, 2.6.117 – 2.6.122, 2.6.125 – 2.6.142, 2.6.145 – 2.6.174, 2.6.178 – 2.6.189 obtenemos las constantes K del modelo linealizado de Heffron – Phillips del sistema de potencia de múltiples generadores instalado con convertidor de fuente de voltaje. La sexta parte de la simulación se describe en la siguiente función:

```
function [Kp1,Kp2,Kpp_c,Kpp_VDC,Kp_phi,Kp3,Kp4,Kpq_c,...
    Kpq_VDC,Kq_phi,Kp5,Kp6,Kpv_c,Kpv_VDC,Kv_phi,...
    Kp7,Kp8,Kp9,Kp10,Kp11,K12,Cp1,Cp2,Cp3,Cp4,Cp5,Lq_c,...
    Lq_VDC,Lq_Gamma,Gq,Fq,Kg_c,Kg_VDC,Kg_delt,Kg_Epq,...
    Kg_phi]=constantesK(Fdd,Gdd,Hdd,Fqq,Gqq,Hqq,...
    Ldd_c,Ldd_VDC,Ldd_Gamma,Lqq_c,Lqq_VDC,Lqq_Gamma,...
    add_delt,add_Epq,add_iq,aqq_delt,aqq_Epq,aqq_iq,...
    add_c,add_VDC,add_Gamma,aqq_c,aqq_VDC,aqq_Gamma,...
    vpaS_fasor_pu,vp_rqs_pu0,vp_rds_pu0,E_pq0,ip_rds_pu0,...
    ip_rqs_pu0,Xq,Xpd,Xd,CDC,m0,k,Gamma0,iL0_d_pu0,...
    iL0_q_pu0,vpl_pu,vl_d_pu0,vl_q_pu0,bdd_Epq,...
    bdd_iq,bdd_delt,bdd_c,bdd_VDC,bdd_Gamma,bqq_Epq,...
    bqq_iq,bqq_delt,bqq_c,bqq_VDC,bqq_Gamma)
```

Los resultados de esta parte de la simulación, correspondiente al compensador instalado en el nodo 6, muestran que

$$\mathbf{K}'_1 = \begin{bmatrix} 0.8036 & -4.0757 & 1.0335 & -0.3716 \\ -1.6230 & 1.1318 & 0.2237 & -0.1705 \\ -1.6378 & -1.4105 & 7.2879 & -3.3228 \\ -2.3961 & -1.7465 & -3.5286 & 7.7755 \end{bmatrix}, \quad (3.7.63)$$

$$\mathbf{K}'_2 = \begin{bmatrix} 9.7879 & -1.4487 & -2.1393 & -4.3960 \\ -1.4066 & 13.5528 & -0.6343 & -1.2588 \\ -0.4872 & -0.0140 & 9.5976 & -2.8244 \\ -1.5613 & -0.2933 & -3.6318 & 11.0388 \end{bmatrix}, \quad (3.7.64)$$

$$\mathbf{K}'_{p.c} = \begin{bmatrix} -9.2302 \\ -2.5593 \\ -4.5483 \\ -4.8649 \end{bmatrix}, \quad (3.7.65)$$

$$\mathbf{K}'_{p.DC} = \begin{bmatrix} -1.1202 \\ -0.3106 \\ -0.5520 \\ -0.5904 \end{bmatrix}, \quad (3.7.66)$$

$$\mathbf{K}'_{p.g} = \begin{bmatrix} 1.7176 \\ 0.2882 \\ -0.6032 \\ -0.0687 \end{bmatrix}, \quad (3.7.67)$$

$$\mathbf{K}'_3 = \begin{bmatrix} 1.9020 & -0.6356 & 0.1079 & -0.0451 \\ -0.5598 & 3.3568 & 0.0199 & -0.0190 \\ -0.4408 & -0.1105 & 2.6557 & -0.8066 \\ -0.7217 & -0.1874 & -0.8183 & 3.1292 \end{bmatrix}, \quad (3.7.68)$$

$$\mathbf{K}'_4 = \begin{bmatrix} -1.9705 & -0.7259 & 0.4422 & 0.3793 \\ -0.3915 & -0.2216 & 0.1015 & 0.0846 \\ -0.3593 & -0.1837 & 0.8340 & -0.5786 \\ -0.5122 & -0.2284 & -0.4879 & 0.6855 \end{bmatrix}, \quad (3.7.69)$$

$$\mathbf{K}'_{qc} = \begin{bmatrix} -0.5949 \\ -0.1525 \\ -0.2904 \\ -0.2220 \end{bmatrix}, \quad (3.7.70)$$

$$\mathbf{K}'_{qvDC} = \begin{bmatrix} -0.0722 \\ -0.0185 \\ -0.0352 \\ -0.0269 \end{bmatrix}, \quad (3.7.71)$$

$$\mathbf{K}'_{q\phi} = \begin{bmatrix} 1.2338 \\ 0.2810 \\ 0.1886 \\ 0.3574 \end{bmatrix}, \quad (3.7.72)$$

$$K'_5 = \begin{bmatrix} 0.8742 & -0.0060 & -0.1051 & -0.1845 \\ 0.0390 & 0.1859 & -0.0259 & -0.0501 \\ 0.0252 & -0.0282 & 0.1919 & -0.0083 \\ 0.0301 & -0.0357 & -0.0615 & 0.2905 \end{bmatrix}, \quad (3.7.73)$$

$$K'_6 = \begin{bmatrix} 0.7696 & 0.1538 & -0.2051 & -0.3112 \\ 0.1287 & 0.4175 & -0.0593 & -0.0924 \\ 0.1411 & 0.0432 & 0.4710 & 0.1188 \\ 0.1738 & 0.0533 & 0.0623 & 0.3844 \end{bmatrix}, \quad (3.7.74)$$

$$K'_{vc} = \begin{bmatrix} -0.4468 \\ -0.1388 \\ -0.2118 \\ -0.2639 \end{bmatrix}, \quad (3.7.75)$$

$$K'_{vVDC} = \begin{bmatrix} -0.0542 \\ -0.0168 \\ -0.0257 \\ -0.0320 \end{bmatrix}, \quad (3.7.76)$$

$$K'_{v\phi} = \begin{bmatrix} -0.3807 \\ -0.0980 \\ -0.1188 \\ -0.1470 \end{bmatrix}, \quad (3.7.77)$$

$$K'_7 = [3.4957 \quad 4.8499 \quad 0.4674 \quad 1.0448], \quad (3.7.78)$$

$$K'_8 = [0.1753 \quad -1.3286 \quad 1.3380 \quad 2.1482], \quad (3.7.79)$$

$$K'_9 = 6.7015, \quad (3.7.80)$$

$$K'_{10} = 0.4106, \quad (3.7.81)$$

$$K'_{11} = -25.1770, \quad (3.7.82)$$

$$C'_1 = [0.1485 \quad 0.1049 \quad 0.0340 \quad 0.0267], \quad (3.7.83)$$

$$C'_2 = [0.3058 \quad 0.2070 \quad 0.0036 \quad -0.0119], \quad (3.7.84)$$

$$C'_3 = -0.0612, \quad (3.7.85)$$

$$C'_4 = -0.0074 \quad (3.7.86)$$

$$C'_5 = 0.0927. \quad (3.7.87)$$

y

7.7.Representación en el espacio de estados para el diseño del controlador PI de Δm y $\Delta \phi$

La representación en el espacio de estados de las Ecuaciones 2.6.176 y 2.6.190 están dados, en la séptima parte de la simulación, por:

```
function [A,B,C,D,kpac,kiac,kpdc,kidc]=...
matrixxAB(Kp1,Kp2,Kpp_c,Kpp_VDC,Kp_phi,Kp3,Kp4,...
Kpq_c,Kpq_VDC,Kq_phi,Kp5,Kp6,Kpv_c,Kpv_VDC,Kv_phi,...
Kp7,Kp8,Kp9,Kp10,Kp11,K12,Cp1,Cp2,Cp3,Cp4,Cp5,Tpd0,M,wb,DD,TA,KA,rbess)
```

Por tanto, se tiene, para el compensador instalado en el nodo 6, que

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Delta E'_q}{dt} \\ \frac{d\Delta\delta}{dt} \\ \frac{d\Delta(w_r/w_b)}{dt} \\ \frac{d\Delta E'_{fd}}{dt} \\ \frac{d\Delta V_{DC}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.2377 & 0.0794 & -0.0135 & 0.0056 & 0.2463 & 0.0907 & -0.0553 & -0.0474 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1250 & 0 & 0 & 0 & 0.0090 \\ 0.0700 & -0.4196 & -0.0025 & 0.0024 & 0.0489 & 0.0277 & -0.0127 & -0.0106 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1250 & 0 & 0 & 0.0023 \\ 0.0551 & 0.0138 & -0.3320 & 0.1008 & 0.0448 & 0.0230 & -0.1043 & 0.0723 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1250 & 0 & 0.0044 \\ 0.0902 & 0.0234 & 0.1023 & -0.3912 & 0.0640 & 0.0285 & 0.0610 & -0.0857 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1250 & 0.0034 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 377 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 377 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 377 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 377 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.7529 & 0.1114 & 0.1646 & 0.3382 & -0.0618 & 0.3135 & -0.0795 & 0.0286 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0862 \\ 0.1082 & -1.0425 & 0.0488 & 0.0968 & 0.1248 & -0.0871 & -0.0172 & 0.0131 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0239 \\ 0.0395 & 0.0011 & -0.7771 & 0.2287 & 0.1326 & 0.1142 & -0.5901 & 0.2691 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0447 \\ 0.1264 & 0.0238 & 0.2941 & -0.8938 & 0.1940 & 0.1414 & 0.2857 & -0.6296 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0478 \\ -384.761 & -76.9104 & 102.540 & 155.602 & -437.09 & 2.9897 & 52.548 & 92.2741 & 0 & 0 & 0 & 0 & -10 & 0 & 0 & 0 & 27.1137 \\ -64.3640 & -208.765 & 29.6374 & 46.1903 & -19.475 & -92.951 & 12.934 & 25.0264 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -10 & 0 & 0 & 8.4235 \\ -805255 & -21.5809 & -235.52 & -59.406 & -12.576 & 14.1201 & -95.966 & 4.1256 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -10 & 0 & 12.8502 \\ -86.8968 & -26.6291 & -31.161 & -192.20 & -15.053 & 17.8285 & 30.7542 & -145.23 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -10 & 16.0161 \\ 0.1753 & -1.3286 & 1.3380 & 2.1482 & 3.4957 & 4.8499 & 0.4674 & 1.0448 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.4106 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta V_{DC} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0.0744 & -0.1542 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0191 & -0.0351 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0363 & -0.0236 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0278 & -0.0447 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.7100 & -0.1321 & 0.0769 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1969 & -0.0222 & 0 & 0.0769 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.3683 & 0.0488 & 0 & 0 & 0.0810 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.3939 & 0.0056 & 0 & 0 & 0 & 0.0810 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 223.41 & 190.36 & 0 & 0 & 0 & 0 & 500 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 69.407 & 49.001 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 500 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 105.88 & 59.4192 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 500 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 131.97 & 73.5018 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 500 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6.7015 & -25.1770 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta m \\ \Delta\phi \\ \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix}$$

$$\Delta V_1 = \begin{bmatrix} 0.3058 & 0.2070 & 0.0036 & -0.0119 & 0.1485 & 0.1049 & 0.0340 & 0.0267 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0074 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta V_{DC} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.0612 & 0.0927 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta m \\ \Delta\phi \\ \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix}$$

(3.7.88)

El diseño del controlador PI, para el compensador instalado en el nodo 6, muestra que

$$k_{pac} = -8.4915, k_{iac} = -0.0303, \quad (3.7.89)$$

$$k_{pdc} = 0.0812 \text{ y } k_{idc} = 0.0006. \quad (3.7.90)$$

7.8. Cálculo de las constantes K' del modelo de Heffron-Phillips

De las Ecuaciones 2.6.205 – 2.6.234 obtenemos las constantes K' del modelo linealizado de Heffron – Phillips del sistema de potencia de múltiples generadores instalado con un convertidor de fuente de voltaje. La octava parte de la simulación se describe en la siguiente función:

```
function [CC11, CC21, CC31, CC41, CC51, Kpp1, Kpp2, Kppp_VDC, ...
    Kp_ZU1, Kp_Z2, Kpp3, Kpp4, Kppq_VDC, Kq_ZU1, Kq_Z2, ...
    Kpp5, Kpp6, Kppv_VDC, Kv_ZU1, Kv_Z2, Kpp7, Kpp8, Kpp10, ...
    KDC_ZU1, KDC_Z2, Ca1, Cb1, Cc1, Cz1, Cz2]=constantesKpC...
    (Kp1, Kp2, Kpp_c, Kpp_VDC, Kp_phi, Kp3, Kp4, Kp_c, ...
    Kpq_VDC, Kq_phi, Kp5, Kp6, Kpv_c, Kpv_VDC, Kv_phi, ...
    Kp7, Kp8, Kp9, Kp10, Kp11, Cp1, Cp2, Cp3, Cp4, Cp5, kpac, kiac, kpdc, K12, rbess)
```

Los resultados de esta simulación, correspondiente al compensador instalado en el nodo 6, muestran que

$$K''_1 = \begin{bmatrix} -6.8558 & -9.4856 & -0.7221 & -1.7499 \\ -3.7467 & -0.3682 & -0.2631 & -0.5527 \\ -5.4121 & -4.0762 & 6.4228 & -4.0020 \\ -6.4331 & -4.5978 & -4.4539 & 7.0491 \end{bmatrix}, \quad (3.7.91)$$

$$K''_2 = \begin{bmatrix} -5.9835 & -12.1260 & -2.3251 & -3.7818 \\ -5.7796 & 10.5922 & -0.6859 & -1.0885 \\ -8.2588 & -5.2754 & 9.5060 & -2.5217 \\ -9.8739 & -5.9210 & -3.7298 & 11.3626 \end{bmatrix}, \quad (3.7.92)$$

$$K''_{pDC} = \begin{bmatrix} -0.4885 \\ -0.1202 \\ -0.1230 \\ -0.1784 \end{bmatrix}, \quad (3.7.93)$$

$$K_{pZU1} = \begin{bmatrix} -6.0731 \\ -1.6839 \\ -2.9926 \\ -3.2009 \end{bmatrix}, \quad (3.7.94)$$

$$K_{pZ2} = \begin{bmatrix} -3.0624 \\ -1.0371 \\ -2.9587 \\ -2.5881 \end{bmatrix}, \quad (3.7.95)$$

$$K''_3 = \begin{bmatrix} 0.8855 & -1.3237 & 0.0959 & -0.0055 \\ -0.8203 & 3.1804 & 0.0169 & -0.0089 \\ -0.9369 & -0.4464 & 2.6498 & -0.7873 \\ -1.1010 & -0.4443 & -0.8228 & 3.1440 \end{bmatrix}, \quad (3.7.96)$$

$$K''_4 = \begin{bmatrix} -2.4641 & -1.0746 & 0.3290 & 0.2905 \\ -0.5180 & -0.3110 & 0.0725 & 0.0618 \\ -0.5992 & -0.3539 & 0.7788 & -0.6219 \\ -0.6964 & -0.3585 & -0.5302 & 0.6523 \end{bmatrix}, \quad (3.7.97)$$

$$K''_{q_DC} = \begin{bmatrix} -0.1226 \\ -0.0286 \\ -0.0263 \\ -0.0374 \end{bmatrix}, \quad (3.7.98)$$

$$K_{q_ZU1} = \begin{bmatrix} -0.3914 \\ -0.1003 \\ -0.1910 \\ -0.1461 \end{bmatrix}, \quad (3.7.99)$$

$$K_{q_Z2} = \begin{bmatrix} 0.9257 \\ 0.2020 \\ 0.0382 \\ 0.2424 \end{bmatrix}, \quad (3.7.100)$$

$$K''_5 = \begin{bmatrix} 0.5034 & -0.2679 & -0.1901 & -0.2513 \\ -0.0762 & 0.1045 & -0.0523 & -0.0708 \\ -0.1506 & -0.1524 & 0.1517 & -0.0399 \\ -0.1889 & -0.1904 & -0.1117 & 0.2510 \end{bmatrix}, \quad (3.7.101)$$

$$K''_6 = \begin{bmatrix} 0.0061 & -0.3630 & -0.2141 & -0.2815 \\ -0.1085 & 0.2570 & -0.0621 & -0.0831 \\ -0.2208 & -0.2018 & 0.4668 & 0.1329 \\ -0.2772 & -0.2521 & 0.0570 & 0.4020 \end{bmatrix}, \quad (3.7.102)$$

$$K''_{v_DC} = \begin{bmatrix} 0.0140 \\ 0.0027 \\ 0.0016 \\ 0.0020 \end{bmatrix}, \quad (3.7.103)$$

$$K_{v_ZU1} = \begin{bmatrix} -0.2940 \\ -0.0913 \\ -0.1393 \\ -0.1737 \end{bmatrix}, \quad (3.7.104)$$

$$K_{v_Z2} = \begin{bmatrix} -0.6121 \\ -0.1699 \\ -0.2285 \\ -0.2837 \end{bmatrix}, \quad (3.7.105)$$

$$K''_7 = [9.0568 \quad 8.7777 \quad 1.7420 \quad 2.0455], \quad (3.7.106)$$

$$K''_8 = [11.6261 \quad 6.4235 \quad 1.4729 \quad 1.7022], \quad (3.7.107)$$

$$K''_{10} = 1.8945, \quad (3.7.108)$$

$$K_{DC_ZU1} = 4.4094, \quad (3.7.109)$$

$$K_{DC_Z2} = -21.7065, \quad (3.7.110)$$

$$C_{A1} = [0.0030 \quad 0.0021 \quad -0.0007 \quad -0.0005], \quad (3.7.111)$$

$$C_{B1} = [0.0061 \quad 0.0041 \quad 0.0001 \quad -0.0002], \quad (3.7.112)$$

$$C_{C1} = -0.0003, \quad (3.7.113)$$

$$C_{ZU1} = -0.0019 \quad (3.7.114)$$

y

$$C_{Z2} = 0.0019. \quad (3.7.115)$$

7.9. Representación en el espacio de estados considerando los controladores Δm y $\Delta \phi$

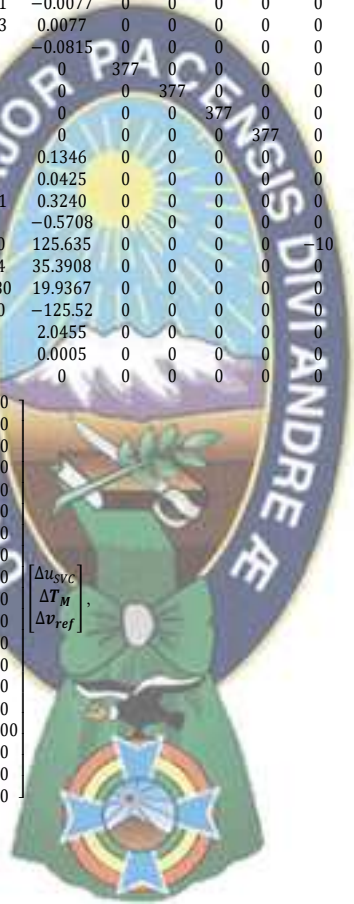
La representación en el espacio de estados de la Ecuación 2.6.236 está dado, en la novena parte de la simulación, por:

```
function [A1,B1]=matrixxA1B1(wb,DD,Tpd0,M,TA,KA,Kpp1,...
Kpp2,Kppp_VDC,Kp_ZU1,Kp_Z2,Kpp3,Kpp4,Kppq_VDC,Kq_ZU1,Kq_Z2,...
Kpp5,Kpp6,Kppv_VDC,Kv_ZU1,Kv_Z2,Kpp7,Kpp8,Kpp10,...
KDC_ZU1,KDC_Z2,Ca1,Cb1,Cc1,Czu1,Cz2,kidc,K12,rbess)
```



Por tanto, se tiene, para el compensador instalado en el nodo 6, que

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Delta E'_q}{dt} \\ \frac{d\Delta\delta}{dt} \\ \frac{d\Delta(w_r/w_b)}{dt} \\ \frac{d\Delta E'_{fd}}{dt} \\ \frac{d\Delta V_{DC}}{dt} \\ \frac{d\Delta Z_1}{dt} \\ \frac{d\Delta Z_2}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1107 & 0.1655 & -0.0120 & 0.0007 & 0.3080 & 0.1343 & -0.0411 & -0.0363 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.125 & 0 & 0 & 0 & 0.0153 & 0.0489 & -0.1157 \\ 0.1025 & -0.3976 & -0.0021 & 0.0011 & 0.0648 & 0.0389 & -0.0091 & -0.0077 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.125 & 0 & 0 & 0.0036 & 0.0125 & -0.0252 \\ 0.1171 & 0.0558 & -0.3312 & 0.0984 & 0.0749 & 0.0442 & -0.0973 & 0.0077 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.125 & 0 & 0.0033 & 0.0239 & -0.0048 \\ 0.1376 & 0.0555 & 0.1028 & -0.3930 & 0.0871 & 0.0448 & 0.0663 & -0.0815 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.125 & 0.0047 & 0.0183 & -0.0303 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 377 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 377 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 377 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.4603 & 0.9328 & 0.1789 & 0.2909 & 0.5274 & 0.7297 & 0.0555 & 0.1346 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0376 & 0.4672 & 0.2356 \\ 0.4446 & -0.8148 & 0.0528 & 0.0837 & 0.2882 & 0.0283 & 0.0202 & 0.0425 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0092 & 0.1295 & 0.0798 \\ 0.6687 & 0.4272 & -0.7697 & 0.2042 & 0.4382 & 0.3301 & -0.5201 & 0.3240 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0100 & 0.2423 & 0.2396 \\ 0.7995 & 0.4794 & 0.3020 & -0.9200 & 0.5209 & 0.3723 & 0.3606 & -0.5708 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0144 & 0.2592 & 0.2096 \\ -3.0562 & 181.523 & 107.038 & 140.734 & -251.705 & 133.930 & 95.0390 & 125.635 & 0 & 0 & 0 & 0 & -10 & 0 & 0 & -7.0049 & 146.99 & 306.058 \\ 54.2300 & -128.477 & 31.0346 & 41.5714 & 38.1202 & -52.2711 & 26.1354 & 35.3908 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -10 & 0 & -1.3532 & 45.667 & 84.9447 \\ 110.293 & 100.900 & -233.390 & -66.4525 & 75.2867 & 76.1776 & -75.8280 & 19.9367 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -10 & 0 & -0.8197 & 69.666 & 114.252 \\ 138.595 & 126.028 & -28.5047 & -200.982 & 94.4573 & 95.4573 & 55.8540 & -125.52 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -10 & -0.9765 & 86.830 & 141.844 \\ 11.6261 & 6.4235 & 1.4729 & 1.7022 & 9.0568 & 9.0568 & 1.7420 & 2.0455 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.8945 & 4.4094 & -21.7065 \\ 0.0061 & 0.0041 & 0.0001 & -0.0002 & 0.0030 & 0.0030 & 0.0007 & 0.0005 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0003 & -0.0019 & 0.0019 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0006 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0489 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0125 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0239 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0183 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.4672 & 0.0769 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1295 & 0 & 0.0769 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2423 & 0 & 0 & 0.0810 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2592 & 0 & 0 & 0 & 0.0810 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 146.995 & 0 & 0 & 0 & 0 & 500 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 45.6670 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 500 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 69.6662 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 500 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 86.8301 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 500 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4.4094 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0019 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta V_{DC} \\ \Delta Z_1 \\ \Delta Z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta u_{svc} \\ \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix} \tag{3.7.116}$$



7.10. Señal de retroalimentación

La señal de retroalimentación del controlador del convertidor de fuente de voltaje es la señal de la potencia activa entregado a través del nodo donde el VSC está instalado. Por tanto, según las Ecuaciones 2.6.243 – 2.6.249, la décima parte de la simulación será:

```
function [PPP_menos, PPP_mas]=constantesPpnum1(...
    Y21p, Y22, Xq, Xpd, E_pq0, delt0, ip_rqs_pu0, m0, k, VDC0, ...
    Gamma0, Xsdt, YLL_abs, YLL_angle, YLK_abs, YLK_angle, Y2, Y1L, YL2)
```

Los resultados de esta simulación, correspondiente al compensador instalado en el nodo 6 y con retroalimentación en el nodo 7, muestran que

$$P''_{6L_\delta} = [-0.9760 \quad 0.4329 \quad 1.1047 \quad 1.7625], \quad (3.7.117)$$

$$P''_{6L_e} = [1.7795 \quad 0.8154 \quad 1.0654 \quad 1.4844], \quad (3.7.118)$$

$$P''_{6L_i} = [0.3511 \quad 0.0131 \quad -0.0970 \quad -1510], \quad (3.7.119)$$

$$P''_{6L_c} = 3.7363, \quad (3.7.120)$$

$$P''_{6L_{DC}} = 0.4535 \quad (3.7.121)$$

y

$$P''_{6L_g} = -2.3242. \quad (3.7.122)$$

De las Ecuaciones 2.6.250 y 2.6.267 se puede obtener ΔP_{6j} en función de $\Delta \delta$, $\Delta E'_q$, ΔV_{DC} , ΔZ_1 , ΔZ_2 y Δu_{pss} . Así, la simulación continua como:

```
function [PPpp_menos, PPpp_mas]=constantesPnum1(PPP_menos, PPP_mas, ...
    Lq_c, Lq_VDC, Lq_Gamma, Gq, Fq, CC11, CC21, CC31, ...
    CC41, CC51, Kg_c, Kg_VDC, Kg_delt, Kg_Epq, Kg_phi, kpdc)
PPp_menos=zeros(4, 11); PPp_mas=zeros(4, 11);
```

Los resultados de esta simulación, correspondiente al convertidor de fuente de voltaje instalado en el nodo 6 y con retroalimentación en el nodo 7, muestran que

$$P_{6L_\delta} = [3.5511 \quad 2.5310 \quad 1.5896 \quad 1.5921], \quad (3.7.123)$$

$$P_{6L_e} = [7.5557 \quad 4.4705 \quad 0.8067 \quad 0.6432], \quad (3.7.124)$$

$$P_{6L_{DC}} = 0.3216, \quad (3.7.125)$$

$$P_{6L_{ZU1}} = 2.0365 \quad (3.7.126)$$

y

$$P_{6L_{Z2}} = -0.9177. \quad (3.7.127)$$

7.11. Ecuación de salida

La ecuación de salida de la representación en el espacio de estados esta dado por la Ecuación 2.6.268. La decimo primera parte de la simulación corresponde a la siguiente función:

```
function [C1_65,D1_65,C1_67,D1_67,...
C1_76,D1_76,C1_78,D1_78,...
C1_87,D1_87,C1_89,D1_89,...
C1_98,D1_98,C1_910,D1_910]=matrixxC1D1_1(PPpp_menos,PPpp_mas)
```

Los resultados de esta simulación, correspondiente al compensador instalado en el nodo 6 y con retroalimentación en el nodo 7, muestran que

$$\Delta P_{1j} = \begin{bmatrix} 7.5557 \\ 4.4705 \\ 0.8067 \\ 0.6432 \\ 3.5511 \\ 2.5310 \\ 1.5896 \\ 1.5921 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.3216 \\ 2.0365 \\ -0.9177 \end{bmatrix}^T + 2.0365 \Delta u_{SVC} \cdot \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta \delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta Z_{SVC} \end{bmatrix} \quad (3.7.128)$$

7.12. Selección de locación de instalación

La selección de locación de instalación se realiza mediante cuatro funciones:

- La primera función nos muestra los valores propios, o eigenvalores, los eigenvectores derechos e izquierdos correspondiente a cada valor propio, las frecuencias, los factores de participación, y factores de correlación.
- La segunda función muestra la relación entre la salida y una variable, γ_i , de la Ecuación 2.5.128.
- La tercera función, según la Ecuación 2.5.129, nos muestra el índice de sensibilidad en cada nodo del sistema de transmisión (no incluye los nodos de los generadores); según la Ecuación 2.5.133 obtenemos la matriz **B**.
- La cuarta función nos muestra el índice del análisis de torque de amortiguación DTA.

La primera función, en la simulación, para la selección de locación de instalación será:

```
function [P,DD,freq,sigma,VV,WW]=confident(A1)
```

De los resultados de esta primera simulación, con el VSC instalado en el nodo 6, se obtiene que

$$\mathbf{DD} = \begin{bmatrix} 18.8319 \\ -17.7786 \\ -13.3476 \\ -0.3599 - j18.8093 \\ -0.3599 + j18.8093 \\ -10.5027 \\ -1.1082 + j12.5047 \\ -1.1082 - j12.5047 \\ -1.2923 + j11.2787 \\ -1.2923 + j11.2787 \\ -9.6945 \\ -6.5674 \\ 4.0668 \\ -2.7213 \\ 2.3219 \\ 1.6094 \\ -0.0244 \\ 0.0024 \\ -0.0148 \end{bmatrix}, \quad (3.7.129)$$

donde \mathbf{DD} es la matriz de valores propios;

$$\mathbf{Freq} = \begin{bmatrix} 0 & 2.2803 & 3.2072 & 0 \\ 0 & 2.2803 & 3.2072 & 0 \\ 0 & 0 & 2.5852 & 0.8427 \\ 2.9936 & 2.0217 & 2.5852 & 0.8427 \\ 2.9936 & 2.0217 & 1.3987 & 1.2522 \\ 0 & 0 & 1.3987 & 1.2522 \\ 1.9902 & 0.3849 & 0.1707 & 1.0256 \\ 1.9902 & 0.3849 & 0.1707 & 1.0256 \\ 1.7951 & 0.2602 & 0 & 0.8619 \\ 1.7951 & 0.2602 & 0.7259 & 0.8619 \\ 0 & 0.3861 & 0.7259 & 0 \\ 0 & 0.3861 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2417 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2417 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0070 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0070 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.7.130)$$

En la Ecuación 3.7.130 las filas indican los eigenvalores y las columnas indican los nodos 6 a 9. El rango de la frecuencia de oscilación del sistema de potencia es $0.2 - 2.5 \text{ Hz}$ y se remarcan en la Ecuación 3.7.130.

La segunda, tercera y cuarta función, en la simulación, para la selección de locación de instalación serán:

```
function [epsilon]=intalloca1(C1_65,C1_67,C1_76,C1_78,C1_87,C1_89,...
    C1_98,C1_910,VV)
```

```
function [S,BB]=intalloca2(WW,VV,A1,B1,DD)
```

```
function [DTA1,DTAp1,ippsilon_abs,S_abs,BB_abs]=intalloca3(ippsilon,S,BB)
```

Los resultados de las simulaciones muestran que

$$DTA = 10^3 * \begin{bmatrix} 0.0055 & 0.0215 & 0.0320 & 0.0320 \\ 0.0002 & 0.0047 & 0.0140 & 0.0140 \\ 0.0276 & 0.0080 & 0.0476 & 0.0476 \\ \dots & 0.1285 & 0.0166 & 0.1263 & 0.1263 & \dots \\ 0.0341 & 0.0341 & 0.0182 & 0.0182 \\ 0.0718 & 0.0718 & 0.0069 & 0.0069 \\ \mathbf{0.7685} & \mathbf{0.7685} & 0.7547 & 0.7547 \\ 0.1374 & 0.1374 & 0.1746 & 0.1746 \end{bmatrix}, \quad (3.7.131)$$

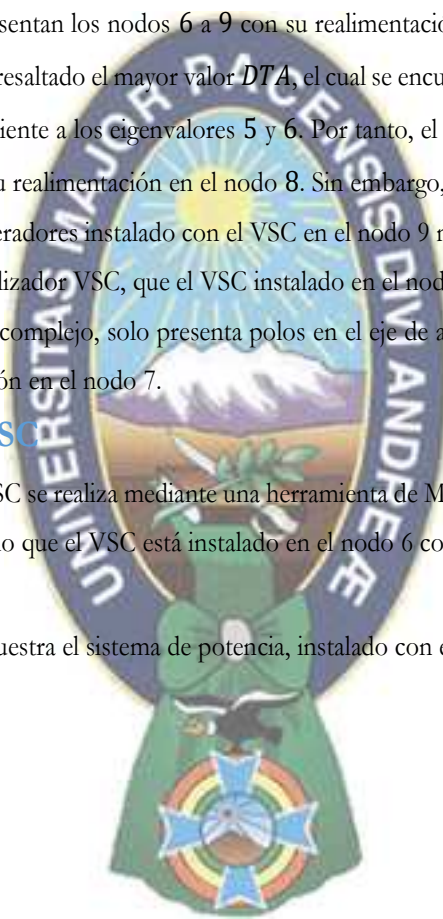
donde cada par de filas representan los nodos 6 a 9 con su realimentación en el nodo anterior y posterior. En la Ecuación 3.7.131 se muestra resaltado el mayor valor DTA , el cual se encuentra en el nodo 9 con su realimentación en el nodo 8 y es correspondiente a los eigenvalores 5 y 6. Por tanto, el convertidor de fuente de voltaje debería instalarse en el nodo 9 con su realimentación en el nodo 8. Sin embargo, la matriz de valores propios del sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el VSC en el nodo 9 muestra que el sistema será más difícil de estabilizar, mediante el estabilizador VSC, que el VSC instalado en el nodo 6; el cual no presenta polos complejos en el lado derecho del plano complejo, solo presenta polos en el eje de abscisa. Por tanto, el VSC se instalará en el nodo 6 con la realimentación en el nodo 7.

7.13. Estabilizador VSC

El diseño del estabilizador VSC se realiza mediante una herramienta de MATLAB SISOTOOL. Así, la última parte de la simulación, considerando que el VSC está instalado en el nodo 6 con su realimentación en el nodo 7, será:

```
% Estabilizador VSC
```

La figura 3-7-5 muestra el sistema de potencia, instalado con en VSC, estabilizado.



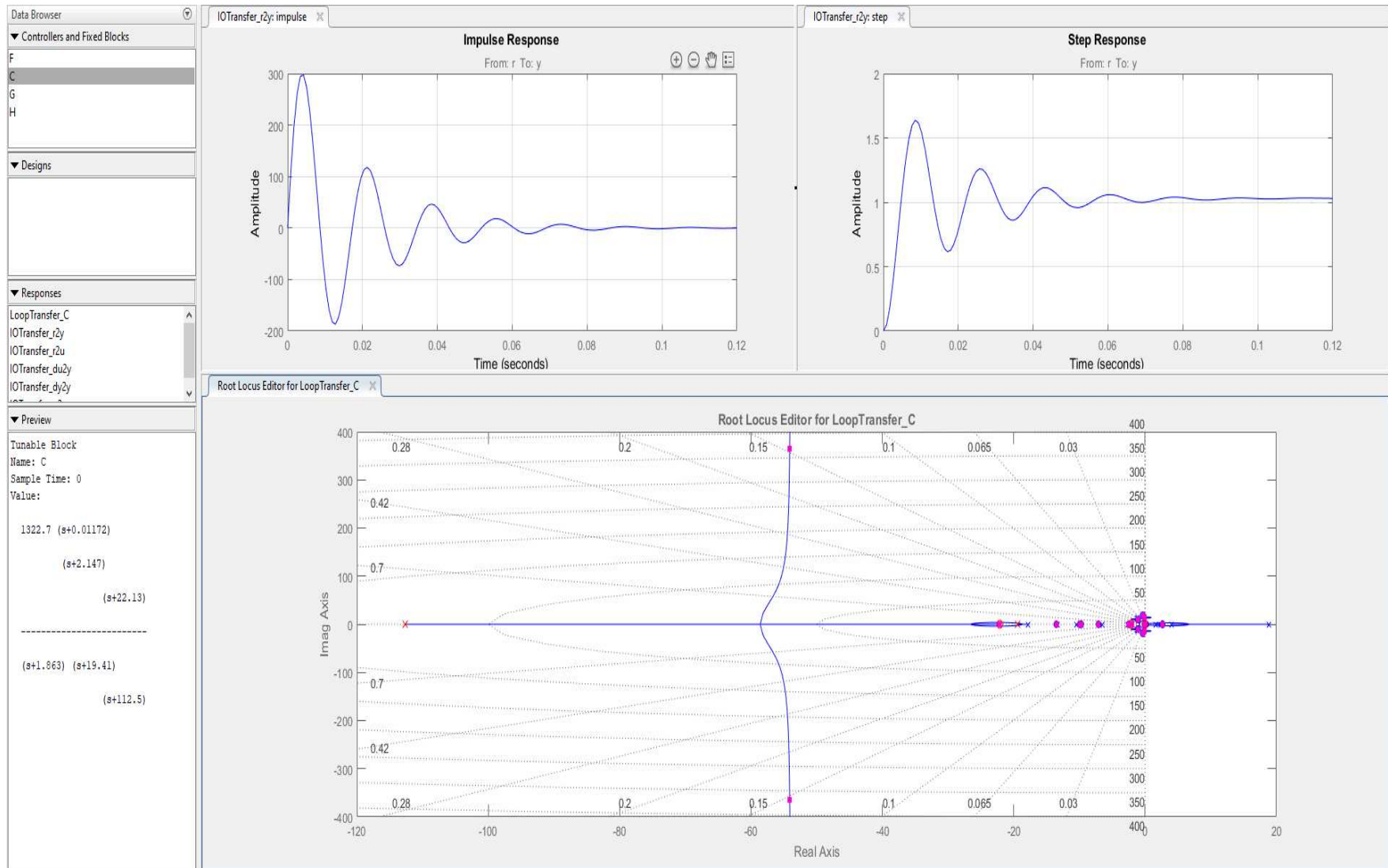


Figura 3-7-5. Respuesta al impulso y escalón unitario del sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el VSC.

8. Sistema de potencia Carrasco, Bulo Bulo y Entre Ríos, instalado con el compensador estático VAR

8.1. Parámetros iniciales

La figura 3-8-1 muestra el sistema de potencia Carrasco, Bulo Bulo y Entre Ríos, en el que se empleará el compensador estático VAR. El sistema de potencia consiste en tres áreas: Carrasco, con tres generadores sincrónicos de turbina de gas iguales; Bulo Bulo, con tres generadores sincrónicos de turbina de gas iguales; Entre Ríos, con cuatro generadores sincrónicos de turbinas de vapor iguales. Los parámetros de cada generador se muestran en la tabla 3.16. Además, todas las partes de la simulación que se emplean se encuentran en el Anexo: estudio de simulación 7. Aquí, por escasez de espacio, solo se mencionan los subtítulos de cada parte que compone la simulación.

Tabla 3.16. Parámetros iniciales del sistema de potencia Carrasco, Bulo Bulo y Entre Ríos para demostrar el efecto del SVC

CARRASCO		BULO BULO		ENTRE RÍOS	
$S_{nominal} = 75 \text{ MVA}^a$		$S_{nominal} = 61.4 \text{ MVA}^a$		$S_{nominal} = 32.75 \text{ MVA}^a$	
$V_{nominal} = 11.5 \text{ kV}^b$		$V_{nominal} = 11.5 \text{ kV}^b$		$V_{nominal} = 11 \text{ kV}^b$	
$fp = 0.9$		$fp = 0.8$		$fp = 0.8$	
$X_{ls} = 0.184 \text{ pu}$	$r_s = 0.0024 \text{ pu}$	$X_{ls} = 0.111 \text{ pu}$	$r_s = 0.00167 \text{ pu}$	$X_{ls} = 0.241 \text{ pu}$	$r_s = 0.001 \text{ pu}$
$X_d = 2.186 \text{ pu}$	$X_q = 2.043 \text{ pu}$	$X_d = 2.42 \text{ pu}$	$X_q = 2.2 \text{ pu}$	$X_d = 1.63 \text{ pu}$	$X_q = 1.79 \text{ pu}$
$X'_d = 0.26 \text{ pu}$	$X'_q = 0.44 \text{ pu}$	$X'_d = 0.2309 \text{ pu}$	$X'_q = 0.45 \text{ pu}$	$X'_d = 0.256 \text{ pu}$	
$X''_d = 0.2 \text{ pu}$		$X''_d = 0.18 \text{ pu}$		$X''_d = 0.161 \text{ pu}$	
$\tau'_{do} = 6.5 \text{ s}$	$\tau'_{qo} = 0.7 \text{ s}$	$\tau'_{do} = 9.6 \text{ s}$	$\tau'_{qo} = 0.78 \text{ s}$	$\tau'_{do} = 0.97 \text{ s}$	
$\tau''_{do} = 0.023 \text{ s}$	$\tau''_{qo} = 0.03 \text{ s}$	$\tau''_{do} = 0.05 \text{ s}$	$\tau''_{qo} = 0.018 \text{ s}$	$\tau''_{do} = 0.025 \text{ s}$	$\tau''_{qo} = 0.038 \text{ s}$
$H = 5 \text{ MWs/MVA}$	$D = 0 \text{ pu}$	$H = 2 \text{ MWs/MVA}$	$D = 0 \text{ pu}$	$H = 2.353 \text{ MWs/MVA}$	$D = 0 \text{ pu}$

Nota: Adaptado de “Sistema Interconectado Nacional,” 2017, Comité Nacional de Despacho de Carga. $S_{nominal}$ = potencia nominal, $V_{nominal}$ = voltaje nominal, X_{ls} = reactancia de fuga del estator, r_s = resistencia de los devanados del estator, X_d = reactancia en el devanado d , X_q = reactancia en el devanado q , X'_d = reactancia transitoria en el eje d , X'_q = reactancia transitoria en el eje q , X''_d = reactancia subtransitoria en el eje d , X''_q = reactancia subtransitoria en el eje q , τ'_{do} = constante de tiempo transitorio en circuito abierto en el eje d , τ'_{qo} = constante de tiempo transitorio en circuito abierto en el eje q , τ''_{do} = constante de tiempo subtransitorio en circuito abierto en el eje d , τ''_{qo} = constante de tiempo subtransitorio en circuito abierto en el eje q , H = constante de inercia y D constante de amortiguación.

^aLa potencia nominal es el valor trifásico de la máquina.

^bEl voltaje nominal es el valor pico del voltaje de línea.

Los parámetros de los transformadores correspondientes a cada generador se muestran en la tabla 3.17 en una base de 100 MVA.

Tabla 3.17. Parámetros iniciales de los transformadores del sistema de potencia Carrasco, Bulu Bulu y Entre Ríos

CARRASCO	BULO BULO	ENTRE RÍOS
$S_{nominal} = 70 \text{ MVA}$	$S_{nominal} = 75 \text{ MVA}$	$S_{nominal} = 35 \text{ MVA}$
$P_{nominal} = 66.5 \text{ MW}$	$P_{nominal} = 71.25 \text{ MW}$	$P_{nominal} = 33.25 \text{ MW}$
11.5 kV/230 kV	11.5 kV/230 kV	11 kV/230 kV
$X = 0.12 \text{ pu} \quad r = 0.003 \text{ pu}$	$X = 0.111 \text{ pu} \quad r = 0.0054 \text{ pu}$	$X = 0.241 \text{ pu} \quad r = 0.0069 \text{ pu}$

Nota: $S_{nominal}$ = potencia aparente nominal, $P_{nominal}$ = potencia activa nominal, X = reactancia del transformador, r = resistencia del transformador.

El voltaje nominal del sistema de transmisión es 230 KV. Las longitudes de las líneas se identifican en la figura 3-8-2. Los parámetros de la línea Carrasco – Bulu Bulu en por unidad, en las bases 100 MVA y 230 KV, son

$$r = 0.0005 \text{ pu/km}, X_L = 0.005 \text{ pu/km}, b_C = 0.00175 \text{ pu/km}; \quad (3.8.1)$$

los parámetros de la línea Carrasco – Entre Ríos en por unidad, en las bases 100 MVA y 230 KV, son

$$r = 0.001 \text{ pu/km}, X_L = 0.01 \text{ pu/km}, b_C = 0.00175 \text{ pu/km}. \quad (3.8.2)$$

Las cargas y las potencias reactivas suministradas (Q_C) por los capacitores en derivación se encuentran en el nodo de referencia 4. Así,

$$\text{Nodo 4: } P_L = 247.65 \text{ MW}, Q_L = 34.52 \text{ MVAR}, Q_C = 69.04 \text{ MVA}. \quad (3.8.3)$$

Para preparar los datos del sistema para un estudio de estabilidad se realizan los siguientes cálculos preliminares:

- Se realiza un estudio de flujo de potencia, en las bases de 100 MVA y 50 Hz, mediante MATLAB PSAT cuyos resultados se muestran en la figura 3-8-3.
- Las cargas se convierten a impedancias o admitancias equivalentes. Los datos necesarios para este paso se obtienen del estudio de flujo. Así, si el bus donde se encuentra instalado tiene un voltaje de \tilde{v}_L , potencia reactiva Q_L , potencia activa P_L y corriente \tilde{i}_L que fluye en la carga con admitancia $Y_L = G_L + jB_L$, luego

$$P_L + jQ_L = \tilde{v}_L \tilde{i}_L^* = \tilde{v}_L [\tilde{v}_L^* (G_L - jB_L)] = V_L^2 (G_L - jB_L). \quad (3.8.4)$$

La admitancia equivalente en derivación en el bus esta dado por

$$Y_L = (P_L/V_L^2) - j(Q_L/V_L^2). \quad (3.8.5)$$

Por tanto, se tiene que

$$Y_{4L} = 2.4765 + j0.3452. \quad (3.8.6)$$

- La matriz equivalente de admitancias del sistema de potencia se obtiene mediante los siguientes pasos:
 - Las impedancias equivalentes de las cargas se conectan entre los buses de las cargas y en nodo de referencia; para llegar a los voltajes internos de los generadores, según el modelo de un eje, se adicionan nodos, y los valores apropiados de X'_d y r_s se conectan entre estos nodos y los nodos de las terminales del generador. Así, la impedancia $r_s + jX'_d$ se puede añadir a la reactancia del transformador correspondiente al generador.
 - Todos los elementos de impedancias se convierten a admitancias.
 - Los elementos de Y se identifican como Y_{ii} y es la suma de todas las admitancias conectadas al nodo i ; Y_{ij} es el negativo de la admitancia entre los nodos i y j . La tabla 3.18 muestra las impedancias y admitancias del sistema de potencia.

Tabla 3.18. Impedancias y admitancias del sistema Carrasco, Buló Buló y Entre Ríos

	Número de Bus	Impedancia		Admitancia	
		R	X	G	B
Generadores ^a					
1	1-4	0.0075	0.5181	0.0279	-1.9297
2	2-5	0.0099	0.5993	0.0276	-1.6682
3	3-6	0.0229	1.0674	0.0201	-0.9364
Líneas de Transmisión					
	4-5			3.6004	-36.0036
	4-6			6.6007	-66.0066
Admitancias en derivación ^b					
Carga A	4-0			2.4765	0.3513
	5-0				0.0048
	6-0				0.0013

Nota: R = resistencia, X = reactancia, G = conductancia, B = susceptancia.

^aPara cada generador se añade la reactancia del transformador a la impedancia del generador.

^bLas susceptancias en derivación de las líneas de transmisión se añaden a las cargas.

- Finalmente, eliminamos todos los nodos excepto los nodos internos del generador y el nodo donde se instalará el compensador estático de potencia reactiva, y obtenemos la matriz reducida de la red Y . La reducción se realiza mediante una operación matricial si recordamos que todos los nodos tienen inyección de corriente cero excepto los nodos internos de los generadores.

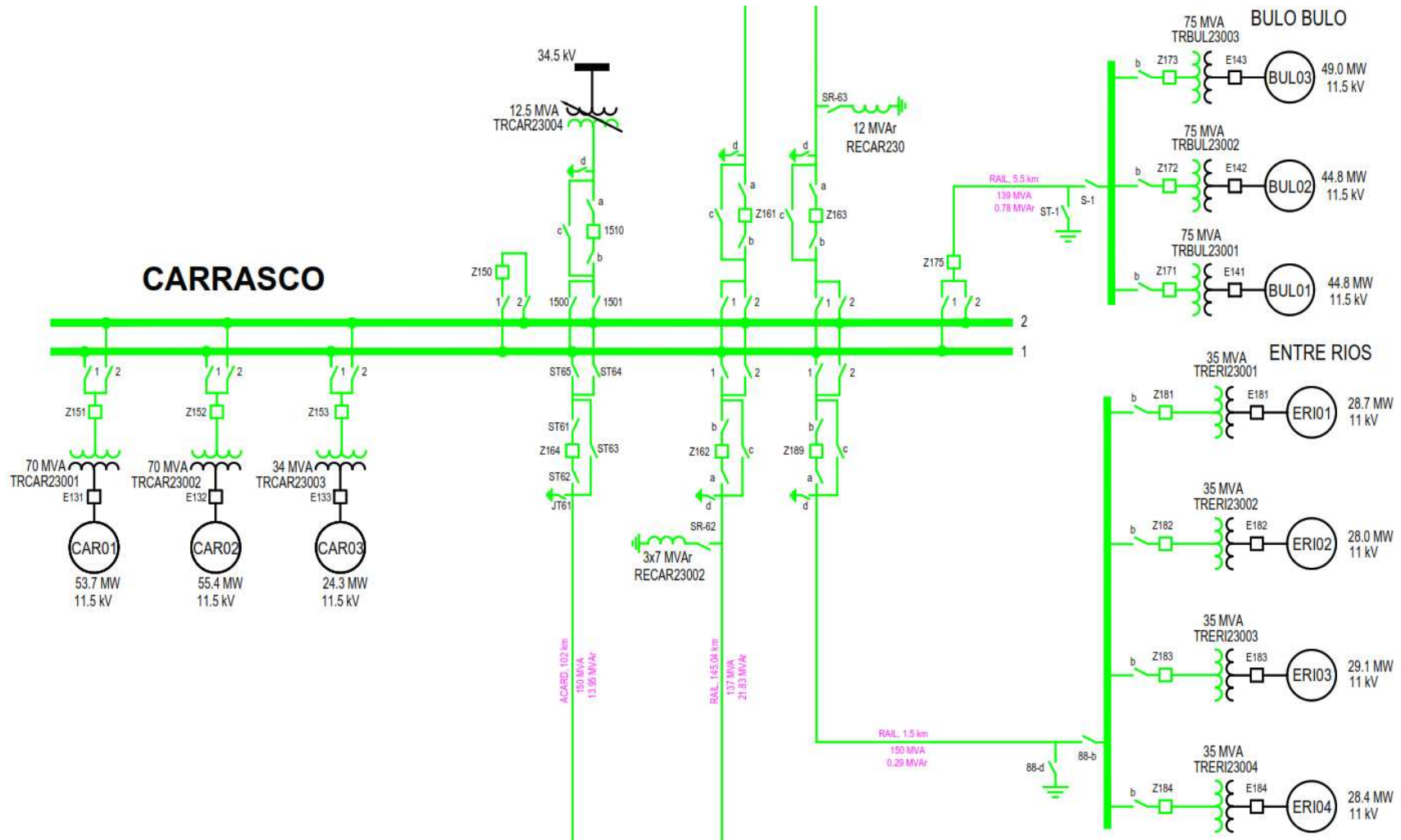


Figura 3-8-1. Sistema Carrasco, Bulo Bulo y Entre Ríos para el diseño del estabilizador FACTS basado en un SVC. Adaptado de “Sistema Interconectado Nacional,” 2017, Comité Nacional de Despacho de Carga.

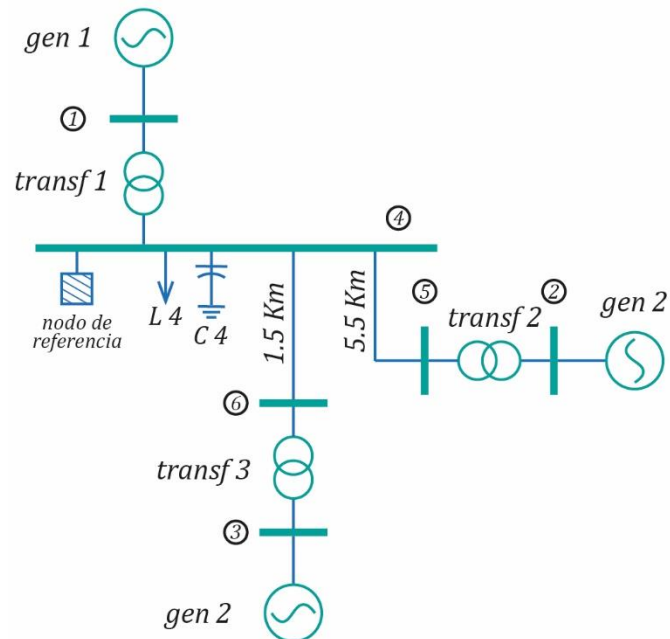


Figura 3-8-2. Sistema Carrasco, Bulo Bulo y Entre Ríos para implementar el estabilizador FACTS basado en un SVC incluyendo longitud de las líneas de transmisión. L y C indican una carga y capacitancia respectivamente.

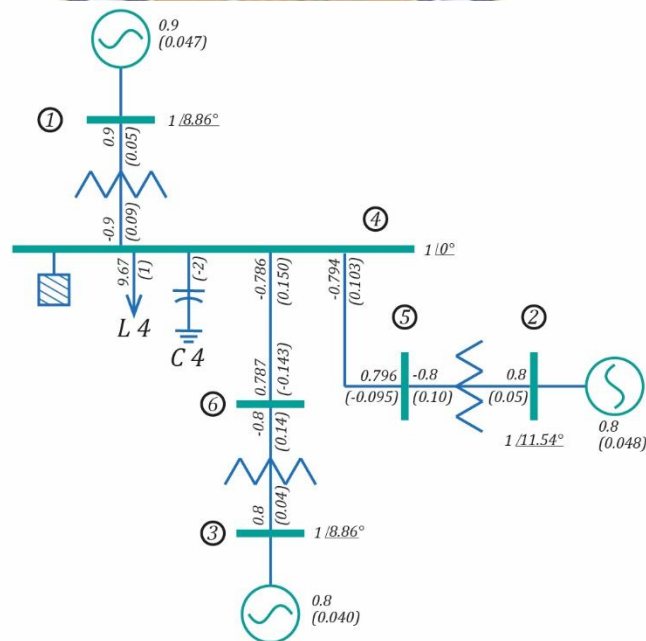


Figura 3-8-3. Estudio de flujo de potencia mediante MATLAB PSAT del sistema de la figura 3-8-2. Los valores en cada nodo indican el voltaje fasorial. Los valores, sin paréntesis, sobre las líneas de transmisión indican las potencias activas; los valores, con paréntesis, por debajo de las líneas de transmisión indican las potencias reactivas.

La primera parte de la simulación que consiste en implementar los parámetros iniciales encontrados en la simulación de MATLAB PSAT es:

```
% Parametros iniciales y simulación mediante MATLAB PSAT
```

8.2.Cálculo de la compensación inicial

Los pasos para la compensación inicial del compensador estático de potencia reactiva instalado en un sistema Carrasco, Bulu Bulu y Entre Ríos son los siguientes:

- Las potencias reactivas inductiva y capacitiva se calcula tomando en cuenta la carga y el capacitor en derivación en el nodo 4. Así, $Q_{Cmáx} = -0.6904$ y $Q_{Lmáx} = 0.3452$.
- Las potencias reactivas absorbida (inductor) y generada (capacitor) máximas definen el dominio de operación del compensador. La potencia reactiva absorbida es tal que la corriente a través del TCR puede cancelar la totalidad de la corriente en el FC. Además, si existe una disminución adicional en el ángulo de retardo de disparo, en el punto donde la totalidad de la corriente en el FC ya está cancelada, producirá una salida de potencia reactiva positiva; es decir absorberá potencia reactiva.
- Las susceptancias (B_C y B_L) y reactancias (X_L y X_C) correspondientes al compensador FC-TCR se calculan dependiendo de la potencia reactiva absorbida y generada máximas que definen el dominio de operación. Como se muestra en la figura 3-10 (b) y (c) (Anexo: fundamento teórico 3), estas susceptancias y reactancias indican la pendiente del FC y TCR que componen el SVC. Como se puede observar, estas pendientes pueden ajustarse para una mayor compensación y debe considerarse cada nodo que no pertenezca a un generador sincrónico.
- Se calcula la constante $C_0 = dC(\alpha_0)/d\alpha$, para cada nodo que no pertenezca a un generador sincrónico, que nos sirve en la linealización de la Ecuación 3.18 (Anexo: fundamento teórico 3) dada por

$$\Delta B_{SVC} = \frac{dB_{SVC}}{d\alpha} \Delta\alpha = \frac{1}{X_L} \left[-\frac{2}{\pi} - \frac{2 \cos(2\alpha)}{\pi} \right] \Delta\alpha = \frac{1}{X_L} \frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} \Delta\alpha, \quad (3.8.7)$$

y se gráfica las características de operación v_{SVC} versus i_{SVC} y v_{SVC} versus Q_{SVC} , para cada nodo que no pertenezca a un generador sincrónico.

La función que representa la segunda parte de la simulación en MATLAB es:

```
function [Xsvcc,Xsvcl,bsvc0,alpha0,Co]=SYSinitial(vo_pu)
```

Los resultados de esta simulación muestran que

$$X_L = [0.9656 \quad 0.9646 \quad 0.9637]pu, \quad (3.8.8)$$

$$X_C = [1.4484 \quad 1.4470 \quad 1.4455]pu \quad (3.8.9)$$

y

$$\frac{dC(\alpha_0)}{d\alpha} = 1.1839 \text{ pu.} \quad (3.8.10)$$

Finalmente, se gráfica las características de operación v_{SVC} versus i_{SVC} y v_{SVC} versus Q_{SVC} , como se muestra en la figura 3-8-4.

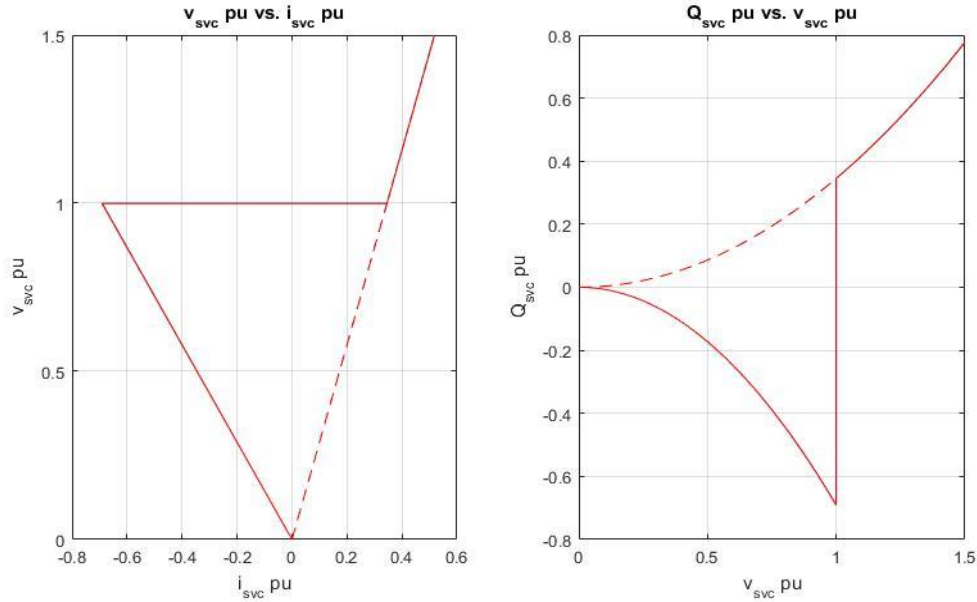


Figura 3-8-4. Gráfica las características de operación v_{SVC} versus i_{SVC} y v_{SVC} versus Q_{SVC} . v , i y Q indican voltaje, corriente y potencia reactiva respectivamente.

8.3. Condiciones balanceadas en estado estable

De la Ecuación 2.207 (Anexo: fundamento teórico 2) y mediante la transformación al marco de referencia dq , de las variables \tilde{v}_{as} e \tilde{i}_{as} de cada generador sincrónico, se obtienen las variables en condiciones balanceadas en estado estable, como se muestra en el diagrama fasorial para la operación de generación de la figura 2-5 (Anexo: fundamento teórico 2). La tercera parte de la simulación en MATLAB muestra este procedimiento:

```
function [ias_fasor_pu,E_fasor_pu,delt0,v_rqs_pu0,v_rds_pu0,ip_rqs_pu0...
,ip_rds_pu0,E_pq0]=initialcalc(Sass,vas_fasor_pu,rs,we,wb,Xq,Xpd)
```

Los resultados de esta cuarta parte muestran que

$$\tilde{\mathbf{E}}_a = [0.7401 + j2.5965 \quad 0.5783 + j3.0436 \quad 0.6048 + j2.1369] \text{ pu;} \quad (3.8.11)$$

y

$$\mathbf{v}^r_{ds} = [0.9080 \quad 0.9252 \quad 0.8689] \text{ pu,} \quad (3.8.12)$$

$$\mathbf{v}^r_{qs} = [0.4190 \quad 0.3794 \quad 0.4951] \text{ pu,} \quad (3.8.13)$$

$$\mathbf{i}^r_{ds} = [0.8369 \quad 0.7585 \quad 0.7150] \text{ pu} \quad (3.8.14)$$

y

$$\mathbf{i}^r_{qs} = [0.3343 \quad 0.2588 \quad 0.3611] \text{ pu.} \quad (3.8.15)$$

El diagrama fasorial para la operación de generación del sistema de potencia de múltiples generadores, análogo a la figura 2-5 (Anexo: fundamento teórico 2) se muestra en la figura 3-8-5.

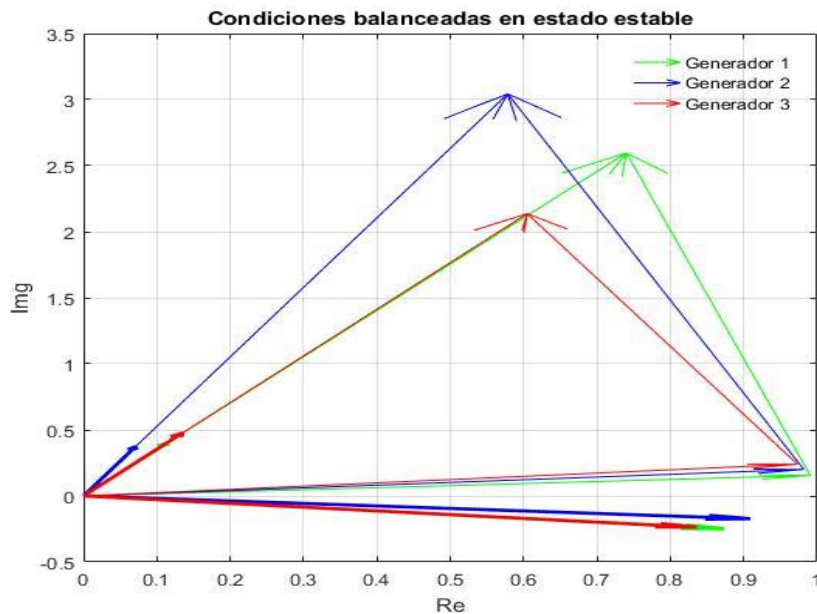


Figura 3-8-5. Diagrama fasorial para la operación de generación del sistema Carrasco, Bulu Bulu y Entre Ríos instalado con el control del compensador estático VAR.

8.4. Cálculo de la matriz de red equivalente

La matriz de red equivalente, dada por la Ecuación 2.5.1, puede calcularse mediante eliminación de nodos dependiendo del nodo donde se instala el compensador. Así, la matriz de red original de tamaño 6 por 6 debe reducirse a una matriz de red equivalente de 4 por 4 donde el nodo adicional corresponde al nodo donde se instala el compensador. La cuarta parte de la simulación se describe en la siguiente función:

```
function [Yfin]=matrizred(Y11,Y12,Y21,Y22)
```

La matriz de red equivalente correspondiente al compensador instalado en el nodo 5 es

$$\begin{bmatrix} 0.0401 - j1.8351 & 0 & 0.0055 + j0.0453 & 0.0776 + j1.7867 \\ 0 & 0.0276 - j1.6682 & 0 & -0.0276 + j1.6682 \\ 0.0055 + j0.0453 & 0 & 0.0233 - j0.9017 & 0.0302 + j0.8554 \\ 0.0776 + j1.7867 & -0.0276 + j1.6682 & 0.0302 + j0.8554 & 2.2265 - j4.1669 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_G \\ \mathbf{V}_1 \end{bmatrix}. \quad (3.8.16)$$

8.5. Ecuaciones linealizadas de las componentes de las corrientes y del voltaje en el punto donde se instala el compensador en el marco de referencia dq

De las Ecuaciones 2.5.9 – 2.5.33 obteneos las ecuaciones linealizadas de \mathbf{I}'_{ds} , \mathbf{I}'_{qs} y \mathbf{V}_1 . Por tanto, la quinta parte de la simulación se describe en la siguiente función:

```
function [Y21py_real,Y21py_imag,Fdd,Gdd,Hdd,Fqq,Gqq,Hqq,Ldd,Lqq,...
C1p,C2p,C3p,C4p]=FGHLlineal(Yfin,Xq,Xpd,E_pq0,delt0,ip_rqs_pu0,bsvc0)
```


Los resultados de esta simulación, correspondiente al compensador instalado en el nodo 5, muestran que

$$\mathbf{F}_{dd} = \begin{bmatrix} 1.0279 & -0.6511 & -0.3768 \\ -0.6678 & 0.9941 & -0.3264 \\ -0.3808 & -0.3111 & 0.6919 \end{bmatrix}, \quad (3.8.17)$$

$$\mathbf{G}_{dd} = \begin{bmatrix} 1.2679 & -0.5747 & -0.3185 \\ -0.5186 & 1.1396 & -0.2499 \\ -0.3178 & -0.2758 & 0.7704 \end{bmatrix}, \quad (3.8.18)$$

$$\mathbf{H}_{dd} = \begin{bmatrix} 0.9740 & 0.8401 & 0.2928 \\ 0.8570 & 0.9234 & 0.2773 \\ 0.4297 & 0.3965 & 0.1725 \end{bmatrix}, \quad (3.8.19)$$

$$\mathbf{F}_{qq} = \begin{bmatrix} 0.3945 & -0.1646 & -0.2300 \\ -0.0812 & 0.2445 & -0.1632 \\ -0.0818 & -0.0807 & 0.1625 \end{bmatrix}, \quad (3.8.20)$$

$$\mathbf{G}_{qq} = \begin{bmatrix} 0.4097 & 0.2619 & 0.1796 \\ 0.3605 & 0.2879 & 0.1701 \\ 0.1808 & 0.1236 & 0.1058 \end{bmatrix}, \quad (3.8.21)$$

$$\mathbf{H}_{qq} = \begin{bmatrix} -3.0143 & 1.8430 & 0.5193 \\ 1.2328 & -3.6548 & 0.4074 \\ 0.7556 & 0.8845 & -1.2562 \end{bmatrix}, \quad (3.8.22)$$

$$\mathbf{L}_{dd} = \begin{bmatrix} 0.0848 \\ 0.0893 \\ 0.0395 \end{bmatrix}, \quad (3.8.23)$$

$$\mathbf{L}_{qq} = \begin{bmatrix} 0.3647 \\ 0.3377 \\ 0.1748 \end{bmatrix}, \quad (3.8.24)$$

$$\mathbf{C}_{1p} = [0.2520 \quad 0.2208 \quad 0.1582], \quad (3.8.25)$$

$$\mathbf{C}_{2p} = [0.6714 \quad 0.8840 \quad 0.1441], \quad (3.8.26)$$

$$\mathbf{C}_{3p} = [0 \quad 0 \quad 0] \quad (3.8.27)$$

y

$$\mathbf{C}_{4p} = 0.1862. \quad (3.8.28)$$

8.6. Cálculo de las constantes K del modelo de Heffron-Phillips

De las Ecuaciones 2.5.34 – 2.5.59 obtenemos las constantes K del modelo linealizado de Heffron – Phillips del sistema de potencia de múltiples generadores instalado con un compensador estático VAR. La sexta parte de la simulación se describe en la siguiente función:

```
function [Gq, Fq, Lq, K1, K2, Kp, K3, K4, Kq, K5, K6, Kv, C1, C3, C4]=constantesK(Fdd...
, Gdd, Hdd, Fqq, Gqq, Hqq, Ldd, Lqq, C1p, C2p, C3p, C4p, ...
vpas_fasor_pu, vp_rqs_pu0, vp_rds_pu0, E_pq0, ip_rds_pu0, ip_rqs_pu0, Xq, Xpd, Xd)
```

De los resultados de esta simulación, correspondiente al compensador instalado en el nodo 9, de tiene que

$$\mathbf{F}_q = \begin{bmatrix} 0.1032 & -0.0244 & -0.0788 \\ 0.0101 & 0.0437 & -0.0538 \\ 0.0023 & -0.0268 & 0.0245 \end{bmatrix}, \quad (3.8.29)$$

$$\mathbf{G}_q = \begin{bmatrix} 0.1959 & 0.1342 & 0.0902 \\ 0.1471 & 0.1099 & 0.0695 \\ 0.2034 & 0.1428 & 1.1044 \end{bmatrix}, \quad (3.8.30)$$

$$\mathbf{L}_q = \begin{bmatrix} 0.1781 \\ 0.1364 \\ 0.1906 \end{bmatrix}, \quad (3.8.31)$$

$$\mathbf{K}_1 = \begin{bmatrix} 1.1826 & -0.5792 & -0.6034 \\ -0.4414 & 0.9705 & -0.5291 \\ -0.1905 & -0.2414 & 0.4318 \end{bmatrix}, \quad (3.8.32)$$

$$\mathbf{K}_2 = \begin{bmatrix} 2.1681 & 0.1159 & 0.1307 \\ 0.3243 & 1.7575 & 0.1495 \\ 0.3690 & 0.2288 & 1.0960 \end{bmatrix}, \quad (3.8.33)$$

$$\mathbf{K}_p = \begin{bmatrix} 0.8214 \\ 0.7716 \\ 0.5426 \end{bmatrix}, \quad (3.8.34)$$

$$\mathbf{K}_3 = \begin{bmatrix} 5.2166 & -0.7956 & -0.3639 \\ -0.5646 & 5.9761 & -0.2832 \\ -0.5882 & -0.6290 & 4.5860 \end{bmatrix}, \quad (3.8.35)$$

$$\mathbf{K}_4 = \begin{bmatrix} 2.9212 & -1.6588 & -1.2624 \\ -2.0301 & 3.5873 & -1.5572 \\ -1.3931 & -1.2958 & 2.6889 \end{bmatrix}, \quad (3.8.36)$$

$$\mathbf{K}_q = \begin{bmatrix} 1.1009 \\ 1.5000 \\ 0.8517 \end{bmatrix}, \quad (3.8.37)$$

$$\mathbf{K}_5 = \begin{bmatrix} 0.0900 & 0.0335 & -0.1235 \\ 0.1147 & 0.0013 & -0.1160 \\ 0.1333 & 0.0633 & -0.1966 \end{bmatrix}, \quad (3.8.38)$$

$$\mathbf{K}_6 = \begin{bmatrix} 0.6651 & 0.3769 & 0.2436 \\ 0.5104 & 0.5446 & 0.2419 \\ 0.4806 & 0.3574 & 0.3830 \end{bmatrix}, \quad (3.8.39)$$

$$\mathbf{K}_v = \begin{bmatrix} 0.3782 \\ 0.3921 \\ 0.3209 \end{bmatrix}, \quad (3.8.40)$$

$$\mathbf{C}_1 = [0.5430 \quad 0.4286 \quad 0.2952], \quad (3.8.41)$$

$$\mathbf{C}_3 = [0.0785 \quad 0.0184 \quad -0.0969] \quad (3.8.42)$$

y

$$\mathbf{C}_4 = 0.4538. \quad (3.8.43)$$

8.7. Diseño del AVR

El diseño del AVR (Automatic Voltage Regulator) para cada generador se realiza mediante el criterio de estabilidad de Routh, para el cual se desarrolla el siguiente algoritmo descrito por tres funciones:

```
function rht = RouthHurwitzSymm(G)
function v = rhValue(rht, r, c)
function rht = rhInit(coeffVector)
```

Este algoritmo puede emplearse también para verificar la estabilidad del sistema; es decir, sin considerar la realimentación y el AVR. Así, considerando que el SVC se instalará en el nodo 4, se tiene que la primera columna del arreglo de Routh no sufre cambios de signo y por tanto no existen raíces con partes reales positivas. El arreglo de Routh debe considerarse para los tres generadores del sistema. La primera columna de cada arreglo correspondiente a cada generador se muestra en la siguiente matriz

$$RTH = \begin{bmatrix} 1.1794 * 10^{167} & 0.0092 * 10^{167} & 0.0023 * 10^{167} \\ 7.2565 * 10^{167} & 0.0567 * 10^{167} & 0.0142 * 10^{167} \\ 6.5279 * 10^{168} & 0.0510 * 10^{168} & 0.0127 * 10^{168} \\ 2.2934 * 10^{169} & 0.0179 * 10^{169} & 0.0045 * 10^{169} \\ 1.8335 * 10^{170} & 0.0143 * 10^{170} & 0.0036 * 10^{170} \\ 1.3978 * 10^{171} & 0.0109 * 10^{171} & 0.0027 * 10^{171} \\ 3.3299 * 10^{170} & 0.0260 * 10^{170} & 0.0062 * 10^{170} \\ 1.6861 * 10^{169} & 0.0132 * 10^{169} & 0.0033 * 10^{169} \\ 2.4888 * 10^{154} & 0.0194 * 10^{154} & 0.0049 * 10^{154} \\ 2.6836 * 10^{155} & 0.0210 * 10^{155} & 0.0052 * 10^{144} \end{bmatrix} \quad (3.8.44)$$

La séptima parte de la simulación será:

```
function [Aa,Bb,Cc,Dd,ki,TA,KA]=matrixxAVR...
(K1,K2,K3,K4,K5,K6,Tpd0,M,wb,DD)
```

La primera columna de cada arreglo correspondiente a cada generador instalado con el AVR, considerando que el SVC se instalará en el nodo 5, se muestra en la siguiente matriz

$$RTH = \begin{bmatrix} 2.8118 * 10^{160} & 2.8118 * 10^{160} & 2.8118 * 10^{160} \\ 1.5789 * 10^{162} & 1.5789 * 10^{162} & 1.5789 * 10^{162} \\ 8.8222 * 10^{162} & 8.8222 * 10^{162} & 8.8222 * 10^{162} \\ 7.8780 * 10^{163} & 7.8781 * 10^{163} & 7.8782 * 10^{163} \\ 2.7650 * 10^{164} & 2.7650 * 10^{164} & 2.7649 * 10^{164} \\ 2.2379 * 10^{165} & 2.2379 * 10^{165} & 2.2378 * 10^{165} \\ 1.6681 * 10^{166} & 1.6681 * 10^{166} & 1.6681 * 10^{166} \\ 3.9754 * 10^{165} & 3.9727 * 10^{165} & 3.9675 * 10^{165} \\ 2.0138 * 10^{164} & 2.0111 * 10^{164} & 2.0083 * 10^{164} \\ 2.7399 * 10^{149} & 1.5186 * 10^{149} & 3.8742 * 10^{149} \\ 3.2001 * 10^{150} & 3.2070 * 10^{150} & 3.1769 * 10^{150} \end{bmatrix} \quad (3.8.45)$$

8.8. Representación en el espacio de estados para el diseño del controlador PI de voltaje

La representación en el espacio de estados de la Ecuación 2.5.61 está dado, en la séptima parte de la simulación, por:

```
function [A,B,C,D,kp,ki]=matrixxAB(K1,K2,Kp,K3,K4,Kq,K5,K6,Kv...
,Tpd0,M,wb,DD,TA,KA,C1,C3,C4)
```

Por tanto, se tiene, para el compensador instalado en el nodo 5, que

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Delta E'_q}{dt} \\ \frac{d\Delta\delta}{dt} \\ \frac{d\Delta(w_r/w_b)}{dt} \\ \frac{d\Delta E'_{fd}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.8026 & 0.1224 & 0.0560 & -0.4494 & 0.2552 & 0.1942 & 0 & 0 & 0 & 0.154 & 0 & 0 \\ 0.0588 & -0.6225 & 0.0295 & 0.2115 & -0.3737 & 0.1622 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.104 & 0 \\ 0.6064 & 0.6485 & -4.7278 & 1.4362 & 1.3359 & -2.7721 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.031 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 377 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 377 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.2168 & -0.0116 & -0.0131 & -0.1183 & 0.0579 & 0.0603 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0811 & -0.4394 & -0.0374 & 0.1103 & -0.2426 & 0.1323 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0784 & -0.0486 & -0.2329 & 0.0405 & 0.0513 & -0.0918 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0665 & -0.0377 & -0.0244 & -0.0090 & -0.0033 & 0.0123 & 0 & 0 & 0 & -100 & 0 & 0 \\ -0.0510 & -0.0545 & -0.0242 & -0.0115 & -0.0001 & 0.0116 & 0 & 0 & 0 & 0 & -100 & 0 \\ -0.0481 & -0.0357 & -0.0383 & -0.0133 & -0.0063 & 0.0197 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.1694 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.1563 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.8781 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0821 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.1329 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.1153 & 0 & 0 & 0.21 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0378 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0392 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0321 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta B_{svc} \\ \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix}, \quad (3.8.46)$$

$$\Delta V_1 = [0.5430 \quad 0.4286 \quad 0.2952 \quad 0.0785 \quad 0.0184 \quad -0.0969 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \end{bmatrix} + [0.4538 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} \Delta B_{svc} \\ \Delta T_M \\ \Delta V_{ref} \end{bmatrix}.$$

El diseño del controlador PI del voltaje, para el compensador instalado en el nodo 5, muestra que

$$k_p = 0 \text{ y } k_i = 2.1206.$$

(3.8.47)

8.9. Cálculo de las constantes K' del modelo de Heffron-Phillips

De las Ecuaciones 2.5.69 – 2.5.88 obtenemos las constantes K' del modelo linealizado de Heffron – Phillips instalado con un SVC. La octava parte de la simulación se describe en la siguiente función:

```
function [Kp1, Kp2, Kpz, Kpp, Kp3, Kp4, Kqz, Kpq, Kp5, Kp6, Kvz, Kpv, CA, ...
CE, Cz, Cu]=constantesKpC (K1, K2, Kp, K3, K4, Kq, K5, K6, Kv, C1, C3, C4, kp, ki, Co, Xsvcl)
```

Los resultados de la simulación, correspondiente al compensador instalado en el nodo 5, muestran que

$$K'_1 = \begin{bmatrix} 1.1826 & -0.5792 & -0.6034 \\ -0.4414 & 0.9705 & -0.5291 \\ -0.1905 & -0.2414 & 0.4318 \end{bmatrix}, \quad (3.8.48)$$

$$K'_2 = \begin{bmatrix} 2.1681 & 0.1159 & 0.1307 \\ 0.3243 & 1.7575 & 0.1495 \\ 0.3690 & 0.2288 & 1.0960 \end{bmatrix}, \quad (3.8.49)$$

$$K_{pz} = \begin{bmatrix} 0.8214 \\ 0.7716 \\ 0.5426 \end{bmatrix}, \quad (3.8.50)$$

$$K'_p = \begin{bmatrix} 1.0081 \\ 0.9470 \\ 0.6659 \end{bmatrix}, \quad (3.8.51)$$

$$K'_3 = \begin{bmatrix} 5.2166 & -0.7956 & -0.3639 \\ -0.5646 & 5.9761 & -0.2832 \\ -0.5882 & -0.6290 & 4.5860 \end{bmatrix}, \quad (3.8.52)$$

$$K'_4 = \begin{bmatrix} 2.9212 & -1.6588 & -1.2624 \\ -2.0301 & 3.5873 & -1.5572 \\ -1.3931 & -1.2958 & 2.6889 \end{bmatrix}, \quad (3.8.53)$$

$$K_{qz} = \begin{bmatrix} 1.1009 \\ 1.5000 \\ 0.8517 \end{bmatrix}, \quad (3.8.54)$$

$$K'_q = \begin{bmatrix} 1.3511 \\ 1.8410 \\ 1.0453 \end{bmatrix}, \quad (3.8.55)$$

$$K'_5 = \begin{bmatrix} 0.0900 & 0.0335 & -0.1235 \\ 0.1147 & 0.0013 & -0.1160 \\ 0.1333 & 0.0633 & -0.1966 \end{bmatrix}, \quad (3.8.56)$$

$$K'_6 = \begin{bmatrix} 0.6651 & 0.3769 & 0.2436 \\ 0.5104 & 0.5446 & 0.2419 \\ 0.4806 & 0.3574 & 0.3830 \end{bmatrix}, \quad (3.8.57)$$

$$K_{vz} = \begin{bmatrix} 0.3782 \\ 0.3921 \\ 0.3209 \end{bmatrix}, \quad (3.8.58)$$

$$K'_v = \begin{bmatrix} 0.4642 \\ 0.4813 \\ 0.3938 \end{bmatrix}, \quad (3.8.59)$$

$$C_A = [-0.2044 \quad -0.0479 \quad 0.2523], \quad (3.8.60)$$

$$C_E = [-1.4131 \quad -1.1154 \quad -0.7683], \quad (3.8.61)$$

$$C_z = -1.1811 \quad (3.8.62)$$

$$C_u = -1.4495.$$

8.10. Representación en el espacio de estados instalado con el SVC

La representación en el espacio de estados de la Ecuación 2.5.89 está dado, en la novena parte de la simulación, por:

`function [A1,B1]=matrixxA1B1(wb,DD, Tpd0,M,KA,TA,Kp1,Kp2,Kpz,Kpp,Kp3,Kp4,Kqz,Kpq,Kp5,Kp6,Kvz,Kpv,CE,CA,Cz,Cu)`

Por tanto, se tiene, para el compensador instalado en el nodo 5, que

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Delta E'_q}{dt} \\ \frac{d\Delta\delta}{dt} \\ \frac{d\Delta(\mathbf{w}_r/\mathbf{w}_b)}{dt} \\ \frac{d\Delta E'_{fd}}{dt} \\ \frac{d\Delta Z_{svc}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.8026 & 0.1224 & 0.0560 & -0.4494 & 0.2552 & 0.1942 & 0 & 0 & 0 & 0.1538 & 0 & 0 & -0.1694 \\ 0.0588 & -0.6225 & 0.0295 & 0.2115 & -0.3737 & 0.1622 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1042 & 0 & -0.1563 \\ 0.6064 & 0.6485 & -4.7278 & 1.4362 & 1.3359 & -2.7721 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0309 & -0.8781 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 377 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 377 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 377 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.2168 & -0.0116 & -0.0131 & -0.1183 & 0.0579 & 0.0603 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0821 \\ -0.0811 & -0.4394 & -0.0374 & 0.1103 & -0.2426 & 0.1323 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.1929 \\ -0.0784 & -0.0486 & -0.2329 & 0.0405 & 0.0513 & -0.0918 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.1153 \\ -0.0665 & -0.0377 & -0.0244 & -0.0090 & -0.0033 & 0.0123 & 0 & 0 & 0 & -100 & 0 & 0 & -0.0378 \\ -0.0510 & -0.0545 & -0.0242 & -0.0115 & -0.0001 & 0.0116 & 0 & 0 & 0 & 0 & -100 & 0 & -0.0392 \\ -0.0481 & -0.0357 & -0.0383 & -0.0133 & -0.0063 & 0.0197 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -100 & -0.0321 \\ -1.4131 & -1.1154 & -0.7683 & -0.2044 & -0.0479 & 0.2523 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.1811 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta\delta \\ \Delta(\mathbf{w}_r/\mathbf{w}_b) \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta Z_{svc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.2079 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.1918 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1.0776 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.1008 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.2368 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.1415 & 0 & 0 & 0.2125 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0464 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ -0.0481 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 \\ -0.0394 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 \\ -1.4495 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_{svc} \\ \Delta T_M \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix}$$

(3.8.64)

8.11. Señal de retroalimentación

La señal de retroalimentación del controlador del compensador estático de potencia reactiva es la señal de la potencia activa entregado a través del nodo donde el SVC está instalado. La matriz de red equivalente que contiene el nodo donde se encuentra instalado el SVC y el nodo de realimentación se obtiene mediante:

```
function [Yfin2]=matrizred2 (Y11,Y12,Y21,Y22)
```

El resultado de esta simulación, correspondiente al compensador instalado en el nodo 5 y con realimentación en el nodo 6, es

$$Y_2 = \begin{bmatrix} 0.0312 - j1.8942 & 0 & 0 & 0.0052 + j0.6687 & 0.0096 + j1.2259 \\ 0 & 0.0276 - j1.6682 & 0 & -0.0276 + j1.6682 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0201 - j0.9364 & 0 & -0.0201 + j0.9364 \\ 0.0052 + j0.6687 & -0.0276 + j1.6682 & 0 & 2.6590 - j25.1669 & -1.7765 + j22.9168 \\ 0.0096 + j1.2259 & 0 & -0.0201 + j0.9364 & -1.7765 + j22.9168 & 3.3639 - j24.9276 \end{bmatrix} \quad (3.8.65)$$

Según las Ecuaciones 2.5.96 – 2.5.101, la décima parte de la simulación será:

```
function [PPP_menos, PPP_mas]=constantesPpnum1 ...
(Y21py_real, Y21py_imag, Y22, Xq, Xpd, E_pq0, delt0, ip_rqs_pu0, Yfin2, bsvc0)
```

Los resultados de esta simulación correspondientes al compensador instalado en el nodo 5 y con retroalimentación en el nodo 6 muestran que

$$P'_{a\ 56} = [0 \ 0 \ 0], \quad (3.8.66)$$

$$P'_{e\ 56} = [0.0066 \ -0.6634 \ 0.1862], \quad (3.8.67)$$

$$P'_{t\ 56} = [0.0175 \ -2.6563 \ 0.1696] \quad (3.8.68)$$

y

$$P'_{b\ 56} = -1.1640. \quad (3.8.69)$$

De las Ecuaciones 2.5.102 y 2.5.115 se puede obtener ΔP_{9j} en función de $\Delta \delta$, $\Delta E'_q$ y ΔB_{SVC} , y $\Delta \delta$, $\Delta E'_q$, ΔZ_{SVC} y Δu_{SVC} , respectivamente. Así, la simulación continua como:

```
function [PPpp_menos, PPpp_mas]=constantesPnum1...
(PPP_menos, PPP_mas, Lq, Gq, Fq, C1, C3, C4, Co, kp, Xsvcl)
```

Los resultados correspondientes al compensador instalado en el nodo 5 y con retroalimentación en el nodo 6 muestran que

$$PP_{a\ 56} = [-0.0246 \ -0.1211 \ 0.1457], \quad (3.8.70)$$

$$PP_{e\ 56} = [-0.3464 \ -0.9287 \ 0.0207], \quad (3.8.71)$$

$$PP'_{b\ 910} = -0.4909. \quad (3.8.72)$$

$$P_{a\ 56} = [-0.0246 \ -0.1211 \ 0.1457], \quad (3.8.73)$$

$$P_{e\ 56} = [-0.3463 \ -0.9287 \ 0.0207], \quad (3.8.74)$$

$$P_{z\ 56} = -0.4909 \quad (3.8.75)$$

y

$$P_{u56} = -0.6025. \quad (3.8.76)$$

8.12. Ecuación de salida

La Ecuación de salida de la representación en el espacio de estados esta dado por la Ecuación 2.5.116. La decimo primera parte de la simulación corresponde a la siguiente función:

```
function [C1_1,D1_1,C1_21,D1_21,C1_22,D1_22,...
C1_31,D1_31,C1_32,D1_32]=matrixxC1D1_1 (PPpp_menos, PPpp_mas)
```

De los resultados correspondientes al compensador instalado en el nodo 9 y con retroalimentación en el nodo 10 se tiene que

$$\Delta P_{1j} = \begin{bmatrix} -0.3464 \\ -0.9287 \\ 0.0207 \\ -0.0246 \\ -0.1211 \\ 0.1457 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.4909 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta \delta \\ \Delta(w_r/w_b) \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta Z_{SVC} \end{bmatrix} - 0.6025 \Delta u_{SVC}. \quad (3.8.77)$$

8.13. Selección de locación de instalación

La selección de locación de instalación se realiza mediante cuatro funciones:

- La primera función nos muestra los valores propios, o eigenvalores, los eigenvectores derechos e izquierdos correspondiente a cada valor propio, las frecuencias, los factores de participación, y factores de correlación.
- La segunda función muestra la relación entre la salida y una variable, γ_i , de la Ecuación 2.5.128.
- La tercera función, según la Ecuación 2.5.129, nos muestra el índice de sensibilidad en cada nodo del sistema de transmisión (no incluye los nodos de los generadores); según la Ecuación 2.5.133 obtenemos la matriz **B**.
- La cuarta función nos muestra el índice del análisis de torque de amortiguación DTA.

La primera función, en la simulación, para la selección de locación de instalación será:

```
function [P,DD,freq,sigma,VV,WW]=confident (A1)
```


Los resultados de esta primera simulación, para el SVC instalado en el nodo 5, muestran que

$$DD = \begin{bmatrix} -99.9995 \\ -99.9999 \\ -100 \\ -2.7517 \\ -0.4273 + j10.5132 \\ -0.4273 - j10.5132 \\ -1.6168 + j7.2947 \\ -1.6168 - j7.2947 \\ -0.3101 \\ -0.1087 \\ 0 \\ 0 \\ -0.0758 \end{bmatrix}, \quad (3.8.78)$$

donde **DD** es la matriz de valores propios;

$$Freq = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.6735 & 0 \\ 1.6735 & 1.6735 & 1.6732 \\ 1.6735 & 1.1622 & 1.6732 \\ 1.1480 & 1.1622 & 1.1597 \\ 1.1480 & 0 & 1.1597 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.8.79)$$

En la Ecuación 3.8.79 las filas indican los eigenvalores y las columnas indican los nodos 4 a 6. El rango de la frecuencia de oscilación del sistema de potencia es $0.2 - 2.5$ Hz y se remarcan en la Ecuación 3.8.79.

La segunda, tercera y cuarta función, en la simulación, para la selección de locación de instalación serán:

```
function [epsilon]=intalloca1(C1_1,C1_21,C1_22,C1_31,VV)
```

```
function [S,BB]=intalloca2(WW,VV,A1,B1,DD)
```

```
function [DTA,DTAp,epsilon_abs,S_abs,BB_abs]=intalloca3(epsilon,S,BB)
```

De los resultados de las simulaciones se tiene que

$$DTA = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.4136 & 0.5421 \\ \dots & 0.5565 & 0.5565 & \dots \\ 0.7411 & 0.8943 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.8.80)$$

donde cada par de filas representan los nodos 4 a 6 con su realimentación en el nodo anterior y posterior. En la Ecuación 3.8.80 se muestra resaltado el mayor valor *DTA*, el cual se encuentra en el nodo 5 con su realimentación

en el nodo 6 y es correspondiente a los eigenvalores 6 y 7. Por tanto, el compensador estático VAR debe instalarse en el nodo 5 con su realimentación en el nodo 6.

8.14. Diseño del controlador del compensador estático de potencia reactiva mediante el método del lugar de las raíces

La representación en el espacio de estados de la trayectoria de la señal estabilizadora del modelo de Heffron-Phillips del sistema de potencia Carrasco, Bulu Bulu y Entre Ríos instalado con un SVC se obtiene mediante la Ecuación 3.8.81; reemplazando la velocidad angular correspondiente al modo de oscilación en la función de transferencia de la Ecuación 3.8.82 se obtiene el valor de $F_{SVC}(s)$.

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Delta E'_q}{dt} \\ \frac{d\Delta E'_{fd}}{dt} \\ \frac{d\Delta Z_{SVC}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(\tau'_{d0})^{-1}K'_3 & (\tau'_{d0})^{-1} & -(\tau'_{d0})^{-1}K_{qz} \\ -(\tau_A)^{-1}K_A K'_6 & -(\tau_A)^{-1} & -(\tau_A)^{-1}K_A K_{vz} \\ C_E & \mathbf{0} & C_Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta Z_{SVC} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -(\tau'_{d0})^{-1}K'_q \\ -(\tau_A)^{-1}K_A K'_v \\ C_u \end{bmatrix} \Delta u_{SVC}, \quad (3.8.81)$$

$$\Delta T_{et} = -[K'_2 \quad \mathbf{0} \quad K_{pz}] \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta Z_{SVC} \end{bmatrix} - K'_p \Delta u_{SVC};$$

así,

$$\frac{\Delta T_{et\ i}}{\Delta u_{SVC}} = F_{SVC\ i}(s), \quad (3.8.82)$$

donde i representa una de las m máquinas sincrónicas. Por tanto, la última parte de la simulación será:

`function [Ks, T2, T4]=ControlSVC(DD, TA, KA, Kp6, ...
Kvz, Kpv, Tpd0, Kp3, Kqz, CE, Cz, Kpq, Cu, Kp2, Kpz, Kpp, M)`

Así, la representación en el espacio de estados de la trayectoria de la señal estabilizadora será

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Delta E'_q}{dt} \\ \frac{d\Delta E'_{fd}}{dt} \\ \frac{d\Delta Z_{SVC}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.8026 & 0.1224 & 0.0560 & 0.1538 & 0 & 0 & -0.1694 \\ 0.0588 & -0.6225 & 0.0295 & 0 & 0.1042 & 0 & -0.1563 \\ 0.6064 & 0.6485 & -4.7278 & 0 & 0 & 1.0309 & -0.8781 \\ -0.0333 & -0.0188 & -0.0122 & -50 & 0 & 0 & -0.0189 \\ -0.0255 & -0.0272 & -0.0121 & 0 & -50 & 0 & -0.0196 \\ -0.0240 & -0.0179 & -0.0192 & 0 & 0 & -50 & -0.0160 \\ -2.2972 & -1.8133 & -1.2490 & 0 & 0 & 0 & -1.9201 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta Z_{SVC} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.2079 \\ -0.1918 \\ -1.0776 \\ -0.0232 \\ -0.0241 \\ -0.0197 \\ -2.3564 \end{bmatrix} \Delta u_{SVC}, \quad (3.8.83)$$

$$\Delta T_{et} = - \begin{bmatrix} -2.1681 & -0.1159 & -0.1307 & 0 & 0 & 0 & -0.8214 \\ -0.3243 & -1.7575 & -0.1495 & 0 & 0 & 0 & -0.7716 \\ -0.3690 & -0.2288 & -1.0960 & 0 & 0 & 0 & -0.5426 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta E'_{fd} \\ \Delta Z_{SVC} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1.0081 \\ -0.9470 \\ -0.6659 \end{bmatrix} \Delta u_{SVC};$$

la función de transferencia está dada por

$$F_{SVC}(\lambda_5) = \begin{bmatrix} -0.9479 - j0.2228 \\ -0.8900 - j0.2076 \\ -0.5801 - j0.2068 \end{bmatrix}. \quad (3.8.84)$$

La contribución del torque eléctrico del estabilizador SVC puede obtenerse mediante

$$\Delta T_{et} = F_{SVC_i}(s) T_{SVC}(s) (D_i + 2H_i s) \Delta(w_{ri}/w_b) = D_{SVC} \Delta(w_{ri}/w_b), \quad (3.8.85)$$

donde i representa una de las m máquinas sincrónicas y

$$T_{SVC}(s) = K_s \frac{(1 + s T_2)(1 + s T_4)}{(1 + s T_1)(1 + s T_3)}. \quad (3.8.86)$$

Resolvemos la Ecuación 3.8.85 para K_s , T_2 y T_4 , separando la Ecuación 2.2.81 en su parte real e imaginaria, y consideramos $T_2 = T_4$. Por tanto, se tiene que

$$K_s = 0.0251, T_1 = 0.001, T_2 = 0.0771, T_3 = 0.001, T_4 = 0.0771. \quad (3.8.87)$$

La respuesta al impulso se muestra en la figura 3-8-6.

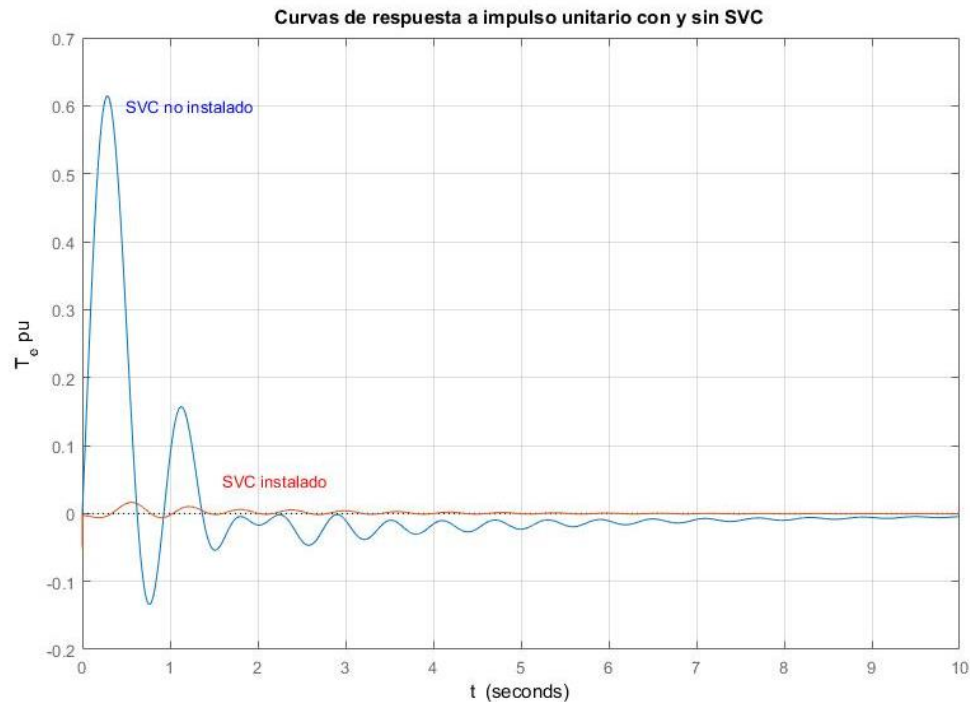
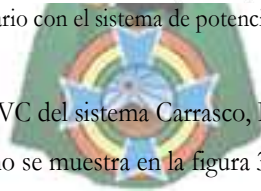


Figura 3-8-6. Respuesta al impulso unitario con el sistema de potencia Carrasco, Bulo Bulo y Entre Ríos instalado con el SVC.



El diseño del controlador SVC del sistema Carrasco, Bulo Bulo y Entre Ríos también puede realizarse empleando MATLAB SIMULINK como se muestra en la figura 3-8-7.

8.15. Diseño del controlador neuronal de modelo de referencia

Se empleará el bloque del controlador neuronal de modelo de referencia de MATLAB SIMULINK para implantar el controlador mediante inteligencia artificial del sistema Carrasco, Bulo Bulo y entre Ríos, mostrado en la figura 3-8-8.

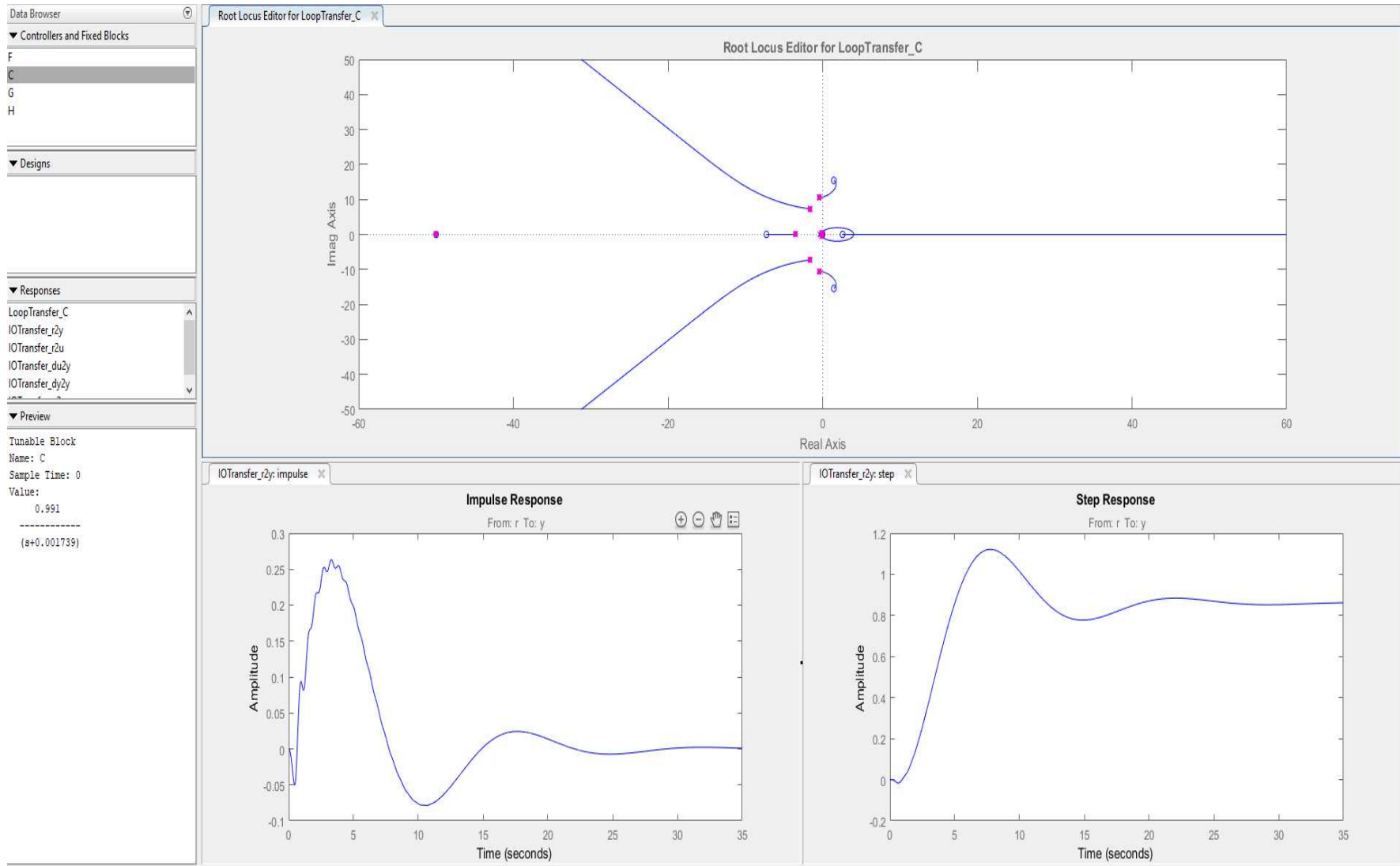


Figura 3-8-7. Respuesta al impulso y escalón unitario del sistema de potencia Carrasco, Bulo Bulo y Entre Ríos instalado con el SVC con MATLAB SIMULINK.

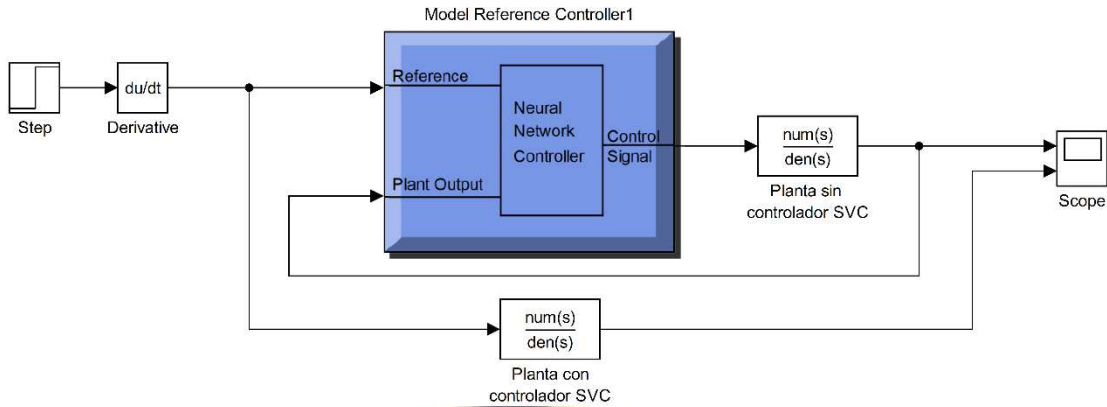


Figura 3-8-8. Controlador neuronal de modelo de referencia del sistema Carrasco, Bulo Bulo y Entre Ríos.

Como primer paso de realiza la identificación de la planta, según la figura 3-8-9. Especificamos los parámetros de la arquitectura de la red neuronal multicapa: número de capas ocultas, número de entradas y salidas de la planta e intervalos de muestreo. A continuación, se debe asignar los valores correspondientes a los datos del entrenamiento: número de muestras de entrenamiento de la planta, valor de entrada máxima y mínima, valor del intervalo máximo y mínimo; para todo este proceso utilizamos el modelo de la planta que será el sistema Carrasco, Bulo Bulo y Entre Ríos sin el controlador SVC. Finalmente se ingresa los parámetros del entrenamiento mediante la propagación de errores hacia atrás.

Plant Identification

Network Architecture

Size of Hidden Layer: <input type="text" value="10"/>	No. Delayed Plant Inputs: <input type="text" value="2"/>
Sampling Interval (sec): <input type="text" value="0.08"/>	No. Delayed Plant Outputs: <input type="text" value="2"/>

Normalize Training Data

Training Data

Training Samples: <input type="text" value="6000"/>	<input type="checkbox"/> Limit Output Data
Maximum Plant Input: <input type="text" value="0.5"/>	Maximum Plant Output: <input type="text" value="inf"/>
Minimum Plant Input: <input type="text" value="-0.5"/>	Minimum Plant Output: <input type="text" value="-inf"/>
Maximum Interval Value (sec): <input type="text" value="40"/>	Simulink Plant Model: <input type="button" value="Browse"/>
Minimum Interval Value (sec): <input type="text" value="35"/>	SimuSys_Ref_1

Training Parameters

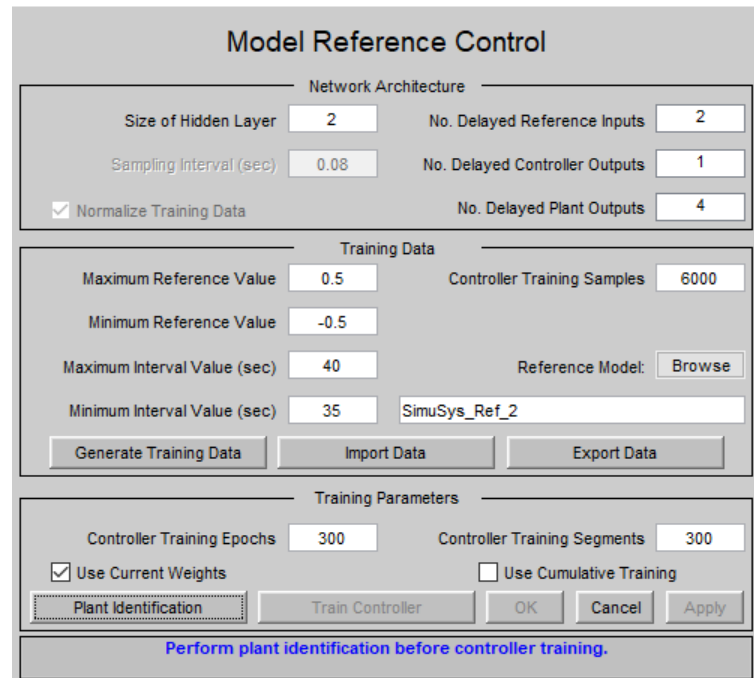
Training Epochs: <input type="text" value="500"/>	Training Function: <input type="text" value="trainlm"/>
---	---

Use Current Weights
 Use Validation Data
 Use Testing Data

Generate or import data before training the neural network plant.

Figura 3-8-9. Identificación del sistema de potencia Carrasco, Bulo Bulo y Entre Ríos sin el controlador SVC: SimuSys_Ref_1.

El segundo paso es ajustar los parámetros del controlador del modelo de referencia, figura 3-8-10. Especificamos los parámetros de la arquitectura de la red neuronal multicapa: número de capas ocultas, número de entradas de referencia, número de salidas del controlador y número de salidas de la planta. A continuación, se debe asignar los valores correspondientes a los datos del entrenamiento: número de muestras de entrenamiento del controlador, valor de entrada máxima y mínima, valor del intervalo máximo y mínimo; para todo este proceso utilizamos el modelo de la planta que será el sistema Carrasco, Buló Buló y Entre Ríos instalado con el controlador SVC.



Model Reference Control

Network Architecture

Size of Hidden Layer: 2 No. Delayed Reference Inputs: 2

Sampling Interval (sec): 0.08 No. Delayed Controller Outputs: 1

Normalize Training Data No. Delayed Plant Outputs: 4

Training Data

Maximum Reference Value: 0.5 Controller Training Samples: 6000

Minimum Reference Value: -0.5

Maximum Interval Value (sec): 40 Reference Model: Browse

Minimum Interval Value (sec): 35 SimuSys_Ref_2

Generate Training Data Import Data Export Data

Training Parameters

Controller Training Epochs: 300 Controller Training Segments: 300

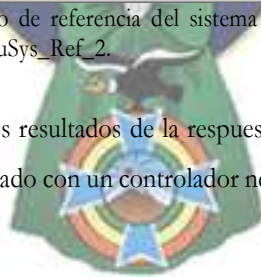
Use Current Weights Use Cumulative Training

Plant Identification Train Controller OK Cancel Apply

Perform plant identification before controller training.

Figura 3-8-10. Controlador del modelo de referencia del sistema de potencia Carrasco, Buló Buló y Entre Ríos instalado con el controlador SVC: SimuSys_Ref_2.

La figura 3-8-11 muestra los resultados de la respuesta a un escalón unitario del sistema de potencia Carrasco, Buló Buló y Entre Ríos instalado con un controlador neuronal de modelo de referencia, comparado con el sistema sin el controlador SVC.



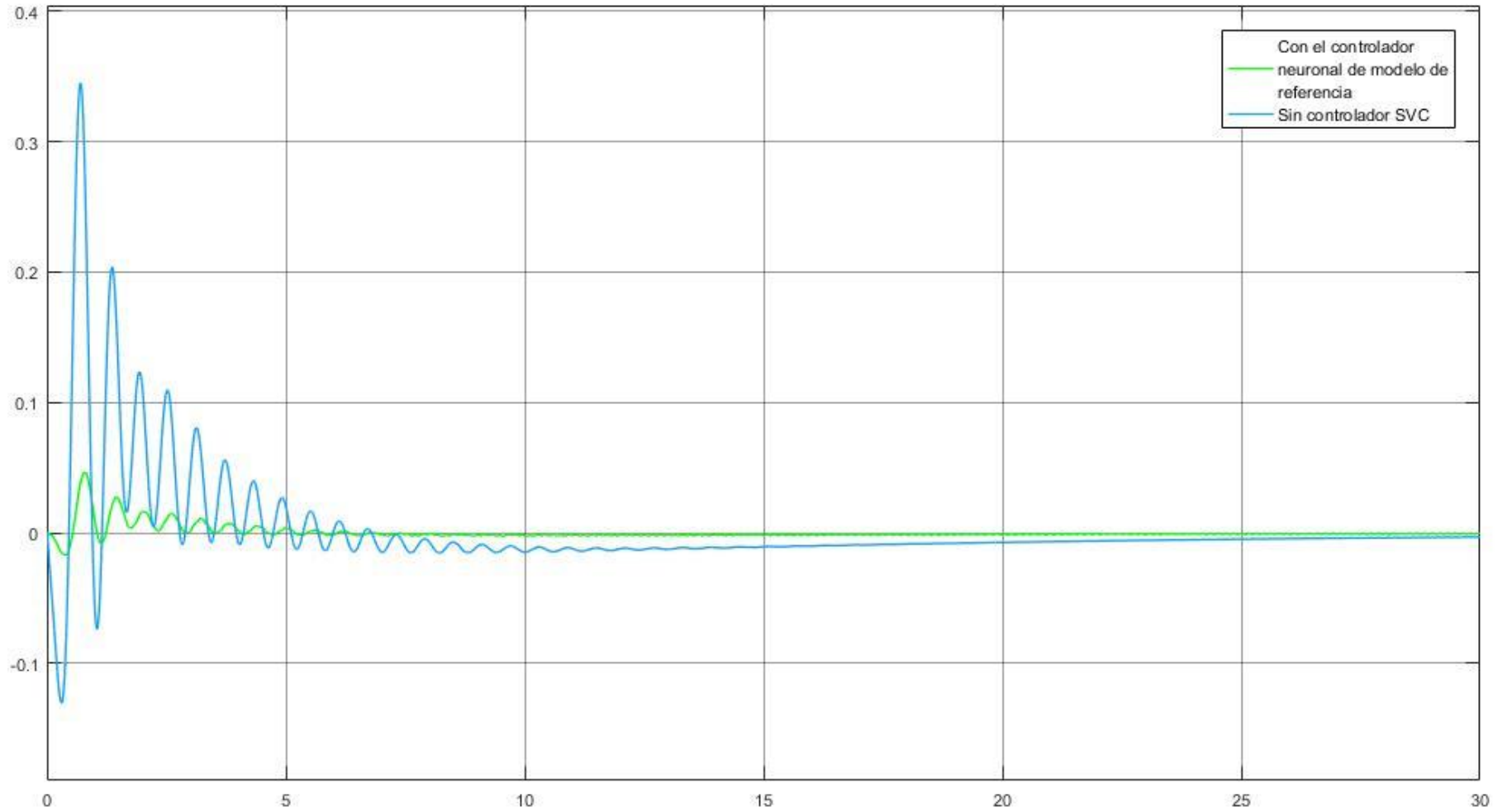


Figura 3-8-11. Respuesta al impulso unitario del sistema de potencia Carrasco, Bulo Bulo y Entre Ríos instalado con un controlador neuronal de modelo de referencia, comparado con el sistema sin el controlador SVC.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

1. Máquina sincrónica

A partir de las simulaciones realizadas se pudo observar el comportamiento dinámico durante un cambio repentino en el torque de entrada y se pudo obtener las siguientes conclusiones:

- El devanado $kq2$, según la tabla 3.2, está asociado con las reactancias subtransitorias mientras que el devanado $kq1$ se asociado con las reactancias transitorias. Por tanto, resulta lógico emplear el devanado $kq2$ cuando se considera adecuado solo un devanado de amortiguación para representar las características eléctricas del eje q . Se puede observar, comparando las Figuras 3-1-3 y 3-1-4, la influencia de considerar dos devanados de amortiguación en el eje de cuadratura.
- Claramente, según las Figuras 3-1-3 y 3-1-4, la potencia real varía conforme varía el ángulo del rotor. En el primer intervalo en condiciones estables $0 \leq t \leq 0.5$ se genera potencia nominal real con un valor positivo en por unidad de 0.9 entregando potencia real, y un ángulo del rotor igual a 0.71 en radianes. Mientras que en el intervalo $0.5 \leq t \leq 5$ ($0.5 \leq t \leq 8$ para el caso de un devanado de amortiguación en el eje de cuadratura), la potencia real oscila hasta alcanza el valor cero al igual que el ángulo del rotor. Finalmente, en el intervalo $5 \leq t \leq 15$ ($8 \leq t \leq 20$ para el caso de un devanado de amortiguación en el eje de cuadratura), la potencia real oscila hasta alcanza el valor negativo en por unidad de 0.91 absorbiendo potencia real, y un ángulo del rotor igual a -0.7.
- Si los valores de las resistencias de los devanados de amortiguación se disminuyen a un 20% de su valor inicial (Figura 3-1-5) y luego de aumentan a un 180% (Figura 3-1-6) se pueden observar los siguientes cambios: (a) la potencia real generada, la potencia reactiva generada y el torque electromagnético tienen una mayor sobreelongación, y mayor tiempo de asentamiento cuando existe una disminución del 80% de las resistencias de los devanados de amortiguación; y (b) menor sobreelongación y menor tiempo de asentamiento cuando existe un aumento del 80% de las resistencias de los devanados de amortiguación. También se observa que T_e y P_{gen} se sobreponen.
- Si cambiamos el valor de la constante de inercia inicial de la máquina $H = 3.77$ a un valor mayor $H = 9 \text{ seg}$ se puede deducir de la comparación entre la Figura 3-1-3 y 3-1-7 el efecto que tiene una inercia mayor del rotor en el tiempo requerido para que la respuesta alcance el primer pico de sobreelongación; es decir, se tiene un mayor tiempo pico.
- Según las respuestas del generador de turbina hidráulica y de turbina de vapor que se muestran en las Figuras 3-1-8 y 3-1-9 respectivamente, se puede observar, después del cambio de paso $t \geq 0.5 \text{ seg}$, que la velocidad del rotor comienza a crecer según la Ecuación 2.246 (Anexo: fundamento

teórico 2) y el ángulo del rotor se incrementa acorde a la Ecuación 2.250 (Anexo: fundamento teórico 2). Luego el rotor acelera hasta que el torque electromagnético sea igual al torque de entrada; es decir, $2Hp \frac{w_r}{w_b} = 0$. Aun cuando $2Hp \frac{w_r}{w_b}$ es cero, el rotor gira por sobre la velocidad sincrónica, así δ y T_e seguirán creciendo. El incremento de T_e , el cual es a su vez el incremento de la potencia de salida de la máquina, causa que el rotor desacelere hacia la velocidad sincrónica. Sin embargo, cuando la velocidad sincrónica es alcanzada la magnitud de δ se hizo más grande de lo necesario para satisfacer el torque de entrada. Así, el rotor continúa desacelerando por debajo de la velocidad sincrónica y consecuentemente δ comienza a decrecer y a su vez T_e también decrece. La amortiguación de las oscilaciones continúa hasta alcanzar un nuevo estado estable

Del comportamiento dinámico durante una falla trifásica en las terminales de una máquina sincrónica que se muestra en la Figura 3-1-11 se observa que el voltaje terminal es cero durante la falla trifásica y por tanto la máquina no transmite potencia al sistema. Así, todo el torque de entrada acelera el rotor.

2. Máquina sincrónica – Bus infinito instalado con un PSS

De la representación en el espacio de estados de la máquina sincrónica conectada a un bus infinito que se muestra en las Ecuaciones 3.2.9 y 3.2.10 se obtienen los eigenvalores de la matriz A. Estos eigenvalores se muestran en las Ecuaciones 3.2.11 – 3.2.13 y claramente se tienen como modos de oscilación los eigenvalores $\lambda_{3,4} = -0.1870 \pm j9.3588$. Los nuevos modos de oscilación deben ser tales que permitan una mejor amortiguación y por tanto deben localizarse más a la izquierda en el plano complejo. Así, mediante el método de la asignación de polos, los nuevos modos de oscilación serán $\lambda_c = -0.5 \pm j9.3588$. Esta asignación de polos se realiza a través de la función de transferencia del estabilizador PSS (Ecuación 2.1.205) y una realimentación negativa de la variable $\Delta(w_r/w_b)$.

Resolvemos la ecuación característica en lazo cerrado, considerando la función de transferencia del estabilizador PSS $T_{PSS}(s)$, $1 + G(s)T_{PSS}(s) = 0$ reemplazando el nuevo modo de oscilación λ_c y obtenemos las constantes de la función de transferencia del estabilizador PSS como $K_{PSS} = 0.1971$ y $\alpha = -7.3108$.

De la representación en el espacio de estados de la máquina sincrónica conectada a un bus infinito e instalado con un estabilizador de sistemas de potencia, que se muestra en la Ecuación 3.2.20, se obtiene los nuevos eigenvalores (Ecuaciones 3.2.21 – 3.2.24) y los nuevos modos de oscilación $\lambda_{5,6} = -0.5 \pm j9.3588$.

Finalmente, la figura 3-2-2 muestra el efecto de amortiguación del estabilizador de sistemas de potencia cuando la entrada al sistema es un impulso unitario.

3. Máquina sincrónica – Bus infinito instalado con un SVC

El compensador reactivo de potencia reactiva, que se instala en derivación, está compuesto por un capacitor fijo FC y un reactor controlado por tiristores TCR, formado así un FC-TCR (Figura 3-9 Anexo: fundamento teórico 3). Se calcula la potencia reactiva absorbida (inductor) y generada (capacitor) máximas que definen el dominio de

operación del compensador; así, $Q_{Cm\acute{a}x} = -0.0754$ y $Q_{Lm\acute{a}x} = 0.0754$, en por unidad. Por tanto, según la gráfica de las características de operación v_{SVC} versus i_{SVC} y Q_{SVC} versus v_{SVC} (figura 3-3-1), se puede observar que la potencia reactiva absorbida es tal que la corriente a través del TCR puede cancelar la totalidad de la corriente en el FC. Sin embargo, se escoge que la magnitud de la potencia reactiva absorbida sea igual a la magnitud de la potencia reactiva generada; así, una disminución adicional en el ángulo de retardo de disparo, en el punto donde la totalidad de la corriente en el FC ya está cancelada, producirá una salida de potencia reactiva positiva; es decir, absorberá potencia reactiva. Según la potencia reactiva absorbida y generada máximas, que definen el dominio de operación, se calcularon las susceptancias y reactancias correspondientes al compensador FC-TCR. Así, $B_C = 0.0754$, $B_L = 0.1509$, $X_C = 13.2579$ y $X_L = 6.6290$, en por unidad.

De la representación en el espacio de estados de la máquina síncrona conectada a un bus infinito e instalado con el SVC, sin considerar el estabilizador, que se muestra en las Ecuaciones 3.3.14 y 3.3.15 se obtienen los eigenvalores de la matriz A. Estos eigenvalores se muestran en la Ecuación 3.3.23 y claramente se tienen como modos de oscilación los eigenvalores $\lambda_{4,5} = -0.1347 \pm j6.7160$. Los nuevos modos de oscilación deben ser tales que permitan una mejor amortiguación y por tanto deben localizarse más a la izquierda en el plano complejo. El diseño del estabilizador de compensación de retardo – adelanto (Ecuación 2.2.78) se realiza considerando la trayectoria de la señal estabilizadora del modelo de Heffron – Phillips de una máquina síncrona conectado a un bus infinito e instalado con un SVC que se muestra en la figura 2-2-6 y la contribución de torque eléctrico del estabilizador SVC, según la Ecuación 2.2.81. Así, las constantes del compensador de retardo – adelanto serán: $K_S = 8.7918$, $T_1 = 0.001$, $T_2 = 0.0127$, $T_3 = 0.001$ y $T_4 = 0.0127$. Los nuevos modos de oscilación serán $\lambda_c = -0.6713 \pm j6.7430$, el cual efectivamente se encuentra más a la izquierda en el plano complejo.

Finalmente, la figura 3-3-3 muestra el efecto de amortiguación del compensador estático de potencia reactiva cuando la entrada al sistema es un impulso unitario.

4. Máquina síncrona – Bus infinito instalado con un VSC

La figura 3-4-1 nos muestra las características de operación de un convertidor de fuente de voltaje: v_{VSC} versus Q_{VSC} y Q_{VSC} versus v_{VSC} . Se puede observar que el VSC puede generar corriente en el lado capacitivo e inductivo sin importar el voltaje de la red a comparación de un SVC donde la corriente varía linealmente con el voltaje de la red (figura 3-4-1). Para poder graficar las características de operación se calcularon la potencia reactiva absorbida (inductor) y generada (capacitor) máximas que definen el dominio de operación del VSC; así, $Q_{Cm\acute{a}x} = -0.0754$ y $Q_{Lm\acute{a}x} = 0.0754$, en por unidad.

Se emplea el VSC de dos niveles compuesto de tres convertidores de puente medio o su equivalente NPC de tres niveles y por tanto la magnitud de la señal de modulación m , según la Ecuación 4.107 (Anexo: fundamento teórico 4), será la unidad. El voltaje y corriente fasorial en las terminales del lado AC del VSC con respecto al plano complejo es $\tilde{v}_0 = 1.0113 \angle 8.62^\circ$ e $\tilde{i}_{VSC} = 0.0754 \angle 98.61^\circ$, respectivamente. Así, la corriente

adelanta al voltaje y el VSC se comporta como un capacitor generado potencia reactiva. El desplazamiento angular del voltaje fasorial en las terminales del lado AC del VSC con respecto al marco de referencia dq (figura 2-3-2) será $\Psi = 1.1349 \text{ rad}$.

De la representación en el espacio de estados de la máquina sincrónica conectada a un bus infinito e instalado con el VSC, sin considerar el estabilizador, que se muestra en las Ecuaciones 3.4.20 y 3.4.21 se obtienen los eigenvalores de la matriz A. Estos eigenvalores se muestran en las Ecuaciones 3.4.22 – 3.4.25 y claramente se tienen como modos de oscilación los eigenvalores $\lambda_{3,4} = 0.0503 \pm j5.8862$. Claramente los modos de oscilación se encuentran en el plano derecho del plano complejo y el sistema es inestable. Los nuevos modos de oscilación deben ser tales que permitan una mejor amortiguación y por tanto deben localizarse más a la izquierda en el plano complejo. El diseño del estabilizador de compensación de retardo o adelanto (Ecuación 2.3.105) se realiza considerando la trayectoria de la señal estabilizadora del modelo de Heffron – Phillips de una máquina sincrónica conectado a un bus infinito e instalado con un VSC que se muestra en la figura 2-3-5 y la contribución de torque eléctrico del estabilizador SVC, según la Ecuación 2.3.108. Así, las constantes del compensador serán: $K_S = -4.9718$, $T_1 = 0.38$ y $T_2 = 1.2811$. Los nuevos modos de oscilación serán $\lambda_c = -0.0114 \pm j5.9963$, el cual efectivamente se encuentra en el plano izquierdo del plano complejo.

Finalmente, la figura 3-4-3 muestra el efecto de amortiguación del convertidor de fuente de voltaje cuando la entrada al sistema es un impulso unitario.

5. Sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el PSS

Cada generador sincrónico del sistema de potencia de múltiples generadores mostrado en la figura 3-5-1 se instala con un PSS. El diseño del controlador PSS para cada generador sincrónico se realiza considerando la representación en el espacio de estados de la trayectoria de la señal estabilizadora del modelo de Heffron-Phillips del sistema de potencia de múltiples generadores instalado con un PSS de la figura 2-4 y la Ecuación 2.4.45; reemplazando la velocidad angular correspondiente al modo de oscilación en la función de transferencia de la Ecuación 2.4.45 se obtiene el valor de $F_{PSS_i}(s)$ para cada generador sincrónico.

De las Ecuaciones 3.5.35 – 3.5.41 se puede observar los valores propios de la representación en el espacio de estados del sistema de potencia de múltiples generadores del modelo de Heffron – Phillips sin PSS; se tiene que el modo de oscilación es $\lambda_{11,12} = -0.2059 \pm j7.7909$. Las constantes de los compensadores de retardo – adelanto (Ecuación 2.4.48) de cada PSS correspondiente a un generador sincrónico del sistema de potencia de múltiples generadores se muestran en las Ecuaciones 3.5.52 – 3.5.54. Mediante los controladores PSS se logra, según los nuevos valores propios de la representación en el espacio del modelo de Heffron – Phillips instalado con el PSS (Ecuaciones 3.5.55 – 3.5.68), un nuevo modo de oscilación $\lambda_c = -0.3005 \pm j7.9067$ que esta un poco mas lejos del eje de ordenadas.

Finalmente, la figura 3-5-4 muestra el efecto de amortiguación de los controladores PSS cuando la entrada al sistema es un impulso unitario.

6. Sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el SVC

Para el diseño del compensador reactivo de potencia reactiva FC-TCR (Figura 3-9 Anexo: fundamento teórico 3), instalado en un sistema de potencia de múltiples generadores, se considera la potencia reactiva absorbida (inductor) y generada (capacitor) que se encuentran en los nodos 7 y 9, y definen el dominio de operación del compensador; así, $Q_{Cm\acute{a}x} = -5.5$ y $Q_{Lm\acute{a}x} = 2$ (Ecuaciones 3.6.6 y 3.6.7), en por unidad. Por tanto, según la gráfica de las características de operación v_{SVC} versus i_{SVC} y Q_{SVC} versus v_{SVC} (figura 3-6-3), se puede observar que la potencia reactiva absorbida es tal que la corriente a través del TCR puede cancelar la totalidad de la corriente en el FC. Además, si existe una disminución adicional en el ángulo de retardo de disparo, en el punto donde la totalidad de la corriente en el FC ya está cancelada, producirá una salida de potencia reactiva positiva; es decir, absorberá potencia reactiva. Según la potencia reactiva absorbida y generada máximas, que definen el dominio de operación, se calcularon las susceptancias y reactancias correspondientes al compensador FC-TCR. Así, $B_C = 5.7694$, $B_L = 7.8674$, $X_C = 0.1733$ y $X_L = 0.1271$, en por unidad.

La matriz de valores propios de la representación en el espacio de estados correspondiente al sistema de múltiples generadores instalado con en VSC en el nodo 9 (Ecuación 3.6.81), elegido según la frecuencia (Ecuación 3.6.82) y el índice del análisis de torque de amortiguación DTA (Ecuación 3.6.83), nos muestra que el modo de oscilación se encuentra en el plano derecho del plano complejo $\lambda_{5,6} = 0.8446 \pm j9.4420$. Por tanto, el diseño del estabilizador SVC se realiza utilizando la herramienta MATLAB SISOTOOL y la figura 3-6-5 muestra el efecto de amortiguación del SVC cuando la entrada al sistema es un impulso y escalón unitario.

7. Sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el VSC

Se emplea el VSC de dos niveles compuesto de tres convertidores de puente medio o su equivalente NPC de tres niveles y por tanto la magnitud de la señal de modulación m , según la Ecuación 4.107 (Anexo: fundamento teórico 4), será la unidad. El voltaje y corriente fasorial en las terminales del lado AC del VSC, instalado en el nodo 6, con respecto al plano complejo es $\tilde{v}_0 = 4.1199 \angle 86.05^\circ$ e $\tilde{i}_{VSC} = 27.5026 \angle 10.01^\circ$, respectivamente. Así, la corriente retrasa al voltaje y el VSC se comporta como un inductor absorbiendo potencia reactiva.

El índice de análisis de torque de amortiguación DTA, en el caso de un sistema de potencia de múltiples generadores instalado con un VSC, no nos indica la mejor localización debido a que la matriz de valores propios que se escoge según en DTA presenta el nodo de oscilación en el lado derecho del plano complejo. Por tanto, se debe escoger la mejor matriz de valores propios de la representación en el espacio de estados correspondiente a cada nodo. En este caso escogemos en nodo 6 debido a que la matriz de valores propios no presenta polos complejos en el lado derecho de plano complejo; así, no se tiene modos de oscilación en el lado derecho del plano complejo (Ecuación 3.7.129). El diseño del estabilizador VSC se realiza utilizando la herramienta MATLAB

SISOTOOL y la figura 3-7-5 muestra el efecto de amortiguación del VSC cuando la entrada al sistema es un impulso y escalón unitario.

8. Sistema de potencia Carrasco, Bulobulo y Entre Ríos

El diagrama unifilar del sistema de potencia Carrasco, Bulobulo y Entre Ríos, de la figura 3-8-1, se extrae de los archivos disponibles en el CNDC; los datos que se muestran en las tablas 3.16 y 3.17 también son los dispuestos por el CNDC. Se puede observar que no se tienen datos de cada AVR perteneciente a un generador sincrónico; por tanto, se realiza en diseño de cada AVR empleando el criterio de estabilidad de Routh. Además, no se dispone de datos de un estabilizador PSS, correspondiente a cada generador sincrónico, que nos ayudaría a localizar los modos de oscilación antes de aplicar el SVC. Se decide por un estabilizador SVC, un lugar de un estabilizador VSC, ya que el índice DTA nos indica con exactitud la locación de instalación del estabilizador.

Para el diseño del compensador reactivo de potencia reactiva FC-TCR (Figura 3-9 Anexo: fundamento teórico 3), instalado en el sistema de potencia Carrasco, Bulobulo y Entre Ríos, se considera la potencia reactiva absorbida (inductor) y generada (capacitor) que se encuentran en el nodo 5, y definen el dominio de operación del compensador; así, $Q_{Cmáx} = -0.6904$ y $Q_{Lmáx} = 0.3452$ (Ecuación 3.8.3), en por unidad. Por tanto, según la gráfica de las características de operación v_{SVC} versus i_{SVC} y Q_{SVC} versus v_{SVC} (figura 3-8-4), se puede observar que la potencia reactiva absorbida es tal que la corriente a través del TCR puede cancelar la totalidad de la corriente en el FC. Además, si existe una disminución adicional en el ángulo de retardo de disparo, en el punto donde la totalidad de la corriente en el FC ya está cancelada, producirá una salida de potencia reactiva positiva; es decir, absorberá potencia reactiva. Según la potencia reactiva absorbida y generada máximas, que definen el dominio de operación, se calcularon las reactancias correspondientes al compensador FC-TCR. Así, $X_C = 1.4470$ y $X_L = 0.9646$, en por unidad.

La matriz de valores propios de la representación en el espacio de estados correspondiente al sistema Carrasco, Bulobulo y Entre Ríos, instalado con un VSC en el nodo 5 (Ecuación 3.8.78), elegido según la frecuencia (Ecuación 3.8.79) y el índice del análisis de torque de amortiguación DTA (Ecuación 3.8.80), no muestra que el modo de oscilación se encuentra en el plano izquierdo del plano complejo $\lambda_{5,6} = -0.4273 \pm j10.5132$. Por tanto, el diseño del estabilizador SVC se realiza utilizando la herramienta MATLAB SISOTOOL y la figura 3-8-6 muestra el efecto de amortiguación del SVC cuando la entrada al sistema es un impulso y escalón unitario.

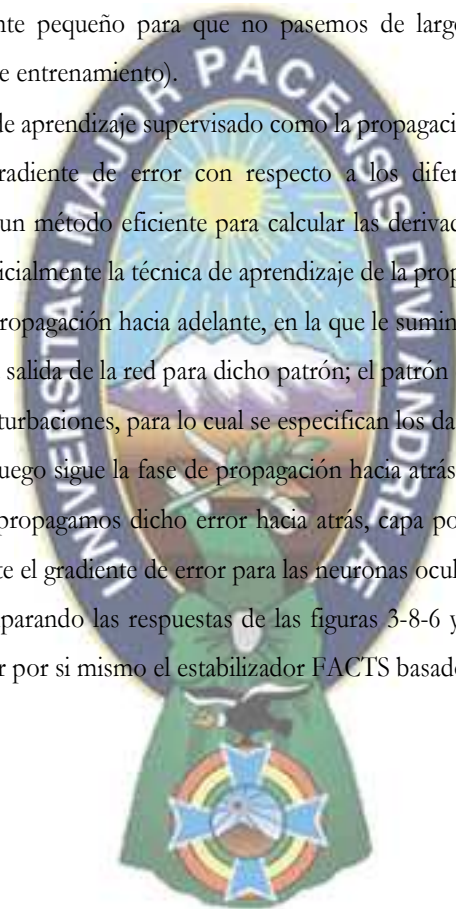
Se emplea el controlador MRNC de MATLAB SIMULINK, que se muestra en la figura 3-8-8, el cual consta de dos redes neuronales artificiales organizados por capas, los cuales se conocen como *redes neuronales de avance* (FFNN, de *feed-forward neural network*). La primera FFNN se emplea para identificar el modelo de la planta (figura 3-8-9) y la segunda FFNN se emplea para implementar el controlador (figura 3-8-10). Los modelos de neuronas utilizados combinan sus entradas usando pesos que modelan sus conexiones sinápticas y, a continuación, le aplican a la entrada neta de la neurona una función de activación. La función de activación de una neurona debe

ser no lineal, creciente, continua y derivable. Por tanto, se escoge la función de activación sigmoideal ya que cumple con todos estos requisitos.

El entrenamiento y por tanto la adquisición de conocimiento de una red multicapa FFNN se realiza utilizando:

- Una técnica de optimización como el gradiente descendente que ajusta los pesos de las conexiones sinápticas de la red neuronal compuesto de neuronas sigmoideales; la tasa de aprendizaje debe ser lo suficientemente grande para que no se eternice nuestra búsqueda del mínimo error correspondiente a los valores más adecuados de los pesos de las neuronas y, a la vez, lo suficientemente pequeño para que no pasemos de largo ese mínimo (figuras 3-8-9 y 3-8-10, parámetros de entrenamiento).
- Una técnica de aprendizaje supervisado como la propagación de errores hacia atrás, el cual permite calcular el gradiente de error con respecto a los diferentes parámetros de la red; es decir, proporciona un método eficiente para calcular las derivadas del error para cada peso de una red multicapa. Inicialmente la técnica de aprendizaje de la propagación de errores hacia atrás consta de una fase de propagación hacia adelante, en la que le suministramos a la red un patrón de entrada y calculamos la salida de la red para dicho patrón; el patrón de entrada se obtiene de la respuesta del sistema a perturbaciones, para lo cual se especifican los datos del entrenamiento en las figuras 3-8-9 y 3-8-10. Luego sigue la fase de propagación hacia atrás, en la que evaluamos el error cometido por la red y propagamos dicho error hacia atrás, capa por capa, de forma que se pueda calcular eficientemente el gradiente de error para las neuronas ocultas de la red.

Finalmente, comparando las respuestas de las figuras 3-8-6 y 3-8-11 se concluye que el controlador MRNC es capaz de aprender por si mismo el estabilizador FACTS basado en un SVC.



BIBLIOGRAFÍA

ANN Control for Damping Low-Frequency Oscillation Using Deep Learning, Seong-Su Jhang et al., Copyright Dept. of EE, Kwangwoon University and Seoil University.

Model Reference Adaptive Neural Control of a Variable Structure System, Moises Bonilla et al., 2003, Copyright 2003 by Bulgaria Academy of Sciences.

Analysis and Damping Control of Power System Low-Frequency Oscillations, por Haifeng Wang, Wenjuan Du, 2016, Spring, Copyright 2016 by Springer Science+Business Media New York.

Analysis of Electric Machinery and Drive System, por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers.

Física Campos y Ondas, por M. A. Finn, 1970, Add Wesley Iberoamericana.

Calculo Diferencial e Integral Tomo I y II, por N. Piskunov, 1977, Mir, Copyright 1977 Mir.

Power Systems Dynamics and Stability, por Sawer et al., 2002, Prentice Hall, Copyright 1998 by Prentice-Hall Inc.

Understanding FACTS Concepts and Technology of Flexible AC Transmission Systems, por Narain G. Hingorani y Laszlo Gyugyi, 2000, IEEE Wiley – Interscience, Copyright 2000 by IEEE Inc.

Advanced Solutions in Power Systems, por Mircea Eremia et al., 2016, IEEE PRESS WILEY, Copyright 2016 by IEEE Inc.

Power System Small Signal Stability Analysis and Control, por Debasish Mondal et al., 2020, Academic Press, Copyright 2014 Elsevier Inc.

Voltage – sourced Converters in Power Systems, por Amirnaser Yazdani y Reza Iravani, 2010, IEEE WILEY.

Dynamic Simulation of Electric Machinery Using Matlab/Simulink, por Chee-Mun Ong, 1997, Prentice Hall.

Power System Control and Stability, por P.M. Anderson y A.A. Fouad, 2003, WILEY-INTERSCIENCE.

Power System Stability and Control, por Prabha Kundur, 1994, McGraw-Hill.

ANEXSOS

Los anexos se localizan, por su gran tamaño, en el disco compacto adjunto al proyecto de grado.

ANEXO: FUNDAMENTO TEÓRICO

- 1.Introducción
- 2.Máquina sincrónica
- 3.Máquina sincrónica – Bus infinito instalado con un compensador estático VAR
- 4.Máquina sincrónica – Bus infinito instalado con un convertidor de fuente de voltaje

ANEXO: ESTUDIO DE SIMULACIÓN

- 1.Máquina sincrónica – Bus infinito instalado con un estabilizador de sistemas de potencia
- 2.Máquina sincrónica – Bus infinito instalado con un compensador estático VAR
- 3.Máquina sincrónica – Bus infinito instalado con un convertidor de fuente de voltaje
- 4.Sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el estabilizador de sistemas de potencia
- 5.Sistema de potencia de múltiples generadores instalado con un compensador estático VAR
- 6.Sistema de potencia de múltiples generadores instalado con un convertidor de fuente de voltaje
- 7.Sistema de potencia Carrasco, Bulo Bulo y Entre Ríos

ÍNDICE DE ANEXOS

ANEXO: FUNDAMENTO TEÓRICO	1
1. Introducción	1
1.1. Principios básicos para el análisis de máquinas eléctricas.....	1
1.1.1. Conversión de energía electromecánica	1
1.1.2. Devanados de la máquina y fuerza magnetomotriz del entrehierro MMF.....	9
1.1.3. Inductancias de los devanados y ecuaciones de voltaje	25
1.2. Teoría del marco de referencia.....	33
1.2.1. Ecuación de transformación	33
1.2.2. Elementos resistivos.....	35
1.2.3. Elementos inductivos	36
1.2.4. Elementos capacitivos.....	37
1.2.5. Marcos de referencia usados comúnmente	38
1.2.6. Transformación entre marcos de referencia	38
1.2.7. Transformación de un conjunto trifásico balanceado	40
1.2.8. Relación equilibrada de fasores en estado estable.....	41
2. Máquinas sincrónicas	43
2.1. Ecuaciones de voltaje	43
2.2. Ecuaciones de voltaje del estator en variables de un marco de referencia arbitrario	55
2.3. Ecuaciones de voltaje con variables en el marco de referencia del rotor: Ecuaciones de Park ..	55
2.4. Ecuación de torque en variables de una máquina y variables sustitutas	63
2.5. Análisis de operación en estado estable.....	66
2.6. Simulación por computadora	73
2.7. Ecuaciones linealizadas de una máquina sincrónica	77
2.7.1. Formula de Taylor	78
2.7.2. Linealización de las ecuaciones de una máquina.....	82
3. Máquina sincrónica – Bus Infinito instalado con un compensador estático VAR.....	91
3.1. Compensador reactivo en derivación	91
3.1.1. Regulación del voltaje en el punto medio mediante segmentación de la línea de transmisión.....	91

3.1.2.	Soporte de voltaje al final de la línea de transmisión	93
3.1.3.	Mejora de la estabilidad transitoria	94
3.1.4.	Amortiguación de oscilaciones de potencia.....	96
3.2.	Compensador estático VAR	96
3.2.1.	Inductor controlado por tiristores	97
3.2.2.	Configuración de un compensador estático VAR	102
4.	Máquina sincrónica – Bus Infinito instalado con un convertidor de fuente de voltaje	105
4.1.	Convertidor de medio puente DC/AC	105
4.2.	Convertidor de fuente de voltaje trifásico de dos niveles	123
4.3.	VSC trifásico de tres niveles y con sujeción de punto neutro	125
ANEXO: ESTUDIO DE SIMULACIÓN.....		138
1.	Máquina sincrónica – Bus Infinito instalado con un Estabilizador de Sistema de Potencia.....	138
1.1.	Parámetros iniciales	138
1.2.	Condiciones balanceadas en estado estable	139
1.3.	Cálculo de las constantes K del modelo de Heffron-Phillips y representación en el espacio de estados ..	140
1.4.	Diseño del estabilizador de sistemas de potencia mediante asignación de polos	141
2.	Máquina sincrónica – Bus Infinito instalado con un compensador estático de Potencia Reactiva	143
2.1.	Parámetros iniciales	143
2.2.	Cálculo de la compensación inicial	143
2.3.	Cálculo de variables	144
2.4.	Condiciones balanceadas es estado estable	145
2.5.	Cálculo de las constantes K del modelo de Heffron-Phillips y representación en el espacio de estados para el diseño del controlador PI de voltaje	145
2.6.	Cálculo de las constantes K' del modelo de Heffron-Phillips considerando el controlador PI del voltaje y representación en el espacio de estados para el diseño del controlador del compensador estático de potencia reactiva	147
2.7.	Diseño del controlador del compensador estático de potencia reactiva mediante el método de compensación de fase	148
3.	Máquina sincrónica – Bus Infinito instalado con un convertidor de fuente de voltaje	150
3.1.	Parámetros iniciales	150

3.2.	Cálculo de la compensación inicial	150
3.3.	Condiciones balanceadas es estado estable	151
3.4.	Cálculo de las constantes K y K' del modelo de Heffron-Phillips y representación en el espacio de estados para el diseño de los controladores PI de m y Φ	152
3.5.	Diseño del estabilizador del convertidor de fuente de voltaje mediante el método de compensación de fase	155
4.	Sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el Estabilizador de Sistemas de Potencia	157
4.1.	Parámetros iniciales	157
4.2.	Condiciones balanceadas en estado estable	159
4.3.	Cálculo de la matriz de red equivalente, y ecuaciones linealizadas de las componentes de las corrientes y del voltaje en el marco de referencia dq	162
4.4.	Cálculo de las constantes K del modelo de Heffron-Phillips	163
4.5.	Representación en el espacio de estados	163
4.6.	Selección de locación de instalación.....	164
4.7.	Diseño del controlador del compensador estático de potencia reactiva mediante el método de compensación de fase	164
5.	Sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el compensador estático VAR	167
5.1.	Parámetros iniciales	167
5.2.	Cálculo de la compensación inicial	170
5.3.	Condiciones balanceadas en estado estable	173
5.4.	Cálculo de la matriz de red equivalente.....	176
5.5.	Ecuaciones linealizadas de las componentes de las corrientes y del voltaje en el punto donde se instala el compensador en el marco de referencia dq	179
5.6.	Cálculo de las constantes K del modelo de Heffron-Phillips	185
5.7.	Representación en el espacio de estados para el diseño del controlador PI de voltaje	186
5.8.	Cálculo de las constantes K' del modelo de Heffron-Phillips	187
5.9.	Representación en el espacio de estados para el diseño del controlador SVC.....	188
5.10.	Señal de retroalimentación.....	189
5.11.	Ecuación de salida.....	195
5.12.	Selección de locación de instalación.....	197
5.13.	Estabilizador SVC.....	200

6. Sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el convertidor de fuente de voltaje

201

6.1.	Parámetros iniciales	201
6.2.	Cálculo de la compensación inicial	204
6.3.	Condiciones balanceadas es estado estable	206
6.4.	Cálculo de la matriz de red equivalente	210
6.5.	Ecuaciones linealizadas de las componentes de las corrientes y del voltaje en el punto donde se instala el compensador en el marco de referencia dq	214
6.6.	Cálculo de las constantes K del modelo de Heffron-Phillips	223
6.7.	Representación en el espacio de estados para el diseño del controlador PI de Δm y $\Delta \phi$	228
6.8.	Cálculo de las constantes K' del modelo de Heffron-Phillips	229
6.9.	Representación en el espacio de estados considerando los controladores Δm y $\Delta \phi$	230
6.10.	Señal de retroalimentación.....	232
6.11.	Ecuación de salida.....	237
6.12.	Selección de locación de instalación.....	238
6.13.	Estabilizador VSC.....	240

7. Sistema de potencia Carrasco, Bulo Bulo y Entre Ríos, instalado con el compensador estático VAR

241

7.1.	Parámetros iniciales	241
7.2.	Cálculo de la compensación inicial	241
7.3.	Condiciones balanceadas en estado estable	244
7.4.	Cálculo de la matriz de red equivalente	247
7.5.	Ecuaciones linealizadas de las componentes de las corrientes y del voltaje en el punto donde se instala el compensador en el marco de referencia dq	248
7.6.	Cálculo de las constantes K del modelo de Heffron-Phillips	253
7.7.	Diseño del AVR	254
7.8.	Representación en el espacio de estados para el diseño del controlador PI de voltaje	257
7.9.	Cálculo de las constantes K' del modelo de Heffron-Phillips	259
7.10.	Representación en el espacio de estados instalado con el SVC	260
7.11.	Señal de retroalimentación.....	261
7.12.	Ecuación de salida.....	266
7.13.	Selección de locación de instalación.....	267

7.14. Diseño del controlador del compensador estático de potencia reactiva mediante el método del lugar de las raíces	270
---	-----

ÍNDICE DE FIGURAS DE ANEXOS

ANEXO: FUNDAMENTO TEÓRICO	1
<i>Figura 1-1.</i> Diagrama elemental de un sistema electromecánico	1
<i>Figura 1-2.</i> Balance de energía	2
<i>Figura 1-3.</i> Balance de energía con múltiples entradas eléctricas y mecánicas	3
<i>Figura 1-4.</i> Máquina síncrona de polos salientes elemental de tres fases, dos polos y conectado en estrella	11
<i>Figura 1-5.</i> Máquina síncrona de polos salientes elemental de tres fases, cuatro polos y conectado en estrella	13
<i>Figura 1-6.</i> Diagrama desarrollado de la máquina mostrado en la Figura 1-5	14
<i>Figura 1-7 (a).</i> Diagrama desarrollado del devanado <i>as</i>	15
<i>Figura 1-7 (b).</i> Dirección de <i>H</i> debido al devanado <i>as</i>	16
<i>Figura 1-7 (c).</i> Camino cerrado de integración <i>abcd</i> y <i>aefda</i> empleando en la ley de Ampere	16
<i>Figura 1-8.</i> Densidad de flujo del campo magnético producido por una corriente rectilínea, con dirección fuera del papel, en el punto P	17
<i>Figura 1-9.</i> Densidad de flujo del campo magnético producido por una corriente rectilínea, con dirección dentro del papel, en el punto P	18
<i>Figura 1-10.</i> Circulación magnética producido por una corriente rectilínea con dirección fuera del papel	19
<i>Figura 1-11.</i> Circulación magnética producido por una corriente rectilínea con dirección dentro del papel	19
<i>Figura 1-12.</i> Fuerza magnetomotriz en el entrehierro debido al devanado <i>as</i> suponiendo $MMF_0 = 0$	21

Figura 1-13. Fuerza magnetomotriz en el entrehierro debido al devanado as	22
Figura 1-14 (a). Distribución equivalente del devanado as	24
Figura 1-14 (b). Forma de onda de la fuerza magnetomotriz debido al devanado equivalente as	24
Figura 1-15. Máquina sincrónica de polos salientes, tres fases, dos polos y conectado en estrella	26
Figura 1-16 (a). Distribución equivalente del devanado de campo	27
Figura 1-16 (b). Distribución sinusoidal de la fuerza magnetomotriz debido al devanado de campo equivalente	27
Figura 1-17. Transformación para circuitos estacionarios representados por relaciones trigonométricas	35
Figura 1-18. Transformación entre dos marcos de referencia representados por relaciones trigonométricas.....	39
Figura 2-1. Máquina sincrónica de polos salientes, tres fases, dos polos y conectado en estrella	44
Figura 2-2. Fuerza magnetomotriz debido al devanado as con la dirección positiva de la corriente del estator fuera de las terminales	45
Figura 2-3 (a). Distribución equivalente del devanado de amortiguación $kq1$.....	50
Figura 2-3 (b). Distribución sinusoidal de la fuerza magnetomotriz debido al devanado de amortiguación $kq1$.....	50
Figura 2-4. Circuito equivalente de una máquina sincrónica de tres fases con el marco de referencia fijo en el rotor; Ecuaciones de Park	58
Figura 2-5. Diagrama fasorial para la operación de generación.....	72
Figura 2-6 (a). Simulación de una máquina sincrónica en el marco de referencia del rotor con las variables abc transformados directamente al marco de referencia del rotor	75
Figura 2-6 (b). Simulación de una máquina sincrónica en el marco de referencia del rotor con las variables transformados al marco de referencia que gira sincrónicamente.....	76

Figura 2-7. Aproximación del polinomio P_{nx} a la función f_x, mediante el termino complementario R_{nx}	79
Figura 2-8. Ecuaciones de interconexión de pequeño desplazamiento de una máquina sincrónica: Ecuaciones de Park.....	87
Figura 3-1. Sistema de potencia de dos máquinas con un compensador de potencia reactiva en derivación de punto medio	91
Figura 3-2. Diagrama fasorial del sistema de potencia de dos máquinas con un compensador de potencia reactiva en derivación de punto medio	92
Figura 3-3. Transmisión de potencia versus ángulo del rotor mostrando la variación de la potencia real P_p y la salida de potencia reactiva de compensador Q_p con δ.....	92
Figura 3-4 (a). Variación del límite de estabilidad de voltaje del sistema radial con la carga y el factor de potencia de la carga	94
Figura 3-4 (b). Extensión del límite de estabilidad de voltaje debido al compensador reactivo en derivación	94
Figura 3-5 (a). Sistema de potencia de dos generadores (el generador del extremo de recepción es un bus infinito) conectados mediante dos líneas	95
Figura 3-5 (b). Ilustración del criterio de igualdad de áreas para la estabilidad transitoria.....	95
Figura 3-6 (a). Inductor controlado por tiristores	98
Figura 3-6 (b). Forma de onda de la corriente y el voltaje $\pi/2 \leq \alpha \leq \pi$.....	98
Figura 3-6 (c). Forma de onda de la corriente y el voltaje $0 \leq \alpha \leq \pi/2$	99
Figura 3-7. Voltaje versus corriente para el control el lazo abierto del TCR.....	101
Figura 3-8. Características del TCR con un controlador de voltaje	102
Figura 3-9. FC – TCR.....	102
Figura 3-10 (a). Voltaje versus corriente para un FC y un TCR, individualmente	103

Figura 3-10 (b). Voltaje versus corriente para un FC - TCR.....	103
Figura 3-10 (c). Voltaje versus potencia reactiva para un FC – TCR.....	103
Figura 4-1. Diagrama del circuito de potencia del convertidor de puente medio	106
Figura 2-5-2. Diagrama del mecanismo de generación del modulador de ancho de pulso.....	107
Figura 4-3. Formas de onda del convertidor de puente medio para (a) corriente positiva en el lado AC (b) corriente negativa en el lado AC	108
Figura 4-4. Formas de onda del convertidor de puente medio observado desde sus terminales, para (a) corriente positiva en el lado AC (b) corriente negativa en el lado AC	109
Figura 4-5. Circuito equivalente de conmutación del convertidor de puente medio	110
Figura 4-6. Señal de conmutación con una relación de trabajo establecido; si m cambia de -1 a 1, d cambia linealmente de 0 a 1	112
Figura 4-7. Diagrama de circuito de potencia del convertidor de puente medio promedio	114
Figura 4-8. Diagrama de circuito de potencia del convertidor de puente medio con las celdas de conmutación no ideales	115
Figura 4-9. Formas de onda de conmutación del convertidor de puente medio no idela para (a) corriente positiva en el lado AC (b) corriente negativa en el lado AC.....	116
Figura 4-10. Diagrama del circuito de potencia de un convertidor de puente medio no ideal promedio	120
Figura 4-11. Circuito equivalente simplificado de un convertidor de puente medio no ideal promedio	121
Figura 4-12. Diagrama del VSC de dos niveles	122
Figura 4-13. Circuito equivalente de un VSC de dos niveles no ideal promedio	126
Figura 4-14. Circuito equivalente de un VSC de dos niveles ideal promedio.....	127
Figura 4-15. Diagrama del circuito del NPC de puente medio de tres niveles	128

Figura 4-16. Subcircuito de in NPC de puente medio de tres niveles correspondiente a una generación de voltaje positivo en el lado AC	129
Figura 4-17. Subcircuito de in NPC de puente medio de tres niveles correspondiente a una generación de voltaje negativo en el lado AC	130
Figura 4-18. Diagrama del mecanismo de generación del modulador de ancho de pulso para el NPC de puente medio de tres niveles	131
Figura 4-19. Formas de onda de conmutación de un NPC de puente medio de tres niveles para (a) una señal de modulación positiva (b) una señal de modulación negativa	132
Figura 4-20. Diagrama de un NPC de tres niveles	135
Figura 4-21. NPC de tres niveles con un divisor de voltaje capacitivo en el lado DC	136
Figura 4-22. Diagrama de un VSC ideal basado en un NPC de tres niveles	137
Figura 4-23. Diagrama de un VSC ideal basado en un NPC de dos niveles	137
ANEXO: ESTUDIO DE SIMULACIÓN.....	138

ÍNDICE DE TABLAS DE ANEXOS

ANEXO: FUNDAMENTO TEÓRICO	1
Tabla 1. Fuerza electromagnética con J entradas eléctricas y K entradas mecánicas	8
Tabla 2. Torque electromagnético con J entradas eléctricas y K entradas mecánicas para un sistema rotacional.....	9
Tabla 3. Marcos de referencia comúnmente empleados	38
ANEXO: ESTUDIO DE SIMULACIÓN.....	138

ANEXO: FUNDAMENTO TEÓRICO

1. Introducción

1.1. Principios básicos para el análisis de máquinas eléctricas

1.1.1. Conversión de energía electromecánica

La interacción entre un sistema eléctrico y un sistema mecánico que comprenden el sistema electromecánico tiene lugar mediante los campos de acoplamiento electromagnético y electrostático que son comunes a ambos sistemas y pueden coexistir simultáneamente. Esta interacción da lugar al intercambio de energía entre ambos sistemas. En la figura 1-1 se muestra un sistema electromecánico que comprende un sistema eléctrico y un sistema mecánico además de un campo de acoplamiento.



Figura 1-1. Diagrama elemental de un sistema electromecánico.

La curva que describe el comportamiento de un material ferromagnético durante su magnetización y desmagnetización se conoce como *histéresis*. El área dentro de esta curva coincide con el valor de las pérdidas en forma de calor del material ferromagnético. Además, cuando se modifica el flujo magnético que pasa a través de un material conductor corrientes inducidas aparecen en él, llamados *corrientes parasitas*, que provocan pérdidas en forma de calor. Es por esta razón que los materiales sujetos a un campo magnético variable son laminados o contruidos en capas aisladas unas de otras. Igualmente existen pérdidas en forma de calor en los materiales aislantes, o también conocidos como *materiales dieléctricos*, cuando se aplica un campo eléctrico externo. Incluso ocurren pérdidas de calor en el sistema mecánico debido a la fricción, y el sistema eléctrico disipa calor debido a la resistencia de los conductores de corriente. Por tanto, la distribución de energía puede expresarse mediante las siguientes dos ecuaciones:

$$W_E = W_e + W_{eL} + W_{eS} \quad (1.1)$$

y

$$W_M = W_m + W_{mL} + W_{mS}; \quad (1.2)$$

donde:

- W_E es la energía eléctrica total suministrada;
- W_{eS} es la energía almacenada en los campos eléctricos y magnéticos que no están acoplados con el sistema mecánico;
- W_{eL} es la pérdida de calor asociado con el sistema eléctrico que ocurren debido a la resistencia de los conductores que llevan corriente, y la energía disipada de los campos magnéticos y eléctricos en forma de calor debido a la histéresis, corrientes de Eddy y pérdidas dieléctricas;

- W_e es la energía transferida al campo de acoplamiento por el sistema eléctrico;
- W_M es la energía mecánica total suministrada;
- W_{mS} es la energía almacenada en los elementos en movimientos y a como está conformado el sistema mecánico;
- W_{mL} es la energía perdida del sistema mecánico en forma de calor, y
- W_m es la energía transferida al campo de acoplamiento por el sistema mecánico.

La energía suministrada por cualquiera de las fuentes se considera positivo; por tanto, W_E y W_M son negativos cuando la energía se suministra a la fuente eléctrica o mecánica respectivamente. La energía total transferida al campo de acoplamiento es

$$W_F = W_f + W_{fL}, \quad (1.3)$$

donde:

- W_F es la energía total transferida al campo de acoplamiento;
- W_f es la energía almacenada en el devanado de acoplamiento, y
- W_{fL} es la energía disipada en forma de calor debido a las pérdidas dentro del campo de acoplamiento, y la energía disipada de los campos magnéticos y eléctricos debido a la histéresis, corrientes de Eddy y pérdidas dieléctricas.

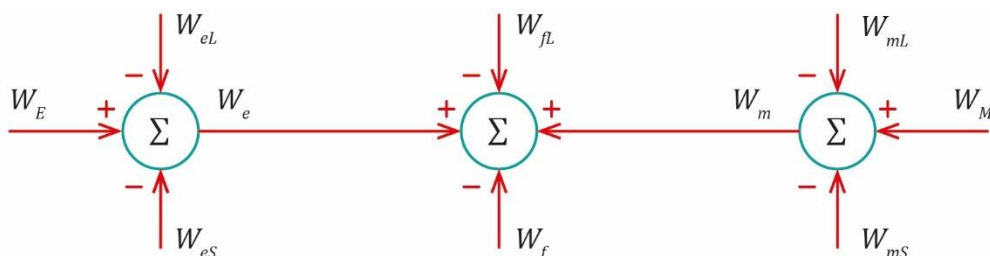


Figura 1-2. Balance de energía. W_E es la energía total suministrada, W_{eS} es la energía almacenada en los campos eléctricos y magnéticos que no están acoplados con el sistema mecánico, W_{eL} es la pérdida de calor asociado con el sistema eléctrico, W_e es la energía transferida al campo de acoplamiento por el sistema eléctrico, W_M es la energía total suministrada, W_{mS} es la energía almacenada en los elementos en movimientos y a como está conformado el sistema mecánico, W_{mL} es la energía perdida del sistema mecánico en forma de calor, W_m es la energía transferida al campo de acoplamiento por el sistema mecánico, W_f es la energía almacenada en el devanado de acoplamiento, W_{fL} es la energía disipada en forma de calor debido a las pérdidas dentro del campo de acoplamiento. Adaptado de “Analysis of Electric Machinery and Drive System,” por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, p. 13, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers.

Empleado la ley de conservación de energía se tiene que

$$W_f + W_{fL} = (W_E - W_{eL} - W_{eS}) + (W_M - W_{mL} - W_{mS}) \quad (1.4)$$

o

$$W_f + W_{fL} = W_e + W_m. \quad (1.5)$$

Esta relación de energía se muestra en la figura 1-2.

La conversión de energía eléctrica a mecánica o viceversa es independiente de: (a) las pérdidas de energía ya sea en el sistema eléctrico W_{eL} o mecánico W_{mL} (b) la energía almacenada en los campos magnéticos y eléctricos que no son comunes a ambos sistemas W_{eS} y (c) la energía almacenada en el sistema mecánico W_{mS} . Si las pérdidas del campo de acoplamiento no son consideradas el campo es conservativo y la Ecuación 1.5 se convierte en

$$W_f = W_e + W_m. \quad (1.6)$$

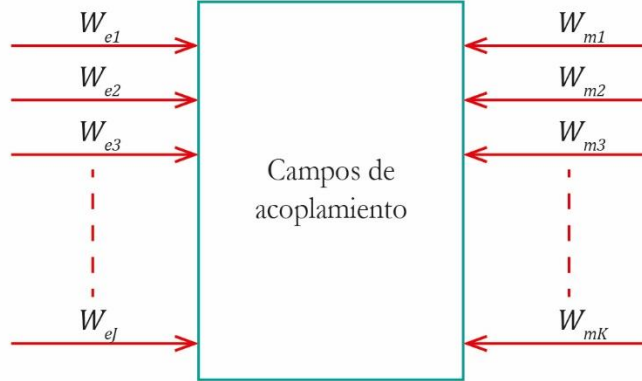


Figura 1-3. Balance de energía con múltiples entradas eléctricas y mecánicas. Donde W_{ej} es j -ésima energía transferida al campo de acoplamiento por el sistema eléctrico y W_{mk} es la k -ésima energía transferida al campo de acoplamiento por el sistema mecánico. Adaptado de "Analysis of Electric Machinery and Drive System," por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, p. 16, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers.

La Ecuación 1.6 puede extenderse para un sistema electromecánico con cualquier número de entradas eléctricas y mecánicas a cualquier número de campos de acoplamiento (ver figura 1-3), mediante

$$W_f = \sum_{j=1}^J W_{ej} + \sum_{k=1}^K W_{mk}. \quad (1.7)$$

La energía total suministrada al campo de acoplamiento en las entradas eléctricas es

$$\sum_{j=1}^J W_{ej} = \int \sum_{j=1}^J e_{fj} i_j dt, \quad (1.8)$$

donde e_{fj} es la caída de tensión en el campo de acoplamiento j . Mientras que la energía total suministrada al campo de acoplamiento en las entradas mecánicas es

$$\sum_{k=1}^K W_{mk} = - \int \sum_{k=1}^K f_{ek} dx_k, \quad (1.9)$$

donde f_{ek} es la fuerza electromagnética o electroestática. Así, la ecuación de balance de energía se convierte en

$$W_f = \int \sum_{j=1}^J e_{fj} i_j dt - \int \sum_{k=1}^K f_{ek} dx_k. \quad (1.10)$$

De la Ecuación 1.10 se obtiene que

$$dW_f = \sum_{j=1}^J e_{fj} i_j dt - \sum_{k=1}^K f_{ek} dx_k. \quad (1.11)$$

Dado que la energía almacenada en un campo conservativo es una función del estado de las variables del sistema y no de la manera en que estas variables alcanzaron ese estado es conveniente no tomar en cuenta pérdidas asociadas con los campos eléctricos y magnéticos al expresar la energía en los campos de acoplamiento; se asumirá que los campos son conservativos y la energía almacenada dentro de estos será una función del estado de las variables eléctricas y mecánicas. Esta característica nos ayudará a desarrollar una expresión matemática de la energía del campo de acoplamiento el cual se expresa mediante las siguientes funciones: $W_f = W_f(i_1, i_2, \dots, i_j, x_1, x_2, \dots, x_K)$ o $W_f = W_f(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_j, x_1, x_2, \dots, x_K)$, donde el par de conjuntos de variables i_1, i_2, \dots, i_j y x_1, x_2, \dots, x_K o $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_j$ y x_1, x_2, \dots, x_K pueden escogerse como variables independientes debido a que $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_j$ e i_1, i_2, \dots, i_j están relacionados y esta relación λ - i no necesita ser lineal solo necesita ser de un solo valor, una propiedad que es característico de un campo conservativo. En particular, ya que los desplazamientos x_1, x_2, \dots, x_K definen completamente la influencia de los sistemas mecánicos sobre el campo de acoplamiento es conveniente arreglar matemáticamente la posición de los sistemas mecánicos asociados con los campos de acoplamiento, y luego mantener el desplazamiento del sistema mecánico fijo $dx_k = 0$ para excitar los sistemas eléctricos. Por tanto, la energía almacenada en los campos de acoplamiento durante la excitación de los sistemas eléctricos, manteniendo los desplazamientos fijos, es igual a la energía suministrada a los campos de acoplamiento por los sistemas eléctricos. Así, considerando un sistema electromagnético excitado individualmente; es decir, $e_{fj} = d\lambda_j/dt$, y $W_{mk} = 0$ la energía suministrada desde el sistema eléctrico puede expresarse de la Ecuación 1.10 como

$$W_f = \int \sum_{j=1}^J i_j d\lambda_j. \quad (1.12)$$

La Ecuación 1.12 puede evaluarse independientemente del orden en que los enlaces de flujo o las corrientes se llevan a sus valores finales ya que los campos de acoplamiento se consideran conservadores. Para ilustrar la Ecuación 1.12 se considera un sistema eléctrico doblemente excitado con una entrada mecánica. Dejaremos que las corrientes establezcan sus estados finales uno a la vez mientras todas las demás corrientes estén matemáticamente fijas ya sea en su estado final o en su estado no excitado. Además, se considerará corrientes y desplazamiento como variables independientes. Así, se tiene que

$$W_f(i_1, i_2, x) = \int [i_1 d\lambda_1(i_1, i_2, x) + i_2 d\lambda_2(i_1, i_2, x)]. \quad (1.13)$$

Manteniendo el desplazamiento constante; es decir, $dx = 0$, obtenemos que

$$W_f(i_1, i_2, x) = \int \left\{ i_1 \left[\frac{\partial \lambda_1(i_1, i_2, x)}{\partial i_1} di_1 + \frac{\partial \lambda_1(i_1, i_2, x)}{\partial i_2} di_2 \right] + i_2 \left[\frac{\partial \lambda_2(i_1, i_2, x)}{\partial i_1} di_1 + \frac{\partial \lambda_2(i_1, i_2, x)}{\partial i_2} di_2 \right] \right\}. \quad (1.14)$$

Primero llevamos matemáticamente la corriente i_1 al valor deseado, el cual se convierte en la variable de integración, mientras mantenemos i_2 en cero; es decir, $di_2 = 0$. La energía es suministrada al campo de acoplamiento desde la fuente conectada al primer devanado. Como segundo paso i_2 es llevado al valor decidido, el cual ahora será la variable de integración, mientras se mantiene i_1 en su valor; es decir, $di_1 = 0$. Durante este tiempo la energía es suministrada al campo de acoplamiento desde ambas fuentes ya que $i_1 d\lambda_1$ no es cero. La energía total almacenada en el campo de acoplamiento es la suma de las dos evaluaciones; es decir,

$$W_f(i_1, i_2, x) = \int i_1 \frac{\partial \lambda_1(i_1, i_2, x)}{\partial i_1} di_1 + \int \left[i_1 \frac{\partial \lambda_1(i_1, i_2, x)}{\partial i_2} di_2 + i_2 \frac{\partial \lambda_2(i_1, i_2, x)}{\partial i_2} di_2 \right] \quad (1.15)$$

o

$$W_f(i_1, i_2, x) = \int_0^{i_1} \xi \frac{\partial \lambda_1(\xi, i_2, x)}{\partial \xi} d\xi + \int_0^{i_2} \left[i_1 \frac{\partial \lambda_1(i_1, \xi, x)}{\partial \xi} d\xi + \xi \frac{\partial \lambda_2(i_1, \xi, x)}{\partial \xi} d\xi \right]. \quad (1.16)$$

Para un sistema electromagnético lineal la relación λ - i es una relación de línea recta. Así, para un sistema eléctrico doblemente excitado con una entrada mecánica se tiene que

$$\lambda_1(i_1, i_2, x) = L_{11}(x)i_1 + L_{12}(x)i_2 \quad (1.17)$$

y

$$\lambda_2(i_1, i_2, x) = L_{21}(x)i_1 + L_{22}(x)i_2. \quad (1.18)$$

Con el desplazamiento mecánico constante obtenemos que

$$d\lambda_1(i_1, i_2, x) = \frac{\partial \lambda_1(i_1, i_2, x)}{\partial i_1} di_1 + \frac{\partial \lambda_1(i_1, i_2, x)}{\partial i_2} di_2 = L_{11}(x)di_1 + L_{12}(x)di_2 \quad (1.19)$$

y

$$d\lambda_2(i_1, i_2, x) = \frac{\partial \lambda_2(i_1, i_2, x)}{\partial i_1} di_1 + \frac{\partial \lambda_2(i_1, i_2, x)}{\partial i_2} di_2 = L_{12}(x)di_1 + L_{22}(x)di_2. \quad (1.20)$$

Sustituyendo las Ecuaciones 1.19 y 1.20 en la Ecuación 1.16 se obtiene que

$$W_f(i_1, i_2, x) = \int_0^{i_1} \xi L_{11}(x) d\xi + \int_0^{i_2} [i_1 L_{12}(x) + \xi L_{22}(x)] d\xi. \quad (1.21)$$

Por tanto

$$W_f(i_1, i_2, x) = \frac{1}{2} L_{11}(x) (i_1)^2 + L_{12}(x)i_1 i_2 + \frac{1}{2} L_{22}(x) (i_2)^2. \quad (1.22)$$

Extendiendo la Ecuación 1.22 a un sistema electromagnético lineal, con J entradas eléctricas, la energía total del campo de acoplamiento será

$$W_f(i_1, \dots, i_j, x) = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^J \sum_{q=1}^J L_{pq} i_p i_q. \quad (1.23)$$

La Ecuación 1.23 es la expresión para la energía almacenada en el campo de acoplamiento con $dx_k = 0$, campos conservativos y un sistema electromecánico magnéticamente lineal ($W_c = W_f$). Sin embargo, está claro que debemos considerar nuevamente la relación de balance de energía dada en la Ecuación 1.11 para calcular las fuerzas electromagnéticas y electrostática. Reescribimos la Ecuación 1.11 como

$$\sum_{k=1}^K f_{ek} dx_k = \sum_{j=1}^J e_{fj} i_j dt - dW_f \quad (1.24)$$

o

$$\sum_{k=1}^K f_{ek} dx_k = \sum_{j=1}^J i_j d\lambda_j - dW_f. \quad (1.25)$$

Con i_j y x_k seleccionados como variables independientes podemos expresar W_f y λ_j como

$$W_f = W_f(i_1, \dots, i_j, x_1, \dots, x_K) \quad (1.26)$$

y

$$\lambda_j = \lambda_j(i_1, \dots, i_j, x_1, \dots, x_K). \quad (1.27)$$

Dado que $dx_k \neq 0$ no es posible sustituir la Ecuación 1.12 en la Ecuación 1.24. Por tanto, de las Ecuaciones 1.26 y 1.27 se obtiene que

$$dW_f = \sum_{j=1}^J \frac{\partial W_f(i_1, \dots, i_j, x_1, \dots, x_K)}{\partial i_j} di_j + \sum_{k=1}^K \frac{\partial W_f(i_1, \dots, i_j, x_1, \dots, x_K)}{\partial x_k} dx_k \quad (1.28)$$

y

$$d\lambda_j = \sum_{n=1}^J \frac{\partial \lambda_j(i_1, \dots, i_j, x_1, \dots, x_K)}{\partial i_n} di_n + \sum_{k=1}^K \frac{\partial \lambda_j(i_1, \dots, i_j, x_1, \dots, x_K)}{\partial x_k} dx_k. \quad (1.29)$$

El índice n se usa para evitar la confusión con el índice j ya que cada $d\lambda_j$ debe evaluarse para cambios en todas las corrientes de tal forma que se tome en cuenta el acoplamiento mutuo entre sistemas eléctricos, como se realizó en la Ecuación 1.14 para $J = 2$. Sustituyendo las Ecuaciones 1.28 y 1.29 en la Ecuación 1.25 se tiene que

$$\begin{aligned}
& \sum_{k=1}^K f_{ek}(i_1, \dots, i_j, x_1, \dots, x_K) dx_k \\
&= \sum_{j=1}^J i_j \left[\sum_{n=1}^J \frac{\partial \lambda_j(i_1, \dots, i_j, x_1, \dots, x_K)}{\partial i_n} di_n + \sum_{k=1}^K \frac{\partial \lambda_j(i_1, \dots, i_j, x_1, \dots, x_K)}{\partial x_k} dx_k \right] \\
&- \sum_{j=1}^J \frac{\partial W_f(i_1, \dots, i_j, x_1, \dots, x_K)}{\partial i_j} di_j - \sum_{k=1}^K \frac{\partial W_f(i_1, \dots, i_j, x_1, \dots, x_K)}{\partial x_k} dx_k.
\end{aligned} \tag{1.30}$$

Reordenando

$$\begin{aligned}
& \sum_{k=1}^K f_{ek}(i_1, \dots, i_j, x_1, \dots, x_K) dx_k \\
&= \sum_{k=1}^K \left\{ \left[\sum_{j=1}^J i_j \frac{\partial \lambda_j(i_1, \dots, i_j, x_1, \dots, x_K)}{\partial x_k} \right] - \frac{\partial W_f(i_1, \dots, i_j, x_1, \dots, x_K)}{\partial x_k} \right\} dx_k \\
&+ \sum_{j=1}^J \left\{ \left[\sum_{n=1}^J i_j \frac{\partial \lambda_j(i_1, \dots, i_j, x_1, \dots, x_K)}{\partial i_n} di_n \right] - \frac{\partial W_f(i_1, \dots, i_j, x_1, \dots, x_K)}{\partial i_j} di_j \right\}.
\end{aligned} \tag{1.31}$$

Igualando coeficientes se obtienen dos ecuaciones:

$$f_{ek}(i_1, \dots, i_j, x_1, \dots, x_K) = \left[\sum_{j=1}^J i_j \frac{\partial \lambda_j(i_1, \dots, i_j, x_1, \dots, x_K)}{\partial x_k} \right] - \frac{\partial W_f(i_1, \dots, i_j, x_1, \dots, x_K)}{\partial x_k} \tag{1.32}$$

y

$$0 = \sum_{j=1}^J \left\{ \left[\sum_{n=1}^J i_j \frac{\partial \lambda_j(i_1, \dots, i_j, x_1, \dots, x_K)}{\partial i_n} di_n \right] - \frac{\partial W_f(i_1, \dots, i_j, x_1, \dots, x_K)}{\partial i_j} di_j \right\}. \tag{1.33}$$

Definimos la *coenergía* para un sistema multiexcitado como el área bajo la curva λ - i . Por tanto,

$$W_c = \sum_{j=1}^J i_j \lambda_j - W_f. \tag{1.34}$$

Dado que i_j y x_k son las variables independientes, la derivada parcial con respecto a x de la Ecuación 1.34 es

$$\frac{\partial W_c(i_1, \dots, i_j, x_1, \dots, x_K)}{\partial x_k} = \left[\sum_{j=1}^J i_j \frac{\partial \lambda_j(i_1, \dots, i_j, x_1, \dots, x_K)}{\partial x_k} \right] - \frac{\partial W_f(i_1, \dots, i_j, x_1, \dots, x_K)}{\partial x_k}. \tag{1.35}$$

Sustituyendo la Ecuación 1.35 en la Ecuación 1.32 se tiene que

$$f_{ek}(i_1, \dots, i_j, x_1, \dots, x_K) = \frac{\partial W_c(i_1, \dots, i_j, x_1, \dots, x_K)}{\partial x_k}, \tag{1.36}$$

donde f_{ek} es positivo y los desplazamientos dx_k están en la misma dirección.

Por un procedimiento similar, las ecuaciones de la fuerza pueden desarrollarse para el acoplamiento magnético con λ_j y x_k como variables independientes. Estas ecuaciones se ilustran en la tabla 1.

Tabla 1. Fuerza electromagnética con J entradas eléctricas y K entradas mecánicas

Con i_j y x_k seleccionados como variables independientes	
$f_{ek}(i_1, \dots, i_j, x_1, \dots, x_K) = \left[\sum_{j=1}^J i_j \frac{\partial \lambda_j(i_1, \dots, i_j, x_1, \dots, x_K)}{\partial x_k} \right] - \frac{\partial W_f(i_1, \dots, i_j, x_1, \dots, x_K)}{\partial x_k}$	
$f_{ek}(i_1, \dots, i_j, x_1, \dots, x_K) = \frac{\partial W_c(i_1, \dots, i_j, x_1, \dots, x_K)}{\partial x_k}$	
Con λ_j y x_k seleccionados como variables independientes	
$f_{ek}(\lambda_1, \dots, \lambda_j, x_1, \dots, x_K) = - \frac{\partial W_f(\lambda_1, \dots, \lambda_j, x_1, \dots, x_K)}{\partial x_k}$	
$f_{ek}(\lambda_1, \dots, \lambda_j, x_1, \dots, x_K) = - \left[\sum_{j=1}^J \lambda_j \frac{\partial \lambda_j(\lambda_1, \dots, \lambda_j, x_1, \dots, x_K)}{\partial x_k} \right] + \frac{\partial W_c(\lambda_1, \dots, \lambda_j, x_1, \dots, x_K)}{\partial x_k}$	

Nota: Adaptado de “Analysis of Electric Machinery and Drive System,” por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, p. 27, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers. λ_j = j-ésimo enlaces de flujo, i_j = j-ésima corriente y x_k = k-ésimo desplazamiento mecánico.

Cuando se considera un sistema rotacional f_{ek} se reemplaza con el *torque electromagnético* T_{ek} y x_k se reemplaza con el *desplazamiento angular real* θ_{rmk} , como se muestra en la tabla 2. Esta situación está justificada porque el cambio de energía mecánica en un sistema rotacional se expresa como

$$dW_{mk} = -(\pm T_{ek}) d\theta_{rmk}. \quad (1.37)$$

Se establece que un torque electromagnético positivo actúa en la dirección del incremento de θ_{rmk} , como muestra la Ecuación 1.37. Así, vemos que la energía se suministra al campo de acoplamiento desde el sistema mecánico cuando T_{ek} y $d\theta_{rmk}$ son de signos opuestos; por ejemplo, $dW_f = dW_{e1} - (-T_{e1}) d\theta_{rm1} = dW_{e1} + dW_{m1}$. Mientras que la energía es suministrada al sistema mecánico desde el campo de acoplamiento cuando T_{ek} y $d\theta_{rmk}$ tienen el mismo signo; por ejemplo, $dW_f = dW_{e1} - (+T_{e1}) d\theta_{rm1} = dW_{e1} - dW_{m1}$. Por tanto, de la segunda ecuación de la tabla 2, para una acción de generación $T_{ek}(i_1, \dots, i_j, \theta_{rm1}, \dots, \theta_{rmk})$ debe ser negativo para que la energía sea suministrada al campo de acoplamiento desde el sistema mecánico cuando $d\theta_{rmk}$ es positivo y para una acción de motorización $T_{ek}(i_1, \dots, i_j, \theta_{rm1}, \dots, \theta_{rmk})$ debe ser positivo para que la energía sea suministrada del campo de acoplamiento al sistema mecánico cuando $d\theta_{rmk}$ es positivo.

Tabla 2. Torque electromagnético con J entradas eléctricas y K entradas mecánicas para un sistema rotacional

Con i_j y θ_{rmk} seleccionados como variables independientes
$T_{ek}(i_1, \dots, i_j, \theta_{rm1}, \dots, \theta_{rmK}) = \left[\sum_{j=1}^J i_j \frac{\partial \lambda_j(i_1, \dots, i_j, \theta_{rm1}, \dots, \theta_{rmK})}{\partial \theta_{rmk}} \right] - \frac{\partial W_f(i_1, \dots, i_j, \theta_{rm1}, \dots, \theta_{rmK})}{\partial \theta_{rmk}}$ $T_{ek}(i_1, \dots, i_j, \theta_{rm1}, \dots, \theta_{rmK}) = \frac{\partial W_c(i_1, \dots, i_j, \theta_{rm1}, \dots, \theta_{rmK})}{\partial \theta_{rmk}}$
Con λ_j y θ_{rmk} seleccionados como variables independientes
$T_{ek}(\lambda_1, \dots, \lambda_j, \theta_{rm1}, \dots, \theta_{rmK}) = - \frac{\partial W_f(\lambda_1, \dots, \lambda_j, \theta_{rm1}, \dots, \theta_{rmK})}{\partial \theta_{rmk}}$ $T_{ek}(\lambda_1, \dots, \lambda_j, \theta_{rm1}, \dots, \theta_{rmK}) = - \left[\sum_{j=1}^J \lambda_j \frac{\partial \lambda_j(\lambda_1, \dots, \lambda_j, \theta_{rm1}, \dots, \theta_{rmK})}{\partial \theta_{rmk}} \right] + \frac{\partial W_c(\lambda_1, \dots, \lambda_j, \theta_{rm1}, \dots, \theta_{rmK})}{\partial \theta_{rmk}}$

Nota: Adaptado de “Analysis of Electric Machinery and Drive System,” por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers. λ_j = j-ésimo enlace de flujo, i_j = j-ésima corriente y θ_{rmk} = k-ésimo desplazamiento angular real.

1.1.2. Devanados de la máquina y fuerza magnetomotriz del entrehierro MMF

Empezar con una *máquina sincrónica* básica de polos salientes conectado en estrella, dos polos y tres fases nos ayudará a argumentar sobre la configuración de los devanados en una máquina sincrónica y la *fuerza magnetomotriz* en el entrehierro.

Los ejes *as*, *bs* y *cs* denotan la dirección positiva del flujo producido por cada uno de los devanados de fase del devanado trifásico que se encuentran en el miembro estacionario, llamado estator; esto es válido cuando se considera que la corriente se dirige hacia dentro de las terminales de la máquina (ver figura 1-4). Los ejes *as*, *bs* y *cs* denotarán la dirección negativa del flujo producido por cada uno de los devanados de fase del devanado trifásico del estator cuando la corriente se dirige hacia fuera de las terminales. En una máquina de dos polos cada devanado de fase del devanado trifásico del estator, los cuales se encuentran incrustados en ranuras dentro de la circunferencia, está desplazado 120° respecto al otro como se muestra en la figura 1-4. Cuando estos devanados, *as*, *bs* y *cs*, tienen la misma resistencia y el mismo número de vueltas, la máquina se conoce como una máquina con devanados simétricos del estator o como un *sistema trifásico simétrico*. El devanado *fd* o devanado de campo está enrollado en el miembro rotatorio, llamado rotor, y el eje *fd* denota la dirección positiva del flujo producido por el devanado *fd*.

Un lado de la bobina está representado por una x indicando que la dirección positiva de la corriente se asume en la dirección dentro del papel. El otro lado está representado por un punto indicando que la dirección positiva de la corriente se asume fuera del papel. Se puede observar, en la figura 1-4, que cada bobina se extiende π radianes del estator para una máquina de dos polos (*bobinado de paso completo*), y cada bobina contiene n_c conductores. Por tanto, para el caso del devanado *as*, la corriente positiva fluye en un conductor de la bobina a_1 descendiendo a lo largo del estator y retornando hacia afuera a lo largo del estator en el lado a'_1 de la bobina. Esto se repite para los n_c conductores. El último conductor de la bobina $a_1 - a'_1$ se posiciona luego en una ranura apropiada para comenzar la bobina $a_2 - a'_2$, y este procedimiento es el mismo hasta a'_4 . Los devanados *bs* y *cs* tienen un arreglo similar, y los lados a'_4 , b'_4 y c'_4 de los últimos conductores de la bobina están conectados para formar un estator conectado en estrella. Como se mencionó cada bobina consiste de n_c conductores y cada uno de los cuales forma una bobina individual de un solo conductor dentro de la bobina principal. Así, el número de vueltas de cada devanado se determina por el producto de n_c y el número de bobinas. En el devanado *fd* cada bobina, $f_1 - f'_1$ por ejemplo, consiste de n_f conductores.

Existen variaciones para el arreglo de los devanados de la figura 1-4 que son importantes para el diseño de una máquina:

- La configuración mostrada en la figura 1-4, donde el devanado de cada fase está distribuido uniformemente sobre 60° de la circunferencia del estator, no es práctico en la realidad; generalmente los lados de la bobina de cada fase están distribuidos sobre una gran área alrededor de 120° donde algunos lados de las bobinas de dos de los devanados de fase ocupan la misma ranura.
- Para poder producir una fuerza magnetomotriz en el entrehierro que se aproxime a una función sinusoidal con respecto al desplazamiento angular alrededor del entrehierro, los lados de las bobinas no estarán distribuidos uniformemente sobre la parte de la circunferencia que ocupan; es usual ver en máquinas como el de la figura 1-4 que existen más vueltas en los lados de las bobinas a_1 y a_3 que en a_2 y a_4 (sucede de forma similar en los devanados *bs* y *cs*.)
- Con el propósito de reducir los armónicos de corriente y voltaje las bobinas de los devanados se enrollan de tal forma que abarcan un poco menos de π radianes para una máquina de dos polos; este caso se lo conoce como *bobinado de paso fraccionario*.

Sin embargo, estas características son de poca importancia en el análisis de la máquina donde una aproximación simplificada del arreglo de los devanados es suficiente.

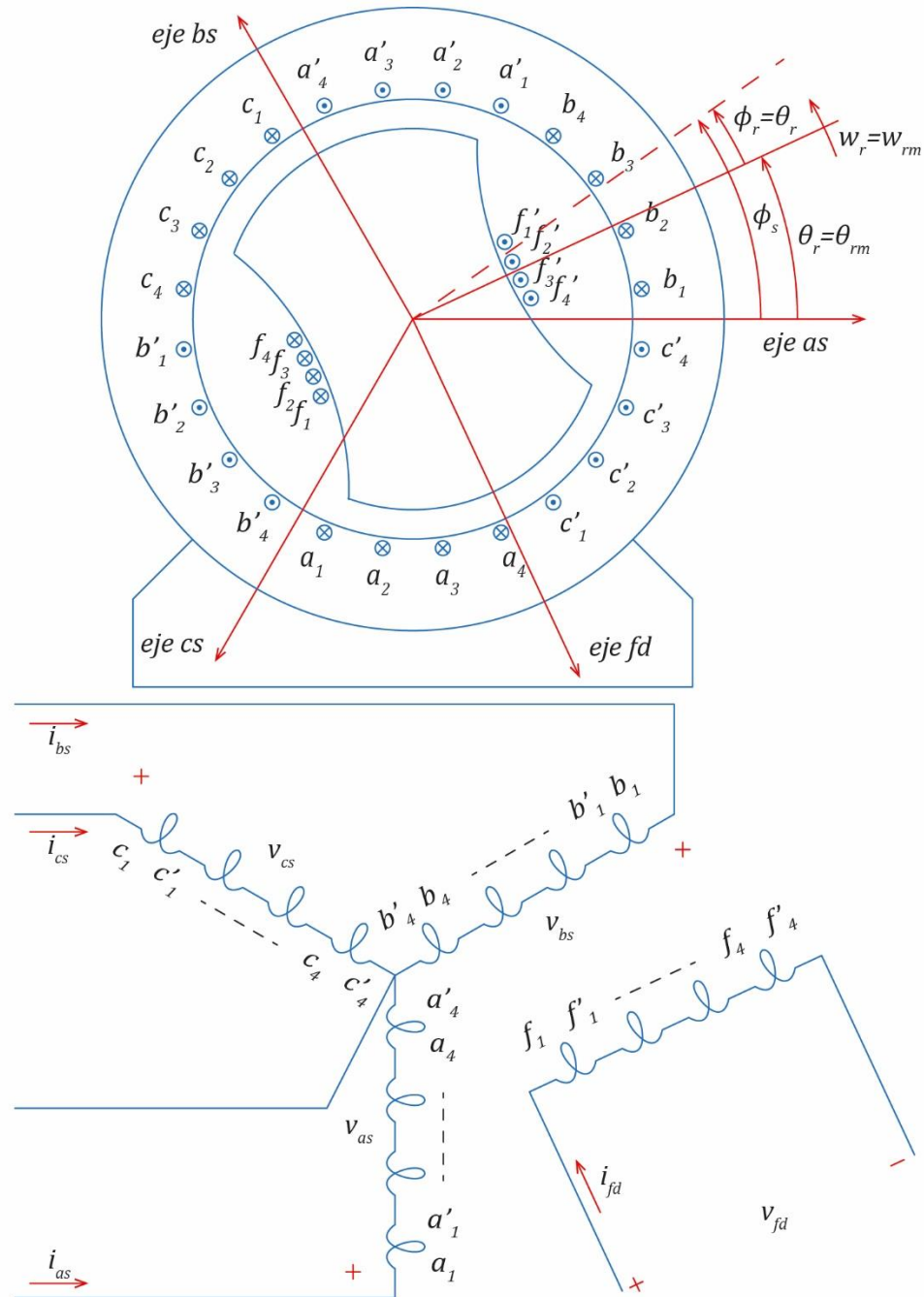


Figura 1-4. Máquina sincrónica de polos salientes elemental de tres fases, dos polos y conectado en estrella. Se denota como a , b y c a las bobinas de los devanados del estator; mientras que se denota como f al devanado de campo en el rotor. ϕ_r es el desplazamiento a lo largo de la circunferencia del rotor, ϕ_s es el desplazamiento a lo largo de la circunferencia del estator, w_r es la velocidad angular del rotor y θ_r es el desplazamiento angular del rotor. Los ejes as , bs , cs y fd denotan la dirección positiva del flujo producido por cada uno de los devanados. Adaptado de "Analysis of Electric Machinery and Drive System," por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, p. 36, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers.

Es necesario observar en la figura 1-4 que el desplazamiento angular real del rotor (θ_{rm}) es igual al desplazamiento angular eléctrico del rotor (θ_r) y el desplazamiento angular a lo largo de la circunferencia del rotor (ϕ_r) es igual al desplazamiento angular eléctrico del rotor (θ_r). Esto es debido a que estos desplazamientos están relacionados mediante

$$\theta_r = \left(\frac{P}{2}\right) \theta_{rm} \quad (1.38)$$

y

$$\phi_r = \left(\frac{P}{2}\right) \theta_r, \quad (1.39)$$

donde P es el número de polos. Para la figura 1-4, donde $P = 2$, se obtiene que $\theta_r = \phi_r$ y $\theta_{rm} = \theta_r$. Además, se denota como ϕ_s al desplazamiento angular a lo largo de la circunferencia del estator. También se establece que

$$w_r = \left(\frac{P}{2}\right) w_{rm}, \quad (1.40)$$

donde w_{rm} es la velocidad angular real del estator y w_r es la velocidad angular eléctrica del rotor. Para la figura 1-4, donde $P = 2$, se obtiene que $w_r = w_{rm}$. Para mostrar la interacción de los desplazamientos angulares θ_{rm} , θ_r y ϕ_r , y las velocidades angulares w_{rm} y w_r en una máquina de P polos, se emplea la máquina sincrónica de cuatro polos que se muestra la figura 1-5.

Para hallar una expresión de la fuerza magnetomotriz es necesario emplear el diagrama desarrollado de la vista transversal de la máquina mostrado en la figura 1-5. El espesor del entrehierro es relativamente pequeño comparado con el diámetro interior del rotor; esto nos permite emplear el diagrama desarrollado, mostrado en la figura 1-6, para propósitos de análisis. Por tanto, para un desplazamiento angular dado relativo al eje as , se puede expresar la siguiente relación entre ϕ_s , θ_r y θ_{rm} para una máquina de P polos como

$$\phi_s = \theta_r + \theta_{rm}, \quad (1.41)$$

y de la figura 1-4, donde $P = 2$, mediante las Ecuaciones 1.38 y 1.39 se obtiene la relación entre ϕ_s , ϕ_r y θ_r

$$\phi_s = \phi_r + \theta_r. \quad (1.42)$$

En la figura 1-7 se muestra solo el devanado as . Debido a la alta permeabilidad del acero en el estator y rotor los campos magnéticos solo existen en el entrehierro, y también debido al pequeño espesor del entrehierro, relativo al diámetro interior del estator, tienden a ser radial en dirección. Por tanto, la intensidad de campo magnético \vec{H} y la densidad de flujo del campo magnético \vec{B} tienen solo una componente en la dirección radial, y la magnitud de cada uno es una función del ángulo ϕ_s ; es decir,

$$\vec{H}(r, \phi_s, z) = H_r(\phi_s) \hat{a}_r \quad (1.43)$$

y

$$B_r(\phi_s) = \mu_0 H_r(\phi_s), \quad (1.44)$$

donde μ_0 se conoce como *permeabilidad magnética del vacío*.

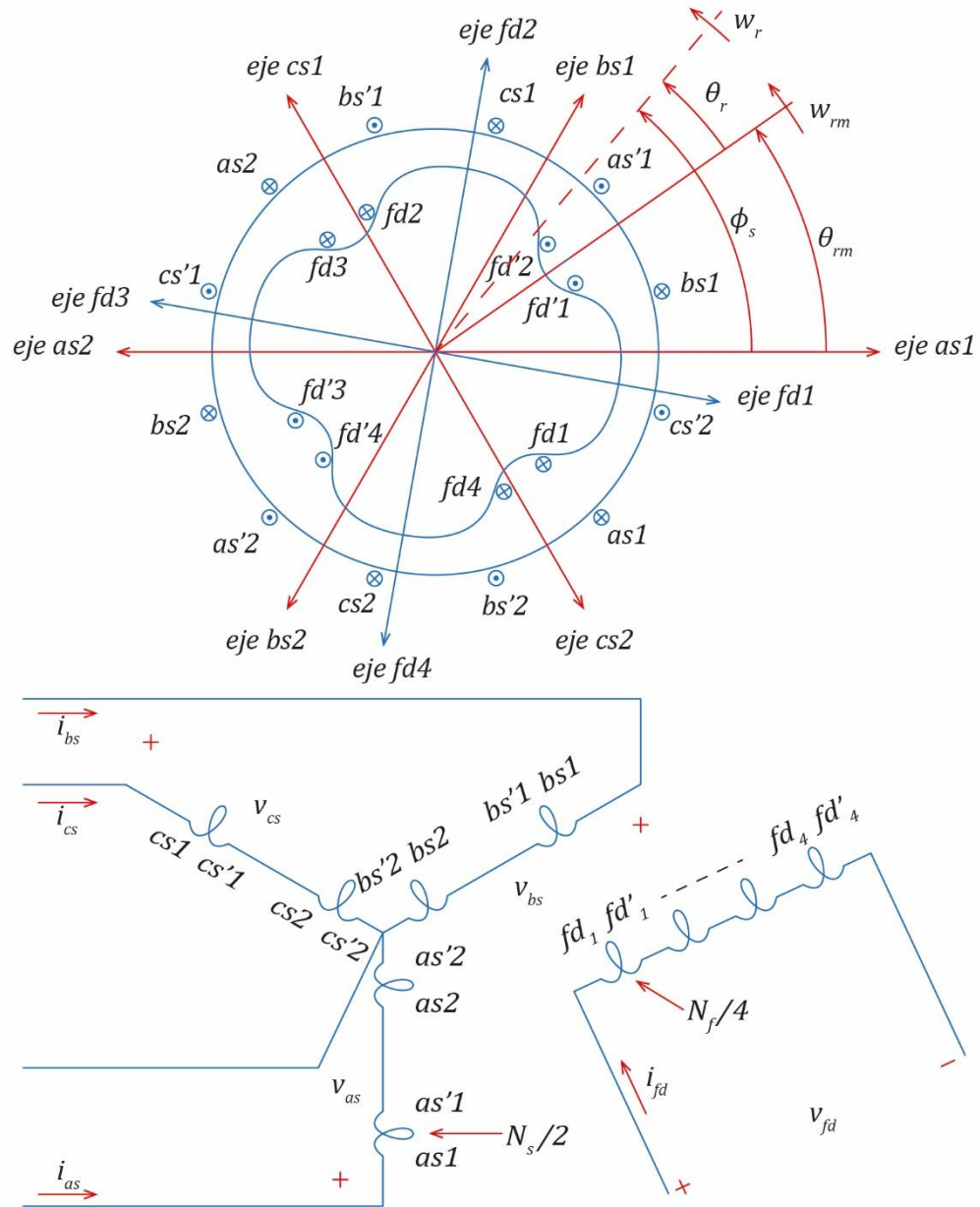


Figura 1-5. Máquina síncrona de polos salientes elemental de tres fases, cuatro polos y conectado en estrella. Se denota como a, b y c a las bobinas de los devanados del estator; mientras que se denota como f al devanado de campo en el rotor. ϕ_r es el desplazamiento a lo largo de la circunferencia del rotor, ϕ_s es el desplazamiento a lo largo de la circunferencia del estator, w_r es la velocidad angular del rotor y θ_r es el desplazamiento angular del rotor. Los ejes as, bs, cs y fd denotan la dirección positiva del flujo producido por cada uno de los devanados. Adaptado de "Analysis of Electric Machinery and Drive System," por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, p. 36, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers.

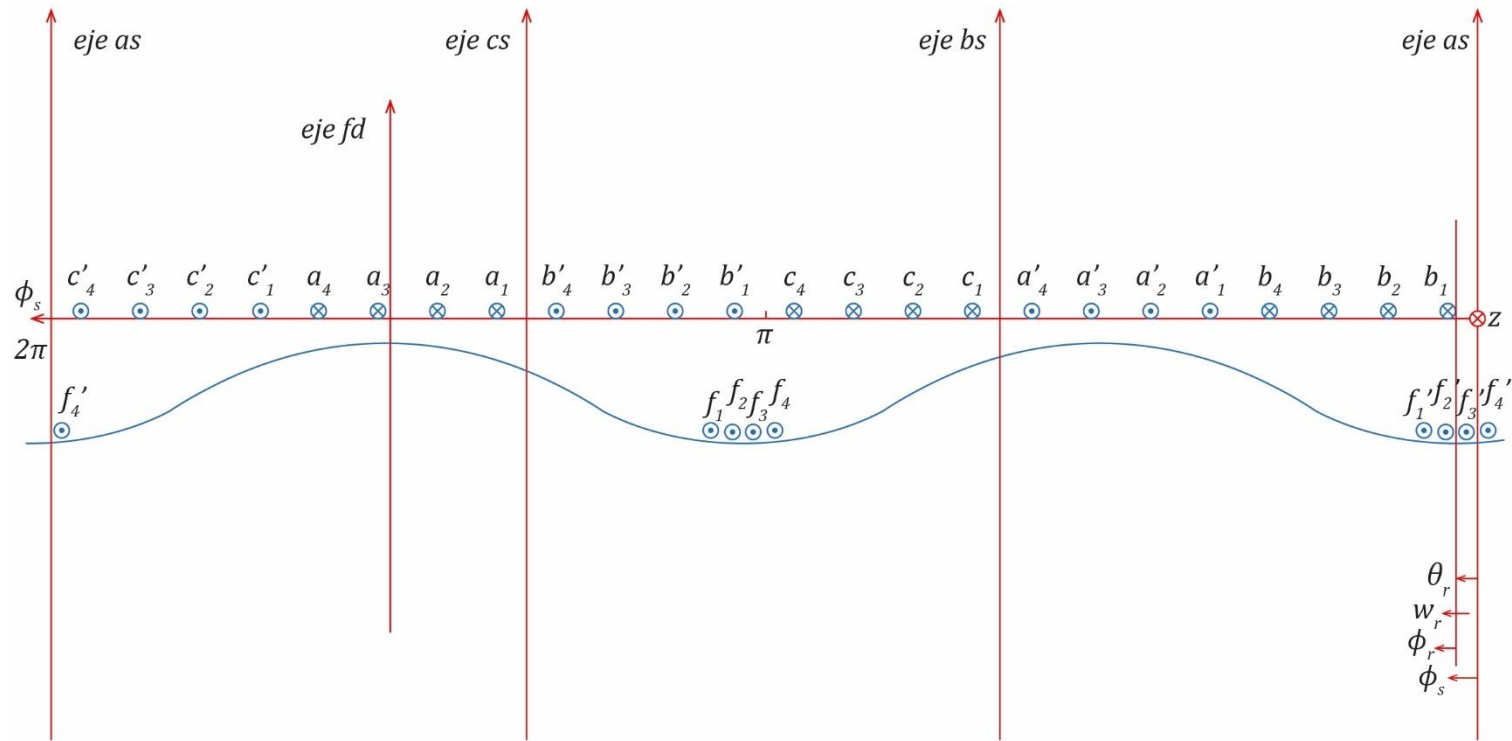


Figura 1-6. Diagrama desarrollado de la máquina mostrada en la Figura 1-5. Se denota como a, b y c a las bobinas de los devanados del estator; mientras que se denota como f al devanado de campo en el rotor. Un lado de cada bobina está representado por una x indicando que la dirección positiva de la corriente se asume descendiendo a lo largo del estator; es decir, en la dirección dentro del papel. El otro lado está representado por un punto indicando que la dirección positiva de la corriente se asume fuera del papel. ϕ_r es el desplazamiento a lo largo de la circunferencia del rotor, ϕ_s es el desplazamiento a lo largo de la circunferencia del estator, w_r es la velocidad angular del rotor y θ_r es el desplazamiento angular del rotor. Los ejes as, bs, cs y fd denotan la dirección positiva del flujo producido por cada uno de los devanados. Adaptado de "Analysis of Electric Machinery and Drive System," por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, p. 38, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers.

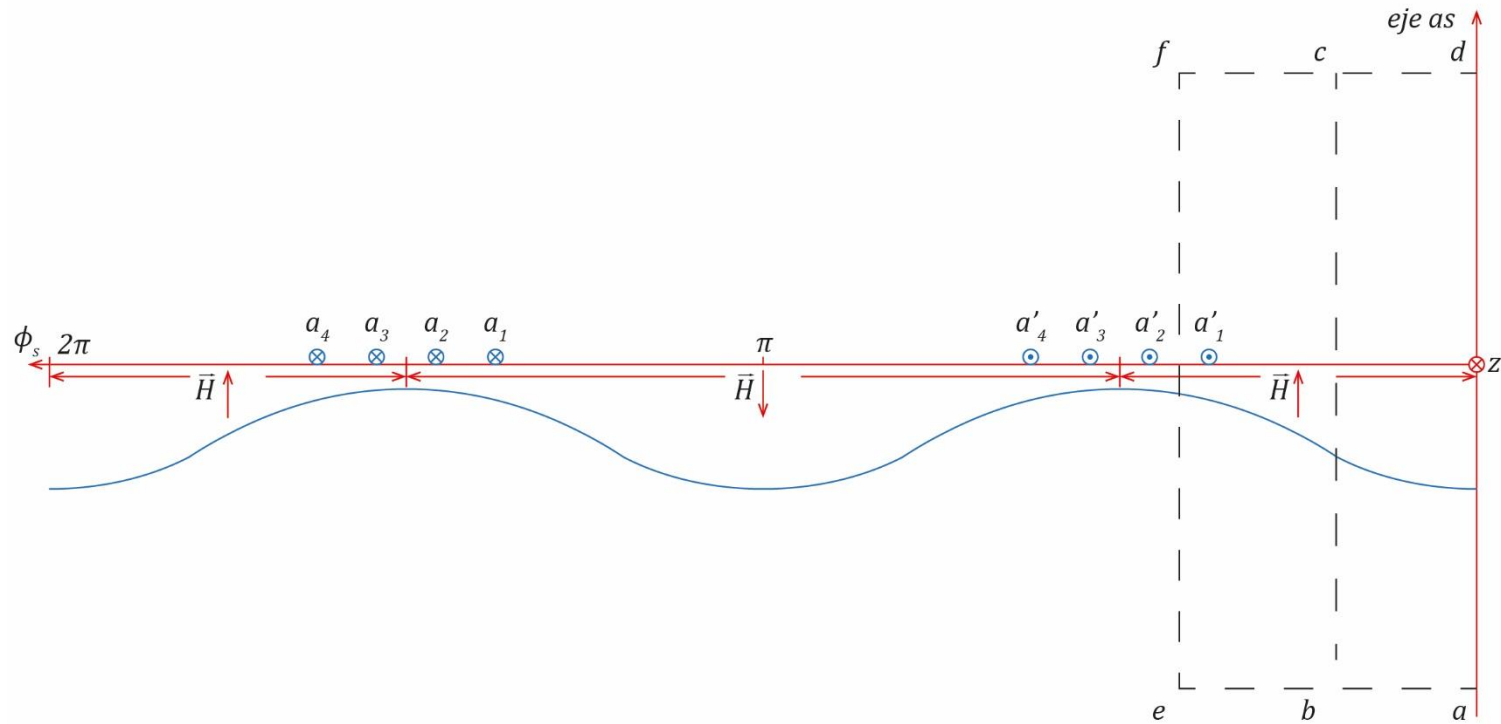


Figura 1-7 (a). Diagrama desarrollado del devanado as . Se denota como a la dirección positiva de la corriente descendiendo a lo largo del estator, y como a' la dirección positiva de la corriente fuera del papel. ϕ_s es el desplazamiento a lo largo de la circunferencia del estator, el eje as indica la dirección positiva del flujo producido por el devanado a y \vec{H} es la intensidad de campo magnético. Adaptado de “Analysis of Electric Machinery and Drive System,” por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, p. 39, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers.

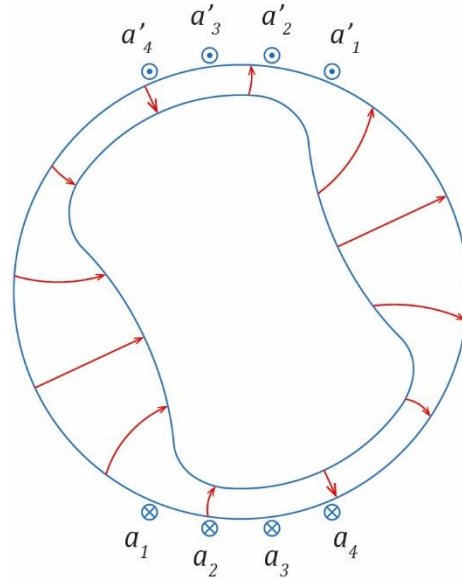


Figura 1-7 (b). Dirección de \vec{H} debido al devanado as . Un lado de la bobina a está representado por una x indicando que la dirección positiva de la corriente se asume descendiendo a lo largo del estator; es decir, en la dirección dentro del papel. El otro lado está representado por un punto indicando que la dirección positiva de la corriente se asume fuera del papel. Adaptado de “Analysis of Electric Machinery and Drive System,” por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, p. 39, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers.

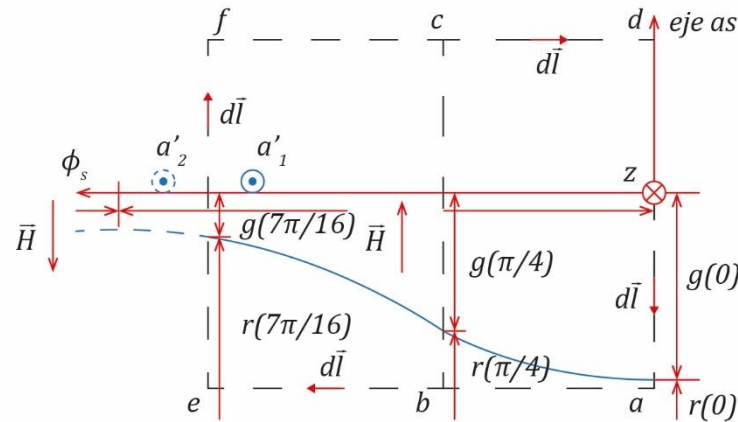


Figura 1-7 (c). Camino cerrado de integración $abcda$ y $aefda$ empleando en la ley de Ampere. Adaptado de “Analysis of Electric Machinery and Drive System,” por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, p. 39, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers.

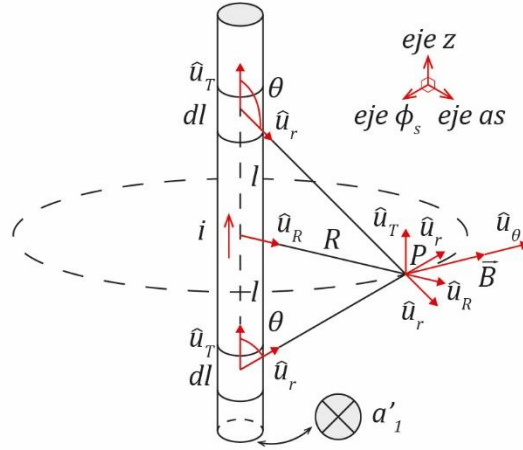


Figura 1-8. Densidad de flujo del campo magnético producido por una corriente rectilínea, con dirección fuera del papel, en el punto P. Donde \hat{u} es el vector unitario en las direcciones mostradas, dl es la longitud diferencial del conductor y \vec{B} es densidad de flujo total del campo magnético. Adaptado de "Física Campos y Ondas," por M. A. Finn, 1970, Add Wesley Iberoamericana, p. 540.

Con la dirección asumida de la corriente i_{as} , la intensidad de campo magnético \vec{H} en el entrehierro debido al devanado as está dirigido del rotor al estator en $-\pi/2 < \phi_s < \pi/2$ y del estator al rotor en $\pi/2 < \phi_s < 3\pi/2$. Esto se puede observar cuando se halla la densidad de flujo del campo magnético de una corriente rectilínea para ambos lados de una bobina, a'_1 y a_1 por ejemplo. En la figura 1-8 se muestra el lado a'_1 y se tiene que

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\hat{u}_T \times \hat{u}_r}{r^2} dl = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \theta}{r^2} dl \hat{u}_\theta, \quad (1.45)$$

donde el ángulo θ puede dividirse en dos intervalos:

$$\begin{array}{ll} \pi/2 < \theta < \pi & 0 < \theta < \pi/2 \\ r = R \csc \theta & r = R \csc \theta \end{array} \quad (1.46)$$

$$dl = R (\csc \theta)^2 d\theta \quad dl = -R (\csc \theta)^2 d\theta. \quad (1.47)$$

Reemplazando las Ecuaciones 1.46 y 1.47 en la Ecuación 1.45, e integrando en ambos intervalos se tiene que

$$\begin{array}{ll} \pi/2 < \theta < \pi & 0 < \theta < \pi/2 \\ \vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \int_{\pi/2}^{\pi} \sin \theta d\theta \hat{u}_\theta = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \hat{u}_\theta & \vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \int_0^{\pi/2} -\sin \theta d\theta \hat{u}_\theta = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \hat{u}_\theta \end{array} \quad (1.48)$$

Para obtener la densidad de flujo total del campo magnético producido por una corriente rectilínea con dirección fuera del papel se deben sumar ambos intervalos. Por tanto,

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \hat{u}_\theta. \quad (1.49)$$

Emplearemos la ley de Ampere, para el campo magnético, para determinar la forma de la fuerza magnetomotriz en el entrehierro debido al devanado as . Por tanto, para $\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \hat{u}_\theta$ la circulación magnética es

$$\Lambda_B = \oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \oint_L \frac{\hat{u}_\theta \cdot d\vec{l}}{r} = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \oint_L d\theta = \mu_0 i, \quad (1.55)$$

mientras que para $\vec{B} = -\frac{\mu_0 i}{2\pi R} \hat{u}_\theta$ la circulación magnética es

$$\Lambda_B = \oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \oint_L \frac{(-\hat{u}_\theta) \cdot d\vec{l}}{r} = -\frac{\mu_0 i}{2\pi} \oint_L d\theta = -\mu_0 i, \quad (1.56)$$

donde i es la corriente neta encerrada dentro del camino cerrado de integración (ver figuras 1-10 y 1-11).

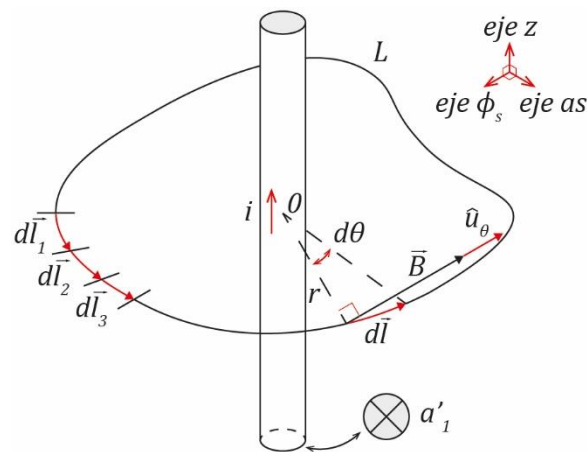


Figura 1-10. Circulación magnética producido por una corriente rectilínea con dirección fuera del papel. Donde \hat{u} es el vector unitario en la dirección de la densidad de flujo total del campo magnético \vec{B} , y $d\vec{l}$ es la longitud diferencial del conductor. Adaptado de "Física Campos y Ondas," por M. A. Finn, 1970, Add Wesley Iberoamericana, p. 618.

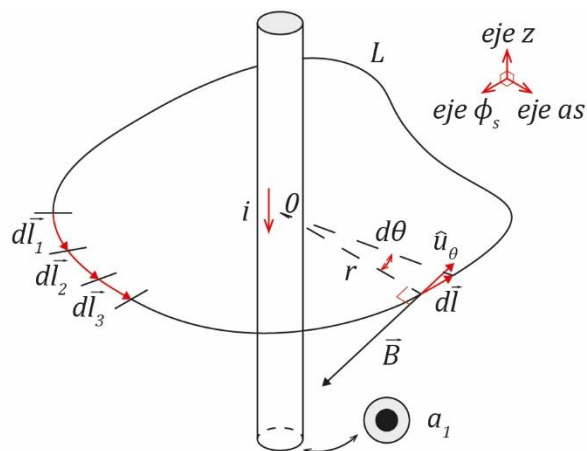


Figura 1-11. Circulación magnética producido por una corriente rectilínea con dirección dentro del papel. Donde \hat{u} es el vector unitario en la dirección de la densidad de flujo total del campo magnético \vec{B} , y $d\vec{l}$ es la longitud diferencial del conductor. Adaptado de "Física Campos y Ondas," por M. A. Finn, 1970, Add Wesley Iberoamericana, p. 618.

Consideremos ahora los caminos cerrados de integración que se muestran en la figura 1-7 (c). Empleando el camino cerrado de integración $abcd a$, donde el camino bc está en $\phi_s = \pi/4$, e ignorando la intensidad de campo dentro del hierro del estator y rotor podemos evaluar la Ecuación 1.56 como

$$\oint_{abcd a} \vec{B} \circ d\vec{l} = \oint_{bc} \vec{B} \circ d\vec{l} + \oint_{da} \vec{B} \circ d\vec{l} = 0. \quad (1.57)$$

De forma que

$$\oint_{r(\pi/4)}^{r(\pi/4)+g(\pi/4)} \vec{B} \circ d\vec{l} + \oint_{r(0)+g(0)}^{r(0)} \vec{B} \circ d\vec{l} = 0, \quad (1.58)$$

$$B\left(\frac{\pi}{4}\right) g\left(\frac{\pi}{4}\right) - B(0) g(0) = 0 \quad (1.59)$$

y

$$H\left(\frac{\pi}{4}\right) g\left(\frac{\pi}{4}\right) - H(0) g(0) = 0; \quad (1.60)$$

donde $r(\pi/4)$ y $r(0)$ son los radios del rotor en los respectivos caminos de integración, y $g(\pi/4)$ y $g(0)$ son las longitudes del entrehierro correspondientes. Dado que la fuerza magnetomotriz se define como la integral lineal de \vec{H} los términos del lado izquierdo de la Ecuación 1.60 pueden escribirse como términos de fuerzas magnetomotrices que incluyen signo y magnitud; es decir, $MMF(0) = -H(0) g(0)$,

$$MMF\left(\frac{\pi}{4}\right) + MMF(0) = 0. \quad (1.61)$$

Consideremos aplicar ahora la ley de Ampere en el camino cerrado $aefda$, donde el camino ef ocurre en $\phi_s = 7\pi/16$,

$$\oint_{abcd a} \vec{B} \circ d\vec{l} = \oint_{bc} \vec{B} \circ d\vec{l} + \oint_{da} \vec{B} \circ d\vec{l} = -\mu_0 n_c i_{as}. \quad (1.62)$$

De forma que

$$\oint_{r(7\pi/16)}^{r(7\pi/16)+g(7\pi/16)} \vec{B} \circ d\vec{l} + \oint_{r(0)+g(0)}^{r(0)} \vec{B} \circ d\vec{l} = -\mu_0 n_c i_{as}, \quad (1.63)$$

$$B\left(\frac{7\pi}{16}\right) g\left(\frac{7\pi}{16}\right) - B(0) g(0) = -\mu_0 n_c i_{as}, \quad (1.64)$$

$$H\left(\frac{7\pi}{16}\right) g\left(\frac{7\pi}{16}\right) - H(0) g(0) = -n_c i_{as} \quad (1.65)$$

y

$$MMF\left(\frac{7\pi}{16}\right) + MMF(0) = -n_c i_{as}; \quad (1.66)$$

donde el signo negativo en el lado derecho de la igualdad está acorde con el cálculo realizado de la circulación magnética; es decir, acorde con la Ecuación 1.56. Podemos empezar a graficar la fuerza magnetomotriz debido al devanado as . Para simplificar se supondrá aún, según las Ecuaciones 1.61 y 1.66, que el MMF es cero desde $\phi_s =$

0 hasta donde nuestro camino de integración encierre el primer lado de la bobina (a'_1). Si continuamos esta integración empezando y terminando en a , en la dirección ϕ_s , obtenemos el gráfico mostrado en la figura 1-12. En la figura 1-12 podemos observar que el cambio de escalón en la MMF se encuentra en el centro de los conductores; en realidad, existe una pendiente muy fina a medida que la ruta de integración pasa por el conductor.

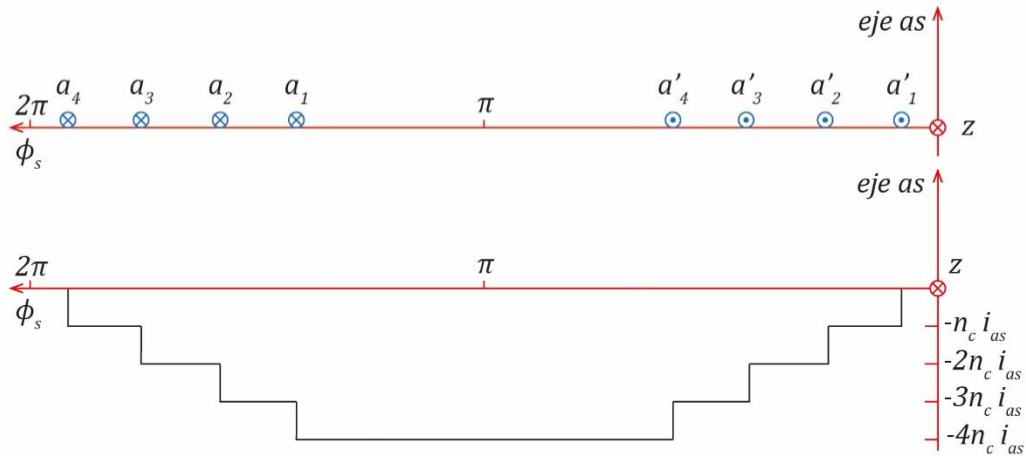


Figura 1-12. Fuerza magnetomotriz en el entrehierro debido al devanado as suponiendo $MMF(0) = 0$. Se denota como a la dirección positiva de la corriente descendiendo a lo largo del estator, y como a' la dirección positiva de la corriente fuera del papel. ϕ_s es el desplazamiento a lo largo de la circunferencia del estator. El eje as indica la dirección positiva del flujo producido por el devanado a . Adaptado de "Analysis of Electric Machinery and Drive System," por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, p. 41, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers.

Existen dos conceptos más que debemos considerar. Primero, la ley de Gauss para el campo magnético establece que

$$\oint_S \vec{B} \cdot \hat{u}_N dS = 0. \quad (1.67)$$

Así, no existe flujo que viaje a través del entrehierro, porque se asume que la densidad de flujo existe solamente en la dirección radial; es decir,

$$\int_0^{2\pi} B_r(\phi_s) r l d\phi_s = 0 \quad (1.68)$$

donde l es la longitud axial del entrehierro de la máquina, r es el radio medio del entrehierro y $r l d\phi_s$ es el incremento de área de una superficie cilíndrica imaginaria dentro del entrehierro de la máquina. Este hecho en sí mismo nos hace sospechar de la suposición $MMF(0) = 0$, porque el MMF de la figura 1-12 es unidireccional, lo que daría lugar a un flujo en solo una dirección a través del entrehierro. El segundo concepto que debemos considerar es una característica de las máquinas eléctricas. En cualquier máquina eléctrica práctica el espesor de entrehierro puede ser (a) constante como en el caso del rotor redondo o (b) una función periódica del desplazamiento alrededor del entrehierro, como en el caso del rotor de polos salientes. En particular, para una máquina de dos polos, se tiene que

$$g(\phi_r) = g(\phi_r + \pi) \quad (1.69)$$

o

$$g(\phi_s - \theta_r) = g(\phi_s - \theta_r + \pi). \quad (1.70)$$

Las Ecuaciones 1.67 y 1.69 son satisfechos si el MMF del entrehierro tiene valor promedio cero; es decir,

$$\frac{\int_0^{2\pi} MMF(\phi_s) d\phi_s}{2\pi} = 0 \quad (1.71)$$

y

$$\int_0^{2\pi} MMF(\phi_s) d\phi_s = 0. \quad (1.72)$$

Generalizando la Ecuación 1.66 para cualquier ϕ_s se obtiene que

$$MMF(\phi_s) + MMF(0) = i_N \quad (1.73)$$

donde i_N es la corriente neta encerrada por el camino cerrado de integración; integrando la Ecuación 1.73 de 0 a 2π y reemplazando la Ecuación 1.72 se obtiene que

$$\int_0^{2\pi} MMF(\phi_s) d\phi_s + \int_0^{2\pi} MMF(0) d\phi_s = \int_0^{2\pi} i_N d\phi_s \quad (1.74)$$

y

$$\frac{1}{2\pi} (0) + \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} MMF(0) d\phi_s = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i_N d\phi_s, \quad (1.75)$$

donde $\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i_N d\phi_s$ es el valor promedio de la corriente neta. Por tanto,

$$MMF(0) = -2n_c i_{as}. \quad (1.76)$$

La Ecuación 1.76 nos indica claramente que para cumplir con la Ecuación 1.68 se debe desplazar el valor cero de MMF por $2n_c i_{as}$ en la dirección positiva del eje as en la figura 1-12. Así, la onda de la fuerza magnetomotriz del devanado as , el cual se denota como MMF_{as} , se muestra en la figura 1-13.

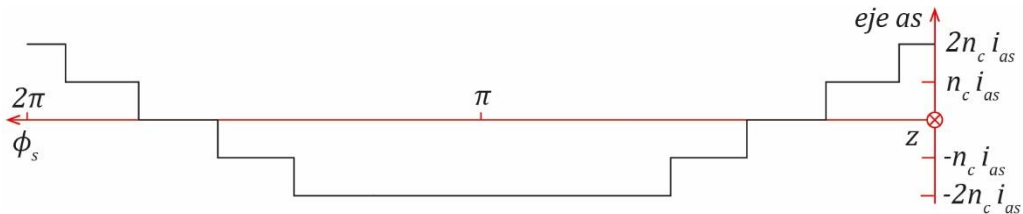


Figura 1-13. Fuerza magnetomotriz en el entrehierro debido al devanado as . ϕ_s es el desplazamiento a lo largo de la circunferencia del estator y el eje as indica la dirección positiva del flujo producido por el devanado a . Adaptado de "Analysis of Electric Machinery and Drive System," por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, p. 42, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers.

De la Figura 1-13 se observa que

$$MMF(\phi_s) = -MMF(\phi_s + \pi). \quad (1.77)$$

Está claro que la onda de la fuerza magnetomotriz del devanado bs (MMF_{bs}) es idéntico a MMF_{as} pero desplazado 120° . MMF_{cs} también es idéntico pero desplazado 240° a la izquierda. Como se indicó anteriormente, se puede observar que los ejes as , bs y cs se posicionan en el centro del máximo positivo de la fuerza magnetomotriz correspondiente a la corriente positiva del devanado, que en este caso se supone fuera de las terminales del estator. Este no es el caso si se considera una corriente positiva hacia dentro de las terminales del estator; donde los ejes as , bs y cs se posicionan en el centro del mínimo negativo de la fuerza magnetomotriz.

Para que la fuerza magnetomotriz, en el entrehierro, debido a los devanados del estator se aproximen a funciones sinusoidales de ϕ_s los devanados deberán también estar distribuidos sinusoidalmente. La distribución sinusoidal del devanado as y la fuerza magnetomotriz sinusoidal debido al devanado as en el entrehierro se muestran en la figura 1-14. La distribución del devanado as puede escribirse como:

$$N_{as} = N_p \sin \phi_s \quad \text{en} \quad 0 \leq \phi_s \leq \pi \quad (1.78)$$

y

$$N_{as} = -N_p \sin \phi_s \quad \text{en} \quad \pi \leq \phi_s \leq 2\pi, \quad (1.79)$$

donde N_p representa el máximo número de vueltas o la densidad del conductor en vueltas por radian. Para obtener N_{as} se debe integrar en π radianes en lugar de 2π radianes. Si N_s representa el número equivalente de vueltas del devanado distribuido sinusoidalmente, se tiene que

$$N_s = \int_0^\pi N_p \sin \phi_s \, d\phi_s = 2N_p. \quad (1.80)$$

Por tanto, la forma de onda de la fuerza magnetomotriz en el entrehierro debido al devanado equivalente as es

$$MMF_{as} = \frac{N_s}{2} i_{as} \cos \phi_s. \quad (1.81)$$

También se tiene que

$$MMF_{bs} = \frac{N_s}{2} i_{bs} \cos \left(\phi_s - \frac{2\pi}{3} \right) \quad (1.82)$$

y

$$MMF_{cs} = \frac{N_s}{2} i_{cs} \cos \left(\phi_s + \frac{2\pi}{3} \right). \quad (1.83)$$

La fuerza magnetomotriz total en el entrehierro producido por las corrientes del estator es la suma de las fuerzas magnetomotrices individuales; es decir,

$$MMF_s = \frac{N_s}{2} \left[i_{as} \cos \phi_s + i_{bs} \cos \left(\phi_s - \frac{2\pi}{3} \right) + i_{cs} \cos \left(\phi_s + \frac{2\pi}{3} \right) \right]. \quad (1.84)$$

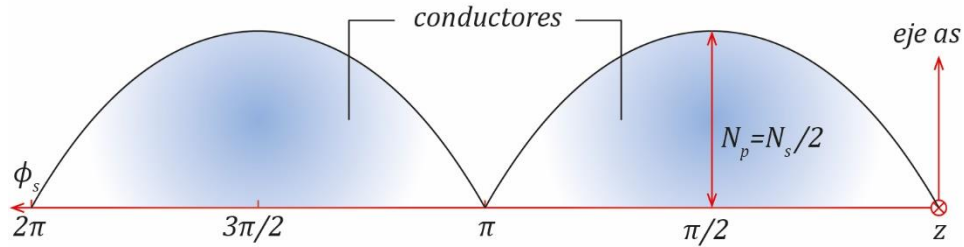


Figura 1-14 (a). Distribución equivalente del devanado as . N_s es el número equivalente de vueltas del devanado distribuido sinusoidalmente y N_p representa el máximo número de vueltas. Además, ϕ_s es el desplazamiento a lo largo de la circunferencia del estator y el eje as indica la dirección positiva del flujo producido por el devanado a . Adaptado de "Analysis of Electric Machinery and Drive System," por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, p. 43, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers.

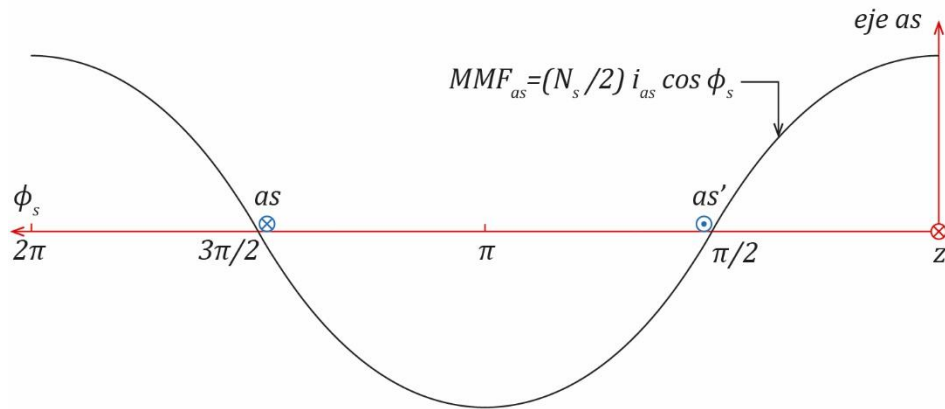


Figura 1-14 (b). Forma de onda de la fuerza magnetomotriz debido al devanado equivalente as . Se denota como a la dirección positiva de la corriente descendiendo a lo largo del estator, y como a' la dirección positiva de la corriente fuera del papel. ϕ_s es el desplazamiento a lo largo de la circunferencia del estator. El eje as indica la dirección positiva del flujo producido por el devanado a . Adaptado de "Analysis of Electric Machinery and Drive System," por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, p. 43, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers.

En general, para una máquina de P polos, como el que se muestra en la figura 1-5 y en el cual se considera que los devanados tienen una distribución sinusoidal, la fuerza magnetomotriz del entrehierro establecido por cada fase es una función sinusoidal de $(P/2)\phi_s$. Por tanto:

$$MMF_{as} = \frac{N_s}{P} i_{as} \cos \frac{P}{2} \phi_s, \quad (1.85)$$

$$MMF_{bs} = \frac{N_s}{P} i_{bs} \cos \left(\frac{P}{2} \phi_s - \frac{2\pi}{3} \right) \quad (1.86)$$

y

$$MMF_{cs} = \frac{N_s}{P} i_{cs} \cos \left(\frac{P}{2} \phi_s + \frac{2\pi}{3} \right), \quad (1.87)$$

donde N_s representa el número equivalente de vueltas del devanado de cada fase distribuido sinusoidalmente.

1.1.3. Inductancias de los devanados y ecuaciones de voltaje

De forma similar a la figura 1-4, se considerará una máquina sincrónica de dos polos y tres fases (figura 1-15) para analizar las relaciones de inductancias; es decir, determinar las autoinductancias e inductancias mutuas. Este desarrollo puede modificarse fácilmente para tener en cuenta devanados adicionales en el rotor de la máquina sincrónica (devanados de amortiguación), o para una máquina sincrónica con un entrehierro uniforme (rotor redondo).

En un sistema magnéticamente lineal la autoinductancia de un devanado es la relación del flujo enlazado por un devanado y la corriente que fluye en el devanado con todas las corrientes de los demás devanados igual a cero. La inductancia mutua es la relación del flujo enlazado por un devanado debido a la corriente que fluye en un segundo devanado con todas las corrientes de los demás devanados igual a cero incluyendo el devanado para el cual los enlaces de flujo están siendo calculados.

Para este análisis de una máquina sincrónica de dos polos, se asume que el ancho del entrehierro será aproximado por

$$g(\phi_r) = \frac{1}{\alpha_1 - \alpha_2 \cos 2\phi_r} \quad (1.88)$$

o

$$g(\phi_s - \theta_r) = \frac{1}{\alpha_1 - \alpha_2 \cos 2(\phi_s - \theta_r)}, \quad (1.89)$$

donde el mínimo espesor del entrehierro es $(\alpha_1 + \alpha_2)^{-1}$ y el máximo es $(\alpha_1 - \alpha_2)^{-1}$; es decir, el espesor mínimo ocurre cuando $\phi_r = \pi/2$ o $\phi_s = \theta_r + \pi/2$, y el espesor máximo cuando $\phi_r = 0$ o $\phi_s = \theta_r$.

Dado que

$$H_r(\phi_s, \phi_r) = \frac{MMF(\phi_s)}{g(\phi_r)} \quad \text{o} \quad H_r(\phi_s, \theta_r) = \frac{MMF(\phi_s)}{g(\phi_s - \theta_r)}; \quad (1.90)$$

se tiene, de la Ecuación 1.44, que

$$B_r(\phi_s, \phi_r) = \mu_0 \frac{MMF(\phi_s)}{g(\phi_r)} \quad \text{o} \quad B_r(\phi_s, \theta_r) = \mu_0 \frac{MMF(\phi_s)}{g(\phi_s - \theta_r)}. \quad (1.91)$$

La densidad de flujo del campo magnético en el entrehierro debido a la corriente en el devanado as (i_{as}), con las otras corrientes igual a cero, se obtiene sustituyendo las Ecuaciones 1.81 y 1.89 en la Ecuación 1.91. Así,

$$B_r(\phi_s, \theta_r) = \mu_0 \frac{MMF(\phi_s)}{g(\phi_s - \theta_r)} = \mu_0 \frac{N_s}{2} i_{as} \cos \phi_s [\alpha_1 - \alpha_2 \cos 2(\phi_s - \theta_r)] \quad (1.92)$$

De forma similar, la densidad de flujo con todas las corrientes igual a cero excepto i_{bs} es

$$B_r(\phi_s, \theta_r) = \mu_0 \frac{N_s}{2} i_{bs} \cos \left(\phi_s - \frac{2\pi}{3} \right) [\alpha_1 - \alpha_2 \cos 2(\phi_s - \theta_r)]. \quad (1.93)$$

Con todas las corrientes cero excepto i_{cs} , tenemos que

$$B_r(\phi_s, \theta_r) = \mu_0 \frac{N_s}{2} i_{cs} \cos\left(\phi_s + \frac{2\pi}{3}\right) [\alpha_1 - \alpha_2 \cos 2(\phi_s - \theta_r)]. \quad (1.94)$$

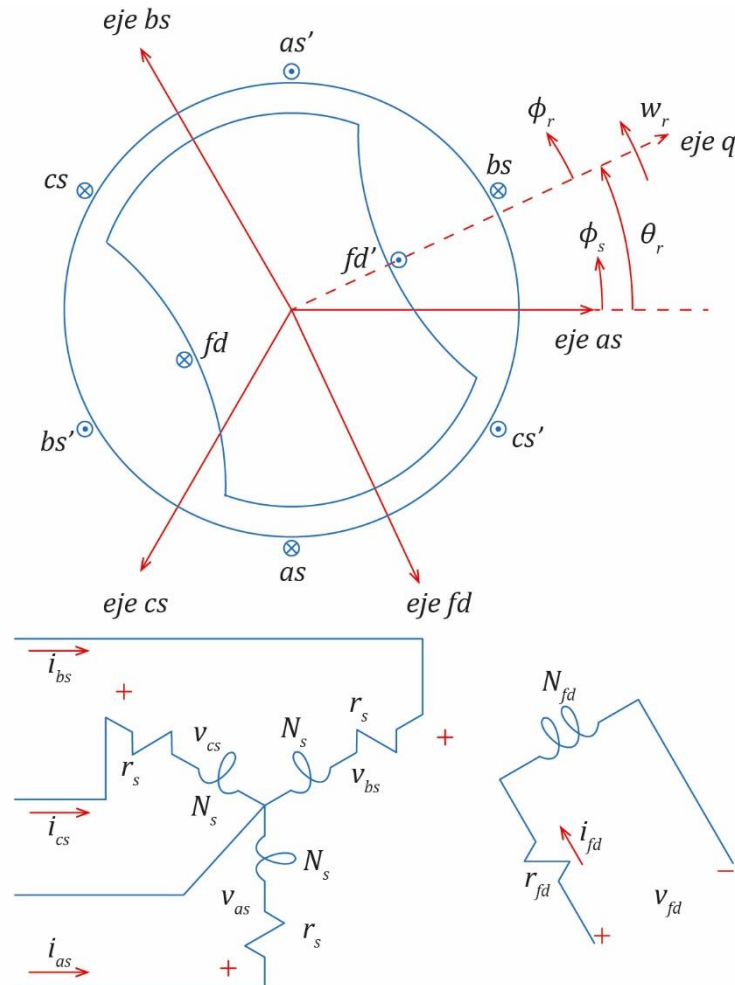


Figura 1-15. Máquina síncrona de polos salientes, tres fases, dos polos y conectada en estrella. Se denota como as , bs y cs los devanados del estator; mientras que se denota como fd al devanado de campo en el rotor. Un lado de cada bobina está representado por una x indicando que la dirección positiva de la corriente se asume descendiendo a lo largo del estator; es decir, en la dirección dentro del papel. El otro lado está representado por un punto indicando que la dirección positiva de la corriente se asume fuera del papel. ϕ_r es el desplazamiento a lo largo de la circunferencia del rotor, ϕ_s es el desplazamiento a lo largo de la circunferencia del estator, w_r es la velocidad angular del rotor y θ_r es el desplazamiento angular del rotor. Los ejes as , bs , cs y fd denotan la dirección positiva del flujo producido por cada uno de los devanados. Adaptado de "Analysis of Electric Machinery and Drive System," por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, p. 48, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers.

Se asumirá como primera aproximación que el devanado de campo está distribuido sinusoidalmente con un equivalente de N_f vueltas, como se muestra en la figura 1-16; ya sea en el caso de una máquina síncrona de polos salientes donde generalmente el devanado de campo está distribuido uniformemente y los polos están formados para aproximar una distribución sinusoidal de la fuerza magnetomotriz en el entrehierro debido al

devanado de campo, o en el caso de una máquina síncrona de rotor redondo donde el devanado de campo también está dispuesto para aproximar una distribución sinusoidal de la fuerza magnetomotriz en el entrehierro debido al devanado de campo. Así, el MMF en el entrehierro debido a la corriente i_{fd} circulando en el devanado fd puede expresarse como

$$MMF_{fd} = -\frac{N_f}{2} i_{fd} \sin \phi_r. \quad (1.95)$$

La densidad de flujo en el entrehierro debido a la corriente i_{fd} , con todas las demás corrientes igual a cero, puede expresarse como

$$B_r(\phi_r) = -\mu_0 \frac{N_f}{2} i_{fd} \sin \phi_r [\alpha_1 - \alpha_2 \cos 2\phi_r]. \quad (1.96)$$

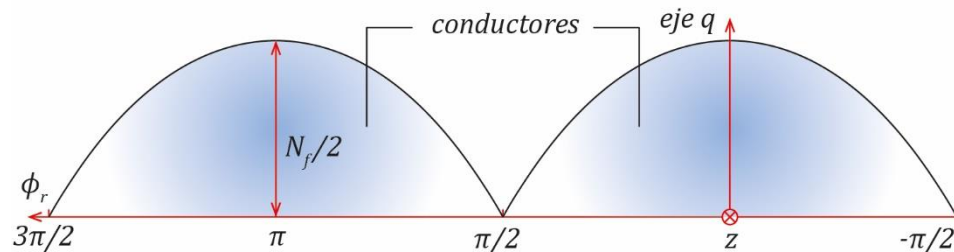


Figura 1-16 (a). Distribución equivalente del devanado de campo. El eje q representa el eje de cuadratura y ϕ_r es el desplazamiento a lo largo de la circunferencia del rotor. Adaptado de “Analysis of Electric Machinery and Drive System,” por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, p. 43, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers.

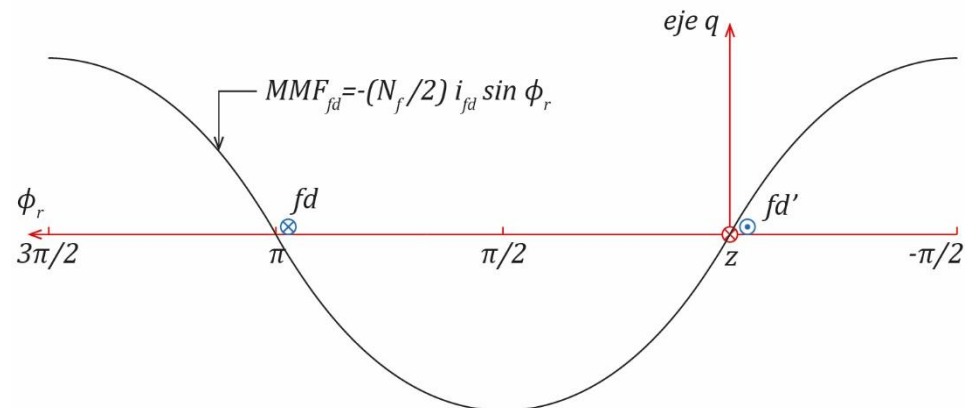


Figura 1-16 (b). Distribución sinusoidal de la fuerza magnetomotriz debido al devanado de campo equivalente. El eje q representa el eje de cuadratura y ϕ_r es el desplazamiento a lo largo de la circunferencia del rotor. Adaptado de “Analysis of Electric Machinery and Drive System,” por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, p. 43, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers.

Para determinar la autoinductancia es necesario calcular el flujo que enlaza un devanado debido a su propia corriente, y para determinar la inductancia mutua es necesario calcular el flujo que enlaza un devanado debido a la corriente que fluye en otro devanado. Consideremos los enlaces de flujo de un solo giro de un devanado

del estator que abarca π radianes y que se encuentra en ϕ_s . El flujo se determina realizando una integral de superficie sobre la superficie abierta de la simple vuelta; es decir,

$$\Phi(\phi_s, \theta_r) = \int_{\phi_s}^{\phi_s+\pi} B_r(\xi, \theta_r) r l d\xi, \quad (1.97)$$

donde Φ es el flujo enlazando una simple vuelta orientada en ϕ_s medido desde el eje as , l es la longitud axial del entrehierro de la máquina, r es la radio a la media del entrehierro y ξ es la variable ficticia de integración. Para obtener los enlaces de flujo de un devanado entero debe sumarse el flujo enlazado por cada vuelta. Dado que los devanados se consideran sinusoidalmente distribuidos y se asume también que el sistema magnético es lineal, esta sumatoria se realiza integrando sobre todos los lados de las bobinas que conducen corriente en la misma dirección.

Los enlaces de flujo total del devanado as debido a la corriente circulando solo en el devanado as es

$$\lambda_{as} = L_{ls} i_{as} + \int N_{as}(\phi_s) \Phi(\phi_s, \theta_r) d\phi = L_{ls} i_{as} + \int N_{as}(\phi_s) \left\{ \int_{\phi_s}^{\phi_s+\pi} B_r(\xi, \theta_r) r l d\xi \right\} d\phi_s, \quad (1.98)$$

donde L_{ls} es la inductancia de fuga del estator. Sustituyendo las Ecuaciones 1.79 y 1.92 en la Ecuación 1.98 se obtiene que

$$\lambda_{as} = L_{ls} i_{as} - \int_{\pi}^{2\pi} \frac{N_s}{2} \sin \phi_s \int_{\phi_s}^{\phi_s+\pi} \mu_0 \frac{N_s}{2} i_{as} \cos \xi [\alpha_1 - \alpha_2 \cos 2(\xi - \theta_r)] r l d\xi d\phi_s, \quad (1.99)$$

$$\lambda_{as} = L_{ls} i_{as} - \left(\frac{N_s}{2}\right)^2 \mu_0 i_{as} r l \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \left\{ \int_{\phi_s}^{\phi_s+\pi} [\alpha_1 \cos \xi - \alpha_2 \cos \xi \cos 2(\xi - \theta_r)] d\xi \right\} d\phi_s, \quad (1.100)$$

$$\lambda_{as} = L_{ls} i_{as} - \left(\frac{N_s}{2}\right)^2 \mu_0 i_{as} r l \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \left\{ -2\alpha_1 \sin \phi_s \right. \\ \left. - \alpha_2 \left[\sin(2\theta_r - \phi_s) - \frac{1}{3} \sin(3\theta_r - 2\phi_s) \right] \right\} d\phi_s, \quad (1.101)$$

$$\lambda_{as} = L_{ls} i_{as} - \left(\frac{N_s}{2}\right)^2 \mu_0 i_{as} r l \left[-2\alpha_1 \int_{\pi}^{2\pi} (\sin \phi_s)^2 d\phi_s - \alpha_2 \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \sin(2\theta_r - \phi_s) d\phi_s \right. \\ \left. + \frac{1}{3} \alpha_2 \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \sin(3\theta_r - 2\phi_s) d\phi_s \right], \quad (1.102)$$

$$\lambda_{as} = L_{ls} i_{as} - \left(\frac{N_s}{2}\right)^2 \mu_0 i_{as} r l \left(-\pi\alpha_1 + \frac{\pi}{2} \alpha_2 \cos \theta_r + 0 \right) \quad (1.103)$$

y

$$\lambda_{as} = L_{ls} i_{as} + \left(\frac{N_s}{2}\right)^2 \pi \mu_0 r l \left(\alpha_1 - \frac{\alpha_2}{2} \cos 2\theta_r \right) i_{as}. \quad (1.104)$$

La autoinductancia del devanado as se obtiene dividiendo la Ecuación 1.104 entre i_{as} . Así,

$$L_{asas} = L_{ls} + \left(\frac{N_s}{2}\right)^2 \pi \mu_0 r l \left(\alpha_1 - \frac{\alpha_2}{2} \cos 2\theta_r \right), \quad (1.105)$$

donde el intervalo de integración se toma de π a 2π para cumplir con la convención de que se obtiene enlaces de flujo positivo en la dirección del eje positivo as mediante la circulación de corriente supuesta.

La inductancia mutua entre los devanados as y bs se determina calculando primero el flujo enlazado del devanado as debido a la corriente que circula solo en el devanado bs . El acoplamiento magnético que puede ocurrir en las curvas finales del devanado será ignorado. Por tanto

$$\lambda_{as} = \int N_{as}(\phi_s) \int_{\phi_s}^{\phi_s+\pi} B_r(\xi, \theta_r) r l d\xi d\phi_s. \quad (1.106)$$

Sustituyendo las Ecuaciones 1.79 y 1.93 en la Ecuación 1.106 se tiene que

$$\lambda_{as} = - \int_{\pi}^{2\pi} \frac{N_s}{2} \sin \phi_s \int_{\phi_s}^{\phi_s+\pi} \mu_0 \frac{N_s}{2} i_{bs} \cos \left(\xi - \frac{2\pi}{3} \right) [\alpha_1 - \alpha_2 \cos 2(\xi - \theta_r)] r l d\xi d\phi_s, \quad (1.107)$$

$$\lambda_{as} = - \left(\frac{N_s}{2} \right)^2 \mu_0 i_{bs} r l \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \left\{ \int_{\phi_s}^{\phi_s+\pi} \left[\alpha_1 \cos \left(\xi - \frac{2\pi}{3} \right) - \alpha_2 \cos \left(\xi - \frac{2\pi}{3} \right) \cos 2(\xi - \theta_r) \right] d\xi \right\} d\phi_s, \quad (1.108)$$

$$\lambda_{as} = - \left(\frac{N_s}{2} \right)^2 \mu_0 i_{bs} r l \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \left\{ 2\alpha_1 \sin \left(\phi_s + \frac{\pi}{3} \right) - \frac{1}{3} \alpha_2 \left[\sin \left(3\phi_s - 2\theta_r + \frac{\pi}{3} \right) - 3 \cos \left(\phi_s - 2\theta_r + \frac{\pi}{6} \right) \right] \right\} d\phi_s, \quad (1.109)$$

$$\lambda_{as} = - \left(\frac{N_s}{2} \right)^2 \mu_0 i_{bs} r l \left\{ 2\alpha_1 \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \sin \left(\phi_s + \frac{\pi}{3} \right) d\phi_s - \frac{1}{3} \alpha_2 \left[\int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \sin \left(3\phi_s - 2\theta_r + \frac{\pi}{3} \right) d\phi_s - 3 \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \cos \left(\phi_s - 2\theta_r + \frac{\pi}{6} \right) d\phi_s \right] \right\} \quad (1.110)$$

y

$$\lambda_{as} = - \left(\frac{N_s}{2} \right)^2 \frac{\pi}{2} \mu_0 r l \left[\alpha_1 + \alpha_2 \cos 2 \left(\theta_r - \frac{\pi}{3} \right) \right] i_{bs}. \quad (1.111)$$

Por lo tanto, la inductancia mutua entre los devanados as y bs se obtiene dividiendo la Ecuación 1.111 entre i_{bs} .

Así,

$$L_{asbs} = - \left(\frac{N_s}{2} \right)^2 \frac{\pi}{2} \mu_0 r l \left[\alpha_1 + \alpha_2 \cos 2 \left(\theta_r - \frac{\pi}{3} \right) \right]. \quad (1.112)$$

De forma similar puede calcular la inductancia mutua entre los devanados as y cs determinando primero el flujo que enlaza el devanado as debido a la corriente que circula solo en el devanado cs . En este caso

también se ignora el acoplamiento magnético que puede ocurrir en las curvas finales del devanado. Sustituyendo las Ecuaciones 1.79 y 1.94 en la Ecuación 1.106 se tiene que

$$\lambda_{as} = - \int_{\pi}^{2\pi} \frac{N_s}{2} \sin \phi_s \int_{\phi_s}^{\phi_s+\pi} \mu_0 \frac{N_s}{2} i_{cs} \cos \left(\xi + \frac{2\pi}{3} \right) [\alpha_1 - \alpha_2 \cos 2(\xi - \theta_r)] r l d\xi d\phi_s, \quad (1.113)$$

$$\lambda_{as} = - \left(\frac{N_s}{2} \right)^2 \mu_0 i_{cs} r l \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \left\{ \int_{\phi_s}^{\phi_s+\pi} \left[\alpha_1 \cos \left(\xi + \frac{2\pi}{3} \right) - \alpha_2 \cos \left(\xi + \frac{2\pi}{3} \right) \cos 2(\xi - \theta_r) \right] d\xi \right\} d\phi_s, \quad (1.114)$$

$$\lambda_{as} = - \left(\frac{N_s}{2} \right)^2 \mu_0 i_{cs} r l \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \left\{ -2\alpha_1 \cos \left(\phi_s + \frac{\pi}{6} \right) + \frac{1}{3} \alpha_2 \left[\cos \left(3\phi_s - 2\theta_r + \frac{\pi}{6} \right) - 3 \sin \left(\phi_s - 2\theta_r + \frac{\pi}{3} \right) \right] \right\} d\phi_s, \quad (1.115)$$

$$\lambda_{as} = - \left(\frac{N_s}{2} \right)^2 \mu_0 i_{cs} r l \left\{ -2\alpha_1 \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \cos \left(\phi_s + \frac{\pi}{6} \right) d\phi_s + \frac{1}{3} \alpha_2 \left[\int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \cos \left(3\phi_s - 2\theta_r + \frac{\pi}{6} \right) d\phi_s - 3 \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \sin \left(\phi_s - 2\theta_r + \frac{\pi}{3} \right) d\phi_s \right] \right\} \quad (1.116)$$

y

$$\lambda_{as} = - \left(\frac{N_s}{2} \right)^2 \frac{\pi}{2} \mu_0 r l \left[\alpha_1 + \alpha_2 \cos 2 \left(\theta_r + \frac{\pi}{3} \right) \right] i_{bs}. \quad (1.117)$$

Por lo tanto, la inductancia mutua entre los devanados *as* y *cs* se obtiene dividiendo la Ecuación 1.117 entre *i_{cs}*. Así,

$$L_{ascs} = - \left(\frac{N_s}{2} \right)^2 \frac{\pi}{2} \mu_0 r l \left[\alpha_1 + \alpha_2 \cos 2 \left(\theta_r - \frac{\pi}{3} \right) \right]. \quad (1.118)$$

La inductancia mutua entre los devanados *as* y *fd* se determina sustituyendo la Ecuación 2.1.96, expresado en $\phi_s - \theta_r$, en la Ecuación 1.106. Así,

$$\lambda_{as} = \int_{\pi}^{2\pi} \frac{N_s}{2} \sin \phi_s \int_{\phi_s}^{\phi_s+\pi} \mu_0 \frac{N_f}{2} i_{fd} \sin(\xi - \theta_r) [\alpha_1 - \alpha_2 \cos 2(\xi - \theta_r)] r l d\xi d\phi_s, \quad (1.119)$$

$$\lambda_{as} = \frac{N_s}{2} \frac{N_f}{2} \mu_0 i_{fd} r l \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \left\{ \int_{\phi_s}^{\phi_s+\pi} \left[\alpha_1 \sin(\xi - \theta_r) - \alpha_2 \sin(\xi - \theta_r) \cos 2(\xi - \theta_r) \right] d\xi \right\} d\phi_s, \quad (1.120)$$

$$\lambda_{as} = \frac{N_s}{2} \frac{N_f}{2} \mu_0 i_{fd} r l \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \left\{ 2\alpha_1 \cos(\phi_s - \theta_r) - \frac{1}{3} \alpha_2 [\cos(3\phi_s - 3\theta_r) - 3 \cos(\phi_s - \theta_r)] \right\} d\phi_s, \quad (1.121)$$

$$\lambda_{as} = \frac{N_s}{2} \frac{N_f}{2} \mu_0 i_{fd} r l \left\{ 2\alpha_1 \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \cos(\phi_s - \theta_r) d\phi_s - \frac{1}{3} \alpha_2 \left[\int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \cos(3\phi_s - 3\theta_r) d\phi_s - 3 \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \cos(\phi_s - \theta_r) d\phi_s \right] \right\} \quad (1.122)$$

y

$$\lambda_{as} = \frac{N_s}{2} \frac{N_f}{2} \pi \mu_0 r l \left(\alpha_1 + \frac{\alpha_2}{2} \right) \sin \theta_r i_{fd}. \quad (1.123)$$

Dividiendo la Ecuación 1.123 por i_{fd} tenemos que

$$L_{asfd} = \frac{N_s}{2} \frac{N_f}{2} \pi \mu_0 r l \left(\alpha_1 + \frac{\alpha_2}{2} \right) \sin \theta_r. \quad (1.124)$$

La autoinductancia del devanado de campo puede obtenerse evaluando el flujo enlazando el devanado fd con todas las corrientes iguales a cero excepto i_{fd} . Así, considerando el devanado fd distribuido sinusoidalmente y la densidad de flujo del entrehierro expresado por la Ecuación 1.96 tenemos que

$$\lambda_{fd} = L_{lfd} i_{fd} + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \frac{N_f}{2} \cos \phi_r \int_{\phi_r}^{\phi_r + \pi} \mu_0 \frac{N_f}{2} i_{fd} \sin \xi (\alpha_1 - \alpha_2 \cos 2\xi) r l d\xi d\phi_r, \quad (1.125)$$

$$\lambda_{fd} = L_{lfd} i_{fd} + \left(\frac{N_f}{2} \right)^2 \mu_0 i_{fd} r l \int_{\pi/2}^{3\pi/2} \cos \phi_r \left\{ \int_{\phi_r}^{\phi_r + \pi} (\alpha_1 \sin \xi - \alpha_2 \sin \xi \cos 2\xi) d\xi \right\} d\phi_r, \quad (1.126)$$

$$\lambda_{fd} = L_{lfd} i_{fd} + \left(\frac{N_f}{2} \right)^2 \mu_0 i_{fd} r l \int_{\pi/2}^{3\pi/2} \cos \phi_r \left\{ 2\alpha_1 \cos \phi_r - \frac{1}{3} \alpha_2 (\cos 3\phi_r - 3 \cos \phi_r) \right\} d\phi_r, \quad (1.127)$$

$$\lambda_{fd} = L_{lfd} i_{fd} + \left(\frac{N_f}{2} \right)^2 \mu_0 i_{fd} r l \left\{ 2\alpha_1 \int_{\pi/2}^{3\pi/2} (\cos \phi_r)^2 d\phi_r - \frac{1}{3} \alpha_2 \left[\int_{\pi/2}^{3\pi/2} \cos \phi_r \cos 3\phi_r d\phi_r - 3 \int_{\pi/2}^{3\pi/2} (\cos \phi_r)^2 d\phi_r \right] \right\} \quad (1.128)$$

y

$$\lambda_{fd} = L_{lfd} i_{fd} + \left(\frac{N_f}{2} \right)^2 \pi \mu_0 r l \left(\alpha_1 + \frac{\alpha_2}{2} \right) i_{fd}; \quad (1.129)$$

del cual,

$$L_{fdfd} = L_{lfd} + \left(\frac{N_f}{2} \right)^2 \pi \mu_0 r l \left(\alpha_1 + \frac{\alpha_2}{2} \right), \quad (1.130)$$

donde L_{lfd} es la inductancia de fuga del devanado de campo.

Las restantes inductancia mutuas y auto inductancias se calculan mediante el mismo procedimiento, y todas estas inductancias pueden expresarse en forma compacta definiendo:

$$L_A = \left(\frac{N_s}{2}\right)^2 \pi \mu_0 r l \alpha_1, \quad (1.131)$$

$$L_B = \frac{1}{2} \left(\frac{N_s}{2}\right)^2 \pi \mu_0 r l \alpha_2, \quad (1.132)$$

$$L_{sfd} = \left(\frac{N_s}{2}\right) \left(\frac{N_f}{2}\right) \pi \mu_0 r l \left(\alpha_1 + \frac{\alpha_2}{2}\right) = \frac{N_{fd}}{N_s} (L_A + L_B) \quad (1.133)$$

y

$$L_{mfd} = \left(\frac{N_f}{2}\right)^2 \pi \mu_0 r l \left(\alpha_1 + \frac{\alpha_2}{2}\right) = \left(\frac{N_{fd}}{N_s}\right)^2 (L_A + L_B). \quad (1.134)$$

Por tanto

$$L_{asas} = L_{ls} + L_A - L_B \cos 2\theta_r, \quad (1.135)$$

$$L_{bsbs} = L_{ls} + L_A - L_B \cos 2\left(\theta_r - \frac{\pi}{3}\right), \quad (1.136)$$

$$L_{csbs} = L_{ls} + L_A - L_B \cos 2\left(\theta_r + \frac{\pi}{3}\right), \quad (1.137)$$

$$L_{fdfd} = L_{lfd} + L_{mfd}, \quad (1.138)$$

$$L_{asbs} = -\frac{1}{2} L_A - L_B \cos 2\left(\theta_r - \frac{\pi}{3}\right), \quad (1.139)$$

$$L_{ascs} = -\frac{1}{2} L_A - L_B \cos 2\left(\theta_r + \frac{\pi}{3}\right), \quad (1.140)$$

$$L_{bscs} = -\frac{1}{2} L_A - L_B \cos 2(\theta_r + \pi), \quad (1.141)$$

$$L_{asfd} = L_{sfd} \sin \theta_r, \quad (1.142)$$

$$L_{bsfd} = L_{sfd} \sin\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (1.143)$$

y

$$L_{csfd} = L_{sfd} \sin\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right). \quad (1.144)$$

La variación $2\theta_r$ no están presente en las inductancias de una máquina con entrehierro uniformen; es decir, máquinas sincrónicas con rotor redondo. Por tanto, las inductancias del devanado pueden determinarse de estas relaciones simplemente configurando $\alpha_2 = 0$ en las Ecuaciones 1.132 - 1.134. Con lo cual $L_B = 0$.

Las ecuaciones de voltaje de una máquina sincrónica elemental, mostrado en la Figura 1-15, son:

$$v_{as} = r_s i_{as} + \frac{d\lambda_{as}}{dt}, \quad (1.145)$$

$$v_{bs} = r_s i_{bs} + \frac{d\lambda_{bs}}{dt}, \quad (1.146)$$

$$v_{cs} = r_s i_{cs} + \frac{d\lambda_{cs}}{dt} \quad (1.147)$$

y

$$v_{fd} = r_{fd} i_{fd} + \frac{d\lambda_{fd}}{dt}; \quad (1.148)$$

donde r_s es la resistencia del devanado del estator y r_{fd} es la resistencia del devanado de campo. Los enlaces de flujo se expresan como:

$$\lambda_{as} = L_{asas} i_{as} + L_{asbs} i_{bs} + L_{ascs} i_{cs} + L_{asfd} i_{fd}, \quad (1.149)$$

$$\lambda_{bs} = L_{bsas} i_{as} + L_{bsbs} i_{bs} + L_{bscs} i_{cs} + L_{bsfd} i_{fd}, \quad (1.150)$$

$$\lambda_{cs} = L_{csas} i_{as} + L_{csbs} i_{bs} + L_{cscs} i_{cs} + L_{csfd} i_{fd} \quad (1.151)$$

y

$$\lambda_{fd} = L_{fdas} i_{as} + L_{fdbs} i_{bs} + L_{fdcs} i_{cs} + L_{fdfd} i_{fd}. \quad (1.152)$$

Claramente se puede observar la complejidad de resolución de las ecuaciones de voltaje debido a que algunas de las inductancias son función de θ_r y por tanto función de la velocidad del rotor w_r .

1.2. Teoría del marco de referencia

Para poder eliminar la dificultad de las ecuaciones de voltaje, Ecuaciones 1.145 - 1.148, es necesario realizar un cambio de variables a un marco de referencia que rota a una velocidad angular arbitraria. Las ecuaciones obtenidas a partir del marco de referencia arbitrario podrán ser modificadas para considerar marcos de referencia que giran a una velocidad angular específica.

1.2.1. Ecuación de transformación

Un cambio de variables que transforma las variables trifásicas, particularmente en secuencia *abc*, de los elementos del circuito estacionario al marco de referencia arbitrario se expresa como

$$\mathbf{f}_{qd0s} = \mathbf{K}_s \mathbf{f}_{abcs}, \quad (1.153)$$

donde

$$(\mathbf{f}_{qd0s})^T = [f_{qs} \quad f_{ds} \quad f_{0s}], \quad (1.154)$$

$$(\mathbf{f}_{abcs})^T = [f_{as} \quad f_{bs} \quad f_{cs}], \quad (1.155)$$

$$\mathbf{K}_s = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \sin \theta & \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (1.156)$$

y

$$w = \frac{d\theta}{dt}. \quad (1.157)$$

Se puede demostrar, de la transformación inversa, que

$$(\mathbf{K}_s)^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 1 \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \end{bmatrix}. \quad (1.158)$$

Además, la velocidad angular w y el desplazamiento angular θ del marco de referencia arbitrario están relacionados por

$$\theta = \int w dt, \quad (1.159)$$

o en forma de integral definida

$$\theta = \int_0^t w(\xi) d\xi + \theta(0) \quad (1.160)$$

donde ξ es la variable ficticia de integración, y f puede representar el enlace de flujo, voltaje, corriente o carga eléctrica. El subíndice s indica las variables, parámetros y transformación asociados con los circuitos estacionarios. El cambio respecto al tiempo del desplazamiento angular θ debe ser una constante; sin embargo, la velocidad angular asociada con el cambio de variables no está especificada. Así, el marco de referencia puede rotar a una velocidad angular variable o constante, o puede permanecer estacionario. Por tanto, la connotación de arbitrario deriva del hecho de que la velocidad angular de la transformación no está especificada y puede seleccionarse de forma tal que acelere la solución del sistema de ecuaciones, o para satisfacer las restricciones del sistema.

Dado que la transformación al marco de referencia arbitrario es un cambio de variable que no tiene significado físico, donde f_{as} , f_{bs} , y f_{cs} son cantidades instantáneas que pueden ser cualquier función del tiempo y no deben confundirse con fasores, es conveniente visualizar las ecuaciones de transformación como relaciones trigonométricas entre variables (figura 1-17). Por tanto, las ecuaciones de transformación pueden pensarse como si las variables f_{qs} y f_{ds} están dirigidas a lo largo de caminos ortogonales entre sí y rotando a una velocidad angular w ; con lo cual f_{as} , f_{bs} , y f_{cs} se pueden considerar como variables dirigidas a lo largo de tres caminos estacionarios desplazados 120° cada uno. Esta representación es adecuada cuando la transformación es aplicada a máquinas ac; donde las direcciones de f_{as} , f_{bs} , y f_{cs} pueden también pensarse como las direcciones de los ejes magnéticos de los devanados del estator, y las direcciones de f_{qs} y f_{ds} como las direcciones de los nuevos ejes magnéticos de los devanados, creados por el cambio de variable.

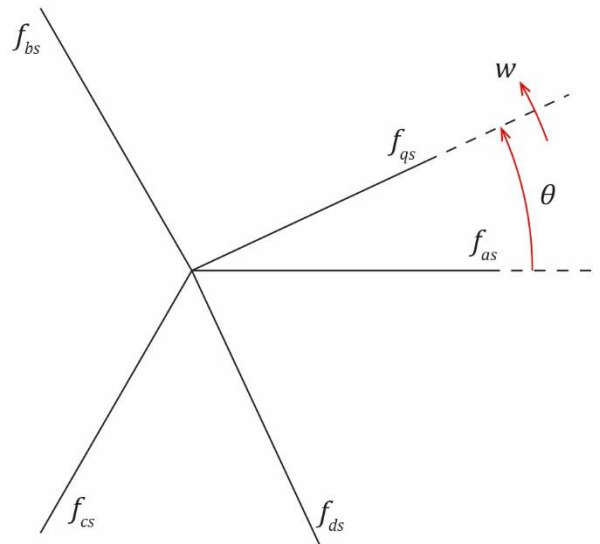


Figura 1-17. Transformación para circuitos estacionarios representados por relaciones trigonométricas. Donde f puede representar el enlace de flujo, voltaje, corriente o carga eléctrica. w es la velocidad angular y θ el desplazamiento angular del marco de referencia arbitrario. Adaptado de “Analysis of Electric Machinery and Drive System,” por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, p. 113, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers.

1.2.2. Elementos resistivos

Para un circuito resistivos triásicos tenemos que

$$\mathbf{v}_{abcs} = \mathbf{r}_s \mathbf{i}_{abcs} \quad (1.161)$$

y mediante la transformación se obtiene

$$\mathbf{v}_{qd0s} = \mathbf{K}_s \mathbf{r}_s \mathbf{K}_s^{-1} \mathbf{i}_{qd0s}. \quad (1.162)$$

Los devanados de fase del estator de una máquina sincrónica están diseñados para tener la misma resistencia, aun cuando las cargas del sistema de potencia se distribuyen entre fases de tal forma que todas las fases estén cargadas aproximadamente igual. Si los elementos distintos de cero de la matriz diagonal \mathbf{r}_s son iguales

$$\mathbf{K}_s \mathbf{r}_s \mathbf{K}_s^{-1} = \mathbf{r}_s. \quad (1.163)$$

Por tanto, si cada fase del circuito tiene la misma resistencia, la matriz de resistencias asociado con las variables de referencia arbitrarios es igual a la matriz de resistencias asociado con las variables reales. En caso de que las resistencias de cada devanado no sean iguales; es decir, que es asimétrica o desequilibrada la matriz de resistencias asociado con las variables del marco de referencia arbitrario contiene funciones senoidales de θ excepto cuando $w = 0$. Así, si las resistencias de los devanados de fase del estator de una máquina sincrónica están desbalanceadas, la transformación produce resistencias constantes solo si el marco de referencia se fija donde existe físicamente el desequilibrio.

1.2.3. Elementos inductivos

Para un circuito inductivo trifásico tenemos que

$$\mathbf{v}_{abcs} = p\lambda_{abcs}, \quad (1.164)$$

donde p es el operador d/dt . Mediante la transformación se obtiene

$$\mathbf{v}_{qd0s} = \mathbf{K}_s p[(\mathbf{K}_s)^{-1} \lambda_{qd0s}] \quad (1.165)$$

y

$$\mathbf{v}_{qd0s} = \mathbf{K}_s p[(\mathbf{K}_s)^{-1}] \lambda_{qd0s} + \mathbf{K}_s (\mathbf{K}_s)^{-1} p\lambda_{qd0s}; \quad (1.166)$$

donde

$$p[(\mathbf{K}_s)^{-1}] = w \begin{bmatrix} -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & 0 \\ -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & 0 \end{bmatrix}. \quad (1.167)$$

Por tanto,

$$\mathbf{K}_s p[(\mathbf{K}_s)^{-1}] = w \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (1.168)$$

La Ecuación 1.166 puede expresarse ahora como

$$\mathbf{v}_{qd0s} = w \lambda_{dqs} + p\lambda_{qd0s}, \quad (1.169)$$

donde

$$(\lambda_{dqs})^T = [\lambda_{ds} \quad -\lambda_{qs} \quad 0]. \quad (1.170)$$

En forma expandida la Ecuación 1.169 puede escribirse como:

$$v_{qs} = w \lambda_{ds} + p\lambda_{qs}, \quad (1.171)$$

$$v_{ds} = -w \lambda_{qs} + p\lambda_{ds} \quad (1.172)$$

y

$$v_{0s} = p\lambda_{0s}. \quad (1.173)$$

Los términos $w \lambda_{ds}$ y $-w \lambda_{qs}$ se conocen como *voltaje de velocidad* donde w es la velocidad angular del marco de referencia arbitrario. En el caso específico donde w sea igual a cero los términos de voltaje de velocidad también son cero. Este caso es válido únicamente si el marco de referencia se fija donde el circuito existe físicamente; así pues, las ecuaciones de voltaje para un circuito inductivo trifásico se convierten en la tasa de cambio de tiempo de los enlaces de flujo.

Para un sistema magnético lineal, el enlace de flujo se expresa como

$$\lambda_{abcs} = \mathbf{L}_s \mathbf{i}_{abcs}. \quad (1.174)$$

Transformando los enlaces de flujo al marco de referencia arbitrario se tiene que

$$\lambda_{qd0s} = \mathbf{K}_s \mathbf{L}_s (\mathbf{K}_s)^{-1} \mathbf{i}_{qd0s}. \quad (1.175)$$

Si \mathbf{L}_s es una matriz diagonal con todos los términos diferentes de cero iguales

$$\mathbf{K}_s \mathbf{L}_s (\mathbf{K}_s)^{-1} = \mathbf{L}_s. \quad (1.176)$$

En el caso de inductancias de fase asimétricas también aplican los comentarios realizados respecto a las resistencias de fase asimétricas o desequilibradas.

1.2.4.Elementos capacitivos

Para un circuito capacitivo trifásico tenemos que

$$\mathbf{i}_{abcs} = p \mathbf{q}_{abcs}. \quad (1.177)$$

Incorporando las variables sustitutas

$$\mathbf{i}_{qd0s} = \mathbf{K}_s p [(\mathbf{K}_s)^{-1} \mathbf{q}_{qd0s}] \quad (1.178)$$

el cual puede escribirse como

$$\mathbf{i}_{qd0s} = \mathbf{K}_s p [(\mathbf{K}_s)^{-1}] \mathbf{q}_{qd0s} + \mathbf{K}_s (\mathbf{K}_s)^{-1} p \mathbf{q}_{qd0s}. \quad (1.179)$$

Utilizando la Ecuación 1.168 tenemos que

$$\mathbf{i}_{qd0s} = w \mathbf{q}_{dqs} + p \mathbf{q}_{qd0s}, \quad (1.180)$$

donde

$$(\mathbf{q}_{dqs})^T = [q_{ds} \quad -q_{qs} \quad 0]. \quad (1.181)$$

En forma expandida tenemos que

$$i_{qs} = w q_{ds} + p q_{qs}, \quad (1.182)$$

$$i_{ds} = -w q_{qs} + p q_{ds} \quad (1.183)$$

e

$$i_{0s} = p q_{0s}. \quad (1.184)$$

Los términos $w q_{ds}$ y $-w q_{qs}$ se conocen como *corrientes de velocidad* donde w es la velocidad angular del marco de referencia arbitrario. En el caso específico donde w sea igual a cero los términos de corrientes de velocidad también son cero. Este caso es válido únicamente si el marco de referencia se fija donde el circuito existe físicamente; así pues, las ecuaciones de corriente para un circuito capacitivo trifásico se convierten en la tasa de cambio de tiempo de las cargas en el marco de referencia estacionario.

Para un sistema capacitivo lineal tenemos que

$$\mathbf{q}_{abcs} = \mathbf{C}_s \mathbf{v}_{abcs}. \quad (1.185)$$

Así, en el marco de referencia arbitrario

$$\mathbf{q}_{qd0s} = \mathbf{K}_s \mathbf{C}_s (\mathbf{K}_s)^{-1} \mathbf{v}_{qd0s}. \quad (1.186)$$

1.2.5. Marcos de referencia usados comúnmente

Los marcos de referencia comúnmente empleados en el análisis de máquinas eléctricas y sistemas de potencia son: el marco de referencia arbitrario, estacionario, de rotor y sincrónico. En la tabla 3 se proporciona información sobre cada uno de estos marcos de referencia aplicados a los circuitos estacionarios.

Tabla 3. Marcos de referencia comúnmente empleados

Velocidad angular del marco de referencia	Interpretación	Notación	
		Variables ^a	Transformación
w (sin especificar)	Variables del circuito estacionario referidas al marco de referencia arbitrario	\mathbf{f}_{qd0s}^0 f_{qs}, f_{ds}, f_{0s}	\mathbf{K}_s
0	Variables del circuito estacionario referidas al marco de referencia estacionario ^b	\mathbf{f}_{qd0s}^s $f_{qs}^s, f_{ds}^s, f_{0s}$	\mathbf{K}_s^s
w_r	Variables del circuito estacionario referidas al marco de referencia fijo en el rotor	\mathbf{f}_{qd0s}^r $f_{qs}^r, f_{ds}^r, f_{0s}$	\mathbf{K}_s^r
w_e	Variables del circuito estacionario referidas al marco de referencia sincrónico giratorio	\mathbf{f}_{qd0s}^e $f_{qs}^e, f_{ds}^e, f_{0s}$	\mathbf{K}_s^e

Nota: Adaptado de “Analysis of Electric Machinery and Drive System,” por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, p. 123, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers. Donde f puede representar el enlace de flujo, voltaje, corriente o carga eléctrica.

^a Dado que las variables $0s$ no dependen de w , indicando que estas variables no se asocian con un marco de referencia, no se emplea un índice elevado.

^b El subíndice s denota variables y transformaciones asociados con circuitos que están estacionarios a contrario de los circuitos del rotor que giran libremente.

Definimos el marco de referencia que gira sincrónicamente o el marco de referencia síncrono como aquel marco de referencia que gira a la velocidad angular eléctrica correspondiente a la frecuencia fundamental de las variables asociadas con los circuitos estacionarios. Cuando hablamos de máquinas de corriente alterna w_e es la velocidad angular eléctrica del campo magnético rotatorio del entrehierro establecidas por las corrientes del estator de frecuencia fundamental.

1.2.6. Transformación entre marcos de referencia

Es necesario establecer una transformación entre dos marcos de referencia que no involucren variables abc ; por ejemplo, del marco de referencia que gira sincrónicamente al marco de referencia del rotor. Denotamos como x al marco de referencia a partir del cual las variables están siendo transformadas, y denotamos como y el marco de referencia a la que las variables están siendo transformadas. Es decir,

$$\mathbf{f}_{qd0s}^y = {}^x\mathbf{K}^y \mathbf{f}_{qd0s}^x. \quad (1.187)$$

De la Ecuación 1.153 obtenemos que

$$\mathbf{f}_{qd0s}^x = \mathbf{K}_s^x \mathbf{f}_{abcs} \quad (1.188)$$

y

$$\mathbf{f}_{qd0s}^y = \mathbf{K}_s^y \mathbf{f}_{abcs}. \quad (1.189)$$

Reemplazando la Ecuación 1.188 en la Ecuación 1.187

$$\mathbf{f}_{qd0s}^y = {}^x\mathbf{K}^y \mathbf{K}_s^x \mathbf{f}_{abcs}. \quad (1.190)$$

De las Ecuaciones 1.189 y 1.190 observamos claramente que

$${}^x\mathbf{K}^y \mathbf{K}_s^x = \mathbf{K}_s^y, \quad (1.191)$$

y despejando ${}^x\mathbf{K}^y$ de la Ecuación 1.191 se obtiene que

$${}^x\mathbf{K}^y = \mathbf{K}_s^y (\mathbf{K}_s^x)^{-1} \quad (1.192)$$

y

$${}^x\mathbf{K}^y = \begin{bmatrix} \cos(\theta_y - \theta_x) & -\sin(\theta_y - \theta_x) & 0 \\ \sin(\theta_y - \theta_x) & \cos(\theta_y - \theta_x) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1.193)$$

Esta transformación, conocido como *rotador de vectores* o simplemente *rotador*, se puede visualizar en la relación trigonométrica entre dos conjuntos rotativos de cantidades ortogonales, como se muestra en la figura 1-18.

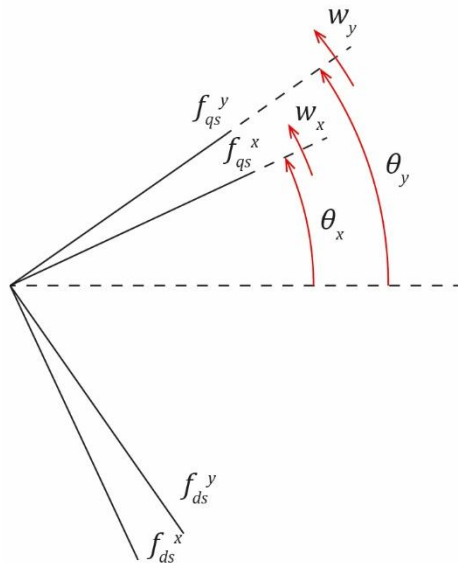


Figura 1-18. Transformación entre dos marcos de referencia representados por relaciones trigonométricas. Donde f^x representan las variables en el marco de referencia x y f^y representan las variables en el marco de referencia y . w_x (w_y) es la velocidad angular y θ_x (θ_y) el desplazamiento angular del marco de referencia x (y). Adaptado de "Analysis of Electric Machinery and Drive System," por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, p. 125, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers.

1.2.7. Transformación de un conjunto trifásico balanceado

Es importante considerar un sistema trifásico simétrico, y cuando los voltajes y corrientes forman un *conjunto trifásico balanceado* de secuencia *abc* al momento de emplear las ecuaciones de transformación. Un conjunto trifásico balanceado es aquel conjunto de cantidades sinusoidales de igual amplitud que están desplazados 120° . Es decir:

$$f_{as} = \sqrt{2} f_s \cos \theta_{ef}, \quad (1.194)$$

$$f_{bs} = \sqrt{2} f_s \cos \left(\theta_{ef} - \frac{2\pi}{3} \right) \quad (1.195)$$

y

$$f_{cs} = \sqrt{2} f_s \cos \left(\theta_{ef} + \frac{2\pi}{3} \right); \quad (1.196)$$

donde f_s puede ser una función del tiempo y

$$w_e = \frac{d\theta_{ef}}{dt}. \quad (1.197)$$

Dado que la suma de este conjunto es cero las variables $0s$ son cero.

Transformando f_{as} , f_{bs} , y f_{cs} al marco de referencia arbitrario tenemos que

$$f_{qs} = \sqrt{2} f_s \cos(\theta_{ef} - \theta), \quad (1.198)$$

$$f_{ds} = -\sqrt{2} f_s \sin(\theta_{ef} - \theta) \quad (1.199)$$

y

$$f_{0s} = 0. \quad (1.200)$$

Se puede observar que las variables qs y ds forman un conjunto bifásico balanceado en todos los marcos de referencia excepto cuando $w = w_e$. En este caso el marco de referencia gira sincrónicamente y las cantidades f_{qs} y f_{ds} se transforman en

$$f_{qs}^e = \sqrt{2} f_s \cos(\theta_{ef} - \theta_e) \quad (1.201)$$

y

$$f_{ds}^e = -\sqrt{2} f_s \sin(\theta_{ef} - \theta_e); \quad (1.202)$$

donde el desplazamiento angular θ_e es la posición angular del marco de referencia que gira sincrónicamente y ambos, θ_{ef} y θ_e , tienen una misma velocidad angular w_e . Por tanto, $\theta_{ef} - \theta_e$ es una cantidad constante que solo depende de los valores iniciales de las variables que están siendo transformados y de la posición inicial del marco de referencia que gira sincrónicamente. Esta propiedad nos indica que existe un marco de referencia donde un conjunto balanceado de amplitud constante aparecerá como constante.

1.2.8. Relación equilibrada de fasores en estado estable

Para condiciones *balanceadas en estado estable*, w_e es constante y las Ecuaciones 1.194 - 1.196 pueden expresarse como:

$$F_{as} = \sqrt{2} F_s \cos[w_e t + \theta_{ef}(0)] = \text{Re}[\sqrt{2} F_s e^{j\theta_{ef}(0)} e^{jw_e t}], \quad (1.203)$$

$$F_{bs} = \sqrt{2} F_s \cos\left[w_e t + \theta_{ef}(0) - \frac{2\pi}{3}\right] = \text{Re}\left[\sqrt{2} F_s e^{j[\theta_{ef}(0)-2\pi/3]} e^{jw_e t}\right] \quad (1.204)$$

y

$$F_{cs} = \sqrt{2} F_s \cos\left[w_e t + \theta_{ef}(0) + \frac{2\pi}{3}\right] = \text{Re}\left[\sqrt{2} F_s e^{j[\theta_{ef}(0)+2\pi/3]} e^{jw_e t}\right]. \quad (1.205)$$

Se emplea las letras mayúsculas para denotar cantidades en estado estable y $\theta_{ef}(0)$ indica el valor en tiempo cero de las variables trifásicas. Para una velocidad del marco de referencia arbitrario constante y no especificada, la transformación al marco de referencia arbitrario de las Ecuaciones 1.203, 1.204 y 1.205 pueden expresarse a partir de las Ecuaciones 1.198 y 1.199 como:

$$F_{qs} = \sqrt{2} F_s \cos[(w_e - w)t + \theta_{ef}(0) - \theta(0)] = \text{Re}\left[\sqrt{2} F_s e^{j[\theta_{ef}(0)-\theta(0)]} e^{j(w_e-w)t}\right] \quad (1.206)$$

y

$$F_{ds} = -\sqrt{2} F_s \sin[(w_e - w)t + \theta_{ef}(0) - \theta(0)] = \text{Re}\left[j\sqrt{2} F_s e^{j[\theta_{ef}(0)-\theta(0)]} e^{j(w_e-w)t}\right]. \quad (1.207)$$

De la Ecuación 1.203 el fasor que representa las variables as es

$$\tilde{F}_{as} = F_s e^{j\theta_{ef}(0)}. \quad (1.208)$$

Si w no es igual a w_e las cantidades F_{qs} y F_{ds} son cantidades sinusoidales, y de las Ecuaciones 1.206 y 1.207 tenemos que

$$\tilde{F}_{qs} = F_s e^{j[\theta_{ef}(0)-\theta(0)]} \quad (1.209)$$

y

$$\tilde{F}_{ds} = j\tilde{F}_{qs}. \quad (1.210)$$

Dado que existe la posibilidad de que w pueda ser mayor a w_e , es necesario considerar frecuencias negativas. El fasor rotará en sentido antihorario si $w < w_e$ y en sentido horario cuando $w > w_e$.

En el análisis de la operación en estado estable somos libres de seleccionar el tiempo cero. A menudo se selecciona $\theta(0) = 0$; así, de las Ecuaciones 1.208 y 1.209 se tiene que

$$\tilde{F}_{as} = \tilde{F}_{qs}. \quad (1.211)$$

Por tanto, en todos los marcos de referencia que giran asincrónicamente ($w \neq w_e$) con $\theta(0) = 0$, el fasor que representa las variables as es igual al fasor que representa las variables qs . Se puede indicar también que en condiciones balanceadas en estado estable el fasor que representa las variables de una fase solo necesita ser desplazado para representar las variables en otras fases.

Se debe analizar también el caso del marco de referencia que gira sincrónicamente donde $\mathbf{w} = \mathbf{w}_e$ y $\theta(0) = \theta_e(0)$. De las Ecuaciones 1.206 y 1.207 se tiene que

$$F_{qs}^e = \operatorname{Re} \left[\sqrt{2} F_s e^{j[\theta_{ef}(0) - \theta_e(0)]} \right] \quad (1.212)$$

y

$$F_{ds}^e = \operatorname{Re} \left[j\sqrt{2} F_s e^{j[\theta_{ef}(0) - \theta_e(0)]} \right]. \quad (1.213)$$

Si $\theta_e(0) = \theta(0) = 0$

$$F_{qs}^e = \sqrt{2} F_s \cos \theta_{ef}(0) \quad (1.214)$$

y

$$F_{ds}^e = -\sqrt{2} F_s \sin \theta_{ef}(0). \quad (1.215)$$

Así, vemos que comparando las Ecuaciones 1.208, 1.214 y 1.215 se tiene que

$$\sqrt{2} \tilde{F}_{as} = F_{qs}^e - jF_{ds}^e. \quad (1.216)$$

Dado que $\tilde{F}_{as} = \tilde{F}_{qs}$, la Ecuación 1.216 es impórtate ya que relaciona las variables de un marco de referencia que gira sincrónicamente con un fasor en todos los marcos de referencia.

2. Máquinas sincrónicas

2.1. Ecuaciones de voltaje

Para obtener las ecuaciones de voltaje en las variables de una máquina sincrónica se considera una máquina sincrónica de polos salientes, tres fases, dos polos y conectado en estrella. En este caso, a diferencia del análisis realizado anteriormente, se asume que la dirección de la corriente positiva del estator es hacia fuera de las terminales para la descripción de la acción de generación. Con la dirección positiva de los ejes magnéticos asumidos (los ejes as , bs y cs), enlaces de flujo negativo resultan debido a corrientes positivas del estator. Se considera también que los devanados del estator son idénticos y están distribuidos sinusoidalmente, desplazados 120° , con un equivalente de N_s vueltas y con resistencia r_s . El rotor está equipado con un devanado de campo y tres devanados de amortiguación. El devanado de campo (devanado fd) tiene un equivalente de N_{fd} vueltas con resistencia r_{fd} . Uno de los devanados de amortiguación tiene el mismo eje magnético que el devanado de campo. Este devanado, el devanado kd , tiene un equivalente de N_{kd} vueltas con resistencia r_{kd} . El eje magnético del segundo y tercer devanado de amortiguación, los devanados $kq1$ y $kq2$, está desplazada 90° por delante del eje magnético de los devanados fd y kd . Los devanados $kq1$ y $kq2$ tienen un equivalente de N_{kq1} y N_{kq2} vueltas, respectivamente, con resistencias r_{kq1} y r_{kq2} . Se asume que todos los devanados del rotor están distribuidos sinusoidalmente.

En la figura 2-1 se muestra los ejes magnéticos de los devanados del estator as , bs y cs , así como el eje de cuadratura (eje q) y el eje directo (eje d). El eje q es el eje magnético de los devanados $kq1$ y $kq2$ mientras que eje d es el eje magnético de los devanados fd y kd . Los devanados de amortiguación son devanados en cortocircuito que representan las rutas para las corrientes inducidas del rotor. Las corrientes pueden fluir en bobinados tipo jaula de ardilla o en el hierro real del rotor.

Debido a que se considera que la dirección positiva de la corriente del estator está fuera de las terminales, las ecuaciones de voltaje en variables de la máquina pueden expresarse como

$$\mathbf{v}_{abcs} = -\mathbf{r}_s \mathbf{i}_{abcs} + p\boldsymbol{\lambda}_{abcs} \quad (2.1)$$

y

$$\mathbf{v}_{qdr} = -\mathbf{r}_r \mathbf{i}_{qdr} + p\boldsymbol{\lambda}_{qdr}; \quad (2.2)$$

donde

$$(\mathbf{f}_{abcs})^T = [f_{as} \quad f_{bs} \quad f_{cs}] \quad (2.3)$$

y

$$(\mathbf{f}_{qdr})^T = [f_{kq1} \quad f_{kq2} \quad f_{fd} \quad f_{kd}]. \quad (2.4)$$

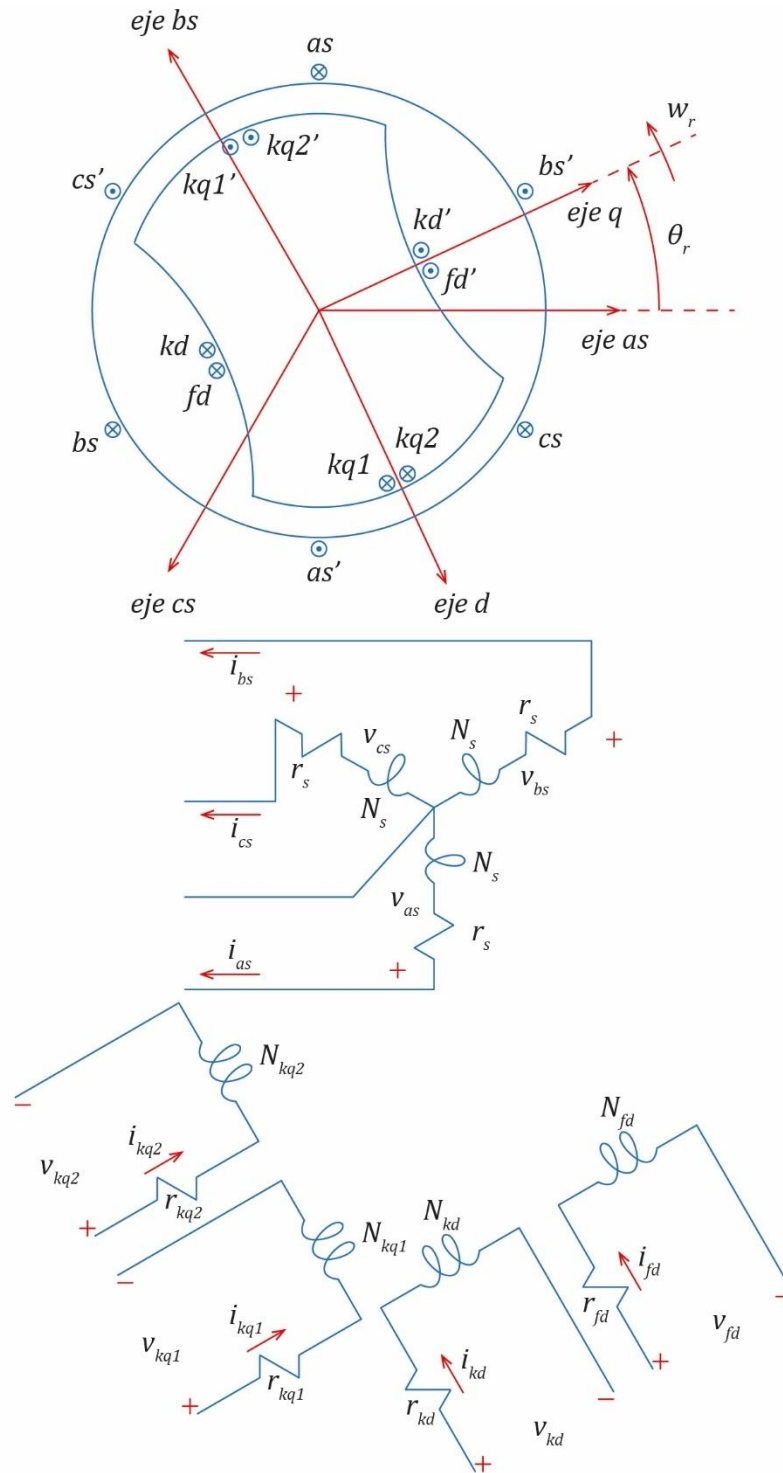


Figura 2-1. Máquina síncrona de polos salientes, tres fases, dos polos y conectado en estrella. as , bs y cs son los devanados del estator; mientras que se denota como fd , kd , $kq1$ y $kq2$ a los devanados del rotor. Un lado de cada devanado está representado por una x que indica la dirección positiva de la corriente descendiendo a lo largo del estator; es decir, en la dirección dentro del papel y el punto indica que la dirección positiva de la corriente se asume fuera del papel. θ_r es el desplazamiento angular del rotor. Los ejes as , bs , cs , d y q denotan la dirección negativa del flujo producido por cada uno de los devanados. Adaptado de “Analysis of Electric Machinery and Drive System,” por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, p. 193, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers.

En estas ecuaciones los subíndices s y r denotan variables asociados con los devanados del estator y rotor respectivamente. Las matrices \mathbf{r}_s y \mathbf{r}_r son matrices diagonales; en particular

$$\mathbf{r}_s = \text{diag}[r_s \quad r_s \quad r_s] \quad (2.5)$$

y

$$\mathbf{r}_r = \text{diag}[r_{kq1} \quad r_{kq2} \quad r_{fd} \quad r_{kd}]. \quad (2.6)$$

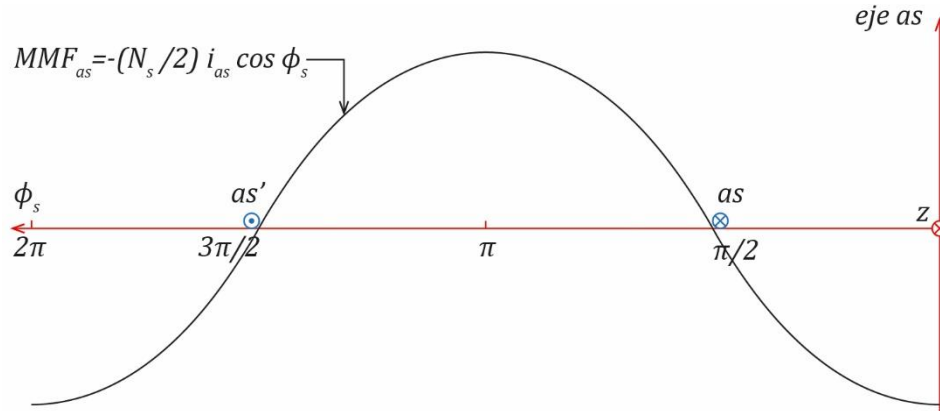


Figura 2-2. Fuerza magnetomotriz debido al devanado as con la dirección positiva de la corriente del estator fuera de las terminales. Se denota como a la dirección positiva de la corriente descendiendo a lo largo del estator, y como a' la dirección positiva de la corriente fuera del papel. ϕ_s es el desplazamiento a lo largo de la circunferencia del estator. El eje as indica la dirección positiva del flujo producido por el devanado a . Adaptado de “Analysis of Electric Machinery and Drive System,” por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, p. 43, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers.

Las ecuaciones de enlace de flujo son

$$\begin{bmatrix} \lambda_{abcs} \\ \lambda_{qdr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_s & \mathbf{L}_{sr} \\ \mathbf{L}_r & \mathbf{L}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\mathbf{i}_{abcs} \\ \mathbf{i}_{qdr} \end{bmatrix}, \quad (2.7)$$

donde $\mathbf{L}\mathbf{L} = (\mathbf{L}_{sr})^T$.

Debido a que la dirección positiva de la corriente del estator está fuera de las terminales, la fuerza magnetomotriz en el entrehierro debido al devanado as es como se muestra en la Figura 2-2. Por tanto, la densidad de flujo del campo magnético en el entrehierro debido a la corriente en el devanado as con las otras corrientes igual a cero es

$$B_r(\phi_s, \theta_r) = \mu_0 \frac{MMF(\phi_s)}{g(\phi_s - \theta_r)} = -\mu_0 \frac{N_s}{2} i_{as} \cos \phi_s [\alpha_1 - \alpha_2 \cos 2(\phi_s - \theta_r)]. \quad (2.8)$$

De forma similar, la densidad de flujo con todas las corrientes igual a cero excepto i_{bs} es

$$B_r(\phi_s, \theta_r) = -\mu_0 \frac{N_s}{2} i_{bs} \cos \left(\phi_s - \frac{2\pi}{3} \right) [\alpha_1 - \alpha_2 \cos 2(\phi_s - \theta_r)]. \quad (2.9)$$

Con todas las corrientes cero excepto i_{cs} , tenemos que

$$B_r(\phi_s, \theta_r) = -\mu_0 \frac{N_s}{2} i_{cs} \cos \left(\phi_s + \frac{2\pi}{3} \right) [\alpha_1 - \alpha_2 \cos 2(\phi_s - \theta_r)]. \quad (2.10)$$

Los enlaces de flujo total del devanado as debido a la corriente circulando solo en el devanado as , con la distribución del devanado de la Ecuación 1.79 y la Ecuación 2.8 puede escribirse como

$$\lambda_{as} = L_{ls}(-i_{as}) + \int N_{as}(\phi_s) \Phi(\phi_s, \theta_r) d\phi = L_{ls}(i_{as}) + \int N_{as}(\phi_s) \int_{\phi_s}^{\phi_s+\pi} B_r(\xi, \theta_r) r l d\xi d\phi_s, \quad (2.11)$$

$$\lambda_{as} = L_{ls}(-i_{as}) + \int_{\pi}^{2\pi} \frac{N_s}{2} \sin \phi_s \int_{\phi_s}^{\phi_s+\pi} \mu_0 \frac{N_s}{2} i_{as} \cos \xi [\alpha_1 - \alpha_2 \cos 2(\xi - \theta_r)] r l d\xi d\phi_s, \quad (2.12)$$

$$\lambda_{as} = L_{ls}(-i_{as}) + \left(\frac{N_s}{2}\right)^2 \mu_0 i_{as} r l \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \left\{ \int_{\phi_s}^{\phi_s+\pi} [\alpha_1 \cos \xi - \alpha_2 \cos \xi \cos 2(\xi - \theta_r)] d\xi \right\} d\phi_s, \quad (2.13)$$

$$\lambda_{as} = L_{ls}(-i_{as}) + \left(\frac{N_s}{2}\right)^2 \mu_0 i_{as} r l \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \left\{ -2\alpha_1 \sin \phi_s - \alpha_2 \left[\sin(2\theta_r - \phi_s) - \frac{1}{3} \sin(3\theta_r - 2\phi_s) \right] \right\} d\phi_s, \quad (2.14)$$

$$\lambda_{as} = L_{ls}(-i_{as}) + \left(\frac{N_s}{2}\right)^2 \mu_0 i_{as} r l \left[-2\alpha_1 \int_{\pi}^{2\pi} (\sin \phi_s)^2 d\phi_s - \alpha_2 \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \sin(2\theta_r - \phi_s) d\phi_s + \frac{1}{3} \alpha_2 \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \sin(3\theta_r - 2\phi_s) d\phi_s \right], \quad (2.15)$$

$$\lambda_{as} = L_{ls}(-i_{as}) + \left(\frac{N_s}{2}\right)^2 \mu_0 i_{as} r l \left(-\pi\alpha_1 + \frac{\pi}{2} \alpha_2 \cos \theta_r + 0 \right) \quad (2.16)$$

y

$$\lambda_{as} = L_{ls}(-i_{as}) + \left(\frac{N_s}{2}\right)^2 \pi \mu_0 r l \left(\alpha_1 - \frac{\alpha_2}{2} \cos 2\theta_r \right) (-i_{as}). \quad (2.17)$$

La autoinductancia del devanado as se obtiene dividiendo la Ecuación 2.17 entre $-i_{as}$. Así,

$$L_{asas} = L_{ls} + \left(\frac{N_s}{2}\right)^2 \pi \mu_0 r l \left(\alpha_1 - \frac{\alpha_2}{2} \cos 2\theta_r \right). \quad (2.18)$$

El intervalo de integración se toma de π a 2π para cumplir con la convención de que se obtiene enlaces de flujo positivo en la dirección del eje negativo as mediante la circulación de corriente asumida.

La inductancia mutua entre los devanados as y bs , se determina calculando primero el flujo enlazado del devanado as debido a la corriente que circula solo en el devanado bs . Así,

$$\lambda_{as} = \int_{\pi}^{2\pi} \frac{N_s}{2} \sin \phi_s \int_{\phi_s}^{\phi_s+\pi} \mu_0 \frac{N_s}{2} i_{bs} \cos \left(\xi - \frac{2\pi}{3} \right) [\alpha_1 - \alpha_2 \cos 2(\xi - \theta_r)] r l d\xi d\phi_s, \quad (2.19)$$

$$\lambda_{as} = \left(\frac{N_s}{2}\right)^2 \mu_0 i_{bs} rl \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \left\{ \int_{\phi_s}^{\phi_s+\pi} \left[\alpha_1 \cos\left(\xi - \frac{2\pi}{3}\right) - \alpha_2 \cos\left(\xi - \frac{2\pi}{3}\right) \cos 2(\xi - \theta_r) \right] d\xi \right\} d\phi_s, \quad (2.20)$$

$$\lambda_{as} = \left(\frac{N_s}{2}\right)^2 \mu_0 i_{bs} rl \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \left\{ 2\alpha_1 \sin\left(\phi_s + \frac{\pi}{3}\right) - \frac{1}{3}\alpha_2 \left[\sin\left(3\phi_s - 2\theta_r + \frac{\pi}{3}\right) - 3 \cos\left(\phi_s - 2\theta_r + \frac{\pi}{6}\right) \right] \right\} d\phi_s, \quad (2.21)$$

$$\lambda_{as} = \left(\frac{N_s}{2}\right)^2 \mu_0 i_{bs} rl \left\{ 2\alpha_1 \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \sin\left(\phi_s + \frac{\pi}{3}\right) d\phi_s - \frac{1}{3}\alpha_2 \left[\int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \sin\left(3\phi_s - 2\theta_r + \frac{\pi}{3}\right) d\phi_s - 3 \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \cos\left(\phi_s - 2\theta_r + \frac{\pi}{6}\right) d\phi_s \right] \right\} \quad (2.22)$$

y

$$\lambda_{as} = -\left(\frac{N_s}{2}\right)^2 \frac{\pi}{2} \mu_0 rl \left[\alpha_1 + \alpha_2 \cos 2\left(\theta_r - \frac{\pi}{3}\right) \right] (-i_{bs}). \quad (2.23)$$

Así, la inductancia mutua entre los devanados *as* y *bs* se obtiene dividiendo la Ecuación 2.23 entre $-i_{bs}$ obteniendo que

$$L_{asbs} = -\left(\frac{N_s}{2}\right)^2 \frac{\pi}{2} \mu_0 rl \left[\alpha_1 + \alpha_2 \cos 2\left(\theta_r - \frac{\pi}{3}\right) \right]. \quad (2.24)$$

La inductancia mutua entre los devanados *as* y *cs*, se determina calculando primero el flujo enlazado del devanado *as* debido a la corriente que circula solo en el devanado *cs*. Así,

$$\lambda_{as} = \int_{\pi}^{2\pi} \frac{N_s}{2} \sin \phi_s \int_{\phi_s}^{\phi_s+\pi} \mu_0 \frac{N_s}{2} i_{cs} \cos\left(\xi + \frac{2\pi}{3}\right) \left[\alpha_1 - \alpha_2 \cos 2(\xi - \theta_r) \right] rl d\xi d\phi_s, \quad (2.25)$$

$$\lambda_{as} = \left(\frac{N_s}{2}\right)^2 \mu_0 i_{cs} rl \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \left\{ \int_{\phi_s}^{\phi_s+\pi} \left[\alpha_1 \cos\left(\xi + \frac{2\pi}{3}\right) - \alpha_2 \cos\left(\xi + \frac{2\pi}{3}\right) \cos 2(\xi - \theta_r) \right] d\xi \right\} d\phi_s, \quad (2.26)$$

$$\lambda_{as} = \left(\frac{N_s}{2}\right)^2 \mu_0 i_{cs} rl \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \left\{ -2\alpha_1 \cos\left(\phi_s + \frac{\pi}{6}\right) + \frac{1}{3}\alpha_2 \left[\cos\left(3\phi_s - 2\theta_r + \frac{\pi}{6}\right) - 3 \sin\left(\phi_s - 2\theta_r + \frac{\pi}{3}\right) \right] \right\} d\phi_s, \quad (2.27)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{as} = \left(\frac{N_s}{2}\right)^2 \mu_0 i_{cs} rl \left\{ -2\alpha_1 \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \cos \left(\phi_s + \frac{\pi}{6}\right) d\phi_s \right. \\ \left. + \frac{1}{3}\alpha_2 \left[\int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \cos \left(3\phi_s - 2\theta_r + \frac{\pi}{6}\right) d\phi_s \right. \right. \\ \left. \left. - 3 \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \sin \left(\phi_s - 2\theta_r + \frac{\pi}{3}\right) d\phi_s \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.28)$$

y

$$\lambda_{as} = -\left(\frac{N_s}{2}\right)^2 \frac{\pi}{2} \mu_0 rl \left[\alpha_1 + \alpha_2 \cos 2 \left(\theta_r + \frac{\pi}{3}\right) \right] (-i_{bs}). \quad (2.29)$$

Así, la inductancia mutua entre los devanados *as* y *cs* se obtiene dividiendo la Ecuación 2.29 entre $-i_{cs}$ obteniendo que

$$L_{asc_s} = -\left(\frac{N_s}{2}\right)^2 \frac{\pi}{2} \mu_0 rl \left[\alpha_1 + \alpha_2 \cos 2 \left(\theta_r - \frac{\pi}{3}\right) \right]. \quad (2.30)$$

La fuerza magnetomotriz en el entrehierro debido a la corriente i_{kd} circulando en el devanado *kd* se expresa como

$$MMF_{kd} = -\frac{N_{kd}}{2} i_{kd} \sin \phi_r. \quad (2.31)$$

Por tanto, la inductancia mutua entre los devanados *as* y *kd* se determina de forma similar a la inductancia mutua entre los devanados *as* y *fd* (Ecuación 1.124) obteniendo que

$$\lambda_{as} = \int_{\pi}^{2\pi} \frac{N_s}{2} \sin \phi_s \int_{\phi_s}^{\phi_s+\pi} \mu_0 \frac{N_{kd}}{2} i_{kd} \sin(\xi - \theta_r) [\alpha_1 - \alpha_2 \cos 2(\xi - \theta_r)] rl d\xi d\phi_s, \quad (2.32)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{as} = \frac{N_s}{2} \frac{N_{kd}}{2} \mu_0 i_{kd} rl \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \left\{ \int_{\phi_s}^{\phi_s+\pi} [\alpha_1 \sin(\xi - \theta_r) \right. \\ \left. - \alpha_2 \sin(\xi - \theta_r) \cos 2(\xi - \theta_r)] d\xi \right\} d\phi_s, \end{aligned} \quad (2.33)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{as} = \frac{N_s}{2} \frac{N_{kd}}{2} \mu_0 i_{kd} rl \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \left\{ 2\alpha_1 \cos(\phi_s - \theta_r) \right. \\ \left. - \frac{1}{3}\alpha_2 [\cos(3\phi_s - 3\theta_r) - 3 \cos(\phi_s - \theta_r)] \right\} d\phi_s, \end{aligned} \quad (2.34)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{as} = \frac{N_s}{2} \frac{N_{kd}}{2} \mu_0 i_{kd} rl \left\{ 2\alpha_1 \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \cos(\phi_s - \theta_r) d\phi_s \right. \\ \left. - \frac{1}{3}\alpha_2 \left[\int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \cos(3\phi_s - 3\theta_r) d\phi_s - 3 \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \cos(\phi_s - \theta_r) d\phi_s \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.35)$$

y

$$\lambda_{as} = \frac{N_s}{2} \frac{N_{kd}}{2} \pi \mu_0 r l \left(\alpha_1 + \frac{\alpha_2}{2} \right) \sin \theta_r i_{kd}; \quad (2.36)$$

dividiendo la Ecuación 2.36 entre i_{kd} tenemos

$$L_{askd} = \frac{N_s}{2} \frac{N_{kd}}{2} \pi \mu_0 r l \left(\alpha_1 + \frac{\alpha_2}{2} \right) \sin \theta_r. \quad (2.37)$$

Seguimos el mismo procedimiento de la autoinductancia del devanado de campo (Ecuación 1.130), para obtener la autoinductancia del devanado de amortiguación kd . Por tanto,

$$L_{kdkd} = L_{lkd} + \left(\frac{N_{kd}}{2} \right)^2 \pi \mu_0 r l \left(\alpha_1 + \frac{\alpha_2}{2} \right). \quad (2.38)$$

Asumimos como primera aproximación que el devanado de amortiguación $kq1$ está distribuido sinusoidalmente con un equivalente de N_{kq1} vueltas, como se muestra en la figura 2-3. Así la fuerza magnetomotriz en el entrehierro debido a la corriente i_{kq1} circulando en el devanado $kq1$ ese expresa como

$$MMF_{kq1} = \frac{N_{kq1}}{2} i_{kq1} \cos \phi_r. \quad (2.39)$$

Por tanto, la inductancia mutua entre los devanados as y $kq1$ se determina de la forma siguiente

$$\lambda_{as} = - \int_{\pi}^{2\pi} \frac{N_s}{2} \sin \phi_s \int_{\phi_s}^{\phi_s+\pi} \mu_0 \frac{N_{kq1}}{2} i_{kq1} \cos(\xi - \theta_r) [\alpha_1 - \alpha_2 \cos 2(\xi - \theta_r)] r l d\xi d\phi_s, \quad (2.40)$$

$$\lambda_{as} = - \frac{N_s}{2} \frac{N_{kq1}}{2} \mu_0 i_{kq1} r l \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \left\{ \int_{\phi_s}^{\phi_s+\pi} [\alpha_1 \cos(\xi - \theta_r) - \alpha_2 \cos(\xi - \theta_r) \cos 2(\xi - \theta_r)] d\xi \right\} d\phi_s, \quad (2.41)$$

$$\lambda_{as} = - \frac{N_s}{2} \frac{N_{kq1}}{2} \mu_0 i_{kq1} r l \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \left\{ -2\alpha_1 \sin(\phi_s - \theta_r) + \frac{1}{3} \alpha_2 [\sin(3\phi_s - 3\theta_r) + 3 \sin(\phi_s - \theta_r)] \right\} d\phi_s, \quad (2.42)$$

$$\lambda_{as} = - \frac{N_s}{2} \frac{N_{kq1}}{2} \mu_0 i_{kq1} r l \left\{ -2\alpha_1 \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \sin(\phi_s - \theta_r) d\phi_s + \frac{1}{3} \alpha_2 \left[\int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \sin(3\phi_s - 3\theta_r) d\phi_s + 3 \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_s \sin(\phi_s - \theta_r) d\phi_s \right] \right\} \quad (2.43)$$

y

$$\lambda_{as} = \frac{N_s}{2} \frac{N_{kq1}}{2} \pi \mu_0 r l \left(\alpha_1 - \frac{\alpha_2}{2} \right) \cos \theta_r i_{kq1}; \quad (2.44)$$

dividiendo la Ecuación 2.44 por i_{kq1} tenemos que

$$L_{askq1} = \frac{N_s}{2} \frac{N_{kq1}}{2} \pi \mu_0 r l \left(\alpha_1 - \frac{\alpha_2}{2} \right) \cos \theta_r. \quad (2.45)$$

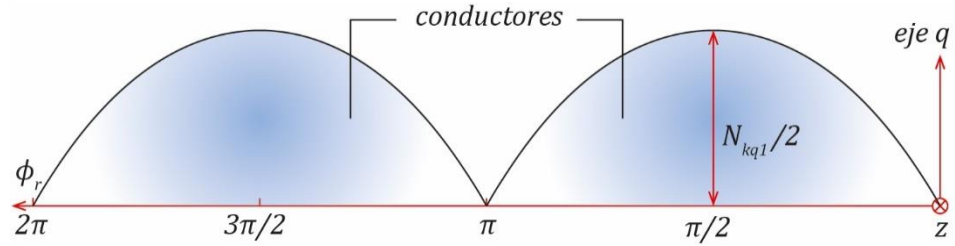


Figura 2-3 (a). Distribución equivalente del devanado de amortiguación $kq1$. El eje q representa el eje de cuadratura y ϕ_r es el desplazamiento a lo largo de la circunferencia del rotor. Adaptado de "Analysis of Electric Machinery and Drive System," por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, p. 43, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers.

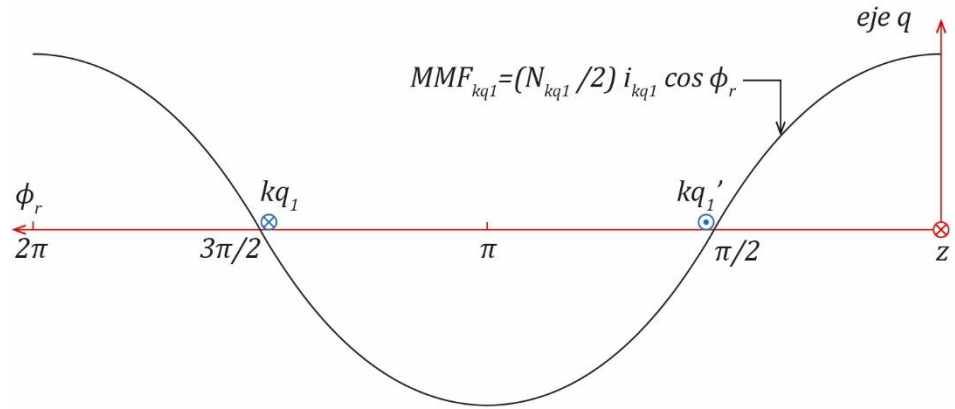


Figura 2-3 (b). Distribución sinusoidal de la fuerza magnetomotriz debido al devanado de amortiguación $kq1$. El eje q representa el eje de cuadratura y ϕ_r es el desplazamiento a lo largo de la circunferencia del rotor. Adaptado de "Analysis of Electric Machinery and Drive System," por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, p. 43, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers.

La autoinductancia del devanado de amortiguación $kq1$ puede obtenerse evaluando el flujo enlazado del devanado $kq1$ con todas las corrientes iguales a cero excepto i_{kq1} . Así,

$$\lambda_{kq1} = L_{lkq1} i_{kq1} - \int_{\pi}^{2\pi} \frac{N_{kq1}}{2} \sin \phi_r \int_{\phi_r}^{\phi_r + \pi} \mu_0 \frac{N_{kq1}}{2} i_{kq1} \cos \xi (\alpha_1 - \alpha_2 \cos 2\xi) r l d\xi d\phi_r, \quad (2.46)$$

$$\lambda_{kq1} = L_{lkq1} i_{kq1} - \left(\frac{N_{kq1}}{2}\right)^2 \mu_0 i_{kq1} r l \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_r \left\{ \int_{\phi_r}^{\phi_r + \pi} (\alpha_1 \cos \xi - \alpha_2 \cos \xi \cos 2\xi) d\xi \right\} d\phi_r, \quad (2.47)$$

$$\lambda_{kq1} = L_{lkq1} i_{kq1} - \left(\frac{N_{kq1}}{2}\right)^2 \mu_0 i_{kq1} r l \int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_r \left\{ -2\alpha_1 \sin \phi_r + \frac{1}{3} \alpha_2 (\sin 3\phi_r + 3 \sin \phi_r) \right\} d\phi_r, \quad (2.48)$$

$$\lambda_{kq1} = L_{lkq1} i_{kq1} - \left(\frac{N_{kq1}}{2}\right)^2 \mu_0 i_{kq1} r l \left\{ -2 \alpha_1 \int_{\pi}^{2\pi} (\sin \phi_r)^2 d\phi_r \right. \\ \left. + \frac{1}{3} \alpha_2 \left[\int_{\pi}^{2\pi} \sin \phi_r \sin 3\phi_r d\phi_r + 3 \int_{\pi}^{2\pi} (\sin \phi_r)^2 d\phi_r \right] \right\} \quad (2.49)$$

y

$$\lambda_{kq1} = L_{lkq1} i_{kq1} + \left(\frac{N_{kq1}}{2}\right)^2 \pi \mu_0 r l \left(\alpha_1 - \frac{\alpha_2}{2}\right) i_{kq1}; \quad (2.50)$$

del cual

$$L_{kq1kq1} = L_{lkq1} + \left(\frac{N_{kq1}}{2}\right)^2 \pi \mu_0 r l \left(\alpha_1 - \frac{\alpha_2}{2}\right), \quad (2.51)$$

donde L_{lkq1} es la inductancia de fuga del devanado de amortiguación $kq1$.

Las restantes inductancia mutuas y auto inductancias se calculan mediante el mismo procedimiento, y empleando las Ecuaciones 1.131 - 1.134 estas inductancias mutuas y auto inductancias pueden expresarse como

$$L_{asas} = L_{ls} + L_A - L_B \cos 2\theta_r, \quad (2.52)$$

$$L_{bsbs} = L_{ls} + L_A - L_B \cos 2\left(\theta_r - \frac{\pi}{3}\right), \quad (2.53)$$

$$L_{cscs} = L_{ls} + L_A - L_B \cos 2\left(\theta_r + \frac{\pi}{3}\right), \quad (2.54)$$

$$L_{fdfd} = L_{lfd} + \left(\frac{N_{fd}}{N_s}\right)^2 (L_A + L_B), \quad (2.55)$$

$$L_{kdkd} = L_{lfd} + \left(\frac{N_{kd}}{N_s}\right)^2 (L_A + L_B), \quad (2.56)$$

$$L_{kq1kq1} = L_{lkq1} + \left(\frac{N_{kq1}}{N_s}\right)^2 (L_A - L_B), \quad (2.57)$$

$$L_{kq2kq2} = L_{lkq2} + \left(\frac{N_{kq2}}{N_s}\right)^2 (L_A - L_B), \quad (2.58)$$

$$L_{asbs} = -\frac{1}{2} L_A - L_B \cos 2\left(\theta_r - \frac{\pi}{3}\right), \quad (2.59)$$

$$L_{ascs} = -\frac{1}{2} L_A - L_B \cos 2\left(\theta_r + \frac{\pi}{3}\right), \quad (2.60)$$

$$L_{bscs} = -\frac{1}{2} L_A - L_B \cos 2(\theta_r + \pi), \quad (2.61)$$

$$L_{fdkd} = \frac{N_{fd} N_{kd}}{(N_s)^2} (L_A + L_B), \quad (2.62)$$

$$L_{kq1kq2} = \frac{N_{kq1} N_{kq2}}{(N_s)^2} (L_A - L_B), \quad (2.63)$$

$$L_{asfd} = \frac{N_{fd}}{N_s} (L_A + L_B) \sin \theta_r, \quad (2.64)$$

$$L_{bsfd} = \frac{N_{fd}}{N_s} (L_A + L_B) \sin \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right), \quad (2.65)$$

$$L_{csfd} = \frac{N_{fd}}{N_s} (L_A + L_B) \sin \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right), \quad (2.66)$$

$$L_{askd} = \frac{N_{kd}}{N_s} (L_A + L_B) \sin \theta_r, \quad (2.67)$$

$$L_{bskd} = \frac{N_{kd}}{N_s} (L_A + L_B) \sin \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right), \quad (2.68)$$

$$L_{cskd} = \frac{N_{kd}}{N_s} (L_A + L_B) \sin \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right), \quad (2.69)$$

$$L_{askq1} = \frac{N_{kq1}}{N_s} (L_A - L_B) \cos \theta_r, \quad (2.70)$$

$$L_{bskq1} = \frac{N_{kq1}}{N_s} (L_A - L_B) \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right), \quad (2.71)$$

$$L_{cskq1} = \frac{N_{kq1}}{N_s} (L_A - L_B) \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right), \quad (2.72)$$

$$L_{askq2} = \frac{N_{kq2}}{N_s} (L_A - L_B) \cos \theta_r, \quad (2.73)$$

$$L_{bskq2} = \frac{N_{kq2}}{N_s} (L_A - L_B) \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) \quad (2.74)$$

y

$$L_{cskq2} = \frac{N_{kq2}}{N_s} (L_A - L_B) \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right). \quad (2.75)$$

Se puede notar que muchas de estas ecuaciones son iguales a las obtenidas en las Ecuaciones 1.135 - 1.144. Empleando los cambios de variable

$$L_{mq} = \frac{3}{2} (L_A - L_B) \quad (2.76)$$

y

$$L_{md} = \frac{3}{2} (L_A + L_B); \quad (2.77)$$

y

$$L_{skq1} = \left(\frac{N_{kq1}}{N_s} \right) \left(\frac{2}{3} \right) L_{mq}, \quad (2.78)$$

$$L_{skq2} = \left(\frac{N_{kq2}}{N_s} \right) \left(\frac{2}{3} \right) L_{mq}, \quad (2.79)$$

$$L_{sfd} = \left(\frac{N_{fd}}{N_s}\right) \left(\frac{2}{3}\right) L_{md}, \quad (2.80)$$

$$L_{skd} = \left(\frac{N_{kd}}{N_s}\right) \left(\frac{2}{3}\right) L_{md}, \quad (2.81)$$

$$L_{mkq1} = \left(\frac{N_{kq1}}{N_s}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right) L_{mq}, \quad (2.82)$$

$$L_{mkq2} = \left(\frac{N_{kq2}}{N_s}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right) L_{mq}, \quad (2.83)$$

$$L_{mfd} = \left(\frac{N_{fd}}{N_s}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right) L_{md}, \quad (2.84)$$

$$L_{mkd} = \left(\frac{N_{kd}}{N_s}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right) L_{md}, \quad (2.85)$$

$$L_{kq1kq2} = \left(\frac{N_{kq2}}{N_{kq1}}\right) L_{mkq1} = \left(\frac{N_{kq1}}{N_{kq2}}\right) L_{mkq2} \quad (2.86)$$

y

$$L_{fdkd} = \left(\frac{N_{kd}}{N_{fd}}\right) L_{mfd} = \left(\frac{N_{fd}}{N_{kd}}\right) L_{mkd}, \quad (2.87)$$

se obtienen las matrices de inductancias de la ecuación matricial de enlace de flujo mostrado en la Ecuación 2.7.

Así,

$$\mathbf{L}_s = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_A - L_B \cos 2\theta_r & -\frac{1}{2}L_A - L_B \cos 2\left(\theta_r - \frac{\pi}{3}\right) & -\frac{1}{2}L_A - L_B \cos 2\left(\theta_r + \frac{\pi}{3}\right) \\ -\frac{1}{2}L_A - L_B \cos 2\left(\theta_r - \frac{\pi}{3}\right) & L_{ls} + L_A - L_B \cos 2\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & -\frac{1}{2}L_A - L_B \cos 2(\theta_r + \pi) \\ -\frac{1}{2}L_A - L_B \cos 2\left(\theta_r + \frac{\pi}{3}\right) & -\frac{1}{2}L_A - L_B \cos 2(\theta_r + \pi) & L_{ls} + L_A - L_B \cos 2\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix}, \quad (2.88)$$

$$\mathbf{L}_{sr} = \begin{bmatrix} L_{skq1} \cos \theta_r & L_{skq2} \cos \theta_r & L_{sfd} \sin \theta_r & L_{skd} \cos \theta_r \\ L_{skq1} \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & L_{skq2} \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & L_{sfd} \sin\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & L_{skd} \sin\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \\ L_{skq1} \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & L_{skq2} \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & L_{sfd} \sin\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & L_{skd} \sin\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix}, \quad (2.89)$$

$$\mathbf{L}_r = \begin{bmatrix} L_{lkq1} + L_{mkq1} & L_{kq1kq2} & 0 & 0 \\ L_{kq1kq2} & L_{lkq2} + L_{mkq2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{lfd} + L_{mfd} & L_{fdkd} \\ 0 & 0 & L_{fdkd} & L_{lkd} + L_{mkd} \end{bmatrix} \quad (2.90)$$

y

$$\mathbf{L}\mathbf{L} = (\mathbf{L}_{sr})^T. \quad (2.91)$$

Con las variables de sustitución, que refieren las variables del rotor a los devanados del estator,

$$i'_j = \left(\frac{2}{3}\right) \left(\frac{N_j}{N_s}\right) i_j, \quad (2.92)$$

$$v'_j = \left(\frac{N_s}{N_j}\right) v_j \quad (2.93)$$

y

$$\lambda'_j = \left(\frac{N_s}{N_j}\right) \lambda_j, \quad (2.94)$$

donde j puede ser $kq1$, $kq2$, fd o kd , los enlaces de flujo pueden escribirse como

$$\begin{bmatrix} \lambda_{abcs} \\ \lambda'_{qdr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_s & \mathbf{L}'_{sr} \\ \frac{2}{3}(\mathbf{L}'_{sr})^T & \mathbf{L}'_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\mathbf{i}_{abcs} \\ \mathbf{i}'_{qdr} \end{bmatrix}, \quad (2.95)$$

donde \mathbf{L}_s se define por la Ecuación 2.88,

$$\mathbf{L}'_{sr} = \begin{bmatrix} L_{mq} \cos \theta_r & L_{mq} \cos \theta_r & L_{md} \sin \theta_r & L_{md} \cos \theta_r \\ L_{mq} \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & L_{mq} \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & L_{md} \sin \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & L_{md} \sin \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \\ L_{mq} \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & L_{mq} \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & L_{md} \sin \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & L_{md} \sin \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \quad (2.96)$$

y

$$\mathbf{L}'_r = \begin{bmatrix} L'_{lkq1} + L_{mq} & L_{mq} & 0 & 0 \\ L_{mq} & L'_{lkq2} + L_{mq} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L'_{lfd} + L_{md} & L_{md} \\ 0 & 0 & L_{md} & L'_{lkd} + L_{md} \end{bmatrix}. \quad (2.97)$$

Además, las ecuaciones de voltaje expresados en términos de las variables de la máquina referidos a los devanados del estator son

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{abcs} \\ \mathbf{v}'_{qdr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_s + p\mathbf{L}_s & p\mathbf{L}'_{sr} \\ \frac{2}{3}p(\mathbf{L}'_{sr})^T & \mathbf{r}'_r + p\mathbf{L}'_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\mathbf{i}_{abcs} \\ \mathbf{i}'_{qdr} \end{bmatrix}. \quad (2.98)$$

En las Ecuaciones 2.97 y 2.98 tenemos que

$$r'_j = \left(\frac{3}{2}\right) \left(\frac{N_s}{N_j}\right)^2 r_j \quad (2.99)$$

y

$$L'_{lj} = \left(\frac{3}{2}\right) \left(\frac{N_s}{N_j}\right)^2 L_{lj}; \quad (2.100)$$

donde, nuevamente, j puede ser $kq1$, $kq2$, fd o kd .

2.2. Ecuaciones de voltaje del estator en variables de un marco de referencia arbitrario

Las ecuaciones de voltaje para los devanados del estor pueden escribirse en el marco de referencia arbitrario como

$$\mathbf{v}_{qd0s} = -\mathbf{r}_s \mathbf{i}_{qd0s} + w \boldsymbol{\lambda}_{dqs} + p \boldsymbol{\lambda}'_{qd0s}, \quad (2.101)$$

donde

$$(\boldsymbol{\lambda}_{dqs})^T = [\lambda_{ds} \quad -\lambda_{qs} \quad 0]. \quad (2.102)$$

La única restricción a esta ecuación es que la resistencia de cada fase sea el mismo; de otra forma, el primer término del lado derecho debe escribirse como $-\mathbf{K}_s \mathbf{r}_s (\mathbf{K}_s)^{-1} \mathbf{i}_{qd0s}$.

Dado que las variables del rotor nos son transformados, las ecuaciones de voltaje del rotor solo se modifican debido a la proporción de vueltas apropiadas e incluyendo el índice elevado r utilizado para denotar el marco de referencia del rotor. Por tanto,

$$\mathbf{v}'_{qdr} = \mathbf{r}'_r \mathbf{i}'_{qdr} + p \boldsymbol{\lambda}'_{r qdr}, \quad (2.103)$$

Para un sistema magnéticamente lineal las ecuaciones de enlace de flujo pueden expresarse de la Ecuación 2.7 incorporando la transformación de las variables del estator al marco de referencia arbitrario. Así,

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_{qd0s} \\ \boldsymbol{\lambda}'_{r qdr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s \mathbf{L}_s (\mathbf{K}_s)^{-1} & \mathbf{K}_s \mathbf{L}'_{sr} \\ \frac{2}{3} (\mathbf{L}'_{sr})^T (\mathbf{K}_s)^{-1} & \mathbf{L}'_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\mathbf{i}_{qd0s} \\ \mathbf{i}'_{r qdr} \end{bmatrix}. \quad (2.104)$$

Desarrollando los términos de la matriz de inductancias de la Ecuación 2.104 se muestra que son de naturaleza sinusoidal y son función de $\theta - \theta_r$, excepto la matriz \mathbf{L}'_r . Por tanto, $\mathbf{K}_s \mathbf{L}_s (\mathbf{K}_s)^{-1}$, $\mathbf{K}_s \mathbf{L}'_{sr}$ y $(2/3) (\mathbf{L}'_{sr})^T (\mathbf{K}_s)^{-1}$ son constantes solo si $w = w_r$. Esto demuestra que las inductancias que varían con el tiempo son eliminadas solo si el marco de referencia esta fija en el rotor.

2.3. Ecuaciones de voltaje con variables en el marco de referencia del rotor: Ecuaciones de Park

Con el propósito de eliminar las inductancias que varían con el tiempo, en las ecuaciones de voltaje, Robert H. Park transformo las variables del estator al marco de referencia fijo en el rotor. Las Ecuaciones de Park se obtienen de las Ecuaciones 2.101 y 2.103, configurando la velocidad del marco de referencia arbitrario igual a la velocidad angular eléctrica del rotor ($w = w_r$). Así,

$$\mathbf{v}'_{qd0s} = -\mathbf{r}_s \mathbf{i}'_{qd0s} + w_r \boldsymbol{\lambda}'_{dqs} + p \boldsymbol{\lambda}'_{qd0s} \quad (2.105)$$

y

$$\mathbf{v}'_{qdr} = \mathbf{r}'_r \mathbf{i}'_{qdr} + p \boldsymbol{\lambda}'_{r qdr}; \quad (2.106)$$

donde

$$(\boldsymbol{\lambda}'_{dqs})^T = [\lambda^r_{ds} \quad -\lambda^r_{qs} \quad 0]. \quad (2.107)$$

Para un sistema magnéticamente lineal los enlaces de flujo pueden expresarse en el marco de referencia del rotor, configurando en la Ecuación 2.7 que $\theta = \theta_r$; de lo cual \mathbf{K}_s se convierte en \mathbf{K}_s^r . Así,

$$\begin{bmatrix} \lambda_{qd0s}^r \\ \lambda_{qdr}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s^r \mathbf{L}_s (\mathbf{K}_s^r)^{-1} & \mathbf{K}_s^r \mathbf{L}'_{sr} \\ \frac{2}{3} (\mathbf{L}'_{sr})^T (\mathbf{K}_s^r)^{-1} & \mathbf{L}'_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_{qd0s}^r \\ i_{qdr}^r \end{bmatrix}, \quad (2.108)$$

donde

$$\mathbf{K}_s^r \mathbf{L}_s (\mathbf{K}_s^r)^{-1} = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_{mq} & 0 & 0 \\ 0 & L_{ls} + L_{md} & 0 \\ 0 & 0 & L_{ls} \end{bmatrix}, \quad (2.109)$$

$$\mathbf{K}_s^r \mathbf{L}'_{sr} = \begin{bmatrix} L_{mq} & L_{mq} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{md} & L_{md} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.110)$$

y

$$\frac{2}{3} (\mathbf{L}'_{sr})^T (\mathbf{K}_s^r)^{-1} = \begin{bmatrix} L_{mq} & 0 & 0 \\ L_{mq} & 0 & 0 \\ 0 & L_{md} & 0 \\ 0 & L_{md} & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.111)$$

Podemos escribir las ecuaciones de voltaje de Park en forma expandida de las Ecuaciones 2.105 y 2.106.

Así,

$$v_{qs}^r = -r_s i_{qs}^r + w_r \lambda_{ds}^r + p \lambda_{qs}^r, \quad (2.112)$$

$$v_{ds}^r = -r_s i_{ds}^r - w_r \lambda_{qs}^r + p \lambda_{ds}^r, \quad (2.113)$$

$$v_{0s} = -r_s i_{0s} + p \lambda_{0s}, \quad (2.114)$$

$$v'_{kq1} = r'_{kq1} i'_{kq1} + p \lambda'_{kq1}, \quad (2.115)$$

$$v'_{kq2} = r'_{kq2} i'_{kq2} + p \lambda'_{kq2}, \quad (2.116)$$

$$v'_{fd} = r'_{fd} i'_{fd} + p \lambda'_{fd} \quad (2.117)$$

y

$$v'^r_{kd} = r'_{kd} i'^r_{kd} + p \lambda'^r_{kd}. \quad (2.118)$$

Sustituyendo las Ecuaciones 2.109 - 2.111 y 2.97 en la Ecuación 2.108 tenemos las expresiones para los enlaces de flujo como

$$\lambda_{qs}^r = -L_{ls} i_{qs}^r + L_{mq} (-i_{qs}^r + i'^r_{kq1} + i'^r_{kq2}), \quad (2.119)$$

$$\lambda_{ds}^r = -L_{ls} i_{ds}^r + L_{md} (-i_{ds}^r + i'^r_{fd} + i'^r_{kd}), \quad (2.120)$$

$$\lambda_{0s} = -L_{ls} i_{0s}, \quad (2.121)$$

$$\lambda'_{kq1} = L'_{lkq1} i'^r_{kq1} + L_{mq} (-i_{qs}^r + i'^r_{kq1} + i'^r_{kq2}), \quad (2.122)$$

$$\lambda'_{kq2} = L'_{lkq2} i'^r_{kq2} + L_{mq} (-i_{qs}^r + i'^r_{kq1} + i'^r_{kq2}), \quad (2.123)$$

$$\lambda'^r_{fd} = L'_{lfd} i'^r_{fd} + L_{md}(-i^r_{ds} + i'^r_{fd} + i'^r_{kd}) \quad (2.124)$$

y

$$\lambda'^r_{kd} = L'_{lkd} i'^r_{kd} + L_{md}(-i^r_{ds} + i'^r_{fd} + i'^r_{kd}). \quad (2.125)$$

Las ecuaciones de voltaje y enlace de flujo se muestran como circuitos equivalentes en la figura 2-4.

Para el análisis que se realizará es conveniente expresar las ecuaciones de voltaje y enlace de flujo en términos de reactancias en lugar de inductancias. Así, las Ecuaciones 2.112 - 2.118 pueden escribirse como

$$v^r_{qs} = -r_s i^r_{qs} + \frac{w_r}{w_b} \psi^r_{ds} + \frac{p}{w_b} \psi^r_{qs}, \quad (2.126)$$

$$v^r_{ds} = -r_s i^r_{ds} - \frac{w_r}{w_b} \psi^r_{qs} + \frac{p}{w_b} \psi^r_{ds}, \quad (2.127)$$

$$v_{0s} = -r_s i_{0s} + \frac{p}{w_b} \psi_{0s}, \quad (2.128)$$

$$v'^r_{kq1} = r'_{kq1} i'^r_{kq1} + \frac{p}{w_b} \psi'^r_{kq1}, \quad (2.129)$$

$$v'^r_{kq2} = r'_{kq2} i'^r_{kq2} + \frac{p}{w_b} \psi'^r_{kq2}, \quad (2.130)$$

$$v'^r_{fd} = r'_{fd} i'^r_{fd} + \frac{p}{w_b} \psi'^r_{fd} \quad (2.131)$$

y

$$v'^r_{kd} = r'_{kd} i'^r_{kd} + \frac{p}{w_b} \psi'^r_{kd}; \quad (2.132)$$

donde w_b es la velocidad angular eléctrica base usado para calcular las reactancias inductivas. Los enlaces de flujo por segundo son

$$\psi^r_{qs} = -X_{ls} i^r_{qs} + X_{mq}(-i^r_{qs} + i'^r_{kq1} + i'^r_{kq2}), \quad (2.133)$$

$$\psi^r_{ds} = -X_{ls} i^r_{ds} + X_{md}(-i^r_{ds} + i'^r_{fd} + i'^r_{kd}), \quad (2.134)$$

$$\psi_{0s} = -X_{ls} i_{0s}, \quad (2.135)$$

$$\psi'^r_{kq1} = X'_{lkq1} i'^r_{kq1} + X_{mq}(-i^r_{qs} + i'^r_{kq1} + i'^r_{kq2}), \quad (2.136)$$

$$\psi'^r_{kq2} = X'_{lkq2} i'^r_{kq2} + X_{mq}(-i^r_{qs} + i'^r_{kq1} + i'^r_{kq2}), \quad (2.137)$$

$$\psi'^r_{fd} = X'_{lfd} i'^r_{fd} + X_{md}(-i^r_{ds} + i'^r_{fd} + i'^r_{kd}) \quad (2.138)$$

y

$$\psi'^r_{kd} = X'_{lkd} i'^r_{kd} + X_{md}(-i^r_{ds} + i'^r_{fd} + i'^r_{kd}). \quad (2.139)$$

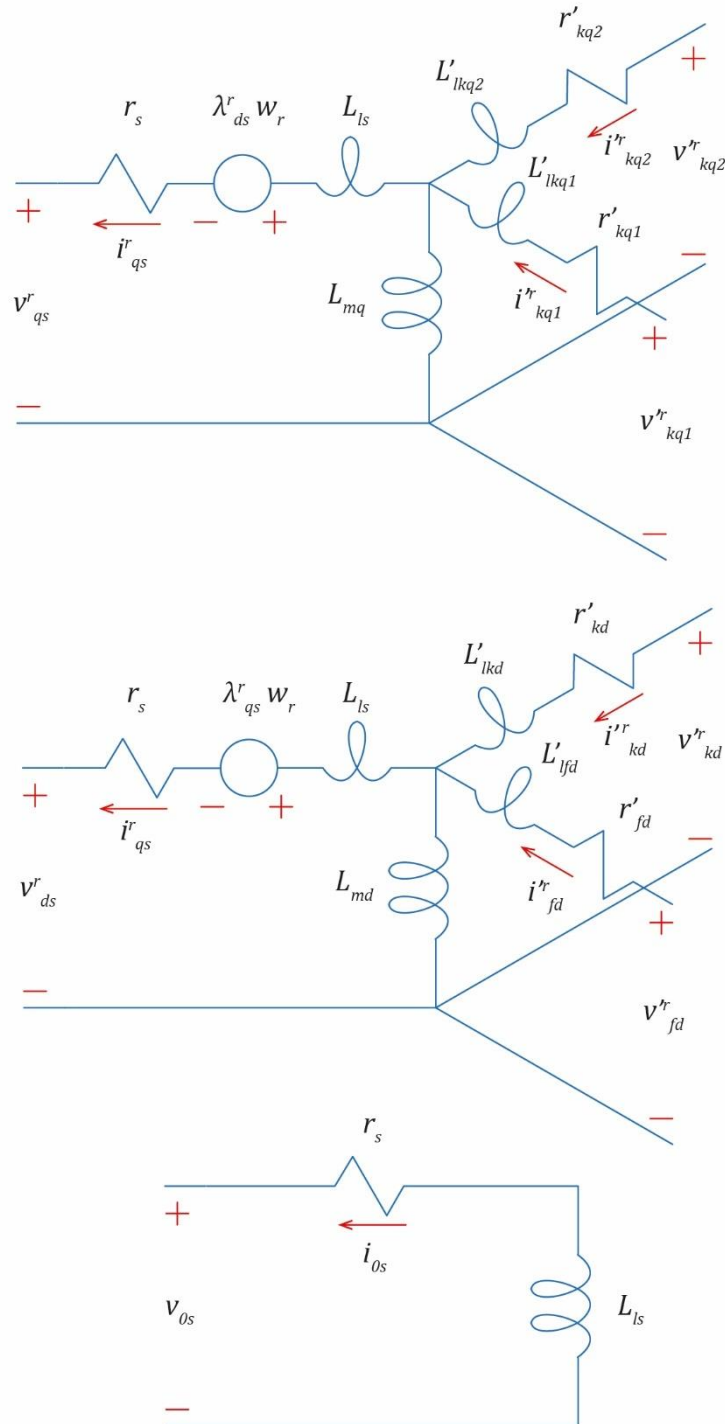


Figura 2-4. Circuito equivalente de una máquina síncrona de tres fases con el marco de referencia fijo en el rotor; Ecuaciones de Park. Donde λ , L , r , w_r , v e i representan los enlaces de flujo, inductancias, resistencias, velocidad angular del rotor, voltajes y corrientes respectivamente. Adaptado de "Analysis of Electric Machinery and Drive System," por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, p. 202, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers.

Las Ecuaciones de Park generalmente se escriben sin el superíndice r , el subíndice s y las primas que denotan cantidades referidas.

Definimos la cantidad e'^r_{xfd} como

$$e'^r_{xfd} = v'^r_{fd} \frac{X_{md}}{r'_{fd}}, \quad (2.140)$$

y sustituyendo esta relación en la expresión para el devanado de campo (Ecuación 2.131), obtenemos que

$$e'^r_{xfd} = \frac{X_{md}}{r'_{fd}} \left(r'_{fd} i'^r_{fd} + \frac{p}{w_b} \psi'^r_{fd} \right). \quad (2.141)$$

Las ecuaciones de voltaje para la máquina síncrona son función de las corrientes y enlaces de flujo por segundo. Sin embargo, las corrientes y los enlaces de flujo esta relacionados, y no pueden ser independientes o variables de estado. Para formular una función de transferencia o implementar una simulación de computadora necesitamos expresar las ecuaciones de voltaje en términos de las corrientes o los enlaces de flujo. Si elegimos las corrientes como variables independientes, se tiene que

$$\begin{bmatrix} v^r_{qs} \\ v^r_{ds} \\ v_{0s} \\ v^r_{kq1} \\ v^r_{kq2} \\ e^r_{xfd} \\ v^r_{kd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_s - \frac{p}{w_b} X_q & -\frac{w_r}{w_b} X_d & 0 & \frac{p}{w_b} X_{mq} & \frac{p}{w_b} X_{mq} & \frac{w_r}{w_b} X_{md} & \frac{w_r}{w_b} X_{md} \\ \frac{w_r}{w_b} X_q & -r_s - \frac{p}{w_b} X_d & 0 & -\frac{w_r}{w_b} X_{mq} & -\frac{w_r}{w_b} X_{mq} & \frac{p}{w_b} X_{md} & \frac{p}{w_b} X_{md} \\ 0 & 0 & -r_s - \frac{p}{w_b} X_{ls} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{p}{w_b} X_{mq} & 0 & 0 & r'_{kq1} + \frac{p}{w_b} X'_{kq1} & \frac{p}{w_b} X_{mq} & 0 & 0 \\ -\frac{p}{w_b} X_{mq} & 0 & 0 & \frac{p}{w_b} X_{mq} & r'_{kq2} + \frac{p}{w_b} X'_{kq2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{X_{md}}{r'_{fd}} \left(\frac{p}{w_b} X_{md} \right) & 0 & 0 & 0 & \frac{X_{md}}{r'_{fd}} \left(r'_{fd} + \frac{p}{w_b} X'_{fd} \right) & \frac{X_{md}}{r'_{fd}} \left(\frac{p}{w_b} X_{md} \right) \\ 0 & -\frac{p}{w_b} X_{md} & 0 & 0 & 0 & \frac{p}{w_b} X_{md} & r'_{kd} + \frac{p}{w_b} X'_{kd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i^r_{qs} \\ i^r_{ds} \\ i_{0s} \\ i^r_{kq1} \\ i^r_{kq2} \\ i^r_{fd} \\ i^r_{kd} \end{bmatrix}, \quad (2.142)$$

donde

$$X_q = X_{ls} + X_{mq}, \quad (2.143)$$

$$X_d = X_{ls} + X_{md}, \quad (2.144)$$

$$X'_{kq1} = X'_{lkq1} + X_{mq}, \quad (2.145)$$

$$X'_{kq2} = X'_{lkq2} + X_{mq}, \quad (2.146)$$

$$X'_{fd} = X'_{lfd} + X_{md} \quad (2.147)$$

y

$$X'_{kd} = X'_{lkd} + X_{md}. \quad (2.148)$$

Las reactancias X_q y X_d son conocidos generalmente como reactancias de los ejes q y d respectivamente.

Los enlaces de flujo por segundo pueden expresarse de las Ecuaciones 2.133 - 2.139 como

$$\begin{bmatrix} \psi_{qs}^r \\ \psi_{ds}^r \\ \psi_{0s} \\ \psi_{kq1}^{r'} \\ \psi_{kq2}^{r'} \\ \psi_{fd}^{r'} \\ \psi_{kd}^{r'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -X_q & 0 & 0 & X_{mq} & X_{mq} & 0 & 0 \\ 0 & -X_d & 0 & 0 & 0 & X_{md} & X_{md} \\ 0 & 0 & X_{ls} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -X_{mq} & 0 & 0 & X'_{kq1} & X_{mq} & 0 & 0 \\ -X_{mq} & 0 & 0 & X_{mq} & X'_{kq2} & 0 & 0 \\ 0 & -X_{md} & 0 & 0 & 0 & X'_{fd} & X_{md} \\ 0 & -X_{md} & 0 & 0 & 0 & X_{md} & X'_{kd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs}^r \\ i_{ds}^r \\ i_{0s} \\ i_{kq1}^{r'} \\ i_{kq2}^{r'} \\ i_{fd}^{r'} \\ i_{kd}^{r'} \end{bmatrix}. \quad (2.149)$$

Si los enlaces de flujo o enlaces de flujo por segundo son elegidos para ser variables independientes es conveniente expresar la Ecuación 2.149 como

$$\begin{bmatrix} \psi_{qs}^r \\ \psi_{kq1}^{r'} \\ \psi_{kq2}^{r'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -X_q & X_{mq} & X_{mq} \\ -X_{mq} & X'_{kq1} & X_{mq} \\ -X_{mq} & X_{mq} & X'_{kq2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs}^r \\ i_{kq1}^{r'} \\ i_{kq2}^{r'} \end{bmatrix}, \quad (2.150)$$

$$\begin{bmatrix} \psi_{ds}^r \\ \psi_{fd}^{r'} \\ \psi_{kd}^{r'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -X_d & X_{md} & X_{md} \\ -X_{md} & X'_{fd} & X_{md} \\ -X_{md} & X_{md} & X'_{kd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs}^r \\ i_{kq1}^{r'} \\ i_{kq2}^{r'} \end{bmatrix} \quad (2.151)$$

y

$$\psi_{0s} = X_{ls} i_{0s}. \quad (2.152)$$

Resolviendo para las corrientes se tiene que

$$\begin{bmatrix} i_{qs}^r \\ i_{kq1}^{r'} \\ i_{kq2}^{r'} \end{bmatrix} = \frac{1}{D_q} \begin{bmatrix} X'_{kq1}X'_{kq2} - (X_{mq})^2 & -X_{mq}X'_{kq2} + (X_{mq})^2 & -X_{mq}X'_{kq1} + (X_{mq})^2 \\ X_{mq}X'_{kq2} - (X_{mq})^2 & -X_qX'_{kq2} + (X_{mq})^2 & X_qX_{mq} - (X_{mq})^2 \\ X_{mq}X'_{kq1} - (X_{mq})^2 & X_qX_{mq} - (X_{mq})^2 & -X_qX'_{kq1} + (X_{mq})^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{qs}^r \\ \psi_{kq1}^{r'} \\ \psi_{kq2}^{r'} \end{bmatrix}, \quad (2.153)$$

$$\begin{bmatrix} i_{qs}^r \\ i_{kq1}^{r'} \\ i_{kq2}^{r'} \end{bmatrix} = \frac{1}{D_d} \begin{bmatrix} X'_{fd}X'_{kd} - (X_{md})^2 & -X_{md}X'_{kd} + (X_{md})^2 & -X_{md}X'_{fd} + (X_{md})^2 \\ X_{md}X'_{kd} - (X_{md})^2 & -X_dX'_{kd} + (X_{md})^2 & X_dX_{md} - (X_{md})^2 \\ X_{md}X'_{fd} - (X_{md})^2 & X_dX_{md} - (X_{md})^2 & -X_dX'_{fd} + (X_{md})^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{ds}^r \\ \psi_{fd}^{r'} \\ \psi_{kd}^{r'} \end{bmatrix} \quad (2.154)$$

y

$$i_{0s} = \frac{1}{X_{ls}} \psi_{0s}; \quad (2.155)$$

donde

$$D_q = (X_{mq})^2 (X_q - 2X_{mq} + X'_{kq1} + X'_{kq2}) - X_q X'_{kq1} X'_{kq2} \quad (2.156)$$

y

$$D_d = (X_{md})^2 (X_d - 2X_{md} + X'_{fd} + X'_{kd}) - X_d X'_{fd} X'_{kd}. \quad (2.157)$$

Sustituyendo las Ecuaciones 2.153 - 2.155 para las corrientes en las ecuaciones de voltaje, dadas por las Ecuaciones 2.126 - 2.132, 2.141 y 2.142, nos da las ecuaciones de voltaje en función de los enlaces de flujo. Así,

$$\begin{bmatrix} v_{qs}^r \\ v_{ds}^r \\ v_{0s} \\ v_{kq1}^{r'} \\ v_{kq2}^{r'} \\ e_{xfd}^{r'} \\ v_{kd}^{r'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_s a_{11} - \frac{p}{w_b} & \frac{w_r}{w_b} & 0 & -r_s a_{12} & -r_s a_{13} & 0 & 0 \\ -\frac{w_r}{w_b} & -r_s b_{11} + \frac{p}{w_b} & 0 & 0 & 0 & -r_s b_{12} & -r_s b_{13} \\ 0 & 0 & -\frac{r_s}{X_{ls}} + \frac{p}{w_b} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ r'_{kq1} a_{21} & 0 & 0 & r'_{kq1} a_{22} + \frac{p}{w_b} & r'_{kq1} a_{23} & 0 & 0 \\ r'_{kq2} a_{31} & 0 & 0 & r'_{kq2} a_{32} & r'_{kq2} a_{33} + \frac{p}{w_b} & 0 & 0 \\ 0 & X_{md} b_{21} & 0 & 0 & 0 & X_{md} b_{22} + \frac{X_{md} p}{r'_{fd} w_b} & X_{md} b_{23} \\ 0 & r'_{kd} b_{31} & 0 & 0 & 0 & r'_{kd} b_{32} & r'_{kd} b_{33} + \frac{p}{w_b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{qs}^r \\ \psi_{ds}^r \\ \psi_{0s} \\ \psi_{kq1}^{r'} \\ \psi_{kq2}^{r'} \\ \psi_{fd}^{r'} \\ \psi_{kd}^{r'} \end{bmatrix}. \quad (2.158)$$

En esta ecuación a_{ij} y b_{ij} son los elementos de las matrices tres por tres dadas en las Ecuaciones 2.153 y 2.154 respectivamente.

2.4. Ecuación de torque en variables de una máquina y variables sustitutas

La evaluación de la energía almacenada en el campo de acoplamiento se realizará mediante la Ecuación 1.23. Así, para un sistema rotacional se tiene que

$$W_f(i_1, \dots, i_j, \theta_r) = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^J \sum_{q=1}^J L_{pq} i_p i_q. \quad (2.159)$$

La Ecuación 2.159 nos da una expresión para la energía almacenada en un sistema magnéticamente lineal, campos conservativos y con el desplazamiento mecánico mantenido constante; es decir, $d\theta_r = 0$. En particular, la energía almacenada es la suma de las autoinductancias de cada devanado multiplicado por la mitad del cuadrado de su corriente y todas las inductancias mutuas multiplicadas por las corrientes en los dos devanados acoplados por la inductancia mutua. La energía debido a las inductancias de fuga no es parte de la energía almacenada en el campo de acoplamiento. Por tanto, la energía almacenada en el campo de acoplamiento de una máquina sincrónica, con la dirección positiva de la corriente del estator asumida fuera de las terminales, puede expresarse como

$$W_f = \frac{1}{2} (-\mathbf{i}_{abcs})^T (\mathbf{L}_s - L_{ls} \mathbf{I}) (-\mathbf{i}_{abcs}) + (-\mathbf{i}_{abcs})^T \mathbf{L}'_{sr} \mathbf{i}'_{qdr} + \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2}\right) (\mathbf{i}'_{qdr})^T (\mathbf{L}'_r - \mathbf{L}'_{lr}) \mathbf{i}'_{qdr} \quad (2.160)$$

o

$$W_f = \frac{1}{2} (\mathbf{i}_{abcs})^T (\mathbf{L}_s - L_{ls} \mathbf{I}) (\mathbf{i}_{abcs}) - (\mathbf{i}_{abcs})^T \mathbf{L}'_{sr} \mathbf{i}'_{qdr} + \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2}\right) (\mathbf{i}'_{qdr})^T (\mathbf{L}'_r - \mathbf{L}'_{lr}) \mathbf{i}'_{qdr}; \quad (2.161)$$

donde \mathbf{I} es la matriz identidad y

$$\mathbf{L}'_{lr} = \text{diag}[L'_{lkq1} \quad L'_{lkq2} \quad L'_{lfd} \quad L'_{lkd}]. \quad (2.162)$$

Dado que se considera una máquina sincrónica de polos salientes, tres fases, dos polos y conectado en estrella para ser empleado en el cálculo de T_e , de la segunda ecuación de la tabla 2 se tiene que

$$(-)T_e(i_{as}, i_{bs}, i_{cs}, i'_{kq1}, i'_{kq2}, i'_{fd}, i'_{kd}, \theta_r) = \frac{\partial W_c(i_{as}, i_{bs}, i_{cs}, i'_{kq1}, i'_{kq2}, i'_{fd}, i'_{kd}, \theta_r)}{\partial \theta_r}, \quad (2.163)$$

donde el signo negativo se emplea para hacer a T_e positivo para la acción de generación. Además, si $W_f = W_c$ podemos reemplazar la Ecuación 2.161 en la Ecuación 2.163, y obtenemos que

$$(-)T_e = \frac{\partial}{\partial \theta_r} \left[\frac{1}{2} (\mathbf{i}_{abcs})^T (\mathbf{L}_s - L_{ls} \mathbf{I}) (\mathbf{i}_{abcs}) - (\mathbf{i}_{abcs})^T \mathbf{L}'_{sr} \mathbf{i}'_{qdr} + \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2}\right) (\mathbf{i}'_{qdr})^T (\mathbf{L}'_r - \mathbf{L}'_{lr}) \mathbf{i}'_{qdr} \right]. \quad (2.164)$$

Debido a que \mathbf{L}'_r no es función de θ_r , esta ecuación puede escribirse como

$$T_e = -\frac{1}{2} (\mathbf{i}_{abcs})^T \left[\frac{\partial}{\partial \theta_r} (\mathbf{L}_s - L_{ls} \mathbf{I}) \right] (\mathbf{i}_{abcs}) + (\mathbf{i}_{abcs})^T \left[\frac{\partial}{\partial \theta_r} \mathbf{L}'_{sr} \right] \mathbf{i}'_{qdr}. \quad (2.165)$$

Del cual se obtiene que

$$\begin{aligned}
T_e = -L_B \left[(i_{as})^2 - \frac{1}{2}(i_{bs})^2 - \frac{1}{2}(i_{cs})^2 - i_{as}i_{bs} - i_{as}i_{cs} + 2i_{bs}i_{cs} \right. \\
\left. + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2\theta_r ((i_{bs})^2 + (i_{cs})^2 - 2i_{as}i_{bs} + 2i_{as}i_{cs}) \right] \\
- L_{mq} (i'_{kq1} + i'_{kq2}) \left[\left(i_{as} - \frac{1}{2}i_{bs} - \frac{1}{2}i_{cs} \right) \sin \theta_r - \frac{\sqrt{3}}{2}(i_{bs} - i_{cs}) \cos \theta_r \right] \\
+ L_{md} (i'_{fd} + i'_{kd}) \left[\left(i_{as} - \frac{1}{2}i_{bs} - \frac{1}{2}i_{cs} \right) \cos \theta_r + \frac{\sqrt{3}}{2}(i_{bs} - i_{cs}) \sin \theta_r \right].
\end{aligned} \tag{2.166}$$

Esta expresión para el torque es positiva para la acción de generación ya que se consideró el signo negativo en la Ecuación 2.163.

La expresión para el torque electromagnético en términos de las variables del marco de referencia del rotor puede obtenerse sustituyendo las ecuaciones de transformación en la Ecuación 2.165. Así,

$$T_e = -\frac{1}{2} [(\mathbf{K}^r_s)^{-1} \mathbf{i}'_{qd0s}]^T \left[\frac{\partial}{\partial \theta_r} (\mathbf{L}_s - L_{ls} \mathbf{I}) \right] [(\mathbf{K}^r_s)^{-1} \mathbf{i}'_{qd0s}] + [(\mathbf{K}^r_s)^{-1} \mathbf{i}'_{qd0s}]^T \left[\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{L}'_{sr} \right] \mathbf{i}'_{qdr} \tag{2.167}$$

y

$$T_e = [(\mathbf{K}^r_s)^{-1} \mathbf{i}'_{qd0s}]^T \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{\partial}{\partial \theta_r} (\mathbf{L}_s - L_{ls} \mathbf{I}) \right] [(\mathbf{K}^r_s)^{-1} \mathbf{i}'_{qd0s}] + \left[\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{L}'_{sr} \right] \mathbf{i}'_{qdr} \right\}. \tag{2.168}$$

Evaluando la Ecuación 2.168 se tiene que

$$T_e = \left(\frac{3}{2} \right) [L_{md} (-i'^r_{ds} + i'^r_{fd} + i'^r_{kd}) i'^r_{qs} - L_{mq} (-i'^r_{qs} + i'^r_{kq1} + i'^r_{kq2}) i'^r_{ds}] \tag{2.169}$$

y de las Ecuaciones 2.119 y 2.120, con $L_{ls} = 0$,

$$T_e = \left(\frac{3}{2} \right) (\lambda^r_{ds} i'^r_{qs} - \lambda^r_{qs} i'^r_{ds}). \tag{2.170}$$

Para considerar los P polos de una máquina, la Ecuación 2.170 debe modificarse. Se debe multiplicar el lado derecho de la Ecuación 2.170 por $(P/2)$, igual a lo que se hizo en $\theta_r = (P/2)\theta_{rm}$ y $\phi_r = (P/2)\theta_r$. Así,

$$T_e = \left(\frac{3}{2} \right) \left(\frac{P}{2} \right) (\lambda^r_{ds} i'^r_{qs} - \lambda^r_{qs} i'^r_{ds}). \tag{2.171}$$

Entonces, en términos de enlaces de flujo por segundo y corrientes, tenemos que

$$T_e = \left(\frac{3}{2} \right) \left(\frac{P}{2} \right) \left(\frac{1}{w_b} \right) (\psi^r_{ds} i'^r_{qs} - \psi^r_{qs} i'^r_{ds}). \tag{2.172}$$

El torque electromagnético expresado con las variables del estator en el marco de referencia arbitrario puede hallarse empleando la transformación de las variables del estator desde el marco de referencia del rotor al marco de referencia arbitrario. De la Ecuación 1.193 se tiene que

$${}^r \mathbf{K} = \begin{bmatrix} \cos(\theta - \theta_r) & -\sin(\theta - \theta_r) & 0 \\ \sin(\theta - \theta_r) & \cos(\theta - \theta_r) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{2.173}$$

Dado que solo las variables qs y ds esta involucrados en la transformación, tenemos que

$$\begin{bmatrix} f_{qs}^r \\ f_{ds}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta - \theta_r) & -\sin(\theta - \theta_r) \\ \sin(\theta - \theta_r) & \cos(\theta - \theta_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{qs}^r \\ f_{ds}^r \end{bmatrix} \quad (2.174)$$

y

$$\begin{bmatrix} f_{qs}^r \\ f_{ds}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta - \theta_r) & \sin(\theta - \theta_r) \\ -\sin(\theta - \theta_r) & \cos(\theta - \theta_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{qs} \\ f_{ds} \end{bmatrix}. \quad (2.175)$$

Sustituyendo en la Ecuación 2.171

$$T_e = \left(\frac{3}{2}\right) \left(\frac{P}{2}\right) (\lambda_{ds} i_{qs} - \lambda_{qs} i_{ds}). \quad (2.176)$$

El torque y la velocidad del rotor están relacionados por

$$T_e = -J \left(\frac{2}{P}\right) p w_r + T_l \quad (2.177)$$

donde:

- J es la inercia, y
- T_l es el torque de entrada positivo para una entrada de torque al eje de la máquina sincrónica.

Definimos el *ángulo del rotor* como el desplazamiento del rotor generalmente referido al máximo valor positivo de la componente fundamental del voltaje terminal de la fase a . Por lo tanto, el ángulo del rotor expresado en radianes es

$$\delta = \theta_r - \theta_{ev}. \quad (2.178)$$

Con w_r como velocidad angular eléctrica del rotor y w_e como velocidad angular eléctrica de los voltajes terminales. El ángulo del rotor puede usarse como el argumento en la transformación entre el marco de referencia que gira con el rotor y el marco de referencia que gira sincrónicamente, dado que w_e es la velocidad del marco de referencia girando sincrónicamente y también es la velocidad angular de θ_{ev} . Así,

$$\mathbf{f}_{qd0s}^r = {}^e \mathbf{K}^r \mathbf{f}_{qd0s}^e, \quad (2.179)$$

donde

$${}^e \mathbf{K}^r = \begin{bmatrix} \cos(\delta) & -\sin(\delta) & 0 \\ \sin(\delta) & \cos(\delta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.180)$$

Sin embargo, en un sistema de potencia con múltiples máquinas es costumbre expresar el ángulo entre rotores.

Por ejemplo,

$$\delta_{21} = \theta_{r2} - \theta_{r1}, \quad (2.181)$$

donde δ_{21} es el desplazamiento angular entre el eje q del rotor de la máquina 2 y el eje q del rotor de la máquina 1. Por tanto, el desplazamiento angular entre rotores es el argumento en la transformación entre ambos marcos de referencia; es decir,

$${}^{r1}\mathbf{K}^{r2} = \begin{bmatrix} \cos(\delta_{21}) & -\sin(\delta_{21}) & 0 \\ \sin(\delta_{21}) & \cos(\delta_{21}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.182)$$

La Ecuación 2.177, derivando la Ecuación 2.178 y dado que w_e es una constante, será

$$T_e = -J \left(\frac{2}{P} \right) p^2 \delta + T_l, \quad (2.183)$$

donde δ se expresa en radianes eléctricos.

El torque base es la potencia base dividido entre la velocidad sincrónica del rotor. Así,

$$T_B = \frac{P_B}{(2/P)w_b} = \frac{(3/2) V_{B(qd0)} I_{B(qd0)}}{(2/P)w_b}, \quad (2.184)$$

donde:

- w_b es la velocidad angular eléctrica base correspondiente a la frecuencia base o nominal
- P_B es la potencia base
- $V_{B(qd0)}$ es el valor pico del voltaje de fase base (el voltaje de fase es el voltaje de línea a neutro), y
- $I_{B(qd0)}$ es el valor pico de la corriente de fase base.

Dividiendo la Ecuación 2.172 entre la Ecuación 2.184 se obtiene la expresión para el torque electromagnético en por unidad con todas las cantidades en por unidad. Así,

$$T_e = \left(\psi_{ds}^r i_{qs}^r - \psi_{qs}^r i_{ds}^r \right). \quad (2.185)$$

Las Ecuaciones 2.177 y 2.183 se expresan en por unidad como

$$T_e = -2 H p \frac{w_r}{w_b} + T_l = -\frac{2H}{w_b} p^2 \delta + T_l, \quad (2.186)$$

donde H es la constante de inercia; es decir,

$$H = \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{2}{P} \right) \frac{J w_b}{T_B} = \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{2}{P} \right)^2 \frac{J (w_b)^2}{P_B}. \quad (2.187)$$

2.5. Análisis de operación en estado estable

Para condiciones balanceadas las cantidades $0s$ son cero. Para condiciones balanceadas en estado estable la velocidad angular eléctrica del rotor es constante e igual a w_e , de forma que la velocidad angular eléctrica del marco de referencia del rotor llega a ser la velocidad angular eléctrica del marco de referencia que gira sincrónicamente. En este modo de operación los devanados del rotor no experimentan cambio en los enlaces de flujo; así, la corriente no circula en los devanados de amortiguación que están cortocircuitados. Con w_r igual a w_e y la tasa de cambio en el tiempo de todos los enlaces de flujo son negados, la versión en estado estable de las Ecuaciones 2.126, 2.127 y 2.131 llega a ser

$$V_{qs}^r = -r_s I_{qs}^r - \frac{w_e}{w_b} X_d I_{ds}^r + \frac{w_e}{w_b} X_{md} I_{fd}^r, \quad (2.188)$$

$$V^r_{ds} = -r_s I^r_{ds} + \frac{w_e}{w_b} X_q I^r_{qs} \quad (2.189)$$

y

$$V^r_{fd} = r'_{fd} I^r_{fd}. \quad (2.190)$$

La relación entre w_e y w_b se incluye de tal forma que las ecuaciones son válidas para el análisis de la operación balanceada en estado estable en una frecuencia de operación diferente a la nominal. Se recuerda también que todas las reactancias usadas son calculadas usando la frecuencia nominal o base. Como se indicó anteriormente se emplean las letras en mayúscula para denotar cantidades en estado estable.

Las Ecuaciones 1.198 y 1.199 expresan las variables instantáneas en el marco de referencia arbitrario para condiciones balanceadas. En el marco de referencia del rotor estas expresiones quedan como

$$f^r_{qs} = \sqrt{2} f_s \cos(\theta_{ef} - \theta_r) \quad (2.191)$$

y

$$f^r_{ds} = -\sqrt{2} f_s \sin(\theta_{ef} - \theta_r). \quad (2.192)$$

Para condiciones balanceadas en estado estable, escribimos estas ecuaciones como

$$F^r_{qs} = \text{Re} \left[\sqrt{2} F_s e^{j(\theta_{ef} - \theta_r)} \right] = \text{Re} \left[\sqrt{2} F_s e^{j(\theta_{ef}(0) - \theta_{ev}(0))} e^{-j\delta} \right] \quad (2.193)$$

y

$$F^r_{ds} = \text{Re} \left[j\sqrt{2} F_s e^{j(\theta_{ef} - \theta_r)} \right] = \text{Re} \left[j\sqrt{2} F_s e^{j(\theta_{ef}(0) - \theta_{ev}(0))} e^{-j\delta} \right]. \quad (2.194)$$

Dado que θ_{ef} y θ_{ev} son ambas funciones de w_e , la resta de ambos es una constante y por tanto se pueden tomar los valores iniciales.

El fasor rms que representa las variables as referidas a una posición de tiempo cero de θ_{ev} , el cual se selecciona de tal forma que el máximo v_{as} ocurra en $t = 0$, es

$$\tilde{F}_{as} = F_s e^{j(\theta_{ef}(0) - \theta_{ev}(0))}. \quad (2.195)$$

Además, de las Ecuaciones 2.193 y 2.194, se tiene que

$$F^r_{qs} = \sqrt{2} F_s \cos[\theta_{ef}(0) - \theta_{ev}(0) - \delta] \quad (2.196)$$

y

$$F^r_{ds} = -\sqrt{2} F_s \sin[\theta_{ef}(0) - \theta_{ev}(0) - \delta]; \quad (2.197)$$

de los cuales se obtiene que

$$\sqrt{2} \tilde{F}_{as} e^{-j\delta} = F^r_{qs} - jF^r_{ds} \quad (2.198)$$

y

$$\sqrt{2} \tilde{V}_{as} e^{-j\delta} = V^r_{qs} - jV^r_{ds}. \quad (2.199)$$

Sustituyendo las Ecuaciones 2.188 y 2.189 en la Ecuación 2.199

$$\sqrt{2}\tilde{V}_{as}e^{-j\delta} = -r_s I^r_{qs} - \frac{w_e}{w_b} X_d I^r_{ds} + \frac{w_e}{w_b} X_{md} I'^r_{fd} + j \left(r_s I^r_{ds} - \frac{w_e}{w_b} X_q I^r_{qs} \right). \quad (2.200)$$

Si ahora se añade y sustrae la cantidad $(w_e/w_b)X_d I^r_{ds}$ del lado derecho de la Ecuación 2.200

$$\tilde{V}_{as} = - \left(r_s + j \frac{w_e}{w_b} X_q \right) \left(\frac{I^r_{ds} + j I^r_{qs}}{j\sqrt{2}e^{-j\delta}} \right) + \frac{1}{\sqrt{2}} \left[-\frac{w_e}{w_b} (X_d - X_q) I^r_{ds} + \frac{w_e}{w_b} X_{md} I'^r_{fd} \right] \frac{1}{e^{-j\delta}}; \quad (2.201)$$

notamos que

$$j\sqrt{2}\tilde{I}_{as}e^{-j\delta} = I^r_{ds} + j I^r_{qs} \quad (2.202)$$

y

$$\sqrt{2}\tilde{I}_{as}e^{-j\delta} = I^r_{qs} - j I^r_{ds}. \quad (2.203)$$

Reemplazando la Ecuación 2.202 en 2.201

$$\tilde{V}_{as} = - \left(r_s + j \frac{w_e}{w_b} X_q \right) \tilde{I}_{as} + \frac{1}{\sqrt{2}} \left[-\frac{w_e}{w_b} (X_d - X_q) I^r_{ds} + \frac{w_e}{w_b} X_{md} I'^r_{fd} \right] e^{j\delta}; \quad (2.204)$$

el último término del lado derecho de la Ecuación 2.204 se define como

$$\tilde{E}_a = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[-\frac{w_e}{w_b} (X_d - X_q) I^r_{ds} + \frac{w_e}{w_b} X_{md} I'^r_{fd} \right] e^{j\delta} \quad (2.205)$$

el cual se conoce como fasor rms del voltaje de excitación. Finalmente, reemplazando la Ecuación 2.205 en la Ecuación 2.204 se tiene que

$$\tilde{V}_{as} = - \left(r_s + j \frac{w_e}{w_b} X_q \right) \tilde{I}_{as} + \tilde{E}_a. \quad (2.206)$$

y despejando \tilde{E}_a y dividiendo entre el voltaje base rms se tiene en por unidad que

$$\tilde{E}_a = \tilde{V}_{as} + \left(r_s + j \frac{w_e}{w_b} X_q \right) \tilde{I}_{as}. \quad (2.207)$$

Si las Ecuaciones 2.188 y 2.189 se resuelven para I^r_{qs} e I^r_{ds} , y el resultado se sustituye en la Ecuación 2.169 la expresión para el torque electromagnético balanceado en estado estable puede escribirse como

$$\begin{aligned} T_e = - \left(\frac{3}{2} \right) \left(\frac{P}{2} \right) \left(\frac{1}{w_b} \right) & \left\{ \frac{r_s X_{md}}{(r_s)^2 + (w_e/w_b)^2 X_q X_d} \left(V^r_{qs} - \frac{w_e}{w_b} X_{md} I'^r_{fd} - \frac{w_e}{w_b} \frac{X_d}{r_s} V^r_{ds} \right) \right. \\ & + \frac{X_d - X_q}{[(r_s)^2 + (w_e/w_b)^2 X_q X_d]^2} \left[r_s \frac{w_e}{w_b} X_q \left(V^r_{qs} - \frac{w_e}{w_b} X_{md} I'^r_{fd} \right)^2 \right. \\ & \left. \left. + \left[(r_s)^2 - \left(\frac{w_e}{w_b} \right)^2 X_q X_d \right] V^r_{ds} \left(V^r_{qs} - \frac{w_e}{w_b} X_{md} I'^r_{fd} \right) - r_s \frac{w_e}{w_b} X_d (V^r_{ds})^2 \right] \right\}, \end{aligned} \quad (2.208)$$

donde P es el número de polos, w_b es la velocidad angular eléctrica base usado para calcular las reactancias y w_e corresponde a la frecuencia de operación.

Para la operación balanceada los voltajes del estator pueden expresarse en la forma dada por las Ecuaciones 1.194 - 1.196. Así,

$$v_{as} = \sqrt{2}v_s \cos \theta_{ev}, \quad (2.209)$$

$$v_{as} = \sqrt{2}v_s \cos \left(\theta_{ev} - \frac{2\pi}{3} \right) \quad (2.210)$$

y

$$v_{as} = \sqrt{2}v_s \cos \left(\theta_{ev} + \frac{2\pi}{3} \right); \quad (2.211)$$

donde

$$\theta_{ev} = \int_0^t w_e(\xi) d\xi + \theta_{ev}(0) \quad (2.212)$$

y ξ es la variable ficticia de integración. Estos voltajes pueden expresarse en el marco de referencia del rotor reemplazando θ con θ_r en las Ecuaciones 1.198 y 1.199. Por tanto,

$$v_{qs}^r = \sqrt{2}v_s \cos(\theta_{ev} - \theta_r) = \sqrt{2}v_s \cos \delta \quad (2.213)$$

y

$$v_{ds}^r = -\sqrt{2}v_s \sin(\theta_{ev} - \theta_r) = \sqrt{2}v_s \sin \delta. \quad (2.214)$$

La única restricción en las Ecuaciones 2.213 y 2.214 es que los voltajes del estator formen un conjunto balanceado. Estas ecuaciones son válidas para la operación transitoria y de estado estable; esto es, v_s y δ pueden ser ambos función del tiempo con $\theta_{ev}(0)$ generalmente igual a cero. El torque dado por la Ecuación 2.208 es para condiciones balanceadas en estado estable. En este modo de operación, las Ecuaciones 2.213 y 2.214 son constantes dado que v_s y δ son ambos constantes.

Para una operación balanceada en estado estable la Ecuación 2.140 se expresa como

$$E_{xfd}^{r'} = X_{md} I_{fd}^{r'} \quad (2.215)$$

Si la Ecuación 2.215, y la versión en estado estable de las Ecuaciones 2.213 y 2.214 se sustituyen en la Ecuación 2.208; además, si r_s no se considera debido a su valor pequeño relativo a las reactancias de la máquina, el torque puede expresarse como

$$T_e = \left(\frac{3}{2} \right) \left(\frac{P}{2} \right) \left(\frac{1}{w_b} \right) \left[\frac{E_{xfd}^{r'} \sqrt{2} V_s}{(w_e/w_b) X_d} \sin \delta + \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{w_e}{w_b} \right)^{-2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) (\sqrt{2} V_s)^2 \sin 2\delta \right]. \quad (2.216)$$

En por unidad

$$T_e = \left[\frac{E_{xfd}^{r'}}{(w_e/w_b) X_d} \sin \delta + \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{w_e}{w_b} \right)^{-2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\delta \right]. \quad (2.217)$$

Cuando no se considera las resistencias del estator, la potencia y el torque en estado estable esta relacionados por la velocidad de rotor, y si el torque y la potencia se expresan en por unidad, estos son iguales durante la operación de estado estable.

Aun cuando la Ecuación 2.216 es válida solo en condiciones balanceadas en estado estable e ignora las resistencias en el estator, nos permite realizar una descripción cuantitativa de la naturaleza del torque

electromagnético en estado estable de una máquina síncrona. Para este propósito debemos analizar los dos términos del lado derecho de la Ecuación 2.216. El primer término se debe a la interacción del sistema magnético producido por las corrientes que fluyen en los devanados del estator y el sistema magnético producido por las corrientes que fluyen en el devanado de campo. El segundo término, llamado *torque de reluctancia*, se debe exclusivamente al rotor y es una parte relativamente pequeña del torque total. El torque de reluctancia no existe en máquinas síncronas con rotores redondos o cilíndricos dado que $X_q = X_d$. El torque que predomina es el torque debido a la interacción de las corrientes del estator y la corriente en el devanado de campo; se puede observar en la Ecuación 2.216 que la magnitud de este término es proporcional a las magnitudes de los voltajes del estator V_s y el aplicado al devanado de campo $E'_{r_{afd}}$. En sistemas de potencia es muy importante mantener los voltajes del estator aproximados al voltaje nominal. Esto se logra ajustando automáticamente el voltaje aplicado al devanado de campo. Así, la amplitud de esta componente de torque varía como $E'_{r_{afd}}$ varía, para mantener el voltaje terminal en o cerca del valor nominal y/o para controlar el flujo de potencia reactiva.

Si asumimos el torque de entrada (T_I) igual a cero, y si no consideramos la fricción y otras pérdidas, se tiene de la Ecuación 2.183 que T_e y δ también son cero; así, la máquina teóricamente girará a una velocidad síncrona sin absorber energía del sistema eléctrico o el sistema mecánico. Este modo de operación, con la máquina *flotando en la línea*, es imposible en la realidad; sin embargo, es conveniente para propósitos de explicación. En estas condiciones el voltaje de campo se puede ajustar para establecer condiciones en las terminales. Existen tres situaciones: (a) $|\tilde{E}_a| = |\tilde{V}_{as}|$, donde $\tilde{I}_{as} = 0$, (b) $|\tilde{E}_a| > |\tilde{V}_{as}|$, donde \tilde{I}_{as} retrasa a \tilde{V}_{as} , y dado que \tilde{I}_{as} es positivo fuera de las terminales las máquinas síncronas se comportan como un capacitor suministrando potencia reactiva al sistema o (c) $|\tilde{E}_a| < |\tilde{V}_{as}|$, con \tilde{I}_{as} adelantando a \tilde{V}_{as} , donde la máquina absorbe potencia reactiva comportándose como un inductor en el sistema. Para mantener el voltaje en el valor nominal en un sistema de potencia los generadores operan en modo sobreexcitado $|\tilde{E}_a| > |\tilde{V}_{as}|$ dado que son la fuente principal de potencia reactiva para las cargas inductivas. De hecho, algunas máquinas síncronas, conocidos comúnmente como *condensadores síncronos*, tienen como único propósito el suministro de potencia reactiva. Durante condiciones de carga máxima, cuando el voltaje del sistema no abastece, los condensadores síncronos son puestos en línea y el voltaje de campo se ajusta para ayudar a incrementar el voltaje del sistema; por tanto, la máquina síncrona se comporta como un capacitor ajustable. Por otro lado, también será necesario que un generador absorba energía reactiva para regular el voltaje en sistemas de transmisión de alto voltaje durante condiciones de carga ligera. Sin embargo, este modo de operación no es recomendable y debe evitarse dado que las oscilaciones ya no pueden llegar a amortiguarse, y la potencia reactiva requerida se reduce.

Consideremos el procedimiento en el cual la acción de generación se establece. Un motor primario, ya sea una turbina de vapor o una turbina hidráulica, se conecta mecánicamente al eje del generador síncrono. Inicialmente el torque de entrada, en el eje, debido al motor primario es cero, por lo tanto T_e es ligeramente

negativo debido a las pérdidas (casi flotando en la línea). Si el torque de entrada se incrementa a algún valor positivo ocurre un desbalance de torque dado que T_e debe permanecer en su valor original hasta que δ cambia. Por lo tanto, temporalmente el rotor acelerará ligeramente por encima de la velocidad sincrónica donde δ decrece. Así, T_e incrementa y un nuevo punto de operación se establecerá con un δ positivo donde T_l es igual a T_e más las pérdidas. El rotor girará nuevamente a velocidad sincrónica con un torque ejercido en el mismo en un intento de alinear la fuerza magnetomotriz del campo con la fuerza magnetomotriz resultante del entrehierro. Si durante la operación de generación el torque de entrada desde el motor primario se incrementa a un valor mayor al valor máximo posible de T_e la máquina no podrá mantener la operación en estado estable dado que no puede transmitir la potencia suministrada al eje. En este caso, el dispositivo acelerará sobre la velocidad sincrónica teóricamente sin límites; sin embargo, normalmente se provee de una protección en cual desconecta la máquina del sistema y reduce el torque de entrada a cero. Generalmente cuando excede la velocidad sincrónica por 3% a 5%. La operación de generación en estado estable se puede mostrar en un diagrama fasorial, como se muestra en la figura 2-5 donde $\theta_{ei}(0)$ es el ángulo entre el voltaje y la corriente, debido a que la posición de tiempo cero de $\theta_{ev}(0)$ es cero, después de que se establece la operación en estado estable.

Analizamos nuevamente la ecuación que describe la fuerza magnetomotriz total en el entrehierro producido por las corrientes del estator; es decir, la Ecuación 1.84. Para condiciones balanceadas de estado estable las corrientes del estator pueden expresarse como

$$I_{as} = \sqrt{2}I_s \cos[w_e t + \theta_{ei}(0)], \quad (2.218)$$

$$I_{bs} = \sqrt{2}I_s \cos\left[w_e t - \frac{2\pi}{3} + \theta_{ei}(0)\right] \quad (2.219)$$

y

$$I_{cs} = \sqrt{2}I_s \cos\left[w_e t + \frac{2\pi}{3} + \theta_{ei}(0)\right]; \quad (2.220)$$

donde $\theta_{ei}(0)$ es el ángulo de fase en tiempo cero. Sustituyendo estas corrientes en la Ecuación 1.84 tenemos que

$$MMF_s = \left(\frac{N_s}{2}\right) \sqrt{2}I_s \left(\frac{3}{2}\right) \cos[w_e t + \theta_{ei}(0) - \phi_s]. \quad (2.221)$$

Esta expresión describe una onda de la fuerza magnetomotriz sinusoidal en el entrehierro, que es función de ϕ_s , y que gira alrededor del estator con una velocidad angular w_e en sentido antihorario y que puede considerarse como un par de polos magnéticos giratorios. En general, para una máquina de P polos en el cual se considera que los devanados tienen una distribución sinusoidal, la fuerza magnetomotriz total del entrehierro establecido por las corrientes balanceadas en estado estacionario del estator es

$$MMF_s = \left(\frac{N_s}{P}\right) \sqrt{2}I_s \left(\frac{3}{2}\right) \cos\left[w_e t + \theta_{ei}(0) - \frac{P}{2}\phi_s\right]. \quad (2.222)$$

Ahora podemos explicar el origen del torque producido en una máquina síncrona. Los devanados del estator se arreglan de tal forma que con corrientes balanceadas en estado estable circulando en estos devanados se produce una fuerza magnetomotriz en el entrehierro el cual rota como un par de polos magnéticos a una velocidad angular correspondiente a la frecuencia de las corrientes del estator y el número de polos. Durante la operación en estado estable el voltaje aplicado al devanado de campo es constante y la corriente de campo constante produce un conjunto de polos magnéticos que están estacionarios respecto al rotor. Si el rotor gira a la misma velocidad o en sincronismo con la fuerza magnetomotriz giratorio establecido por las corrientes del estator, un torque se produce debido a la interacción de estos polos. Por tanto, se produce un torque medio en estado estable solo si el rotor y la fuerza magnetomotriz en el entrehierro debido a los devanados en el estator rotan en sincronismo; de ahí el nombre de máquina síncrona.

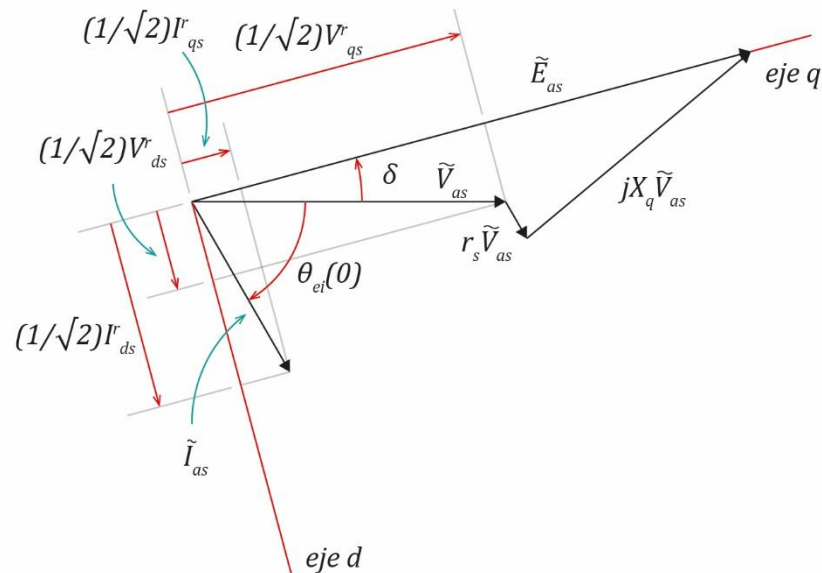


Figura 2-5. Diagrama fasorial para la operación de generación. Se emplean las letras en mayúscula para denotar cantidades en estado estable. No confundir entre los fasores y las cantidades constantes. $\theta_{ei}(0)$ es el ángulo entre el voltaje y la corriente, y δ es el ángulo del rotor. Adaptado de “Analysis of Electric Machinery and Drive System,” por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, p. 217, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers.

Si asumimos que el estator de la máquina síncrona es un circuito abierto y el rotor gira a la velocidad síncrona; de la Ecuación 2.206 se obtiene que

$$\tilde{V}_{as} = \tilde{E}_a. \quad (2.223)$$

Sustituyendo la Ecuación 2.205 para \tilde{E}_a , con I_{ds}^r igual a cero, tenemos que

$$\sqrt{2}|\tilde{V}_{as}| = \frac{w_e}{w_b} X_{md} I_{fd}^r. \quad (2.224)$$

Sin embargo, de la Ecuación 2.215 para una operación balanceada en estado estable, se tiene que

$$E_{x\,fd}^r = X_{md} I_{fd}^r; \quad (2.225)$$

por tanto,

$$\sqrt{2}|\tilde{V}_{as}| = \frac{w_e}{w_b} E'^r_{x fd}. \quad (2.226)$$

Finalmente, dividiendo entre $V_{B(qd0)}$ o $\sqrt{2}V_{B(abc)}$, la Ecuación 2.226 se puede expresar en por unidad debido a que $E'^r_{x fd}$ es una cantidad en el marco de referencia del rotor. Así,

$$\frac{\sqrt{2}|\tilde{V}_{as}|}{\sqrt{2}V_{B(abc)}} = \frac{(w_e/w_b) E'^r_{x fd}}{V_{B(qd0)}}. \quad (2.227)$$

Por lo tanto, cuando $|\tilde{V}_{as}|$ es uno por unidad $(w_e/w_b) E'^r_{x fd}$ es uno por unidad. Durante la operación en estado estable a velocidad nominal (w_e/w_b) es la unidad, y por tanto cuando $E'^r_{x fd}$ es uno por unidad produce un voltaje terminal de circuito abierto de uno por unidad. Es por esta razón que $E'^r_{x fd}$ se usa frecuentemente para definir el voltaje de campo.

2.6. Simulación por computadora

Las Ecuaciones 2.126 - 2.132 y las Ecuaciones 2.133 - 2.139 deben modificarse ligeramente para ser aplicados en una simulación de computadora. Así,

$$\psi^r_{qs} = \frac{w_b}{p} \left[v^r_{qs} - \frac{w_r}{w_b} \psi^r_{ds} + \frac{r'_s}{X_{ls}} (\psi^r_{mq} - \psi^r_{qs}) \right], \quad (2.228)$$

$$\psi^r_{ds} = \frac{w_b}{p} \left[v^r_{ds} + \frac{w_r}{w_b} \psi^r_{qs} + \frac{r'_s}{X_{ls}} (\psi^r_{md} - \psi^r_{ds}) \right], \quad (2.229)$$

$$\psi_{0s} = \frac{w_b}{p} \left[v_{0s} - \frac{r'_s}{X_{ls}} \psi_{0s} \right], \quad (2.230)$$

$$\psi'^r_{kq1} = \frac{w_b}{p} \left[v'^r_{kq1} + \frac{r'_{kq1}}{X'_{lkq1}} (\psi^r_{mq} - \psi'^r_{kq1}) \right], \quad (2.231)$$

$$\psi'^r_{kq2} = \frac{w_b}{p} \left[v'^r_{kq2} + \frac{r'_{kq2}}{X'_{lkq2}} (\psi^r_{mq} - \psi'^r_{kq2}) \right], \quad (2.232)$$

$$\psi'^r_{fd} = \frac{w_b}{p} \left[\frac{r'_{fd}}{X'_{mfd}} e'^r_{x fd} + \frac{r'_{fd}}{X'_{lfd}} (\psi^r_{md} - \psi'^r_{fd}) \right] \quad (2.233)$$

y

$$\psi'^r_{kd} = \frac{w_b}{p} \left[v'^r_{kd} + \frac{r'_{kd}}{X'_{lkd}} (\psi^r_{md} - \psi'^r_{kd}) \right]; \quad (2.234)$$

donde

$$i^r_{qs} = -\left(\frac{1}{X_{ls}}\right) [\psi^r_{qs} - \psi^r_{mq}], \quad (2.235)$$

$$i^r_{ds} = -\left(\frac{1}{X_{ls}}\right) [\psi^r_{ds} - \psi^r_{md}], \quad (2.236)$$

$$i_{0s} = -\left(\frac{1}{X_{ls}}\right)\psi_{0s}, \quad (2.237)$$

$$i'^r_{kq1} = \left(\frac{1}{X'_{lkq1}}\right)\left[\psi'^r_{kq1} - \psi^r_{mq}\right], \quad (2.238)$$

$$i'^r_{kq2} = \left(\frac{1}{X'_{lkq2}}\right)\left[\psi'^r_{kq2} - \psi^r_{mq}\right], \quad (2.239)$$

$$i'^r_{fd} = \left(\frac{1}{X'_{lfd}}\right)\left[\psi'^r_{fd} - \psi^r_{md}\right] \quad (2.240)$$

y

$$i'^r_{kd} = \left(\frac{1}{X'_{lkd}}\right)\left[\psi'^r_{kd} - \psi^r_{md}\right]. \quad (2.241)$$

En estas ecuaciones, también se tiene que

$$\psi^r_{mq} = X_{aq} \left[\frac{\psi^r_{qs}}{X_{ls}} + \frac{\psi'^r_{kq1}}{X'_{lkq1}} + \frac{\psi'^r_{kq2}}{X'_{lkq2}} \right], \quad (2.242)$$

$$\psi^r_{md} = X_{ad} \left[\frac{\psi^r_{ds}}{X_{ls}} + \frac{\psi'^r_{fd}}{X'_{lfd}} + \frac{\psi'^r_{kd}}{X'_{lkd}} \right], \quad (2.243)$$

$$X_{aq} = \left(\frac{1}{X_{mq}} + \frac{1}{X_{ls}} + \frac{1}{X'_{lkq1}} + \frac{1}{X'_{lkq2}} \right)^{-1} \quad (2.244)$$

y

$$X_{ad} = \left(\frac{1}{X_{md}} + \frac{1}{X_{ls}} + \frac{1}{X'_{lfd}} + \frac{1}{X'_{lkd}} \right)^{-1}. \quad (2.245)$$

Si la saturación se toma en cuenta, la ecuación del torque que debe emplearse es la Ecuación 2.2.172 o la Ecuación 2.185 en por unidad. La velocidad del rotor se obtiene de la Ecuación 2.186 como

$$w_r = -\frac{w_b}{2Hp} (T_e - T_l). \quad (2.246)$$

La figura 2-6 muestra el diagrama de bloques general de la simulación por computadora de la máquina sincrónica en el marco de referencia del rotor.

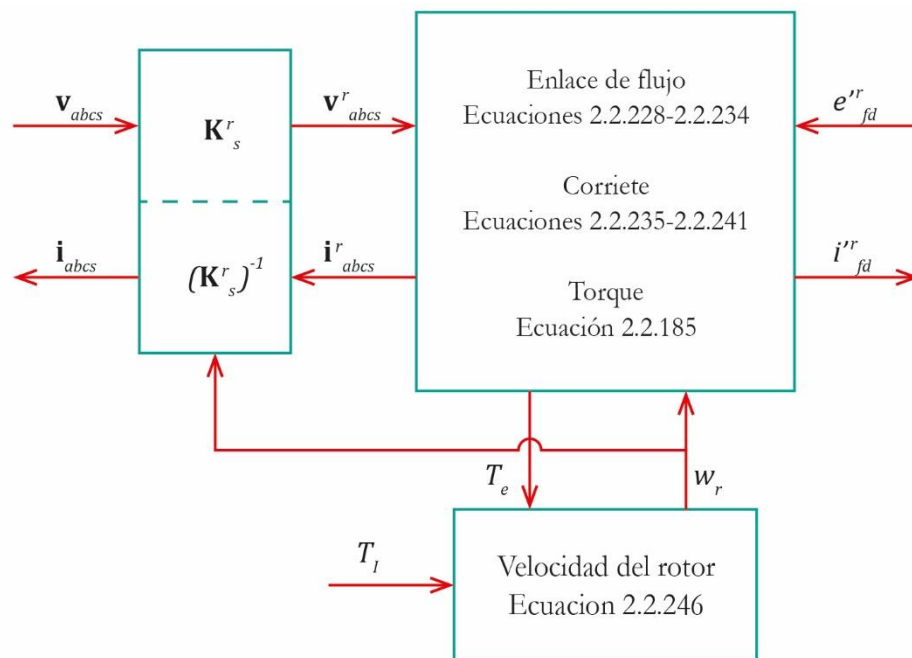


Figura 2-6 (a). Simulación de una máquina síncrona en el marco de referencia del rotor con las variables *abc* transformados directamente al marco de referencia del rotor. Las variables T_e y T_l representan al torque electromagnético y de entrada respectivamente. Las variables \mathbf{v}_{abcs} y \mathbf{v}_{abcs}^r representan la matriz de voltajes del estator en el marco de referencia que gira síncronicamente y la matriz de voltajes del estator en el marco de referencia del rotor respectivamente. Las variables \mathbf{i}_{abc} e \mathbf{i}_{abc}^r representan la matriz de corrientes del estator en el marco de referencia que gira síncronicamente y la matriz de corrientes del estator en el marco de referencia del rotor respectivamente. e_{fd}^{r} representa el voltaje del devanado de campo, i_{fd}^{r} representa la corriente del devanado de campo y w_r representa la velocidad angular del rotor. Adaptado de “Analysis of Electric Machinery and Drive System,” por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, p. 217, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers.

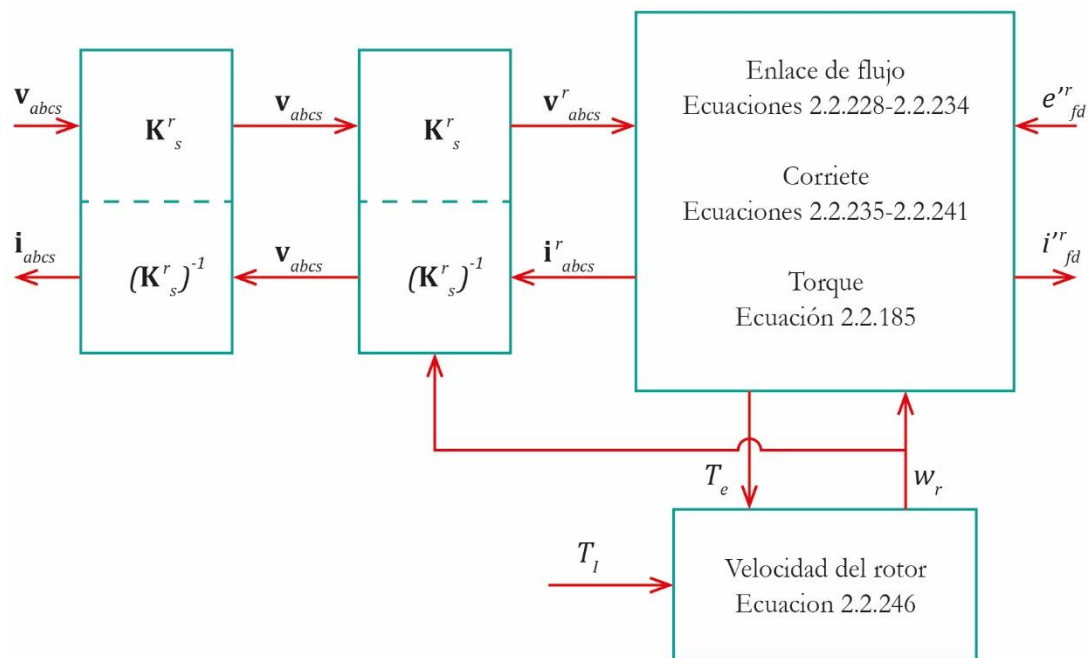


Figura 2-6 (b). Simulación de una máquina síncrona en el marco de referencia del rotor con las variables transformados al marco de referencia que gira síncronicamente. Las variables T_e y T_I representan al torque electromagnético y de entrada respectivamente. Las variables \mathbf{v}_{abc} y \mathbf{v}_{abc}^r representan la matriz de voltajes del estator en el marco de referencia que gira síncronicamente y la matriz de voltajes del estator en el marco de referencia del rotor respectivamente. Las variables \mathbf{i}_{abc} e \mathbf{i}_{abc}^r representan la matriz de corrientes del estator en el marco de referencia que gira síncronicamente y la matriz de corrientes del estator en el marco de referencia del rotor respectivamente. e^r_{fd} representa el voltaje del devanado de campo, i^r_{fd} representa la corriente del devanado de campo y w_r representa la velocidad angular del rotor. Adaptado de "Analysis of Electric Machinery and Drive System," por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, p. 217, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers.

2.7. Ecuaciones linealizadas de una máquina sincrónica

Como se pudo observar, en las anteriores secciones, las ecuaciones que describen el comportamiento de una máquina sincrónica son no lineales y pueden resolverse solo con la ayuda de una computadora. Sin embargo, se puede obtener una visión sobre el comportamiento de una excursión en un pequeño segmento a partir de una versión linealizada de estas ecuaciones. Este procedimiento se establece aplicando la fórmula de Taylor sobre un punto operativo. El conjunto de ecuaciones diferenciales lineales resultantes describe el comportamiento de pequeños desplazamientos o pequeñas excursiones sobre este punto operativo. Así, las máquinas sincrónicas pueden tratarse como sistemas lineales con respecto a pequeñas perturbaciones, con los cuales se pueden calcular los eigenvalores y para establecer funciones de transferencia para usarse en el diseño de controles asociados con las máquinas.

Las ecuaciones de voltaje para una máquina sincrónica en el marco de referencia del rotor pueden escribirse de la Ecuación 2.142 como

$$\begin{bmatrix} v^{r}_{qs} \\ v^{r}_{ds} \\ v^{r}_{kq1} \\ v^{r}_{kq2} \\ e^{r}_{x'fd} \\ v^{r}_{kd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_s - \frac{p}{w_b} X_q & -\frac{w_r}{w_b} X_d & \frac{p}{w_b} X_{mq} & \frac{p}{w_b} X_{mq} & \frac{w_r}{w_b} X_{md} & \frac{w_r}{w_b} X_{md} \\ \frac{w_r}{w_b} X_q & -r_s - \frac{p}{w_b} X_d & -\frac{w_r}{w_b} X_{mq} & -\frac{w_r}{w_b} X_{mq} & \frac{p}{w_b} X_{md} & \frac{p}{w_b} X_{md} \\ -\frac{p}{w_b} X_{mq} & 0 & r'_{kq1} + \frac{p}{w_b} X'_{kq1} & \frac{p}{w_b} X_{mq} & 0 & 0 \\ -\frac{p}{w_b} X_{mq} & 0 & \frac{p}{w_b} X_{mq} & r'_{kq2} + \frac{p}{w_b} X'_{kq2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{X_{md}}{r'_{fd}} \left(\frac{p}{w_b} X_{md} \right) & 0 & 0 & \frac{X_{md}}{r'_{fd}} \left(r'_{fd} + \frac{p}{w_b} X'_{fd} \right) & \frac{X_{md}}{r'_{fd}} \left(\frac{p}{w_b} X_{md} \right) \\ 0 & -\frac{p}{w_b} X_{md} & 0 & 0 & \frac{p}{w_b} X_{md} & r'_{kd} + \frac{p}{w_b} X'_{kd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i^{r}_{qs} \\ i^{r}_{ds} \\ i^{r}_{kq1} \\ i^{r}_{kq2} \\ i^{r}_{fd} \\ i^{r}_{kd} \end{bmatrix}, \quad (2.247)$$

donde las reactancias se definen por las Ecuaciones 2.143 – 2.148. Con las corrientes como variables de estado el torque electromagnético en por unidad se expresa de la Ecuación 2.169 como

$$T_e = X_{md} (-i^{r}_{ds} + i^{r'}_{fd} + i^{r'}_{kd}) i^{r}_{qs} - X_{mq} (-i^{r}_{qs} + i^{r'}_{kq1} + i^{r'}_{kq2}) i^{r}_{ds}. \quad (2.248)$$

La relación, en por unidad, entre el torque y la velocidad eléctrica del rotor esta dado por la Ecuación 2.186, del cual se tiene que

$$T_e = -2 H p \frac{w_r}{w_b} + T_l. \quad (2.249)$$

El ángulo del rotor se expresa de la Ecuación 2.178 como

$$\delta = \frac{w_b}{p} \left(\frac{w_r - w_e}{w_b} \right). \quad (2.250)$$

De la Ecuación 2.179, se obtiene las variables en el marco de referencia del rotor como función de las variables en el marco de referencia que gira sincrónicamente, omitiendo las cantidades 0s. Así,

$$\begin{bmatrix} f^r_{qs} \\ f^r_{ds} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \delta & -\sin \delta \\ \sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f^e_{qs} \\ f^e_{ds} \end{bmatrix}. \quad (2.251)$$

2.7.1. Formula de Taylor

Supongamos que la función $y = f(x)$ tiene todas las derivadas, hasta la del orden $(n + 1)$ inclusive, en cierto segmento que contiene el punto $x = a$. Hallaremos un polinomio $y = P_n(x)$ de grado no superior a n , cuyo valor en el punto $x = a$ sea igual al de la función $f(x)$ en el mismo punto, y los valores de sus derivadas hasta el n –ésimo orden sean iguales en el punto $x = a$ a los valores de las derivadas correspondientes de la función $f(x)$ en este punto. Así,

$$P_n(a) = f(a), P'_n(a) = f'(a), P''_n(a) = f''(a), \dots, P^{(n)}_n(a) = f^{(n)}(a). \quad (2.252)$$

Es de suponer que este polinomio, en cierto aspecto, será próximo a la función $f(x)$. Hallaremos este polinomio siguiendo las potencias de $(x - a)$ con coeficientes indeterminados; es decir,

$$P_n(x) = C_0 + C_1(x - a) + C_2(x - a)^2 + C_3(x - a)^3 + \dots + C_n(x - a)^n. \quad (2.253)$$

Los coeficientes indeterminados C_1, C_2, \dots, C_n se calcular de tal forma que se cumplan las condiciones de la Ecuación 2.252. Las derivadas de $P_n(x)$ son

$$\begin{aligned} P'_n(x) &= C_1 + 2C_2(x - a) + 3C_3(x - a)^2 + \dots + nC_n(x - a)^{n-1}, \\ P''_n(x) &= 2C_2 + (3 * 2)C_3(x - a) + \dots + n(n - 1)C_n(x - a)^{n-2}, \\ &\vdots \\ P^{(n)}_n(x) &= n(n - 1) \dots 2 * 1 * C_n. \end{aligned} \quad (2.254)$$

Sustituyendo x por el valor de a en las dos igualdades de las Ecuaciones 2.253 y 2.254 y sustituyendo, según la Ecuación 2.252, $P_n(a)$ por $f(a)$, $P'_n(a)$ por $f'(a)$, \dots , etc., obtenemos que

$$\begin{aligned} f(a) &= C_0, \\ f'(a) &= C_1, \\ f''(a) &= 2 * 1 * C_2, \\ f'''(a) &= 3 * 2 * 1 * C_3, \\ &\vdots \\ f^{(x)}(a) &= n(n - 1)(n - 2) \dots 2 * 1 * C_n; \end{aligned} \quad (2.255)$$

de donde resulta los coeficientes indeterminados como

$$\begin{aligned} C_0 &= f(a), \\ C_1 &= f'(a), \\ C_2 &= \frac{1}{1 * 2} f''(a), \\ C_3 &= \frac{1}{1 * 2 * 3} f'''(a), \\ &\vdots \\ C_n &= \frac{1}{1 * 2 * 3 \dots (n - 1) * n} f^{(n)}(a); \end{aligned} \quad (2.256)$$

Reemplazando los valores hallados de C_0, C_1, \dots, C_n en la Ecuación 2.253 obtenemos el polinomio buscado como

$$P_n(x) = f(a) + (x-a)f'(a) + \frac{(x-a)^2}{1*2}f''(a) + \frac{(x-a)^3}{1*2*3}f'''(a) + \dots + \frac{(x-a)^n}{1*2*\dots*(n-1)*n}f^{(n)}(a). \quad (2.257)$$

Designamos por $R_n(x)$ la diferencia entre los valores de la función dada, $f(x)$, y el polinomio calculado, $P_n(x)$; es decir

$$f(x) = P_n(x) + R_n(x), \quad (2.258)$$

o en forma desarrollada

$$f(x) = f(a) + \frac{(x-a)}{1!}f'(a) + \frac{(x-a)^2}{2!}f''(a) + \frac{(x-a)^3}{3!}f'''(a) + \dots + \frac{(x-a)^n}{n!}f^{(n)}(a) + R_n(x), \quad (2.259)$$

El término $R_n(x)$ se conoce con el nombre de *término complementario* (ver figura 2-7). Para aquellos valores de x en el que el término complementario $R_n(x)$ es pequeño, el polinomio $P_n(x)$ da un valor aproximado de la función $f(x)$.

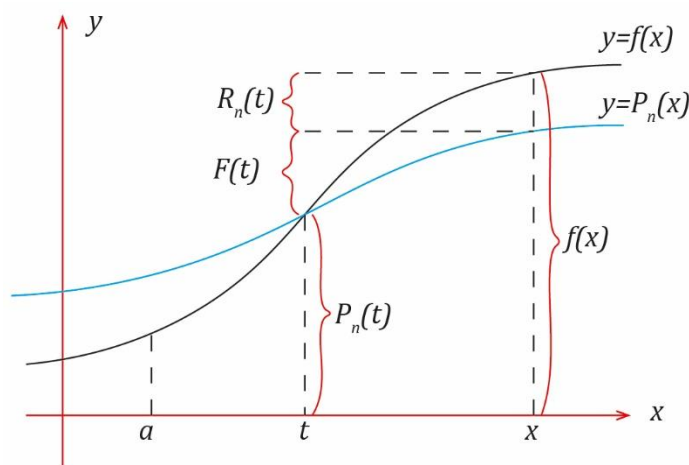


Figura 2-7. Aproximación del polinomio $P_n(x)$ a la función $f(x)$, mediante el término complementario $R_n(x)$. Adaptado de "Cálculo Diferencial e Integral Tomo I y II," por N. Piskunov, 1977, Mir, p. 294, Copyright 1977 Mir.

Así pues, la Ecuación 2.259 permite sustituir la función $y = f(x)$ por el polinomio $y = P_n(x)$ con el grado correspondiente de precisión, igual al valor del término complementario $R_n(x)$. El término complementario se expresa por

$$R_n(x) = \frac{(x-a)^{n+1}}{(n+1)!}Q(x), \quad (2.260)$$

donde $Q(x)$ es la función que debemos hallar. Escribamos nuevamente la Ecuación 2.259 como

$$f(x) = f(a) + \frac{(x-a)}{1!} f'(a) + \frac{(x-a)^2}{2!} f''(a) + \frac{(x-a)^3}{3!} f'''(a) + \dots + \frac{(x-a)^n}{n!} f^{(n)}(a) + \frac{(x-a)^{n+1}}{(n+1)!} Q(x). \quad (2.261)$$

Considerando fijos los valores de x y a , la función $Q(x)$ tendrá un valor determinado, que designamos por Q .

Veamos ahora la función auxiliar de t (t está comprendido entre a y x), el cual se expresa como

$$F(t) = f(x) - \left[f(t) + \frac{(x-t)}{1!} f'(t) + \frac{(x-t)^2}{2!} f''(t) + \frac{(x-t)^3}{3!} f'''(t) + \dots + \frac{(x-t)^n}{n!} f^{(n)}(t) + \frac{(x-t)^{n+1}}{(n+1)!} Q \right], \quad (2.262)$$

donde el valor de Q viene determinado por Ecuación 2.261, cuando a y x son números determinados. Tomando la derivada de esta ecuación se tiene que

$$F'(t) = -f'(t) - \frac{d}{dt} \left[\frac{(x-t)}{1!} f'(t) \right] - \frac{d}{dt} \left[\frac{(x-t)^2}{2!} f''(t) \right] - \frac{d}{dt} \left[\frac{(x-t)^3}{3!} f'''(t) \right] - \dots - \frac{d}{dt} \left[\frac{(x-t)^n}{n!} f^{(n)}(t) \right] - \frac{d}{dt} \left[\frac{(x-t)^{n+1}}{(n+1)!} Q \right] \quad (2.263)$$

y reduciendo términos obtenemos que

$$F'(t) = -\frac{(x-t)^n}{n!} f^{(n+1)}(t) + \frac{(x-t)^n}{n!} Q. \quad (2.264)$$

Por consiguiente, la función $F(t)$ tiene derivadas en todos los puntos t próximos a a . Además, observamos, según la Ecuación 2.262, que

$$F(x) = 0, \quad F(a) = 0. \quad (2.265)$$

Por estas afirmaciones se concluye que a la función $F(t)$ se le puede aplicar el teorema de Rolle. El teorema de Rolle nos indica que si una función $F(t)$ es continua sobre el segmento $[a, x]$ y derivable en todos los puntos interiores de este, reduciéndose a cero en los extremos; es decir, $F(a) = F(x) = 0$, entonces, dentro del segmento $[a, x]$ existe por lo menos un punto, $t = \xi$ ($a < \xi < x$), en el que la derivada $F'(t)$ se reduce a cero; es decir, $F'(\xi) = 0$. De aquí, según la ecuación 2.264, obtenemos que

$$-\frac{(x-\xi)^n}{n!} f^{(n+1)}(\xi) + \frac{(x-\xi)^n}{n!} Q = 0 \quad (2.266)$$

y

$$Q = f^{(n+1)}(\xi). \quad (2.267)$$

Introduciendo en la Ecuación 2.260, resulta que el termino complementario es

$$R_n(x) = \frac{(x-a)^{n+1}}{(n+1)!} f^{(n+1)}(\xi). \quad (2.268)$$

Esta es la llamada *formula de Lagrange* para el termino complementario.

Como ξ está comprendido entre a y x , puede ser representado por

$$\xi = a + \theta(x - a) \quad (2.269)$$

donde, θ es un número comprendido entre 0 y 1; es decir, $0 < \theta < 1$. En este caso la fórmula del término complementario toma la forma de

$$R_n(x) = \frac{(x - a)^{n+1}}{(n + 1)!} f^{(n+1)}[a + \theta(x - a)]. \quad (2.270)$$

Así, la fórmula

$$\begin{aligned} f(x) = f(a) + \frac{(x - a)}{1!} f'(a) + \frac{(x - a)^2}{2!} f''(a) + \frac{(x - a)^3}{3!} f'''(a) + \dots + \frac{(x - a)^n}{n!} f^{(n)}(a) \\ + \frac{(x - a)^{n+1}}{(n + 1)!} f^{(n+1)}[a + \theta(x - a)] \end{aligned} \quad (2.271)$$

se denomina *fórmula de Taylor* para la función $f(x)$.

Haciendo $a = 0$, la fórmula de Taylor se escribe como

$$f(x) = f(0) + \frac{(x)}{1!} f'(0) + \frac{(x)^2}{2!} f''(0) + \frac{(x)^3}{3!} f'''(0) + \dots + \frac{(x)^n}{n!} f^{(n)}(0) + \frac{(x)^{n+1}}{(n + 1)!} f^{(n+1)}[\theta x], \quad (2.272)$$

donde θ es un número comprendido entre 0 y 1. En este caso particular, la fórmula de Taylor toma también el nombre de *fórmula de Maclaurin*.

Si la función $f(x)$ tiene las derivadas de todos los órdenes en la vecindad del punto $x = a$, entonces podemos tomar n arbitrariamente grande en la fórmula de Taylor. Supongamos que en esta vecindad el término complementario $R_n(x)$ tiende a cero cuando $n \rightarrow \infty$. Por tanto,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} R_n(x) = 0. \quad (2.273)$$

Entonces, pasando la Ecuación 2.272 al límite, cuando $n \rightarrow \infty$, obtenemos una serie infinita que se llama *serie de Taylor*. Así,

$$f(x) = f(a) + \frac{(x - a)}{1!} f'(a) + \frac{(x - a)^2}{2!} f''(a) + \dots + \frac{(x - a)^n}{n!} f^{(n)}(a) + \dots \quad (2.274)$$

Esta última igualdad se verifica solo si $R_n(x) \rightarrow 0$ cuando $n \rightarrow \infty$. En este caso la serie converge y su suma es igual a la función dada $f(x)$. Demostremos que esto es así; debido a que $f(x) = P_n(x) + R_n(x)$, donde $P_n(x)$ está dada por la Ecuación 2.257, y según la condición $\lim_{n \rightarrow \infty} R_n(x) = 0$, se tiene que

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} P_n(x). \quad (2.275)$$

Pero $P_n(x)$ es la n -ésima suma parcial de la serie de la Ecuación 2.257; su límite es igual a la suma de la serie del segundo miembro de la igualdad en la Ecuación 2.274. Por tanto, la Ecuación 2.273 es válida.

De lo expuesto se deduce que la serie de Taylor representa la función dada $f(x)$ solo cuando $\lim_{n \rightarrow \infty} R_n(x) = 0$. Si $\lim_{n \rightarrow \infty} R_n(x) \neq 0$, la serie no representa la función dada, aunque puede converger hacia otra función.

Si en la serie de Taylor ponemos $a = 0$, obtenemos un caso particular de ésta, que se llama *serie de Maclaurin*. Así,

$$f(x) = f(0) + \frac{(x)}{1!} f'(0) + \frac{(x)^2}{2!} f''(0) + \dots + \frac{(x)^n}{n!} f^{(n)}(0) + \dots \quad (2.276)$$

Si escribimos formalmente la serie de Taylor de una función; entonces, para demostrar que la serie efectivamente representa la función dada, es preciso demostrar que el termino complementario tiende a cero.

2.7.2. Linealización de las ecuaciones de una máquina

Cualquier variable de la máquina sincrónica f_i puede escribirse en términos de la serie de Taylor sobre su valor fijo, f_{i0} . Así, de la Ecuación 2.274, puede escribirse que

$$g(f_i) = g(f_{i0}) + \frac{(f_i - f_{i0})}{1!} g'(f_{i0}) + \frac{(f_i - f_{i0})^2}{2!} g''(f_{i0}) + \dots + \frac{(f_i - f_{i0})^n}{n!} g^{(n)}(f_{i0}) + \dots \quad (2.277)$$

o

$$g(f_i) = g(f_{i0}) + \frac{\Delta f_i}{1!} g'(f_{i0}) + \frac{(\Delta f_i)^2}{2!} g''(f_{i0}) + \dots + \frac{(\Delta f_i)^n}{n!} g^{(n)}(f_{i0}) + \dots, \quad (2.278)$$

donde $\Delta f_i = f_i - f_{i0}$. Si solo se experimenta una pequeña excursión desde el punto fijo, todos los términos por encima del primer orden pueden ignorarse y $g(f_i)$ puede aproximarse por

$$g(f_i) \approx g(f_{i0}) + \frac{(f_i - f_{i0})}{1!} g'(f_{i0}). \quad (2.279)$$

Así las características del pequeño desplazamiento esta dado por el termino de primer orden de la serie de Taylor; esto es,

$$\Delta g(f_i) = \frac{(f_i - f_{i0})}{1!} g'(f_{i0}) = \Delta f_i g'(f_{i0}). \quad (2.280)$$

Para funciones de dos variables se aplica el mismo argumento. Así,

$$g(f_1, f_2) \approx g(f_{10}, f_{20}) + \Delta f_1 \frac{\partial g(f_{10}, f_{20})}{\partial f_1} + \Delta f_2 \frac{\partial g(f_{10}, f_{20})}{\partial f_2}, \quad (2.281)$$

donde los últimos dos términos de esta ecuación se denotan por $\Delta g(f_1, f_2)$.

Si, por ejemplo, aplicamos este método a la expresión para el torque electromagnético de una máquina sincrónica, Ecuación 2.248, obtenemos que

$$\begin{aligned}
& T_e(i^r_{qs}, i^r_{ds}, i^{r'}_{kq1}, i^{r'}_{kq2}, i^{r'}_{fd}, i^{r'}_{kd}) \\
& \approx T_e(i^r_{qs0}, i^r_{ds0}, i^{r'}_{kq10}, i^{r'}_{kq20}, i^{r'}_{fd0}, i^{r'}_{kd0}) \\
& + \Delta i^r_{qs} \frac{\partial}{\partial i^r_{qs}} T_e(i^r_{qs}, i^r_{ds}, i^{r'}_{kq1}, i^{r'}_{kq2}, i^{r'}_{fd}, i^{r'}_{kd}) \\
& + \Delta i^r_{ds} \frac{\partial}{\partial i^r_{ds}} T_e(i^r_{qs}, i^r_{ds}, i^{r'}_{kq1}, i^{r'}_{kq2}, i^{r'}_{fd}, i^{r'}_{kd}) \\
& + \Delta i^{r'}_{kq1} \frac{\partial}{\partial i^{r'}_{kq1}} T_e(i^r_{qs}, i^r_{ds}, i^{r'}_{kq1}, i^{r'}_{kq2}, i^{r'}_{fd}, i^{r'}_{kd}) \\
& + \Delta i^{r'}_{kq2} \frac{\partial}{\partial i^{r'}_{kq2}} T_e(i^r_{qs}, i^r_{ds}, i^{r'}_{kq1}, i^{r'}_{kq2}, i^{r'}_{fd}, i^{r'}_{kd}) \\
& + \Delta i^{r'}_{fd} \frac{\partial}{\partial i^{r'}_{fd}} T_e(i^r_{qs}, i^r_{ds}, i^{r'}_{kq1}, i^{r'}_{kq2}, i^{r'}_{fd}, i^{r'}_{kd}) \\
& + \Delta i^{r'}_{kd} \frac{\partial}{\partial i^{r'}_{kd}} T_e(i^r_{qs}, i^r_{ds}, i^{r'}_{kq1}, i^{r'}_{kq2}, i^{r'}_{fd}, i^{r'}_{kd}),
\end{aligned} \tag{2.282}$$

de donde la expresión de pequeño desplazamiento, con $i^{r'}_{kd0} = i^{r'}_{kq10} = i^{r'}_{kq20} = 0$, es

$$\begin{aligned}
\Delta T_e = & [X_{mq} i^r_{ds0} - X_{md} (i^r_{ds0} - i^{r'}_{fd0})] \Delta i^r_{qs} + [-X_{md} i^r_{qs0} + X_{mq} i^r_{qs0}] \Delta i^r_{ds} \\
& - X_{mq} i^r_{ds0} \Delta i^{r'}_{kq1} - X_{mq} i^r_{ds0} \Delta i^{r'}_{kq2} + X_{md} i^r_{qs0} \Delta i^{r'}_{fd} \\
& + X_{md} i^r_{qs0} \Delta i^{r'}_{kd};
\end{aligned} \tag{2.283}$$

los subíndices 0 denotan cantidades en estado estable.

Linealizando las Ecuaciones 2.247 - 2.251 nos resulta la Ecuación 2.284. Dado que las corrientes de los devanados de amortiguación en estado estable ($i^{r'}_{kd0}, i^{r'}_{kq10}, i^{r'}_{kq20}$) son cero, no se incluyen en la Ecuación 2.284. Además, una máquina sincrónica generalmente se conecta a un sistema eléctrico como un sistema de potencia y dado que resulta ventajoso linealizar las ecuaciones de voltaje del sistema en el marco de referencia que rota sincrónicamente, es conveniente incluir la relación entre $\Delta \omega_r$ y $\Delta \delta$ en la Ecuación 2.284.

$$\begin{bmatrix} \Delta v^r_{qs} \\ \Delta v^r_{ds} \\ \Delta v'^r_{kq1} \\ \Delta v'^r_{kq2} \\ \Delta e'^r_{xfd} \\ \Delta v'^r_{kd} \\ \Delta T_l \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_s - \frac{p}{w_b} X_q & -\frac{w_e}{w_b} X_d & \frac{p}{w_b} X_{mq} & \frac{p}{w_b} X_{mq} & \frac{w_e}{w_b} X_{md} & \frac{w_e}{w_b} X_{md} & \{-X_d i^r_{ds0} + X_{md} i'^r_{fd0}\} & 0 \\ \frac{w_e}{w_b} X_q & -r_s - \frac{p}{w_b} X_d & -\frac{w_e}{w_b} X_{mq} & -\frac{w_e}{w_b} X_{mq} & \frac{p}{w_b} X_{md} & \frac{p}{w_b} X_{md} & -r_s b_{13} & 0 \\ -\frac{p}{w_b} X_{mq} & 0 & r'_{kq1} + \frac{p}{w_b} X'_{kq1} & \frac{p}{w_b} X_q & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{p}{w_b} X_{mq} & 0 & \frac{p}{w_b} X_{mq} & r'_{kq2} + \frac{p}{w_b} X'_{kq2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{X_{md}}{r'_{fd}} \left(\frac{p}{w_b} X_{md} \right) & 0 & 0 & \frac{X_{md}}{r'_{fd}} \left(r'_{fd} + \frac{p}{w_b} X'_{fd} \right) & \frac{X_{md}}{r'_{fd}} \left(\frac{p}{w_b} X_{md} \right) & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{p}{w_b} X_{md} & 0 & 0 & \frac{p}{w_b} X_{md} & r'_{kd} + \frac{p}{w_b} X'_{kd} & 0 & 0 \\ \{X_{mq} i^r_{ds0} - X_{md} (i^r_{ds0} - i'^r_{fd0})\} & (-X_{md} + X_{mq}) i^r_{qs0} & -X_{mq} i^r_{ds0} & -X_{mq} i^r_{ds0} & X_{md} i^r_{qs0} & X_{md} i^r_{qs0} & 2Hp & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -w_b & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i^r_{qs} \\ \Delta i^r_{ds} \\ \Delta i'^r_{kq1} \\ \Delta i'^r_{kq2} \\ \Delta i'^r_{fd} \\ \Delta i'^r_{kd} \\ \frac{\Delta w_r}{w_b} \\ \Delta \delta \end{bmatrix} \quad (2.284)$$

La Ecuación 2.284 puede escribirse también en la forma

$$\mathbf{E}p\mathbf{x} = \mathbf{F}\mathbf{x} + \mathbf{u}, \quad (2.285)$$

donde

$$(\mathbf{x})^T = \left[\Delta i^r_{qs} \quad \Delta i^r_{ds} \quad \Delta i'^r_{kq1} \quad \Delta i'^r_{kq2} \quad \Delta i'^r_{fd} \quad \Delta i'^r_{kd} \quad \frac{\Delta w_r}{w_b} \quad \Delta \delta \right], \quad (2.286)$$

$$(\mathbf{u})^T = [\Delta v^r_{qs} \quad \Delta v^r_{ds} \quad \Delta v'^r_{kq1} \quad \Delta v'^r_{kq2} \quad \Delta e'^r_{xfd} \quad \Delta v'^r_{kd} \quad \Delta T_I \quad 0], \quad (2.287)$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{w_b} \begin{bmatrix} -X_q & 0 & -X_{mq} & X_{mq} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -X_d & 0 & 0 & X_{md} & X_{md} & 0 & 0 \\ -X_{mq} & 0 & X'_{kq1} & X_{mq} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -X_{mq} & 0 & X_{mq} & X'_{kq2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{(X_{md})^2}{r'_{fd}} & 0 & 0 & \frac{X_{md} X'_{fd}}{r'_{fd}} & \frac{(X_{md})^2}{r'_{fd}} & 0 & 0 \\ 0 & -X_{md} & 0 & 0 & X_{md} & X'_{kd} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2Hw_b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & w_b \end{bmatrix} \quad (2.288)$$

y

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} -r_s & -\frac{w_e}{w_b} X_d & 0 & 0 & \frac{w_e}{w_b} X_{md} & \frac{w_e}{w_b} X_{md} & \{-X_d i^r_{ds0} + X_{md} i'^r_{fd0}\} & 0 \\ \frac{w_e}{w_b} X_q & -r_s & -\frac{w_e}{w_b} X_{mq} & -\frac{w_e}{w_b} X_{mq} & 0 & 0 & X_q i^r_{qs0} & 0 \\ 0 & 0 & r'_{kq1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r'_{kq2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_{md} & 0 & 0 & 0 \\ \{X_{mq} i^r_{ds0} - X_{md} (i^r_{ds0} - i'^r_{fd0})\} & \{-X_{md} i^r_{qs0} + X_{mq} i^r_{qs0}\} & 0 & 0 & 0 & r'_{kd} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -X_{md} i^r_{ds0} & -X_{md} i^r_{ds0} & X_{md} i^r_{qs0} & X_{md} i^r_{qs0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -w_b & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.289)$$

Las Ecuaciones 2.285 – 2.289 son suficientes para describir el comportamiento de un pequeño desplazamiento durante una operación aislada con la máquina sincrónica conectada a una carga pasiva. En muchos casos, sin embargo, la máquina sincrónica está conectada a un sistema de potencia y por lo tanto los voltajes v^r_{qs} y v^r_{ds} , los cuales son funciones de la variable de estado δ , varían como varía el ángulo del rotor durante una perturbación. Por supuesto, es necesario tener en cuenta como las variables de estado dependen de las fuerzas impulsoras antes de expresar las ecuaciones diferenciales lineales en forma fundamental.

En el análisis de un sistema de potencia usualmente se asume que en algún lugar del sistema existe una fuente balanceada que puede considerarse como una fuente de amplitud constante, frecuencia constante e impedancia cero; es decir un *bus infinito*. Esta sería una fuerza impulsora independiente equilibrada que se representa como voltajes constantes en el marco de referencia que rota sincrónicamente. Por tanto, es necesario relacionar las variables en el marco de referencia que gira sincrónicamente, donde la fuerza impulsora independiente existe,

a las variables de referencia del rotor. La transformación dada por la Ecuación 2.251 es no lineal. Para incorporar esta ecuación dentro de un conjunto de ecuaciones diferenciales lineales, este debe linealizarse. Empleando las aproximaciones $\cos \Delta\delta = 1$ y $\sin \Delta\delta = \Delta\delta$, la versión linealizada de la Ecuación 2.251 es

$$\begin{bmatrix} \Delta f^r_{qs} \\ \Delta f^r_{ds} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \delta_0 & -\sin \delta_0 \\ \sin \delta_0 & \cos \delta_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta f^e_{qs} \\ \Delta f^e_{ds} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -f^r_{ds0} \\ f^r_{qs0} \end{bmatrix} \Delta\delta. \quad (2.290)$$

Linealizando la transformación inversa nos da

$$\begin{bmatrix} \Delta f^e_{qs} \\ \Delta f^e_{ds} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \delta_0 & \sin \delta_0 \\ -\sin \delta_0 & \cos \delta_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta f^r_{qs} \\ \Delta f^r_{ds} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f^e_{ds0} \\ -f^e_{qs0} \end{bmatrix} \Delta\delta. \quad (2.291)$$

Esta dos ultima ecuaciones pueden escribirse como

$$\Delta \mathbf{f}^r_{qds} = \mathbf{T} \Delta \mathbf{f}^e_{qds} + \mathbf{F}^r \Delta\delta \quad (2.292)$$

y

$$\Delta \mathbf{f}^e_{qds} = (\mathbf{T})^{-1} \Delta \mathbf{f}^r_{qds} + \mathbf{F}^e \Delta\delta. \quad (2.293)$$

En la figura 2-8 se muestra la conexión de las relaciones anteriores. Se observa un cambio en $\Delta \mathbf{v}^e_{qds}$ a través de la transformación a las ecuaciones de voltaje en el marco de referencia del rotor y finalmente se vuelve a las corrientes en el marco de referencia que gira sincrónicamente $\Delta \mathbf{i}^e_{qds}$. Si, por ejemplo, el objetivo es estudiar el pequeño desplazamiento dinámico de una máquina sincrónica con sus terminales conectados a un bus infinito, $\Delta \mathbf{v}^e_{qds}$ será cero y $\Delta \mathbf{v}^r_{qds}$ cambia solo debido a $\Delta\delta$. También, en este caso, es necesario transformar las corrientes en el marco de referencia del rotor al marco de referencia que gira sincrónicamente porque la fuente (bus infinito) tiene impedancia cero.

Si la máquina se conecta a través de una línea de transmisión a un sistema grande (bus infinito), las dinámicas de un pequeño desplazamiento del sistema de transmisión deben tomarse en cuenta. Si la máquina se conecta solo a una línea de transmisión y no está equipado con un regulador de voltaje, es conveniente transformar las ecuaciones de la línea de transmisión al marco de referencia del rotor, de lo cual la máquina y la línea de transmisión pueden considerarse de la misma forma que una máquina conectada a un bus infinito. Si, sin embargo, la máquina se equipa con un regulador de voltaje automático o más de una máquina se conecta a la misma línea de transmisión, generalmente es preferible expresar las dinámicas del sistema de transmisión en el marco de referencia que gira sincrónicamente y transformar hacia y desde el marco de referencia del rotor de cada máquina como se muestra en la figura 2-8.

Si la máquina se equipa con un regulador de voltaje, el comportamiento dinámico del regulador afectará las características dinámicas de la máquina. Por lo tanto, las dinámicas del pequeño desplazamiento del regulador deben tomarse en cuenta. Cuando los reguladores son empleados, el cambio en el voltaje de campo $\Delta e^{r'}_{xfd}$ esta dinámicamente relacionado con el cambio en el voltaje terminal, el cual es una función de $\Delta \mathbf{v}^e_{qds}$ (o $\Delta \mathbf{v}^r_{qds}$), el cambio en la corriente de campo $\Delta \mathbf{i}^r_{fd}$ y quizá el cambio en la velocidad del rotor $\Delta \omega_r / \omega_b$ si el sistema de

excitación esta equipado con un control para ayudar a amortiguar las oscilaciones del rotor mediante el control del voltaje de campo. Este tipo de control de amortiguación se denomina estabilizador de sistema de potencia.

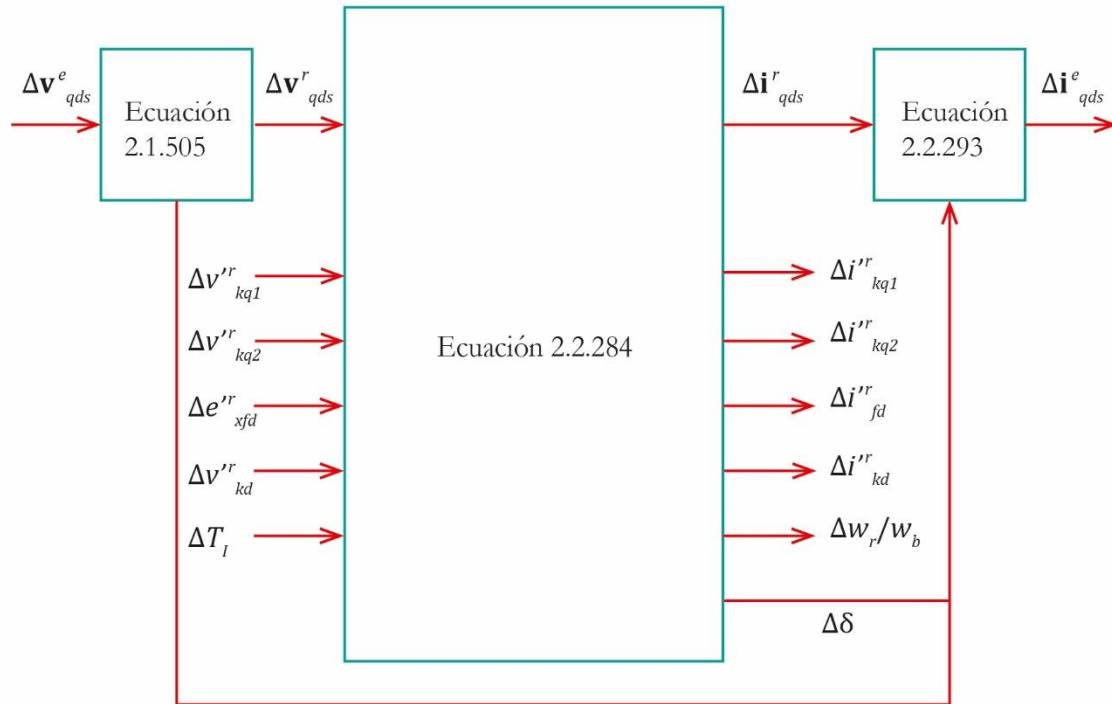


Figura 2-8. Ecuaciones de interconexión de pequeño desplazamiento de una máquina síncrona: Ecuaciones de Park. $\Delta \mathbf{v}^e_{qds}$ matriz de voltajes q y d referidas al marco de referencia sincrónico, $\Delta \mathbf{v}^r_{qds}$ matriz de voltajes q y d referidas al marco de referencia fijo en el rotor, $\Delta \mathbf{i}^e_{qds}$ matriz de corrientes q y d referidas al marco de referencia sincrónico, $\Delta \mathbf{i}^r_{qds}$ matriz de corrientes q y d referidas al marco de referencia fijo en el rotor, $\Delta v''_{kd}$, $\Delta v''_{kq1}$ y $\Delta v''_{kq2}$ son las derivadas de los pequeños desplazamientos de los voltajes de los devanados de amortiguación en el marco de referencia fijo en el rotor, $\Delta v''_{fd}$ es la derivada de un pequeño desplazamiento del voltaje del devanado de campo en el marco de referencia fijo en el rotor, $\Delta i''_{kd}$, $\Delta i''_{kq1}$ y $\Delta i''_{kq2}$ son las derivadas de pequeños desplazamientos de las corrientes de los devanados de amortiguación en el marco de referencia fijo en el rotor, $\Delta i''_{fd}$ es la derivada de un pequeño desplazamiento de la corriente del devanado de campo en el marco de referencia fijo en el rotor, $\Delta w_r/w_b$ es el cambio en la velocidad del rotor, $\Delta \delta$ es un pequeño desplazamiento en el ángulo del rotor y ΔT_I representa un pequeño desplazamiento en el troque de entrada. Adaptado de "Analysis of Electric Machinery and Drive System," por Krause et al., 2002, Wiley-Interscience, p. 217, Copyright 2002 by The Institute of Electronics Engineers.

En algunas investigaciones es necesario incorporar las dinámicas de un pequeño desplazamiento del sistema de motor primario. En este caso, el cambio en la entrada de torque ΔT_I será una función del cambio en la velocidad del rotor $\Delta w_r/w_b$, que a su vez es una función de las dinámicas de las masas, ejes y amortiguación asociada con el sistema mecánico.

El primer paso hacia el conjunto de ecuaciones diferenciales lineales dispuestas en forma fundamental es transformar los voltajes y corrientes del estator al marco de referencia que gira sincrónicamente. Por lo tanto, si la Ecuación 2.290 se sustituye para $\Delta \mathbf{v}^r_{qds}$ y $\Delta \mathbf{i}^r_{qds}$, la Ecuación 2.284 se convierte en

$$\begin{bmatrix} \cos \delta_0 \Delta v_{qs}^e - \sin \delta_0 \Delta v_{ds}^e \\ \sin \delta_0 \Delta v_{qs}^e + \cos \delta_0 \Delta v_{ds}^e \\ \Delta v_{kq1}^{r'} \\ \Delta v_{kq2}^{r'} \\ \Delta e_{xfd}^{r'} \\ \Delta v_{kd}^{r'} \\ \Delta T_I \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(r_s + \frac{p}{w_b} X_q\right) i_{ds0}^r + \frac{w_e}{w_b} X_d i_{qs0}^r + v_{ds0}^r \\ \left(-r_s - \frac{p}{w_b} X_q\right) i_{ds0}^r + \frac{w_e}{w_b} X_d i_{qs0}^r - v_{ds0}^r \\ \frac{p}{w_b} X_{mq} i_{ds0}^r \\ \frac{p}{w_b} X_{mq} i_{ds0}^r \\ -\frac{X_{md}}{r'_{fd}} \left(\frac{p}{w_b} X_{md}\right) i_{qs0}^r \\ -\frac{p}{w_b} X_{md} i_{qs0}^r \\ \{-i_{ds0}^r [X_{mq} i_{ds0}^r - X_{md} (i_{ds0}^r - i_{fd0}^{r'})] - \\ i_{qs0}^r (X_{md} i_{qs0}^r - X_{mq} i_{qs0}^r)\} \\ p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \delta_0 \Delta i_{qs}^e - \sin \delta_0 \Delta i_{ds}^e \\ \sin \delta_0 \Delta i_{qs}^e + \cos \delta_0 \Delta i_{ds}^e \\ \Delta i_{kq1}^{r'} \\ \Delta i_{kq2}^{r'} \\ \Delta i_{fd}^{r'} \\ \Delta i_{kd}^{r'} \\ \frac{\Delta w_r}{w_b} \\ \Delta \delta \end{bmatrix} \quad (2.294)$$

Primeras 7 columnas de la Ecuación 2.284

La Ecuación 2.294 puede partitionarse y escribirse como

$$\begin{bmatrix} \mathbf{T} \Delta \mathbf{v}_{qds}^e \\ \Delta \mathbf{v}_{rr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{W} & \mathbf{Y} \\ \mathbf{Q} & \mathbf{S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T} \Delta \mathbf{i}_{qds}^e \\ \Delta \mathbf{i}_{rr} \end{bmatrix}, \quad (2.295)$$

donde todas las matrices y vectores se obtienen de la Ecuación 2.294. Ordenado la Ecuación 2.295 se tiene que

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{v}_{qds}^e \\ \Delta \mathbf{v}_{rr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{T})^{-1} \mathbf{W} \mathbf{T} & (\mathbf{T})^{-1} \mathbf{Y} \\ \mathbf{Q} \mathbf{T} & \mathbf{S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T} \Delta \mathbf{i}_{qds}^e \\ \Delta \mathbf{i}_{rr} \end{bmatrix}. \quad (2.296)$$

La Ecuación 2.296 también puede escribirse como

$$\mathbf{E} p \mathbf{x} = \mathbf{F} \mathbf{x} + \mathbf{u}, \quad (2.297)$$

donde

$$(\mathbf{x})^T = [(\Delta \mathbf{i}_{qds}^e)^T \quad (\Delta \mathbf{i}_{rr})^T] = \left[\Delta i_{qs}^e \quad \Delta i_{ds}^e \quad i_{kq1}^{r'} \quad \Delta i_{kq2}^{r'} \quad \Delta i_{fd}^{r'} \quad \Delta i_{kd}^{r'} \quad \frac{\Delta w_r}{w_b} \quad \Delta \delta \right] \quad (2.298)$$

y

$$\begin{aligned} (\mathbf{u})^T &= [(\Delta \mathbf{v}_{qds}^e)^T \quad (\Delta \mathbf{v}_{rr})^T] \\ &= [\Delta v_{qs}^e \quad \Delta v_{ds}^e \quad v_{kq1}^{r'} \quad \Delta v_{kq2}^{r'} \quad \Delta e_{xfd}^{r'} \quad \Delta v_{kd}^{r'} \quad \Delta T_I \quad 0]. \end{aligned} \quad (2.299)$$

Es importante notar que $\Delta \mathbf{i}_{rr}$ ($\Delta \mathbf{v}_{rr}$) contiene otras variables además de las corrientes (voltajes) del rotor. Aunque sería preferible reservar $\Delta \mathbf{i}_{rr}$ y $\Delta \mathbf{v}_{rr}$ solo para corrientes y voltajes del rotor, esto requiere separar $\Delta w_r/w_b$, $\Delta \delta$ y

ΔT_I , lo cual incrementaría los términos en la matriz particionada. Considerando los términos diferentes a voltajes y corrientes nos permite mantener las ecuaciones en forma compacta. Las matrices \mathbf{E} y \mathbf{F} son

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} (\mathbf{T})^{-1} \mathbf{W}_p \mathbf{T} & (\mathbf{T})^{-1} \mathbf{Y}_p \\ \mathbf{Q}_p \mathbf{T} & \mathbf{S}_p \end{bmatrix} \quad (2.300)$$

y

$$\mathbf{F} = - \begin{bmatrix} (\mathbf{T})^{-1} \mathbf{W}_k \mathbf{T} & (\mathbf{T})^{-1} \mathbf{Y}_k \\ \mathbf{Q}_k \mathbf{T} & \mathbf{S}_k \end{bmatrix}. \quad (2.301)$$

En las Ecuaciones 2.300 y 2.301 las matrices con el subíndice p contiene solo términos asociados con las derivadas, mientras que el subíndice k denota matrices que contienen los términos restantes. Así,

$$\mathbf{W}_p = \frac{1}{w_b} \begin{bmatrix} -X_q & 0 \\ 0 & -X_d \end{bmatrix}, \quad (2.302)$$

$$\mathbf{Y}_p = \frac{1}{w_b} \begin{bmatrix} X_{mq} & X_{mq} & 0 & 0 & 0 & X_q i^r_{ds0} \\ 0 & 0 & X_{md} & X_{md} & 0 & -X_d i^r_{qs0} \end{bmatrix}, \quad (2.303)$$

$$(\mathbf{Q}_p)^T = \frac{1}{w_b} \begin{bmatrix} -X_{mq} & -X_{mq} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{(X_{md})^2}{r'_{fd}} & -X_{md} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.304)$$

$$\mathbf{S}_p = \frac{1}{w_b} \begin{bmatrix} X'_{kq1} & X_{mq} & 0 & 0 & 0 & X_{mq} i^r_{ds0} \\ X_{mq} & X'_{kq1} & 0 & 0 & 0 & X_{mq} i^r_{ds0} \\ 0 & 0 & \frac{X_{md} X'_{fd}}{r'_{fd}} & \frac{(X_{md})^2}{r'_{fd}} & 0 & -\frac{(X_{md})^2}{r'_{fd}} i^r_{qs0} \\ 0 & 0 & X_{md} & X'_{kd} & 0 & -X_{md} i^r_{qs0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2Hw_b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.305)$$

$$\mathbf{W}_k = \begin{bmatrix} -r_s & -\frac{w_e}{w_b} X_d \\ \frac{w_e}{w_b} X_q & -r_s \end{bmatrix}, \quad (2.306)$$

$$\mathbf{Y}_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{w_e}{w_b} X_{md} & \frac{w_e}{w_b} X_{md} & -X_q i^r_{ds0} + X_{md} i^r_{fd0} & r_s i^r_{ds0} - \frac{w_e}{w_b} X_d i^r_{qs0} + v^r_{ds0} \\ -\frac{w_e}{w_b} X_{mq} & -\frac{w_e}{w_b} X_{mq} & 0 & 0 & X_q i^r_{qs0} & -r_s i^r_{qs0} - \frac{w_e}{w_b} X_q i^r_{ds0} - v^r_{qs0} \end{bmatrix}, \quad (2.307)$$

$$(\mathbf{Q}_k)^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & X_{mq} i^r_{ds0} - X_{md} (i^r_{ds0} - i^r_{fd0}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -X_{md} i^r_{qs0} + X_{mq} i^r_{qs0} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.308)$$

y

$$\mathbf{S}_k = \begin{bmatrix} r'_{kq1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r'_{kq2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X_{md} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r'_{kd} & 0 & 0 \\ -X_{mq}i^r_{ds0} & -X_{mq}i^r_{ds0} & X_{md}i^r_{qs0} & X_{md}i^r_{qs0} & 0 & -i^r_{ds0}\{X_{mq}i^r_{ds0} - \\ & & & & & X_{md}(i^r_{ds0} - i^r_{fd0})\} \\ & & & & & i^r_{qs0}(X_{md}i^r_{qs0} - \\ & & & & & X_{mq}i^r_{qs0}) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -w_b & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.309)$$

La Ecuación 2.297 puede escribirse en forma fundamental como

$$p\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}, \quad (2.310)$$

con

$$\mathbf{A} = (\mathbf{E})^{-1} \mathbf{F} \quad (2.311)$$

y

$$\mathbf{B} = (\mathbf{E})^{-1}, \quad (2.312)$$

donde \mathbf{E} está dado por la Ecuación 2.300 y \mathbf{F} por la Ecuación 2.301.

3. Máquina síncrona – Bus Infinito instalado con un compensador estático VAR

3.1. Compensador reactivo en derivación

Un *compensador reactivo en derivación* es aquel dispositivo cuya función es aumentar la *potencia transmisible* en estado estable, controlar el *perfil de voltaje* a lo largo de la línea de transmisión, incrementar el *límite de estabilidad de voltaje* e incrementar el *límite de estabilidad transitoria*. Es decir, este compensador cambiará las características eléctricas de la línea de transmisión adecuándolo a la demanda de carga que predomina.

Se empleará el compensador en el punto medio (o en algún punto intermedio) de la línea de transmisión para aumentar la potencia transmisible y controlar el perfil de voltaje, segmentado la misma, y se empleará el compensador en el final de la línea de transmisión para incrementar el límite de estabilidad de voltaje.

3.1.1. Regulación del voltaje en el punto medio mediante segmentación de la línea de transmisión

Consideremos el modelo de transmisión de dos generadores en el cual se conecta un compensador reactivo en derivación ideal en el punto medio de la línea de transmisión, como se muestra en la figura 3-1. El adjetivo ideal implica que el voltaje en el punto medio permanece constante, excepto en una posible falla, y su ángulo de fase experimenta los mismos cambios que el ángulo de fase de los generadores, de esta forma el compensador no intercambia potencia activa pero si entrega potencia reactiva ilimitada. La línea de transmisión se representa por inductancias en serie mientras que el compensador se representa mediante una fuente de voltaje sinusoidal (en la frecuencia fundamental) en fase con el voltaje en el punto medio, \tilde{v}_m , y con una amplitud igual a la del extremo de envío y recepción ($V_m = V_s = V_r = V$).

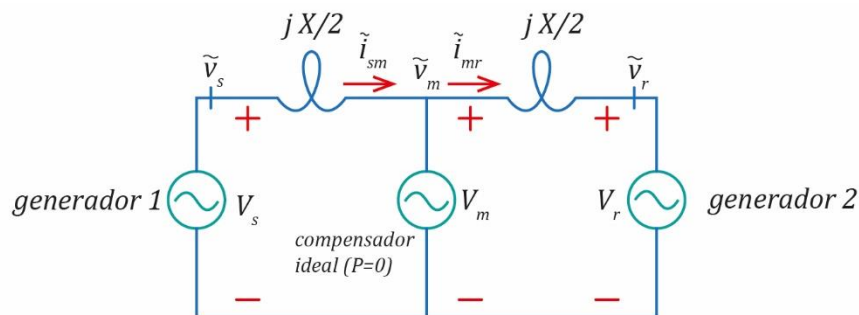


Figura 3-1. Sistema de potencia de dos máquinas con un compensador de potencia reactiva en derivación de punto medio. Adaptado de “Understanding FACTS Concepts and Technology of Flexible AC Transmission Systems,” por Narain G. Hingorani y Laszlo Gyugyi, 2000, IEEE Wiley – Interscience, p. 136, Copyright 2000 by IEEE Inc.

En la figura 3-2 se muestra la relación existente entre \tilde{v}_s , \tilde{v}_m , \tilde{v}_r (incluyendo \tilde{v}_{sm} y \tilde{v}_{mr}) y las corrientes de las líneas segmentadas, \tilde{i}_{sm} e \tilde{i}_{mr} . Debemos tener en cuenta que un compensador reactivo en derivación de

punto medio ideal no intercambia potencia activa. Por tanto, asumiendo que no existen perdidas, la potencia activa será la misma en el extremo de envío, punto medio y extremo de recepción, como se observa en la figura 3-2. Con

$$V_{sm} = V_{mr} = V \cos\left(\frac{\delta}{4}\right) \quad (3.1)$$

y

$$I_{sm} = I_{mr} = \left(\frac{4V}{X}\right) * \cos\left(\frac{\delta}{4}\right), \quad (3.2)$$

la potencia activa transmitida será

$$P = V_{sm} * I_{sm} = V_{mr} * I_{mr} = VI * \cos\left(\frac{\delta}{4}\right) = \left(\frac{2V^2}{X}\right) * \sin\left(\frac{\delta}{2}\right). \quad (3.3)$$

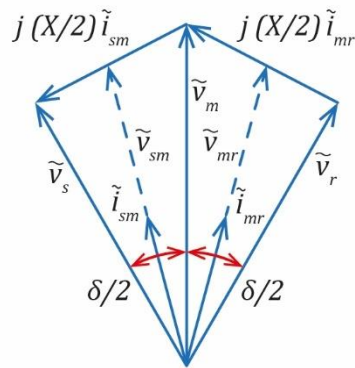


Figura 3-2. Diagrama fasorial del sistema de potencia de dos máquinas con un compensador de potencia reactiva en derivación de punto medio. Adaptado de “Understanding FACTS Concepts and Technology of Flexible AC Transmission Systems,” por Narain G. Hingorani y Laszlo Gyugyi, 2000, IEEE Wiley – Interscience, p. 136, Copyright 2000 by IEEE Inc.

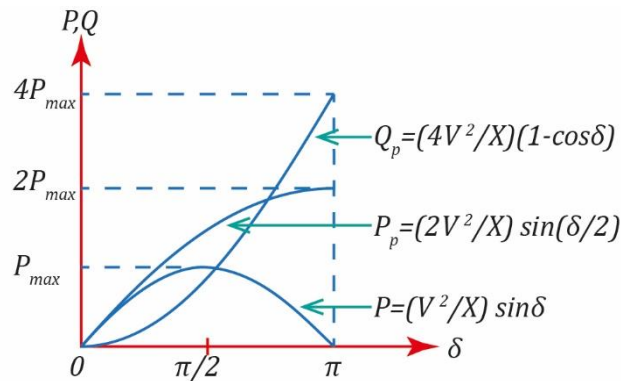


Figura 3-3. Transmisión de potencia versus ángulo del rotor mostrando la variación de la potencia real P_p y la salida de potencia reactiva de compensador Q_p con δ . Adaptado de “Understanding FACTS Concepts and Technology of Flexible AC Transmission Systems,” por Narain G. Hingorani y Laszlo Gyugyi, 2000, IEEE Wiley – Interscience, p. 136, Copyright 2000 by IEEE Inc.

De forma similar se obtiene

$$Q = VI * \sin\left(\frac{\delta}{4}\right) = \left(\frac{4V^2}{X}\right) * \left(1 - \cos\left(\frac{\delta}{2}\right)\right). \quad (3.4)$$

La relación entre la potencia activa P , potencia reactiva Q y el ángulo δ para el caso del compensador ideal se muestra en la figura 3-3.

Se puede observar que este compensador aumenta significativamente la potencia transmisible (doblando su valor) a expensas de una demanda, que aumenta rápidamente, de potencia reactiva en el compensador y también en el generador del extremo de recepción.

La locación del compensador en el punto medio de la línea de transmisión es el mejor debido a que la caída de tensión a lo largo de la línea de transmisión, no compensada, es el de mayor valor en este punto. Además, la locación del compensador en este punto divide en dos partes iguales la línea de transmisión, por lo cual ambos tienen la misma potencia transmisible máxima. En caso de no existir dos segmentos iguales, la potencia transmisible del segmento más largo claramente determinara los límites de transmisión.

El concepto de segmentación de línea de transmisión puede aplicarse para emplear múltiples compensadores localizados entre segmentos iguales de la línea de transmisión. En este caso, la potencia transmisible se duplicará con cada compensador empleado y la variación de voltaje a lo largo de la línea de transmisión decrecerá rápidamente, aproximando un caso ideal de perfil de voltaje constante, con el incremento del número de segmentos. Tal sistema, sin embargo, sería muy complejo y probablemente muy costoso.

3.1.2. Soporte de voltaje al final de la línea de transmisión

Si reemplazamos el sistema del extremo de recepción; es decir, el generador de recepción y el segmento de la línea de transmisión $X/2$, por una carga pasiva que consume una potencia P a una amplitud de voltaje V , el nuevo sistema estará representado por el segmento de envío, el segmento de la línea de transmisión $X/2$ y la carga. Este sistema es conocido como *sistema radial*. Claramente, sin compensación, el voltaje en el punto medio (el cual es ahora el extremo de recepción) variará con el factor de potencia de la carga. Por tanto, el final de la línea es la mejor locación para un compensador, en el caso de un sistema radial, debido a que en este punto se experimenta la mayor variación de voltaje.

En la figura 3-4 (a) se muestra un sistema radial con una reactancia de línea de transmisión X y una impedancia de carga Z . También se muestra el comportamiento del sistema mediante un gráfico de la amplitud de voltaje V_r versus la potencia P a diferentes valores de factor de potencia de la carga. El “punto de nariz”, correspondiente a cada factor de potencia, representa el *voltaje de inestabilidad*. Debemos notar que, si la carga es inductiva el límite de estabilidad de voltaje reduce, mientras que incrementa si la carga es capacitiva. El límite de estabilidad de voltaje es una recta paralela al eje de abscisas que pasa por el voltaje de inestabilidad y divide la región estable de la región inestable, como es observa en la figura 3-4 (a).

En la figura 3-4 (b) se muestra que un compensador reactivo en derivación al final de la línea efectivamente incrementa el límite de estabilidad de voltaje, pero suministrando carga reactiva y regulando el voltaje terminal ($V_s - V_r = 0$).

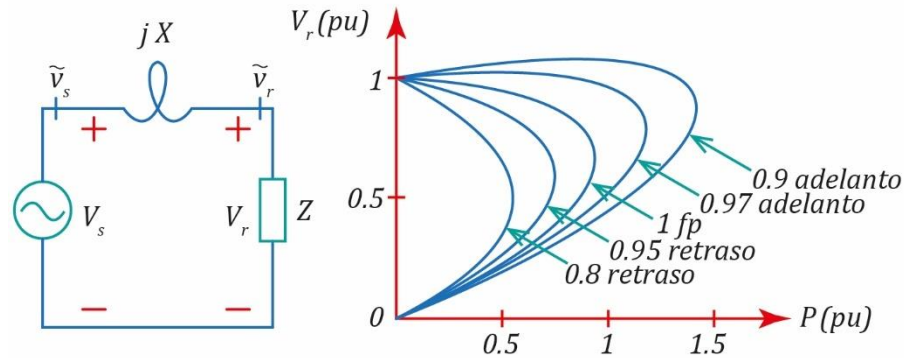


Figura 3-4 (a). Variación del límite de estabilidad de voltaje del sistema radial con la carga y el factor de potencia de la carga. Adaptado de “Understanding FACTS Concepts and Technology of Flexible AC Transmission Systems,” por Narain G. Hingorani y Laszlo Gyugyi, 2000, IEEE Wiley – Interscience, p. 139, Copyright 2000 by IEEE Inc.

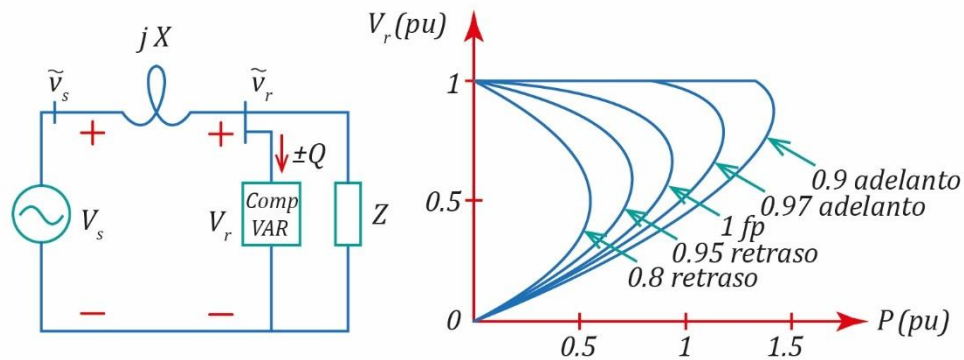


Figura 3-4 (b). Extensión del límite de estabilidad de voltaje debido al compensador reactivo en derivación. Adaptado de “Understanding FACTS Concepts and Technology of Flexible AC Transmission Systems,” por Narain G. Hingorani y Laszlo Gyugyi, 2000, IEEE Wiley – Interscience, p. 139, Copyright 2000 by IEEE Inc.

3.1.3. Mejora de la estabilidad transitoria

La *estabilidad transitoria* es la habilidad del sistema de potencia de mantener el sincronismo cuando este sujeta a una severa perturbación transitoria. El termino transitorio se refiere a una alteración de corto tiempo en el voltaje y corriente desde un estado estable a otro, y se atribuye a un desajuste repentino de carga y generación en la red de distribución. Las alteraciones o fallas consideradas son cortocircuitos de diferentes tipos: fase a tierra, fase a fase a tierra o trifásico.

Se empleará el *criterio de igualdad de área* para demostrar el efecto que tiene un compensador reactivo en derivación cuando existe una perturbación transitoria. Se considera el sistema de potencia de dos generadores (el generador del extremo de recepción es un bus infinito) conectados mediante dos líneas, como se muestra en la

figura 3-5 (a), y las curvas P versus δ del sistema en distintas condiciones, figura 3-5 (b). La curva a muestra el comportamiento del sistema operando en un ángulo cuyo valor es igual a δ_1 para transmitir una potencia P_1 . Cuando ocurre una falla en el segmento 1 de la línea de transmisión, la curva b muestra el comportamiento del sistema durante la falla en el cual se observa que la potencia eléctrica transmitida disminuye drásticamente, mientras que la potencia mecánica de entrada en el generador del extremo de envío permanece constante e igual a P_1 . Es por esta razón que el generador acelera y el ángulo del rotor aumenta a un valor igual a δ_2 en cuyo instante la protección desconecta la línea en falla y el generador del extremo de envío absorbe la *energía de aceleración* representada por el área A_1 en la figura 3-5 (b). La curva c muestra el comportamiento del sistema, excluyendo el segmento 1, una vez se haya removido la falla. En un ángulo igual a δ_2 , se puede observar, en la curva c, que la potencia eléctrica transmitida supera el valor de la potencia mecánica de entrada en el generador del extremo de envío y este comienza a desacelerar. Sin embargo, la energía cinética almacenada en la máquina ocasiona que el ángulo δ aumente aun más. Un valor del ángulo igual al máximo alcanzado δ_3 representa una igualdad de áreas entre la *energía de desaceleración*, representada por el área A_2 , y la energía de aceleración, representada por el área A_1 . El límite de estabilidad transitoria ocurre cuando $\delta_3 = \delta_{crit}$; si $\delta_3 > \delta_{crit}$ no existirá un sincronismo entre el extremo de envío y el extremo de recepción. El área A_{margen} representa el *margen de estabilidad transitoria* del sistema.

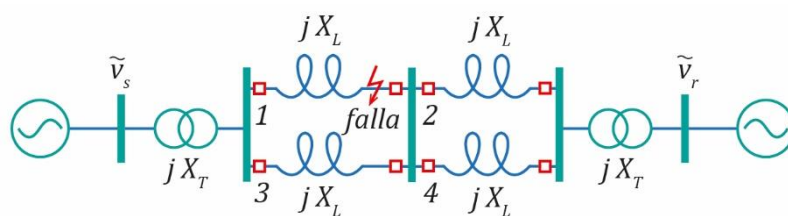


Figura 3-5 (a). Sistema de potencia de dos generadores (el generador del extremo de recepción es un bus infinito) conectados mediante dos líneas. Adaptado de “Understanding FACTS Concepts and Technology of Flexible AC Transmission Systems,” por Narain G. Hingorani y Laszlo Gyugyi, 2000, IEEE Wiley – Interscience, p. 140, Copyright 2000 by IEEE Inc.

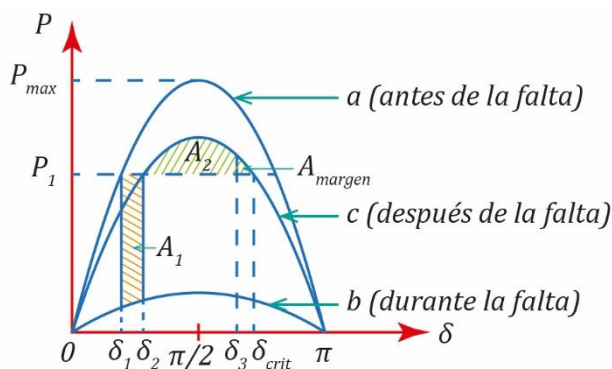


Figura 3-5 (b). Ilustración del criterio de igualdad de áreas para la estabilidad transitoria. Adaptado de “Understanding FACTS Concepts and Technology of Flexible AC Transmission Systems,” por Narain G. Hingorani y Laszlo Gyugyi, 2000, IEEE Wiley – Interscience, p. 140, Copyright 2000 by IEEE Inc.

Se puede observar que la estabilidad transitoria, en un nivel dado de transmisión de potencia y tiempo de removido de falla, se caracteriza por la curva P versus δ del sistema después de la falla. Un control apropiado del compensador reactivo en derivación incrementa la capacidad de transmisión del sistema después de la falla y por tanto mejora la estabilidad transitoria.

Se pudo distinguir el sistema antes de la falla y después de la falla mediante el criterio de igualdad de área de la cual se considera de mayor importancia, desde el punto de vista de la estabilidad transitoria y por tanto la seguridad de todo el sistema, el comportamiento del sistema después de la falla. En otras palabras, los sistemas de potencia se diseñan para ser estables transitoriamente, con escenarios de contingencia definidos antes de la falla y la degradación del sistema después de la falla. Es por esta razón que los sistemas de potencia tienen una capacidad de transmisión de potencia mucho mayor a la cual se las emplea. Por tanto, resulta conveniente (desde el punto de vista económico) emplear técnicas de compensación de actuación rápida, en lugar de una compensación de todo el sistema, especialmente para tratar perturbaciones transitorias y aumentar la potencia transmisible.

Hasta el momento solo se ha considerado el caso de un compensador ideal y se pudo observar en la figura 3-3 que la demanda de potencia reactiva incrementa rápidamente conforme incrementa la potencia transmisible. Sin embargo, por razones económicas, el compensador no siempre entregará potencia reactiva suficiente para una compensación total.

3.1.4. Amortiguación de oscilaciones de potencia

En un sistema de potencia con amortiguación insuficiente, una pequeña perturbación resultaría en una oscilación del ángulo del rotor de las máquinas alrededor del valor en estado estable γ , y por tanto, una *oscilación de potencia* alrededor del valor en estado estable de la potencia transmitida.

Debido a que una oscilación de potencia en un evento altamente dinámico, es necesario variar la compensación; es decir, variar el voltaje (de punto medio) de la línea de transmisión para contrarrestar los cambios de aceleración y desaceleración de las máquinas perturbadas. Esto es, cuando el generador en oscilación acelera y el ángulo del rotor δ crece ($d\delta/dt > 0$), la potencia eléctrica transmitida debe incrementarse para compensar el exceso de potencia mecánica entrante; cuando el generador en oscilación desacelera y el ángulo de rotor δ decrece ($d\delta/dt < 0$), la potencia eléctrica transmitida debe reducirse para equilibrar la insuficiente potencia mecánica entrante.

3.2. Compensador estático VAR

El compensador estático VAR se define como un *generador estático de potencia reactiva* cuya salida se varía para mantener o controlar parámetros específicos del sistema de potencia. El generador estático de potencia reactiva se define como todo el circuito de potencia junto a su control interno que le permiten una salida de potencia reactiva proporcional a una entrada de referencia. Así, el generador estático de potencia reactiva puede verse como un amplificador de potencia que reproduce fielmente la señal de referencia en el nivel de potencia decidido. El uso

funcional del generador estático de potencia reactiva claramente está definido por la señal de referencia que se le da. Consecuentemente un generador estático de potencia reactiva se vuelve un compensador estático de potencia reactiva (SVC) cuando este está equipado con un control externo el cual entrega la señal de referencia, a partir de los requerimientos de operación y las variables predominantes en el sistema de potencia, para realizar la compensación deseada de la línea de transmisión.

3.2.1. Inductor controlado por tiristores

Un inductor controlado por tiristores elemental (TCR, de *thyristor-controlled reactor*) consiste en un inductor y un par de tiristores bidireccionales, como se muestra en la figura 3-6 (a). La corriente en el inductor puede modificarse continuamente de la máxima conducción a cero mediante un control del *ángulo de retardo de disparo* α . La variación de la corriente del inductor $i_L(\alpha)$ se logra controlando el instante de encendido de los tiristores y por tanto controlando el *periodo de conducción* σ para cada semiciclo. Si la conducción se inicia a una tensión de entrada máxima, entonces se alcanza el periodo de conducción completo del tiristor y, por tanto, la corriente máxima en el inductor.

En cuanto a los principios de operación de los tiristores bidireccionales, el comando de los tiristores T_1 y T_2 es secuencial; es decir, cuando un tiristor está en modo de conducción el otro está bloqueado. Existen dos hipótesis concernientes al punto en el cual el ángulo de retardo de disparo tiene referencia:

- El instante en el cual el semiciclo positivo de la forma de onda del voltaje cruza por cero (figura 3-6 (b)).
- El instante en el cual el valor del voltaje máximo ocurre (figura 3-6 (c)).

Si el ángulo de retardo de disparo se mide con respecto al instante en el cual el semiciclo positivo de la forma de onda del voltaje cruza por cero, la conducción completa se logra cuando $\alpha = 90^\circ$ y la conducción mínima cuando $\alpha \approx 180^\circ$. Por tanto, el TCR puede usarse para $\pi/2 \leq \alpha \leq \pi$. Estas restricciones surgen debido al hecho de que un tiristor debe bloquearse antes de que el otro entre en conducción. Se observa que:

- Si el ángulo de retardo de disparo se inicia en $\alpha > \pi/2$, entonces el periodo de conducción será $\sigma = 2\pi - 2\alpha$ y el otro tiristor, con una entrada de voltaje negativo, tiene el comando de encendido en un ángulo de retardo de disparo de $\alpha + \pi$.
- Si el comando de encendido es en un ángulo de retardo de disparo $\alpha < \pi/2$, la corriente no será interrumpida antes del instante en el cual el otro tiristor tenga el comando de encendido y la corriente fluirá en una sola dirección. Así, la condición para una operación normal es que el *ángulo de interrupción* β sea menor al ángulo en el cual el otro tiristor tenga el comando de encendido; es decir, $\beta < \alpha + \pi$, donde $\beta = \sigma + \alpha = 2\pi - \alpha$ y por tanto $2\pi - \alpha < \alpha + \pi$, concluyendo que $\alpha \geq \pi/2$.

Si el ángulo de retardo de disparo se mide con respecto al instante en el cual el valor del voltaje máximo ocurre, la conducción completa se logra cuando $\alpha = 0^\circ$ y la conducción mínima cuando $\alpha \approx 90^\circ$. Por tanto, el TCR puede usarse para $0 \leq \alpha \leq \pi/2$. Así:

- Si el ángulo de retardo de disparo se inicia en $\alpha > 0$, entonces el periodo de conducción será $\sigma = \pi - 2\alpha$ y el otro tiristor, con una entrada de voltaje negativo, tiene el comando de encendido en un ángulo de retardo de disparo de $\alpha + \pi$.
- Se realiza el mismo análisis que en el primer caso, pero ahora se considera que si el comando de encendido es en un ángulo de retardo de disparo $\alpha < 0$, la corriente no será interrumpida antes del instante en el cual el otro tiristor tenga el comando de encendido y la corriente fluirá en una sola dirección. Así, la condición para una operación normal es que el ángulo de interrupción β sea menor al ángulo en el cual el otro tiristor tenga el comando de encendido; es decir, $\beta < \alpha + \pi$, donde $\beta = \sigma + \alpha = \pi - \alpha$ y por tanto $\pi - \alpha < \alpha + \pi$, concluyendo que $\alpha \geq 0$.

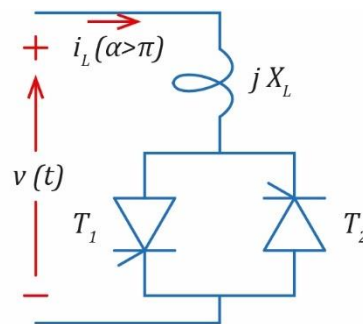


Figura 3-6 (a). Inductor controlado por tiristores. Adaptado de “Advanced Solutions in Power Systems,” por Mircea Eremia et al., 2016, IEEE PRESS WILEY, p. 273, Copyright 2016 by IEEE Inc.

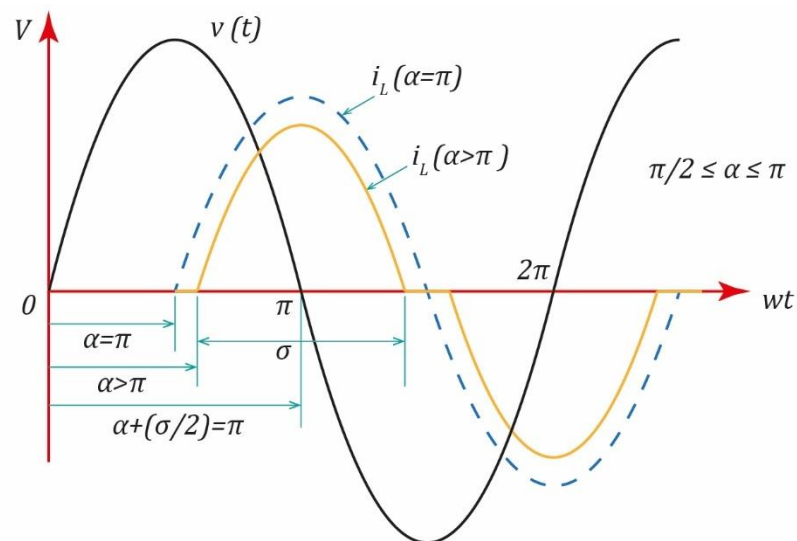


Figura 3-6 (b). Forma de onda de la corriente y el voltaje $\pi/2 \leq \alpha \leq \pi$. Adaptado de “Advanced Solutions in Power Systems,” por Mircea Eremia et al., 2016, IEEE PRESS WILEY, p. 273, Copyright 2016 by IEEE Inc.

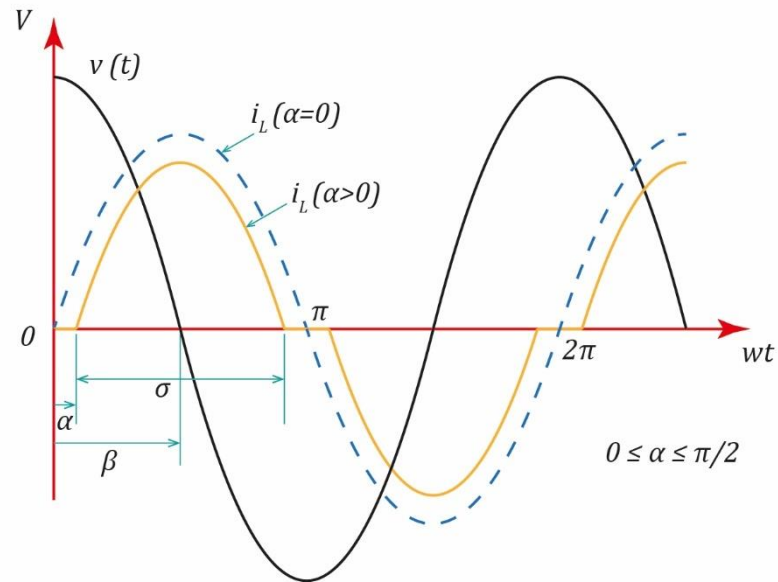


Figura 3-6 (c). Forma de onda de la corriente y el voltaje $0 \leq \alpha \leq \pi/2$. Adaptado de “Advanced Solutions in Power Systems,” por Mircea Eremia et al., 2016, IEEE PRESS WILEY, p. 273, Copyright 2016 by IEEE Inc.

Considerando la figura 3-6 (a), el voltaje de fase es

$$v(t) = \sqrt{2} V \cos(\omega t), \quad (3.5)$$

donde el ángulo de retardo de disparo α se mide con respecto al instante en el cual el valor del voltaje máximo ocurre y la corriente en el circuito es

$$L \frac{di}{dt} = \sqrt{2} V \cos(\omega t). \quad (3.6)$$

Integrando la Ecuación 3.6 obtenemos que

$$i(\omega t) = \frac{\sqrt{2} V}{\omega L} \sin(\omega t) + C, \quad (3.7)$$

donde L es la inductancia de inductor controlado por tiristor y C es la constante de integración. La constante de integración puede calcularse en el instante del comando de encendido cuando el tiristor está bloqueado. Dado que, antes del instante $\omega t = \alpha$, la corriente $i(\omega t = \alpha) = 0$, la constante de integración será

$$C = -\frac{\sqrt{2} V}{\omega L} \sin(\alpha), \quad (3.8)$$

y la Ecuación 3.7 será

$$i(\omega t) = \frac{\sqrt{2} V}{X_L} (\sin(\omega t) - \sin(\alpha)), \quad (3.9)$$

donde $\alpha < \omega t < \beta$ y X_L es la reactancia inductiva.

La corriente $i(\omega t)$, debido a la función senoidal, es una función impar; es decir, la función cambia de signo cuando la variable independiente cambia de signo. Así, la serie de Fourier para esta condición será

$$i(\omega t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n \omega t) + b_n \sin(n \omega t)), \quad (3.10)$$

donde el lado derecho de la igualdad se conoce como *serie trigonométrica* y los números constantes a_0 , a_n y b_n ($n = 1, 2, \dots$) se llaman *coeficientes de la serie trigonométrica*; los números constantes a_0 , a_n y b_n se definen, para el caso de una función impar, como

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} i(\omega t) d(\omega t) = 0, \quad (3.11)$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} i(\omega t) \cos(n \omega t) d(\omega t) = 0 \quad (3.12)$$

y

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} i(\omega t) \sin(n \omega t) d(\omega t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} i(\omega t) \sin(n \omega t) d(\omega t). \quad (3.13)$$

La serie trigonométrica es una función periódica de *periodo* 2π , dado que $\cos(n \omega t)$ y $\sin(n \omega t)$ son funciones periódicas de periodo 2π . De este modo, $i(\omega t) = i(\omega t + 2\pi)$, la función es periódica dado que existe un número constante tal que, al sumarlo (o restarlo) de la variable independiente, el valor de la función no se altera. El valor mínimo de este número constante se denomina periodo de la función. Por tanto, dado que $i(\omega t + 2\pi) = i(\omega t) = -i(\omega t)$, no se generan armónicos pares y las componentes de orden $n = 3, 5, 7 \dots$, diferentes a la componente fundamental, son

$$i_n(\omega t) = \frac{\sqrt{2} V}{X_L} \frac{4}{\pi} \left(\frac{\sin \alpha \cos(n\alpha) - n \cos \alpha \sin(n\alpha)}{n(n^2 - 1)} \right). \quad (3.14)$$

La componente fundamental de $i(\omega t)$ se obtiene cuando $n = 1$, como

$$i_1(\omega t) = \frac{\sqrt{2} V}{X_L} \left(1 - \frac{2 \omega t}{\pi} - \frac{\sin(2 \omega t)}{\pi} \right). \quad (3.15)$$

Finalmente, el valor rms de la componente fundamental de la corriente $i(\omega t)$ puede expresarse como una función de α . Así,

$$i_1(\alpha) = \frac{V}{X_L} \left(1 - \frac{2 \alpha}{\pi} - \frac{\sin(2 \alpha)}{\pi} \right), \quad (3.16)$$

donde $\alpha = \omega t$ y V es el valor rms del voltaje de fase $v(t)$.

La susceptancia de la admitancia del TCR puede expresarse en función a α como

$$B_{TCR}(\alpha) = B_{m\acute{a}x} \left(1 - \frac{2 \alpha}{\pi} - \frac{\sin(2 \alpha)}{\pi} \right), \quad (3.17)$$

donde $B_{m\acute{a}x} = 1/X_L = 1/\omega L$. El valor máximo de B_{TCR} es $B_{m\acute{a}x} = 1/X_L$ el cual se obtiene cuando $\alpha = \pi/2$ y el valor mínimo de B_{TCR} es cero cuando $\alpha = \pi$.

El primer efecto de incrementar el ángulo α es disminuir la magnitud de la componente fundamental de la corriente. Esta disminución es equivalente a un incremento en la reactancia inductiva del inductor, reduciendo la potencia reactiva absorbida.

Variando el ángulo de retardo de disparo del TCR se obtiene una reactancia inductiva variable de cero al valor natural de la reactancia del inductor. Cada valor de la reactancia corresponde a una línea recta, en el plano i_1 versus V , que pasa por el origen y tiene una pendiente igual al valor correspondiente de la reactancia inductiva, como se muestra en la figura 3-7.

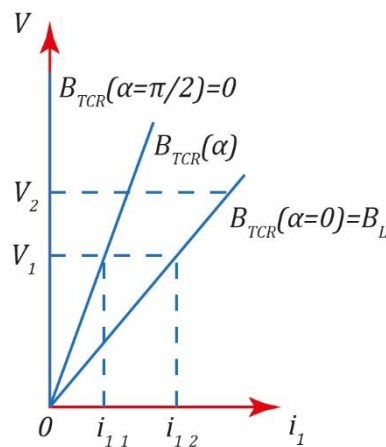


Figura 3-7. Voltaje versus corriente para el control el lazo abierto del TCR. Adaptado de “Advanced Solutions in Power Systems,” por Mircea Eremia et al., 2016, IEEE PRESS WILEY, p. 282, Copyright 2016 by IEEE Inc.

Para poder usar el TCR como control de voltaje del nodo donde se encuentra conectado, el TCR debe equiparse con una retroalimentación. Las características del TCR con un controlador de voltaje se muestran en la figura 3-8. El voltaje se controla en el valor de referencia de 1 en por unidad dentro del rango de control del TCR. Así:

- Si el voltaje del sistema es E_1 , el controlador detecta la diferencia entre E_1 y el valor de referencia E_3 , y calcula automáticamente el ángulo de retardo de disparo α_1 a ser aplicado. Luego el voltaje del nodo llega a ser igual a E_3 . Si el voltaje incrementa hasta E_2 , el controlador calcula el ángulo de retardo de disparo $\alpha = 0^\circ$ de tal forma que el voltaje del nodo que debe mantenerse en el nivel de referencia corresponde a la máxima potencia reactiva absorbida por el inductor.
- Si el voltaje es inferior a E_3 , el controlador calcula el ángulo $\alpha = 90^\circ$ que corresponde a $B_{TCR}(\alpha = 90^\circ) = 0$ y no absorbe potencia reactiva.
- Voltajes menores a E_3 o mayores a E_2 están fuera del rango de control del TCR y este se comportara como un circuito abierto o un inductor fijo, respectivamente.

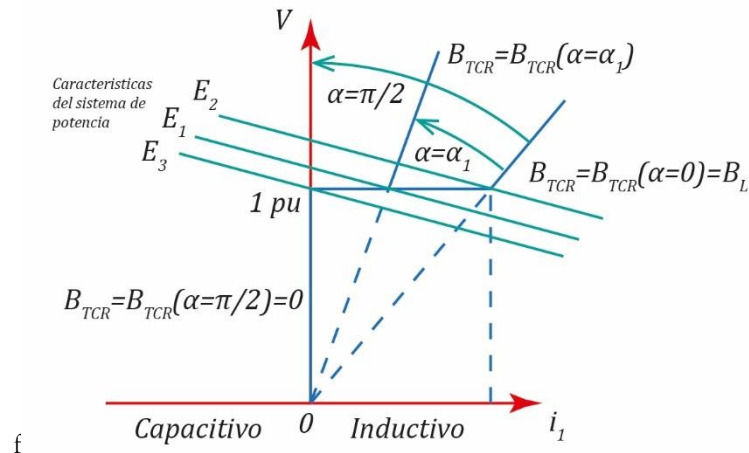


Figura 3-8. Características del TCR con un controlador de voltaje. Adaptado de “Advanced Solutions in Power Systems,” por Mircea Eremia et al., 2016, IEEE PRESS WILEY, p. 283, Copyright 2016 by IEEE Inc.

3.2.2. Configuración de un compensador estático VAR

Si un capacitor fijo (FC, de *fixed capacitor*) y un TCR se conectan en paralelo, formando así un FC-TCR (figura 3-9), la corriente total será la suma de la corriente en el capacitor y la corriente en el TCR. En el inductor del TCR el voltaje va adelantado 90° a la corriente y en el capacitor el voltaje va retrasado 90° a la corriente. Por tanto, para un valor de voltaje aplicado, en el caso de un capacitor le corresponde una corriente negativa constante y en el caso del TCR, debido al inductor, le corresponde una corriente positiva que puede controlarse continuamente. Por tanto, el TCR puede controlarse de tal forma que “cancele” una parte de la corriente en el FC. Si el inductor en el TCR tiene la misma reactancia que el capacitor, la corriente en el capacitor puede controlarse continuamente entre cero y el valor máximo correspondiente a la reactancia capacitancia, para un valor de voltaje aplicado, mediante el ángulo de retardo de disparo.

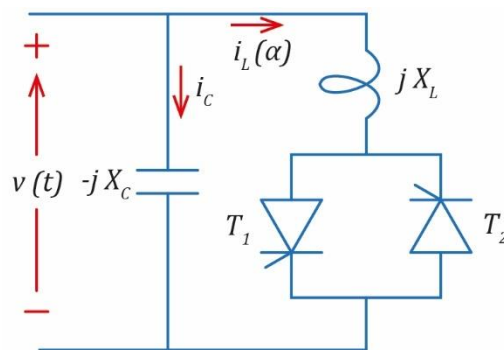


Figura 3-9. FC – TCR. Adaptado de “Power System Small Signal Stability Analysis and Control,” por Debasish Mondal et al., 2020, Academic Press, p. 56, Copyright 2014 Elsevier Inc.

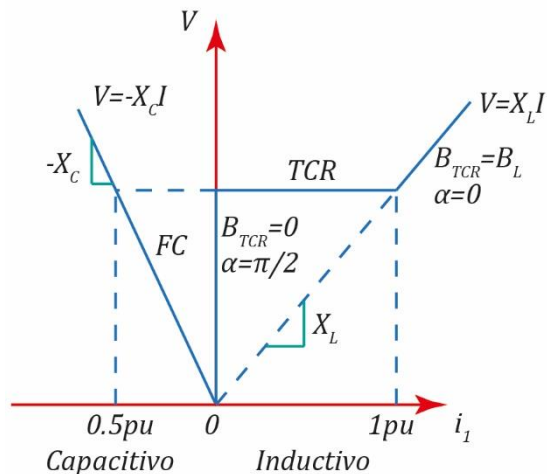


Figura 3-10 (a). Voltaje versus corriente para un FC y un TCR, individualmente. Adaptado de “Advanced Solutions in Power Systems,” por Mircea Eremia et al., 2016, IEEE PRESS WILEY, p. 288, Copyright 2016 by IEEE Inc.

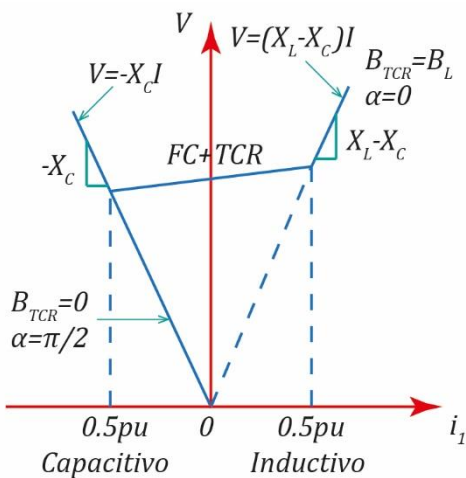


Figura 3-10 (b). Voltaje versus corriente para un FC - TCR. Adaptado de “Advanced Solutions in Power Systems,” por Mircea Eremia et al., 2016, IEEE PRESS WILEY, p. 288, Copyright 2016 by IEEE Inc.

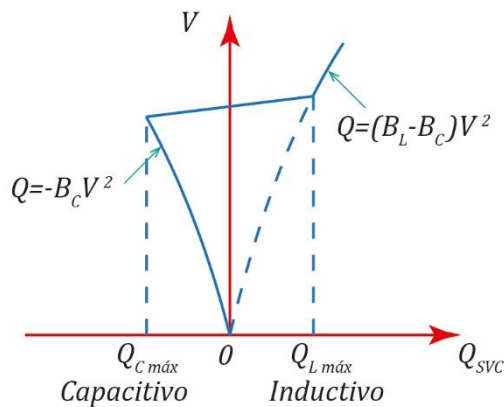


Figura 3-10 (c). Voltaje versus potencia reactiva para un FC - TCR. Adaptado de “Advanced Solutions in Power Systems,” por Mircea Eremia et al., 2016, IEEE PRESS WILEY, p. 291, Copyright 2016 by IEEE Inc.

En la figura 3-10 (a) se muestran las características individuales del FC y del TCR de doble reactancia. Las características del FC-TCR, mostrados en la figura 3-10 (b), pueden obtenerse sumando ambas corrientes para el valor de voltaje correspondiente. La figura 3-10 (c) muestra las características del FC-TCR en un gráfico del voltaje versus la potencia reactiva.

El TCR se apaga cuando la potencia reactiva entregada del capacitor es máxima; es decir, cuando $\alpha = 90^\circ$, y se reduce disminuyendo el ángulo de retardo de disparo; si la potencia reactiva entregada por el capacitor es igual a la potencia absorbida por el inductor, la potencia reactiva total será cero. Se debe recordar que, el número real que expresa la potencia reactiva de un receptor (inductor o capacitor) de corriente alterna puede ser positivo o negativo. Cuando es positivo se dice que el receptor absorbe potencia reactiva y cuando es negativo se dice que entrega o suministra potencia reactiva. Pero solo es una forma de hablar; únicamente significa que el número que da la potencia reactiva es positivo o negativo. Así, la potencia reactiva de un inductor es positiva y se dice que el inductor absorbe potencia reactiva. La potencia reactiva de un capacitor es negativa, por eso se dice que el capacitor entrega potencia reactiva, o que suministran potencia reactiva.

Si la reactancia inductiva del TCR es mayor a la reactancia capacitiva, una disminución adicional en el ángulo de retardo de disparo producirá una salida de potencia reactiva positiva. En $\alpha = 0^\circ$, el TCR está en máxima conducción y la potencia reactiva total será la suma entre la potencia reactiva positiva del inductor y la potencia reactiva negativa del capacitor.

La susceptancia de la admitancia del FC-TCR se obtiene como

$$B_{SVC}(\alpha) = -\frac{1}{X_C} + \frac{1}{X_L} \left(1 - \frac{2\alpha}{\pi} - \frac{\sin(2\alpha)}{\pi} \right) = \frac{1}{X_C X_L} \left[-X_L + \frac{X_C}{\pi} (\pi - 2\alpha - \sin(2\alpha)) \right]. \quad (3.18)$$

4. Máquina sincrónica – Bus Infinito instalado con un convertidor de fuente de voltaje

4.1. Convertidor de medio puente DC/AC

Estructura del convertidor

El *convertidor de medio puente DC/AC*, que se muestra en la figura 4-1, está compuesto de dos *celdas de conmutación*. Las celdas de conmutación superior e inferior están numeradas como 1 y 4, respectivamente. Cada celda de conmutación está compuesta de un *transistor* y un *diodo*, los cuales están conectados en antiparalelo. Así, la celda de conmutación superior está compuesto del transistor Q_1 y el diodo D_1 . De forma similar, la celda de conmutación inferior está compuesto del transistor Q_4 y el diodo D_4 . Como se muestra en la figura 4-1, en cada transistor la corriente positiva se define como la corriente que fluye del colector al emisor. La corriente positiva en el diodo se define como la corriente que fluye del ánodo al cátodo. Las corrientes a través de las celdas de conmutación superior e inferior están denotadas como i_p e i_n , respectivamente, como se muestra en la figura 4-1. Así, $i_p = i_{Q1} - i_{D1}$ e $i_n = -(i_{Q4} - i_{D4})$.

Los nodos p y n en la figura 4-1 representan las terminales en el lado DC del convertido de puente medio DC/AC. De igual forma, denotamos el terminal en el lado AC como t . Desde el lado DC, el convertidor de puente medio DC/AC está conectado a dos fuentes de voltaje DC, cada uno con un voltaje de $V_{DC}/2$. El punto común de las fuentes de voltaje se denota como 0 y se conoce como *punto medio del lado DC* y se escoge como nodo de referencia del voltaje.

Desde el lado AC, el convertidor de medio puente DC/AC está conectado con una fuente de voltaje V_s , el cual se conoce como *fente de voltaje del lado AC*. El terminal negativo de la fuente de voltaje del lado AC se conecta al punto medio del lado DC. La conexión entre el terminal del lado AC y la fuente de voltaje del lado AC se establece a través de una impedancia RL .

En la figura 4-1, P_{DC} representa la potencia activa en el lado DC, P_t denota la potencia activa en el lado AC y P_s es la potencia activa entregada a la fuente de AC. La dirección positiva del flujo de potencia se define desde las fuentes de voltaje DC hacia la fuente de voltaje AC, como se muestra en la figura 4-1.

Principios de operación

El convertidor de medio puente medio DC/AC opera en base a una conmutación alterna de Q_1 y Q_4 . Los comandos de encendido y apagado de Q_1 y Q_4 se realizan mediante un *modulador de ancho de pulso* (PWM, de pulse-width modulation). El modulador de ancho de pulso compara una señal de forma de onda triangular de alto periodo de frecuencia, llamado *señal portadora*, con una señal de variación lenta conocido como *señal de modulación*. La intersección de ambas señales determina la conmutación de Q_1 y Q_4 . La función de conmutación del interruptor se define como

$$s(t) = \begin{cases} 1 & , \text{ si se ordena al interruptor que conduzca} \\ 0 & , \text{ si el interruptor est\u00e1 apagado} \end{cases} \quad (4.1)$$

Cuando la se\u00f1al de modulaci\u00f3n es mayor que la se\u00f1al portadora se env\u00eda un comando de encendido para Q_1 y se cancela el comando de encendido de Q_4 . Una vez que la se\u00f1al portadora sea mayor que la se\u00f1al de modulaci\u00f3n, se cancela el comando de encendido de Q_1 y se env\u00eda un comando de encendido a Q_4 . Se debe notar que el transistor que recibe el comando de encendido no necesariamente conduce; el transistor conduce si recibe el comando de encendido y la direcci\u00f3n de corriente es conforme a las caracter\u00edsticas del transistor. Finalmente notamos que $s_1(t) + s_4(t) \equiv 1$, como se muestra en la figura 4-2.

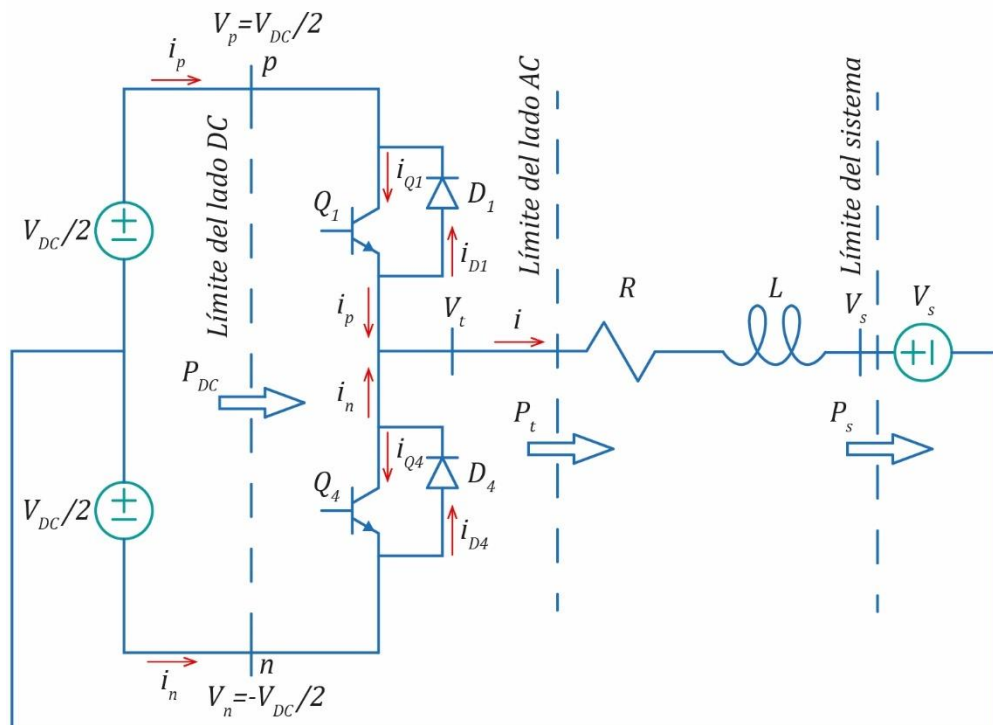


Figura 4-1. Diagrama del circuito de potencia del convertidor de puente medio. Adaptado de “Voltage – sourced Converters in Power Systems,” por Amirnaser Yazdani y Reza Iravani, 2010, IEEE WILEY, p. 24.

Ahora se estudiar\u00e1 la naturaleza de conmutaci\u00f3n del convertidor de puente medio de la figura 4-1. Para una corriente positiva en el lado AC asumimos primero que $s_1 = 0$ y as\u00ed Q_1 est\u00e1 bloqueado. Consecuentemente, i no puede fluir a trav\u00e9s de D_1 , ya que i_{D1} no puede ser negativo. Por la misma raz\u00f3n, Q_4 no conduce i , aunque $s_4 = 1$. Por tanto, i fluye por D_4 y $V_t = V_n = -V_{DC}/2$. Asumiendo ahora que $s_1 = 1$ y $s_4 = 0$, Q_1 conduce mientras que Q_4 est\u00e1 bloqueado. Cuando Q_1 est\u00e1 encendido, tenemos que $V_t = V_p = V_{DC}/2$ y D_4 est\u00e1 en polarizaci\u00f3n inversa. Este procedimiento se muestra en la figura 4-3 (a).

Para una corriente negativa en el lado AC asumimos primero que $s_1 = 0$ y $s_4 = 1$, Q_4 conduce mientras que Q_1 est\u00e1 bloqueado. Cuando Q_4 est\u00e1 encendido, tenemos que $V_t = V_n = -V_{DC}/2$ y D_1 est\u00e1 en

polarización inversa. Asumimos ahora que $s_4 = 0$ y así Q_4 está bloqueado. Consecuentemente, i no puede fluir a través de D_4 , ya que i_{D4} no puede ser positivo. Por la misma razón, Q_1 no conduce i , aunque $s_1 = 1$. Por tanto, i fluye por D_1 y $V_t = V_p = V_{DC}/2$. Este procedimiento se muestra en la figura 4-3 (b).

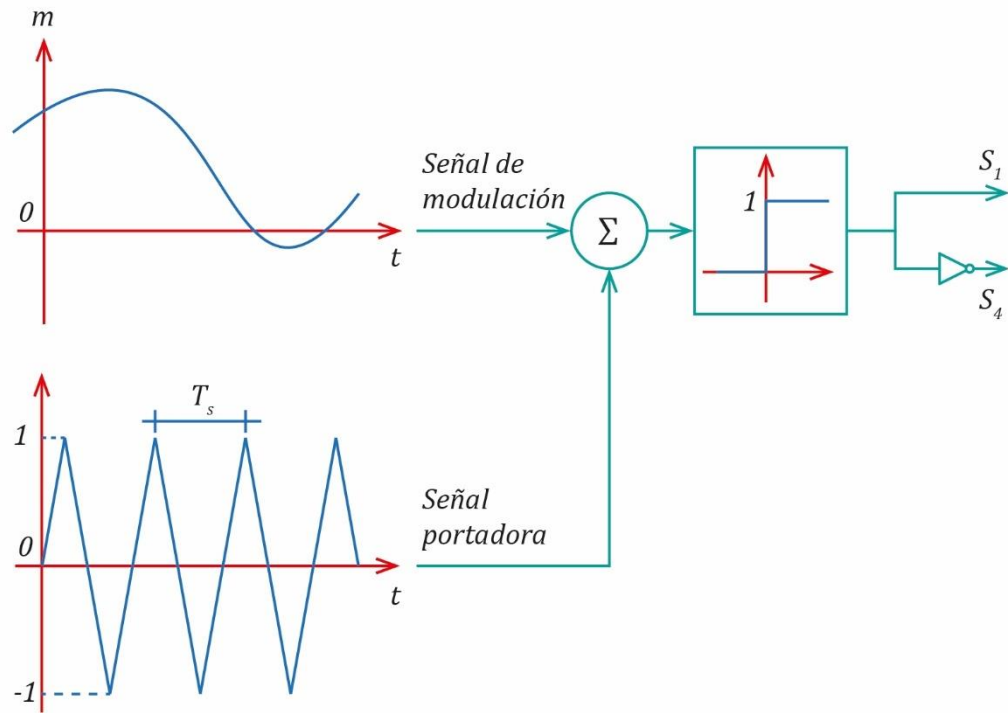


Figura 2-5-2. Diagrama del mecanismo de generación del modulador de ancho de pulso. Adaptado de “Voltage – sourced Converters in Power Systems,” por Amirnaser Yazdani y Reza Iravani, 2010, IEEE WILEY, p. 25.

Modelo de conmutación del convertidor

Para emplear el convertidor de medio puente como una componente de un sistema de potencia, necesitamos identificar las características del convertidor observado desde sus terminales. El modelo de conmutación del convertidor de medio puente nos muestra las relaciones entre los voltajes y las corrientes en las terminales del convertidor. Una comparación entre las figuras 4-3 (a) y (b) nos indica que en las celdas de conmutación la forma de onda de la corriente a través del transistor, o a través del diodo, depende de la dirección de la corriente en el lado AC del convertidor. Sin embargo, dado que $i_p = i_{Q1} - i_{D1}$ e $i_n = -i_{Q4} + i_{D4}$, la forma de onda de la corriente en la celda de conmutación es independiente de la polaridad de i . Más importante aún, la forma de onda del voltaje V_t en el terminal del lado AC es independiente de la polaridad de i y determina únicamente de las funciones de conmutación. Así, desde el punto de vista de la terminal, la operación del convertido de medio puente puede describir como se describe a continuación.

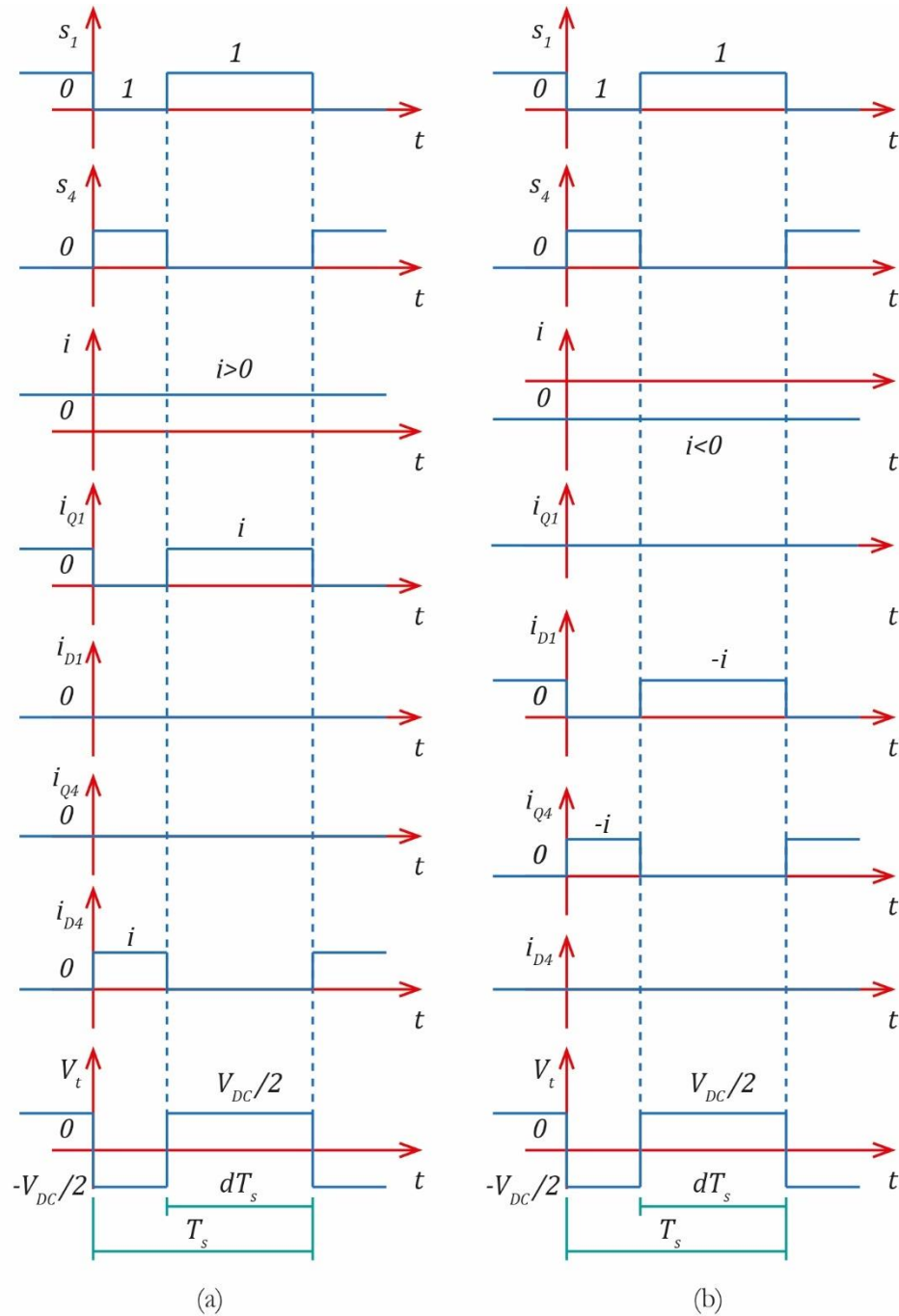


Figura 4-3. Formas de onda del convertidor de puente medio para (a) corriente positiva en el lado AC (b) corriente negativa en el lado AC. Adaptado de “Voltage – sourced Converters in Power Systems,” por Amirnaser Yazdani y Reza Iravani, 2010, IEEE WILEY, p. 28.

Cuando $s_1 = 1$ la celda de cambio superior está cerrado y el inferior está abierto; por tanto, $V_t = V_p = V_{DC}/2$, $i_p = i$ e $i_n = 0$. Alternativamente, cuando $s_4 = 1$, la celda inferior está cerrado pero el superior está abierto; consecuentemente, $V_t = V_n = -V_{DC}/2$, $i_p = 0$ e $i_n = i$. Esta afirmación es válida para ambos $i > 0$ e $i < 0$, como se muestra en la figura 4-4.

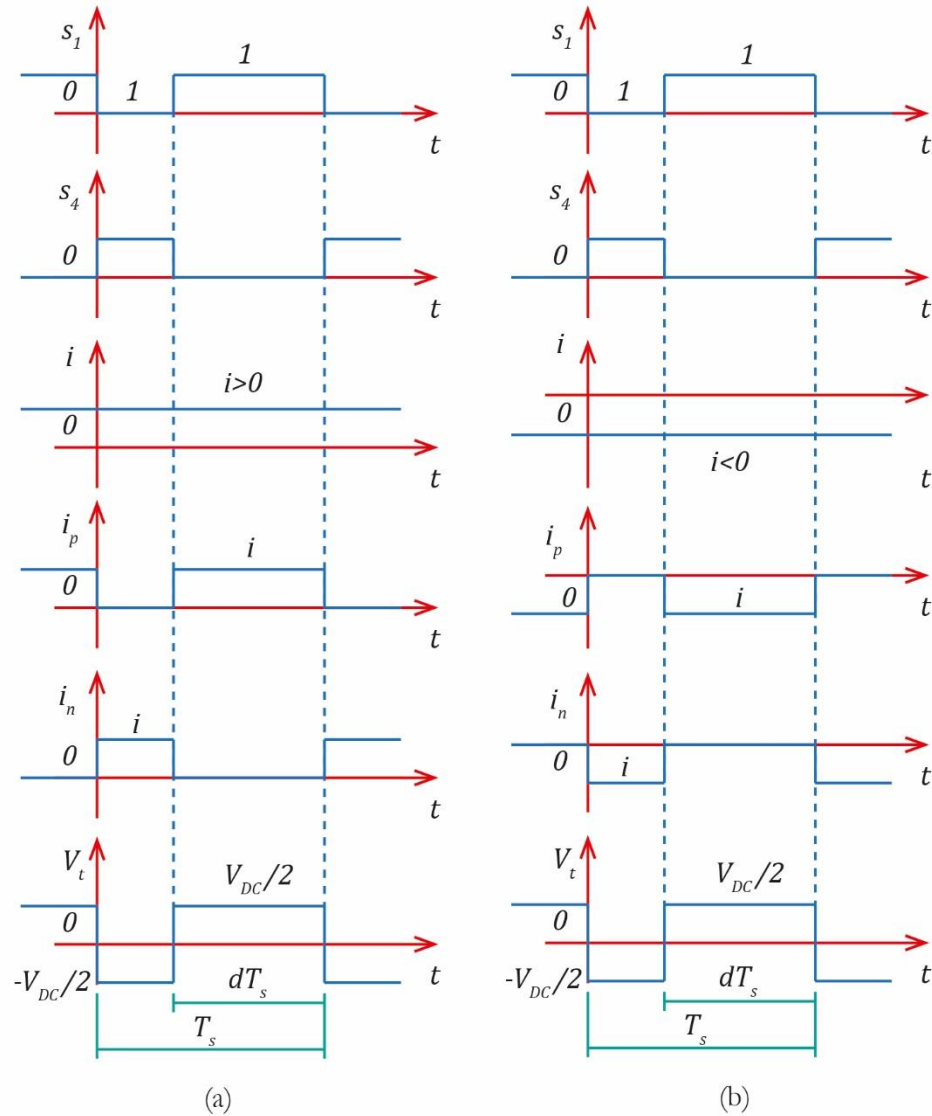


Figura 4-4. Formas de onda del convertidor de puente medio observado desde sus terminales, para (a) corriente positiva en el lado AC (b) corriente negativa en el lado AC. Adaptado de “Voltage – sourced Converters in Power Systems,” por Amirnaser Yazdani y Reza Iravani, 2010, IEEE WILEY, p. 30.

De las afirmaciones anteriores el convertidor de medio puente de la figura 4-1 puede describirse matemáticamente como

$$s_1(t) + s_4(t) \equiv 1, \quad (4.2)$$

$$V_t(t) = \left(\frac{V_{DC}}{2}\right) s_1(t) - \left(\frac{V_{DC}}{2}\right) s_4(t), \quad (4.3)$$

$$i_p(t) = i s_1(t) \quad (4.4)$$

e

$$i_n(t) = i s_4(t). \quad (4.5)$$

Las Ecuaciones 4.2 – 4.5 describen la relación entre las corrientes y voltajes en las terminales del convertidor de medio puente y las funciones de conmutación. Por tanto, según las Ecuaciones 4.2 – 4.5 se tiene el circuito equivalente mostrado en la figura 4-5.

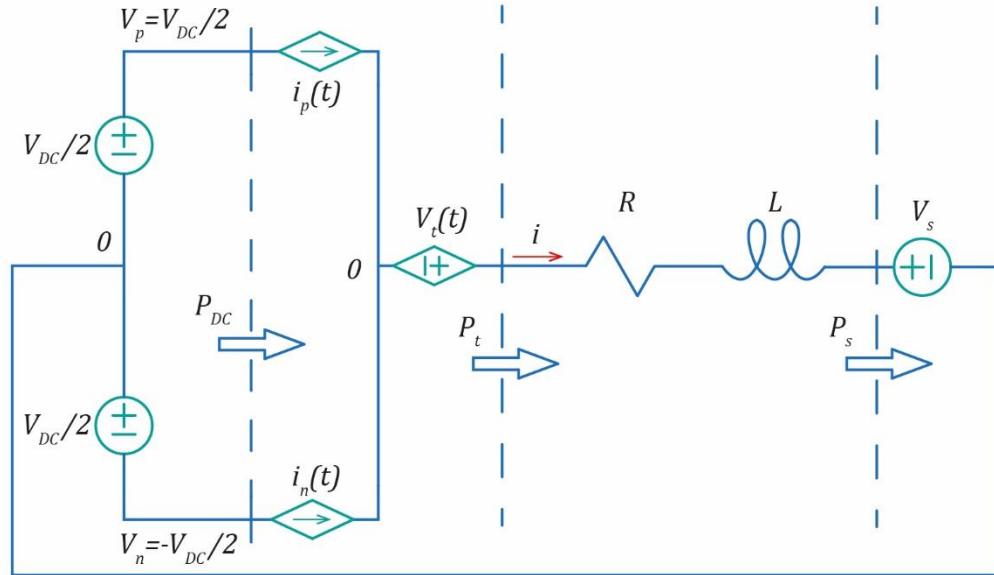


Figura 4-5. Circuito equivalente de conmutación del convertidor de puente medio. Adaptado de “Voltage – sourced Converters in Power Systems,” por Amirnaser Yazdani y Reza Iravani, 2010, IEEE WILEY, p. 31.

$P_{DC}(t)$, P_t y P_s se calculan como

$$P_{DC}(t) = V_p i_p + V_n i_n = \frac{V_{DC}}{2} [s_1(t) - s_4(t)] i, \quad (4.6)$$

$$P_t(t) = V_t(t) i = \frac{V_{DC}}{2} [s_1(t) - s_4(t)] i \quad (4.7)$$

y

$$P_s(t) = V_s i. \quad (4.8)$$

La pérdida de potencia del convertidor es

$$P_{perdida} = P_{DC} - P_t. \quad (4.9)$$

En las Ecuaciones 4.6, 4.7 y 4.8, se tiene que $P_{perdida} = 0$; esto es, el convertidor de medio puente ideal no considera pérdidas.

Modelo promedio del convertidor

Considerando el circuito equivalente del modelo de conmutación del convertidor de puente medio, figura 4-5, la corriente i en el lado AC satisface que

$$L \frac{d i(t)}{dt} + R i(t) = V_t(t) - V_s. \quad (4.10)$$

Dado que $V_t(t)$ es una función periódica de T_s , se puede describir por la serie de Fourier. Así,

$$V_t(t) = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} V_t(\tau) d\tau + \sum_{h=1}^{h=+\infty} [a_h \cos(h w_s t) + b_h \sin(h w_s t)], \quad (4.11)$$

donde h es el orden armónico, $w_s = 2\pi/T_s$, y a_h y b_h se describen por

$$a_h = \frac{2}{T_s} \int_0^{T_s} V_t(\tau) \cos(h w_s t) d\tau \quad (4.12)$$

y

$$b_h = \frac{2}{T_s} \int_0^{T_s} V_t(\tau) \sin(h w_s t) d\tau. \quad (4.13)$$

Sustituyendo la Ecuación 4.11 en 4.10 obtenemos

$$L \frac{d i(t)}{dt} + R i(t) = \left[\frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} V_t(\tau) d\tau - V_s \right] + \sum_{h=1}^{h=+\infty} [a_h \cos(h w_s t) + b_h \sin(h w_s t)]. \quad (4.14)$$

La Ecuación 4.14 describe un filtro de paso bajo con la salida i . La entrada al filtro consiste de dos componentes, la componente constante (DC) $\frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} V_t(\tau) d\tau - V_s$ y la componente periódica $\sum_{h=1}^{h=+\infty} [a_h \cos(h w_s t) + b_h \sin(h w_s t)]$. La Ecuación 4.14 es lineal. Por tanto, basado en el principio de superposición, la respuesta del filtro a la entrada compuesta puede considerarse como la suma de sus respuestas a las componentes de entrada individuales. Así,

$$L \frac{d \bar{i}}{dt} + R \bar{i} = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} V_t(\tau) d\tau - V_s, \quad (4.15)$$

$$L \frac{d \tilde{i}}{dt} + R \tilde{i} = \sum_{h=1}^{h=+\infty} [a_h \cos(h w_s t) + b_h \sin(h w_s t)] \quad (4.16)$$

e

$$i(t) = \bar{i}(t) + \tilde{i}(t); \quad (4.17)$$

donde $\bar{i}(t)$ e $\tilde{i}(t)$ son, respectivamente, las respuestas del filtro a la componente DC (baja frecuencia) y a la componente periódica (alta frecuencia) de la entrada del filtro. De acuerdo a la Ecuación 4.16, si w_s es adecuadamente más grande que R/L , la componente periódica de la entrada tiene una contribución insignificante a la salida total y podemos asumir que $i(t) \approx \bar{i}(t)$. Así, las dinámicas del convertidor se describen primordialmente por la Ecuación 4.15.

Para extender la metodología anterior a los casos en los que el promedio de una variable es en sí mismo una función del tiempo; es decir, cambia de un ciclo de conmutación al siguiente, el operador promedio se define como

$$\bar{x}(t) = \frac{1}{T_s} \int_{t-T_s}^t x(\tau) d\tau, \quad (4.18)$$

donde $x(t)$ es la variable y la barra superior denota promedio. Así, la Ecuación 4.15 puede obtenerse también aplicando el operador promedio en ambos lados de la Ecuación 4.10.

Aplicando el operador promedio de la Ecuación 4.18 a $s_1(t)$ y $s_4(t)$ obtenemos que

$$\bar{s}_1(t) = \frac{1}{T_s} \int_{T_s - dT_s}^{T_s} 1 \, d\tau = \frac{1}{T_s} (T_s - T_s + dT_s) = d \quad (4.19)$$

y

$$\bar{s}_4(t) = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s - dT_s} 1 \, d\tau = \frac{1}{T_s} (T_s - dT_s) = 1 - d. \quad (4.20)$$

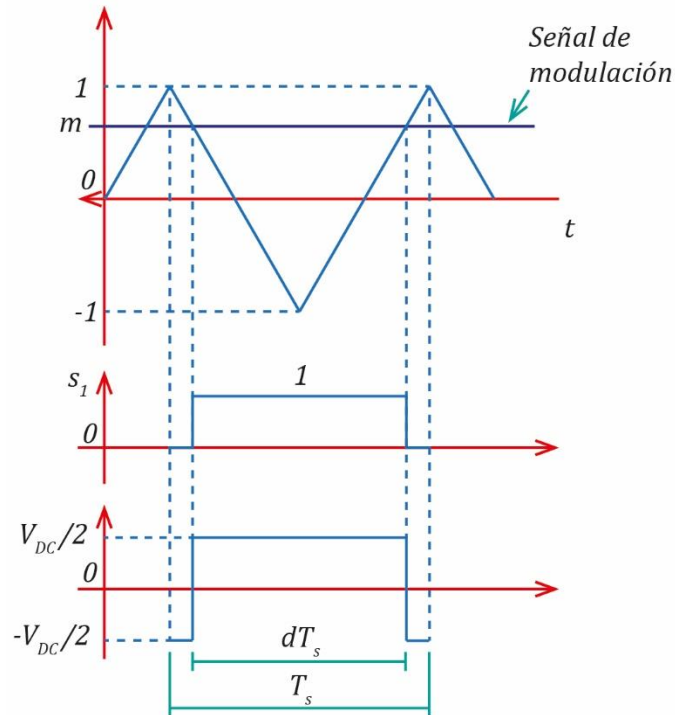


Figura 4-6. Señal de conmutación con una relación de trabajo establecido; si m cambia de -1 a 1, d cambia linealmente de 0 a 1. Adaptado de "Voltage – sourced Converters in Power Systems," por Amirnaser Yazdani y Reza Iravani, 2010, IEEE WILEY, p. 35.

La figura 4-6 nos muestra que, si la frecuencia de la señal portadora es adecuadamente más alta que el de la señal de modulación, $\bar{i}(t)$ y \bar{V}_{DC} pueden asumirse como valores constantes durante un ciclo de conmutación. Así, aplicando el operador promedio en las Ecuaciones 4.3 – 4.9 y sustituyendo $\bar{s}_1(t)$ y $\bar{s}_4(t)$ de la Ecuaciones 4.19 y 4.20 obtenemos

$$\bar{V}_t = \frac{V_{DC}}{2} (2d - 1), \quad (4.21)$$

$$\bar{i}_p = di, \quad (4.22)$$

$$\bar{i}_n = (1 - d)i, \quad (4.23)$$

$$\bar{P}_{DC} = \frac{V_{DC}}{2} (2d - 1)i, \quad (4.24)$$

$$\bar{P}_t = \frac{V_{DC}}{2} (2d - 1)i, \quad (4.25)$$

$$\bar{P}_s = V_s i \quad (4.26)$$

y

$$\bar{P}_{perdida} = \bar{P}_{DC} - \bar{P}_t \equiv 0. \quad (4.27)$$

La *relación de trabajo* d puede asumir cualquier valor entre 0 y 1. Si la estrategia del PWM es como se muestra en la figura 4-2, $m = 2d - 1$ describe la relación entre la magnitud de la señal de modulación y la relación de trabajo. La magnitud de la señal de modulación m varía de -1 a 1 . Está implícito asumir que m es constante durante un ciclo de conmutación. Sustituyendo $d = (m + 1)/2$ en las Ecuaciones 4.21 – 4.25, obtenemos

$$\bar{V}_t = m \frac{V_{DC}}{2}, \quad (4.28)$$

$$\bar{i}_p = \left(\frac{1 + m}{2} \right) i, \quad (4.29)$$

$$\bar{i}_n = \left(\frac{1 - m}{2} \right) i, \quad (4.30)$$

$$\bar{P}_{DC} = m \frac{V_{DC}}{2} i \quad (4.31)$$

y

$$\bar{P}_t = m \frac{V_{DC}}{2} i. \quad (4.32)$$

La ventaja de realizar el cambio de variable $d = (m + 1)/2$ es evidente en la Ecuación 4.28; si m cambia de -1 a 1 , el voltaje promedio en el terminal del lado AC \bar{V}_t cambia linealmente de $-V_{DC}/2$ a $V_{DC}/2$, con $m = 0$ correspondiente al voltaje promedio cero. La figura 4-7 muestra el circuito equivalente promedio del convertidor de puente medio de la figura 4-1.

Convertidor de puente medio no ideal

La figura 4-8 muestra el diagrama de un convertidor de puente medio cuyos transistores y diodos no son lineales. Así, para cada celda de conmutación, V_d y r_{on} representan la caída de tensión en estado activo y la resistencia, respectivamente. Para propósitos de claridad, comparado con el convertidor de puente medio de la figura 4-1, denotamos el voltaje en el terminal del lado AC y las corrientes en el lado DC del convertidor de puente medio no ideal como V'_t , i'_p e i'_n , respectivamente. Además, denotamos a las potencias en el lado DC y el lado AC como P_1 y P_2 , respectivamente.

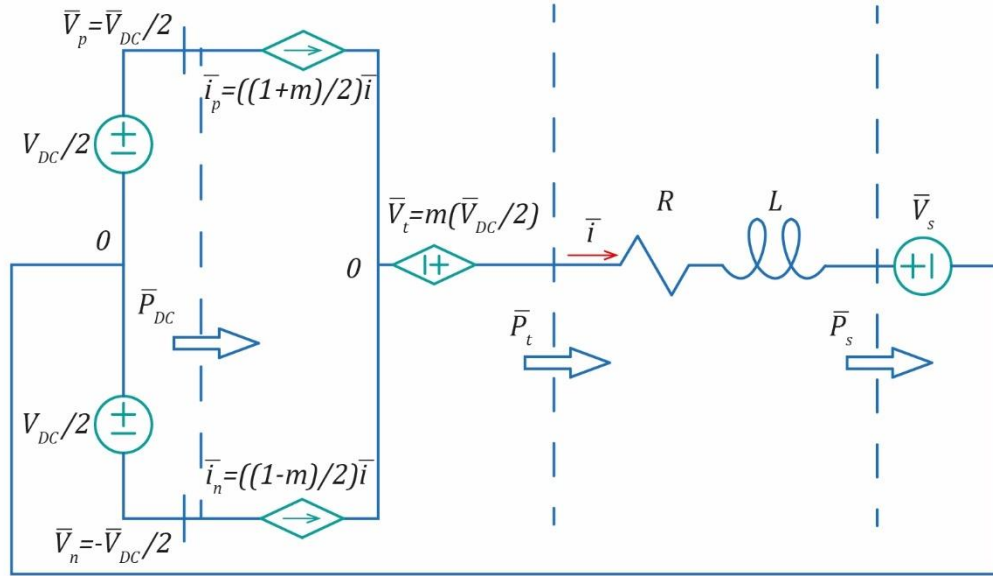


Figura 4-7. Diagrama de circuito de potencia del convertidor de puente medio promedio. Adaptado de “Voltage – sourced Converters in Power Systems,” por Amirnaser Yazdani y Reza Iravani, 2010, IEEE WILEY, p. 36.

La operación del convertidor de puente medio no ideal de la figura 4-8 se analizará en un ciclo de conmutación; el ciclo de conmutación se extiende desde $t = 0$ hasta $t = T_s$, donde T_s es el periodo de conmutación. La figura 4-9 (a) muestra las formas de onda para una corriente positiva en el lado AC y permanece relativamente constante durante el ciclo de conmutación. En $t = 0^+$ se envía el comando de encendido a Q_1 y consecuentemente i_{Q1} aumenta. Sin embargo, dado que $i_{Q1} + i_{D4} = i$, i_{D4} disminuye. Una vez i_{Q1} es igual a i , i_{D4} es cero y comienza la recuperación inversa del diodo. Durante el proceso de recuperación inversa, D_4 aun conduce y

$$V'_t = V_n - r_{on} i_{D4} - V_d \quad 0 \leq t \leq t_{rr}. \quad (4.33)$$

Dado que $|V_n| \gg r_{on} i_{D4} + V_d$, $V'_t = V_n = -V_{DC}/2$ durante el intervalo de recuperación inversa. La recuperación inversa de D_4 dura un tiempo t_{rr} hasta que la carga de recuperación inversa Q_{rr} se remueve de D_4 . Durante el periodo de recuperación inversa i_{D4} es negativo e i_{Q1} sobrepasa i . En $t = t_{rr}$, la carga de recuperación inversa se remueve por completo y D_4 no conduce. Así, i_{D4} es cero e i_{Q1} llega a ser igual a i . Dado que el comando de activación de Q_1 todavía está en su lugar en $t = t_{rr}$, Q_1 entra en modo de saturación. Desde $t = t_{rr}$ a $t = dT_s$, Q_1 conduce la corriente i y

$$V'_t = V_p - r_{on} i - V_d \quad t_{rr} \leq t \leq dT_s. \quad (4.34)$$

El término $r_{on} i + V_d$ es considerablemente pequeño comparado con V_p y por tanto $V'_t \approx V_p = V_{DC}/2$. En $t = dT_s$ el comando de activación de Q_1 se remueve e i_{Q1} cae rápidamente a su nivel de cola. Por tanto, D_4 comienza a conducir e i_{D4} se incrementa rápidamente. El proceso de corriente de cola dura un tiempo t_{tc} hasta que la

totalidad de la carga de corriente de cola Q_{tc} se remueve del transistor. Durante el proceso de corriente de cola se tiene que

$$V'_t = V_n - r_{on} i_{D4} - V_d = V_n - r_{on} (i - i_{Q1}) - V_d \quad dT_s \leq t \leq dT_s + t_{tc}. \quad (4.35)$$

y $V'_t \approx -V_{DC}/2$. En $t = dT_s + t_{tc}$, i_{Q1} se hace cero e $i_{D4} = i$. Desde $t = dT_s + t_{tc}$ a T_s , toda la corriente en el lado AC se conduce por D_4 y tenemos que

$$V'_t = V_n - r_{on} i - V_d \quad dT_s + t_{tc} \leq t \leq T_s, \quad (4.36)$$

y $V'_t \approx -V_{DC}/2$.

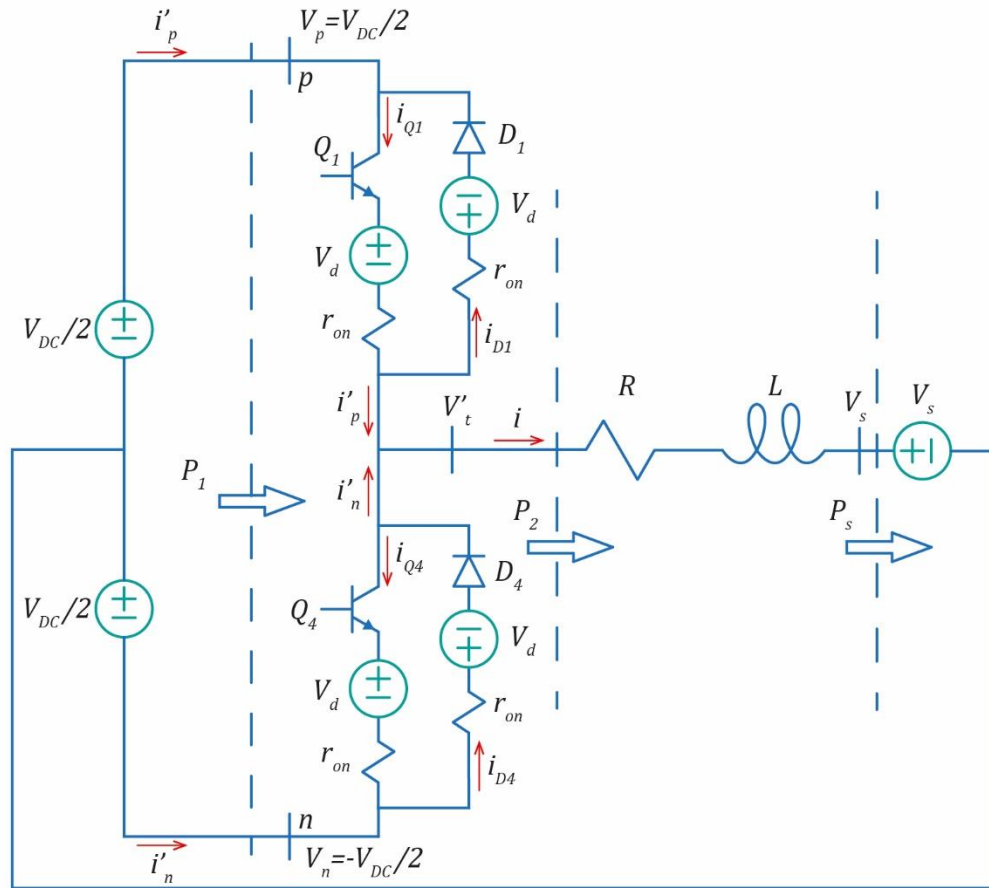


Figura 4-8. Diagrama de circuito de potencia del convertidor de puente medio con las celdas de conmutación no ideales. Adaptado de “Voltage – sourced Converters in Power Systems,” por Amirnaser Yazdani y Reza Iravani, 2010, IEEE WILEY, p. 39.

El promedio del voltaje en el terminal del lado AC es

$$\bar{V}'_t = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} V'_t(\tau) d\tau = \frac{1}{T_s} \left(\int_0^{t_{rr}} V'_t d\tau + \int_{t_{rr}}^{dT_s} V'_t d\tau + \int_{dT_s}^{dT_s+t_{tc}} V'_t d\tau + \int_{dT_s+t_{tc}}^{T_s} V'_t d\tau \right), \quad (4.37)$$

donde \bar{V}'_t , para cada intervalo, se obtienen de las Ecuaciones 4.33, 4.34, 4.35 y 4.36, respectivamente. Sustituyendo

y considerando que $\int_0^{t_{rr}} i_{D4}(\tau) d\tau = -Q_{rr}$ y $\int_{dT_s}^{dT_s+t_{tc}} i_{Q1}(\tau) d\tau = Q_{tc}$ obtenemos que

$$\bar{V}'_t = m \frac{V_{DC}}{2} - V_e - r_e i = \bar{V}_t - V_e - r_e i, \text{ para } i > 0, \quad (4.38)$$

donde

$$\bar{V}_t = m V_{DC}/2, \quad (4.39)$$

$$V_e = V_d - \left(\frac{Q_{rr} + Q_{tc}}{T_s} \right) r_{on} + V_{DC} \left(\frac{t_{rr}}{T_s} \right) \quad (4.40)$$

y

$$r_e = \left(1 - \frac{t_{rr}}{T_s} \right) r_{on}. \quad (4.41)$$

La Ecuación 4.38 nos indica que el voltaje terminal promedio \bar{V}'_t puede controlarse mediante m . Sin embargo, comparando las Ecuaciones 4.28 y 4.38 se puede ver que el voltaje en el terminal del lado AC del convertidor de puente medio no ideal \bar{V}'_t incluye dos términos parásitos en adición a $m(V_{DC}/2)$: el efecto de la compensación del voltaje V_e y el efecto de la caída de tensión resistiva $r_e i$.

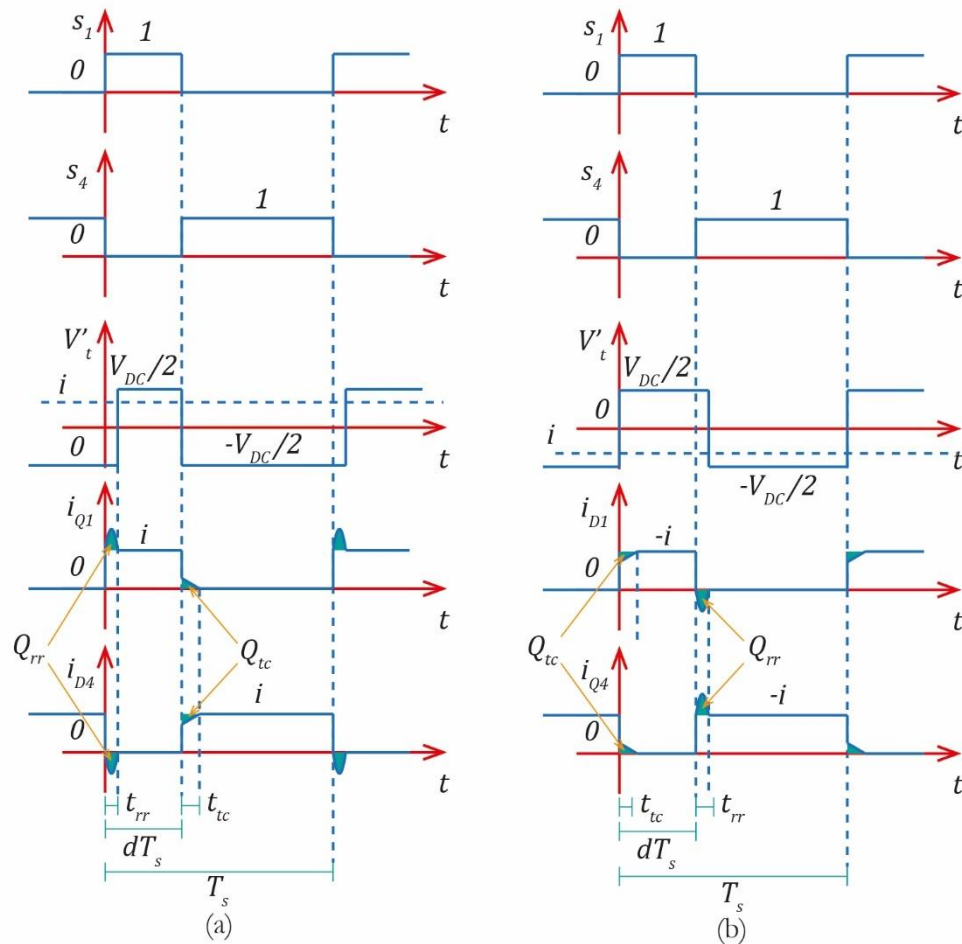


Figura 4-9. Formas de onda de conmutación del convertidor de puente medio no ideal para (a) corriente positiva en el lado AC (b) corriente negativa en el lado AC. Adaptado de “Voltage – sourced Converters in Power Systems,” por Amirnaser Yazdani y Reza Iravani, 2010, IEEE WILEY, p. 44.

Dado que, $P_1 = (V_{DC}/2)(i'_p - i'_n)$, $i'_p = i_{Q1}$ e $i'_n = i_{D4}$, la potencia promedio en el lado DC es

$$\bar{P}_1 = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} P_1(\tau) d\tau = \frac{V_{DC}}{2T_s} \int_0^{T_s} [i_{Q1}(\tau) - i_{D4}(\tau)] d\tau. \quad (4.42)$$

El lado derecho de la igualdad en la Ecuación 4.42 puede expresarse como

$$\begin{aligned} \bar{P}_1 = \left(\frac{V_{DC}}{2T_s} \right) & \left\{ \int_0^{t_{rr}} [i_{Q1}(\tau) - i_{D4}(\tau)] d\tau + \int_{t_{rr}}^{dT_s} [i_{Q1}(\tau) - i_{D4}(\tau)] d\tau \right\} \\ & + \left(\frac{V_{DC}}{2T_s} \right) \left\{ \int_{dT_s}^{dT_s+t_{tc}} [i_{Q1}(\tau) - i_{D4}(\tau)] d\tau + \int_{dT_s+t_{tc}}^{T_s} [i_{Q1}(\tau) - i_{D4}(\tau)] d\tau \right\}. \end{aligned} \quad (4.43)$$

Cada integral de la Ecuación 4.43 es igual al área capturada entre la forma de onda $i_{Q1}(t) - i_{D4}(t)$ y el eje del tiempo, dentro de los límites de las integrales. Como se muestra en la figura 4-9 (a), para i_{Q1} e i_{D4} , las integrales pueden calcularse como

$$\int_0^{t_{rr}} [i_{Q1}(\tau) - i_{D4}(\tau)] d\tau = (it_{rr} + Q_{rr}) - (-Q_{rr}) = it_{rr} + 2Q_{rr}, \quad (4.44)$$

$$\int_{t_{rr}}^{dT_s} [i_{Q1}(\tau) - i_{D4}(\tau)] d\tau = (idT_s - it_{rr}) - (0) = idT_s - it_{rr}, \quad (4.45)$$

$$\int_{dT_s}^{dT_s+t_{tc}} [i_{Q1}(\tau) - i_{D4}(\tau)] d\tau = (Q_{tc}) - (it_{tc} - Q_{tc}) = 2Q_{tc} - it_{tc} \quad (4.46)$$

y

$$\int_{dT_s+t_{tc}}^{T_s} [i_{Q1}(\tau) - i_{D4}(\tau)] d\tau = (0) - (iT_s - idT_s - it_{tc}) = -iT_s + idT_s + it_{tc}. \quad (4.47)$$

Sustituyendo las integrales de las Ecuaciones 4.44-4.47 en la Ecuación 4.43 obtenemos

$$\bar{P}_1 = m \frac{V_{DC}}{2} i + V_{DC} \left(\frac{Q_{rr} + Q_{tc}}{T_s} \right) = \bar{P}_{DC} + V_{DC} \left(\frac{Q_{rr} + Q_{tc}}{T_s} \right), \quad \text{para } i > 0. \quad (4.48)$$

Basándonos en la Ecuación 4.48, obtenemos la potencia promedio en el terminal del lado AC como

$$\bar{P}_2 = \bar{V}'_t i = m \frac{V_{DC}}{2} i - V_e i - r_e i^2 = \bar{P}_t - V_e i - r_e i^2, \quad \text{para } i > 0. \quad (4.49)$$

Según las Ecuaciones 4.31 y 4.32, $\bar{P}_{DC} = \bar{P}_t = m(V_{DC}/2)i$. Por tanto, de las Ecuaciones 4.48 y 4.49, la potencia perdida $\bar{P}_{perdida} = \bar{P}_1 - \bar{P}_2$ es

$$\bar{P}_{perdida} = V_{DC} \left(\frac{Q_{rr} + Q_{tc}}{T_s} \right) + V_e i + r_e i^2, \quad \text{para } i > 0, \quad (4.50)$$

el cual no es cero, como se esperaba.

Para el caso en el que la corriente en el lado AC (figura 4-9 (b)), i , es negativo, i_{D1} e i_{Q4} están involucrados en la operación de conmutación, y basándonos en la figura 4-8, $i'_p = -i_{D1}$ e $i'_n = -i_{Q4}$. Las siguientes ecuaciones describen el voltaje en el terminal del lado AC en cada intervalo que se muestra. Así,

$$V'_t = V_p + r_{on}i_{D1} + V_d = V_p + r_{on}(-i - i_{Q4}) + V_d, \text{ para } 0 < t < t_{tc}, \quad (4.51)$$

$$V'_t = V_p - r_{on}i + V_d, \text{ para } t_{tc} < t < dT_s, \quad (4.52)$$

$$V'_t = V_p + r_{on}i_{D1} + V_d, \text{ para } dT_s < t < dT_s + t_{rr} \quad (4.53)$$

y

$$V'_t = V_n - r_{on}i + V_d, \text{ para } dT_s + t_{rr} < t < T_s. \quad (4.54)$$

De las Ecuaciones 4.51 – 4.54, y dado que $\int_0^{t_{tc}} i_{Q4}(\tau)d\tau = Q_{tc}$ y $\int_{dT_s}^{dT_s+t_{rr}} i_{D1}(\tau)d\tau = -Q_{rr}$, el voltaje promedio en el terminal del lado AC es

$$\bar{V}'_t = \bar{V}_t + V_e - r_e i, \text{ para } i < 0, \quad (4.55)$$

donde $\bar{V}_t = m(V_{DC}/2)$, y V_e y r_e están definidos por las Ecuaciones 4.40 y 4.41, respectivamente.

Calculamos las potencias promedio en el lado DC y AC con los mismos pasos que se siguieron para el caso de una corriente positiva en el lado AC. Así,

$$\bar{P}_1 = \bar{P}_{DC} + V_{DC} \left(\frac{Q_{rr} + Q_{tc}}{T_s} \right), \text{ para } i < 0, \quad (4.56)$$

el cual es idéntico a la Ecuación 4.48, y

$$\bar{P}_2 = \bar{P}_t + V_e i - r_e i^2, \text{ para } i < 0. \quad (4.57)$$

Según las Ecuaciones 4.31 y 4.32, $\bar{P}_{DC} = \bar{P}_t = m(V_{DC}/2)i$. Por tanto, según las Ecuaciones 4.56 y 4.57, la pérdida de potencia del convertidor es

$$\bar{P}_{perdida} = \bar{P}_1 - \bar{P}_2 = V_{DC} \left(\frac{Q_{rr} + Q_{tc}}{T_s} \right) - V_e i + r_e i^2, \text{ para } i < 0. \quad (4.58)$$

Modelo promedio del convertidor de puente medio no ideal

Las Ecuaciones 4.38 y 4.55 son expresiones para los valores promedios del voltaje en el terminal del lado AC del convertidor de puente medio no ideal para las corrientes positiva y negativa en el lado AC, respectivamente. Estas dos expresiones se unifican en una ecuación como

$$\bar{V}'_t = \bar{V}_t - \frac{i}{|i|} V_e - r_e i, \quad i \neq 0, \quad (4.59)$$

donde V_e e r_e están dados por las Ecuaciones 4.40 y 4.41, respectivamente. De la misma forma, las Ecuaciones 4.49 y 4.57 pueden combinarse para expresar la potencia promedio en el terminal de lado AC del convertidor no ideal. Así,

$$\bar{P}_2 = \bar{P}_t + V_e |i| - r_e i^2. \quad (4.60)$$

La potencia promedio en el lado DC del convertidor no ideal se describe por las Ecuaciones 4.48 y 4.56 como

$$\bar{P}_1 = \bar{P}_{DC} + V_{DC} \left(\frac{Q_{rr} + Q_{tc}}{T_s} \right). \quad (4.61)$$

Se puede ver de las Ecuaciones 4.59 – 4.60 que contienen términos adicionales comparados con el caso de un convertidor ideal. Por tanto, para realizar el modelo no ideal de un convertidor, se puede aumentar al modelo ideal de la figura 4-7 componentes adicionales que representan las no idealidades, como se muestra en la figura 4-10.

En la figura 4-10 se muestra que el voltaje terminal en el lado AC del compensador no ideal es una superposición de tres componentes: (i) el voltaje promedio en el terminal de lado AC de convertidor no ideal, \bar{V}_t ; (ii) una fuente de voltaje dependiente de la corriente y (iii) una caída de tensión resistiva. \bar{V}_t puede controlarse linealmente con m , de acuerdo con la figura 4-10. Sin embargo, la fuente de voltaje dependiente de la corriente $(i/|i|)V_e$ se añade y sustrae de \bar{V}_t , dependiendo de la polaridad de i . La caída de tensión resistiva r_e puede ser parte de la resistencia de la impedancia que conecta el convertidor con el sistema AC para propósitos de control. La figura 4-10 también muestra que el lado DC del compensador de puente medio no ideal puede modelarse por una fuente de corriente independiente que está en paralelo con el lado DC del convertidor ideal. La fuente de corriente independiente representa el término $V_{DC}(Q_{rr} + Q_{tc})/T_s$ de la Ecuación 4.61. De las Ecuaciones 4.60 y 4.61, y dado que $\bar{P}_{DC} = \bar{P}_t$, la potencia perdida del convertidor es

$$\bar{P}_{perdida} = V_{DC} \left(\frac{Q_{rr} + Q_{tc}}{T_s} \right) + V_e |i| + r_e i^2. \quad (4.62)$$

Como se muestra en la figura 4-10 las corrientes en las terminales del lado DC del convertidor son

$$\vec{i}_p = \left(\frac{1+m}{2} \right) i + \left(\frac{Q_{rr} + Q_{tc}}{T_s} \right) \quad (4.63)$$

e

$$\vec{i}_n = \left(\frac{1-m}{2} \right) i - \left(\frac{Q_{rr} + Q_{tc}}{T_s} \right). \quad (4.64)$$

En la figura 4-10 muestra que la resistencia r_e esta en serie y puede añadirse a R . Por otra parte, t_{rr} usualmente es más pequeño que T_s y, de la Ecuación 4.41, r_e puede aproximarse por r_{on} . Por tanto, r_e puede omitirse del modelo promedio de la figura 4-10 y combinarse con la resistencia de la impedancia que conecta el convertidor con el sistema AC. En la figura 4-10 también se puede observar que el voltaje interno AC (promedio) del convertidor no ideal puede aproximadamente expresarse como $\bar{V}_t = m(V_{DC}/2)$; es decir, el impacto de la fuente de voltaje dependiente de la corriente $(i/|i|)V_e$ puede ignorarse. Las justificaciones son las siguientes: (i) en un convertidor diseñado apropiadamente, $\bar{V}_t = m(V_{DC}/2)$ es usualmente más grande que V_e y (ii) usualmente, m se determina por un control de lazo cerrado cuya función es regular i . Estas aproximaciones hacen que el modelo del circuito promedio simplificado de la figura 4-11 sea suficientemente preciso para el análisis de control.

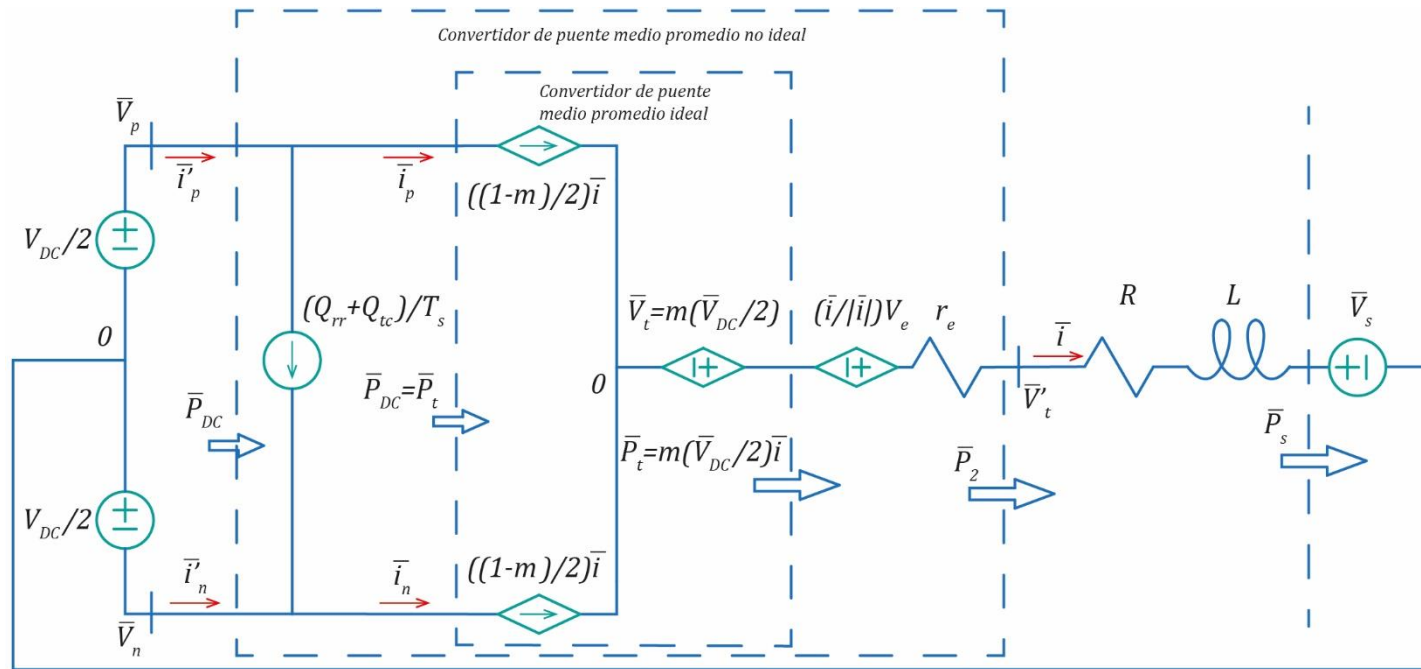


Figura 4-10. Diagrama del circuito de potencia de un convertidor de puente medio no ideal promedio. Adaptado de "Voltage – sourced Converters in Power Systems," por Amirnaser Yazdani y Reza Iravani, 2010, IEEE WILEY, p. 46.

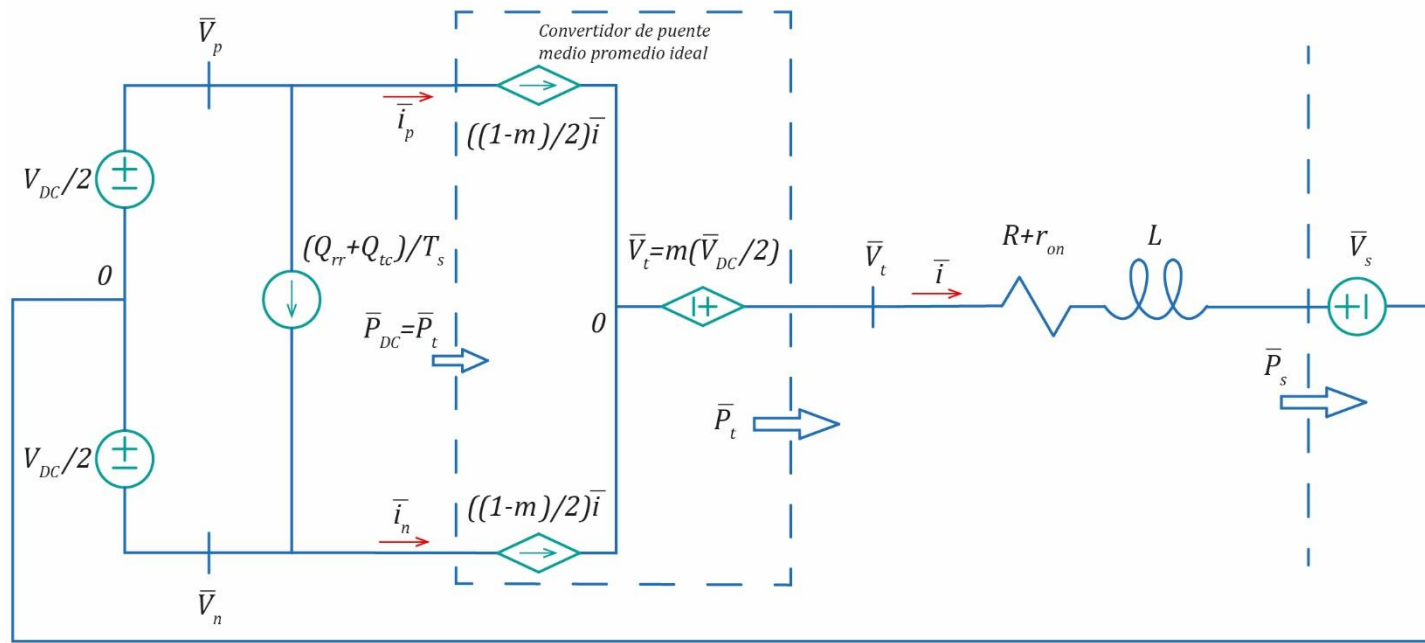


Figura 4-11. Circuito equivalente simplificado de un convertidor de puente medio no ideal promedio. Adaptado de "Voltage – sourced Converters in Power Systems," por Amirnaser Yazdani y Reza Iravani, 2010, IEEE WILEY, p. 47.

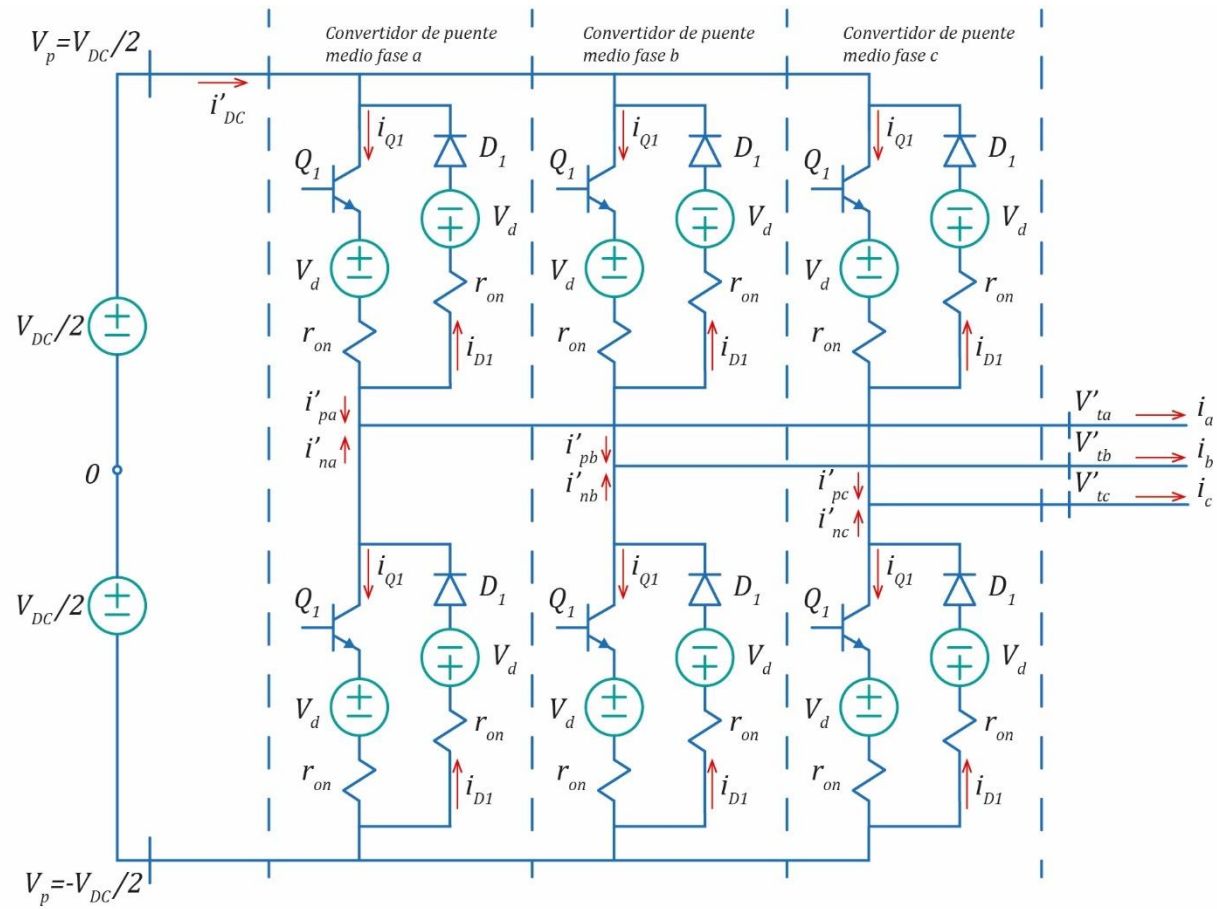


Figura 4-12. Diagrama del VSC de dos niveles. Adaptado de "Voltage – sourced Converters in Power Systems," por Amirnaser Yazdani y Reza Iravani, 2010, IEEE WILEY, p. 116.

4.2. Convertidor de fuente de voltaje trifásico de dos niveles

Estructura del circuito

La figura 4-12 muestra el circuito del convertidor de fuente de voltaje de dos niveles. El VSC de dos niveles está compuesto de tres convertidores de puente medio idénticos de la figura 4-8. El convertidor de la figura 4-12 se llama VSC de dos niveles dado que cada terminal en el lado AC puede asumir cualquiera de los niveles de voltaje $-V_{DC}$ y V_{DC} . El lado DC de los convertidores de puente medio están conectados en paralelo con una fuente común de voltaje DC. El terminal del lado AC de cada convertidor de puente medio está conectado con una fase del sistema trifásico AC (no mostrado en la figura 4-12). En el VSC de dos niveles el flujo de potencia es bidireccional entre la fuente de voltaje en el lado DC y el sistema trifásico AC. El sistema trifásico AC puede ser pasivo, por ejemplo, una carga *RLC*, o activo, por ejemplo, una máquina sincrónica.

Principio de operación

El voltaje en el terminal del lado AC del convertidor de puente medio no ideal de la figura 4-8 está dado por la Ecuación 4.59, como

$$V'_t(t) = m(t) \frac{V_{DC}}{2} - \frac{i(t)}{|i(t)|} V_e - r_e i(t), \quad (4.65)$$

donde V_e y r_e están definidos por las Ecuaciones 4.40 y 4.41 como

$$V_e = V_d - \left(\frac{Q_{rr} + Q_{tc}}{T_s} \right) r_{on} + V_{DC} \left(\frac{t_{rr}}{T_s} \right), \quad (4.66)$$

$$r_e = \left(1 - \frac{t_{rr}}{T_s} \right) r_{on} \approx r_{on} \quad (4.67)$$

y T_s es el periodo de conmutación del convertidor. Además, se puede identificar los siguientes tres componentes:

- $m(t) \frac{V_{DC}}{2}$ representa la fuente de voltaje dependiente que puede controlarse por la señal de modulación.
- $r_e i(t)$ se considera como una caída de tensión óhmica.
- $\frac{i(t)}{|i(t)|} V_e$ representa una compensación de voltaje cuya polaridad depende de la polaridad de la corriente de lado AC. Si la corriente es negativa, la compensación se suma al voltaje del terminal, mientras que se restará del voltaje del terminal si la corriente es positiva.

El voltaje en el terminal del lado AC del convertidor asume una forma de onda sinusoidal si $m(t)$ es una función sinusoidal con la amplitud y frecuencia requerida. Sin embargo, como la Ecuación 4.65 sugiere, el termino de compensación, esto es, $(i(t)/|i(t)|)V_e$, distorsiona ligeramente $V'_t(t)$ en comparación con una forma de onda sinusoidal pura. La distorsión es insignificante ya que V_e es usualmente solo unos pocos voltios. El impacto de la distorsión se mitiga dado que $m(t)$ esta controlado usualmente por un esquema de circuito cerrado. Por esta

razón, ya no abordamos el problema de la distorsión de voltaje en las formulaciones posteriores y aproximamos la Ecuación 4.65 por

$$V'_t(t) = m(t) \frac{V_{DC}}{2} - r_{on} i(t). \quad (4.68)$$

En el VSC de dos niveles de la figura 4-12, existen tres convertidores de puente medio idénticos, uno por cada fase del lado AC. Así, los tres voltajes en las terminales son

$$V'_{ta}(t) = m_a(t) \frac{V_{DC}}{2} - r_{on} i_a(t), \quad (4.69)$$

$$V'_{tb}(t) = m_b(t) \frac{V_{DC}}{2} - r_{on} i_b(t) \quad (4.70)$$

y

$$V'_{tc}(t) = m_c(t) \frac{V_{DC}}{2} - r_{on} i_c(t). \quad (4.71)$$

Las Ecuaciones 4.69 – 4.71 indica que, para obtener un voltaje trifásico balanceado en el lado AC y una corriente de línea trifásico balanceado, $m_a(t)$, $m_b(t)$ y $m_c(t)$ deben construir una señal trifásica balanceada; estos generalmente se entregan mediante un esquema de control de circuito cerrado.

Modelo promedio del VSC de dos niveles

El modelo promedio de un convertidor de puente medio no ideal se puede construir aumentando al modelo promedio ideal dos componentes parásitos; estos son: (i) la resistencia en estado activo de una celda de conmutación, conectada en serie con cada terminal del lado AC, y (ii) una fuente de corriente conectada en paralelo con el lado DC del convertidor (figura 4-13). Mientras que el primero representa predominantemente la pérdida de conducción del convertidor, el segundo representa principalmente la pérdida de conmutación del convertidor. Dado que r_{on} e $i_{perdida}$ son aproximadamente constantes, e independientes de los voltajes y corrientes del VSC, se pueden agrupar con los sistemas AC y DC, respectivamente, interconectados con el VSC no ideal. Por tanto, dejamos a r_{on} e $i_{perdida}$ fuera de nuestro desarrollo y nos ocupamos en el VSC ideal de dos niveles, como muestra la figura 4-14.

Los voltajes en las terminales del lado AC son

$$V_{ta}(t) = \frac{V_{DC}}{2} m_a(t), \quad (4.72)$$

$$V_{tb}(t) = \frac{V_{DC}}{2} m_b(t) \quad (4.73)$$

y

$$V_{tc}(t) = \frac{V_{DC}}{2} m_c(t). \quad (4.74)$$

$m_{abc}(t)$ constituye una señal trifásica balanceada. Así,

$$m_a(t) = \hat{m}(t) \cos[\xi(t)], \quad (4.75)$$

$$m_b(t) = \hat{m}(t) \cos\left[\xi(t) - \left(\frac{2\pi}{3}\right)\right] \quad (4.76)$$

y

$$m_c(t) = \hat{m}(t) \cos\left[\xi(t) - \left(\frac{4\pi}{3}\right)\right], \quad (4.77)$$

donde $\xi(t)$ incorpora la información de frecuencia y ángulo de fase, y $\hat{m}(t)$ es la amplitud. Las cantidades en las terminales de lado DC y AC del VSC de dos niveles están relacionados por el principio de balance de potencia; esto es, $P_{DC}(t) = P_t(t)$. Así,

$$V_{DC}(t)i_{DC}(t) = V_{ta}(t)i_a(t) + V_{tb}(t)i_b(t) + V_{tc}(t)i_c(t). \quad (4.78)$$

En el marco de referencia dq el control se reduce al control de dos subsistemas y, además, el control rápido de la amplitud y/o frecuencia del voltaje del lado AC del VSC es sencillo.

Modelo del VSC de dos niveles en el marco de referencia dq

En el marco de referencia dq las señales y variables se transforman en cantidades DC. Así, independientemente de la frecuencia de operación, un controlador convencional PI puede utilizarse para el control. La representación en el marco de referencia dq del VSC de dos niveles se desarrolla sustituyendo $m(t) = (m_d + jm_q) e^{j\xi(t)}$ y $V_t(t) = (V_{td} + jV_{tq}) e^{j\xi(t)}$ en la ecuación $\vec{V}_t(t) = \frac{V_{DC}}{2} \vec{m}(t)$, el cual es una representación fasorial de las Ecuaciones 4.72 – 4.74. Así,

$$(V_{td} + jV_{tq}) e^{j\xi(t)} = \frac{V_{DC}}{2} (m_d + jm_q) e^{j\xi(t)}, \quad (4.79)$$

$$V_{td}(t) = \frac{V_{DC}}{2} m_d(t) \quad (4.80)$$

y

$$V_{tq}(t) = \frac{V_{DC}}{2} m_q(t). \quad (4.81)$$

La potencia real en el terminal del lado AC de VSC de dos niveles se formula como

$$P_t(t) = \frac{3}{2} [V_{td}(t) i_d(t) + V_{tq}(t) i_q(t)] \quad (4.82)$$

y el principio de balance de potencia requiere que

$$V_{DC}(t) i_{DC}(t) = \frac{3}{2} [V_{td}(t) i_d(t) + V_{tq}(t) i_q(t)]. \quad (4.83)$$

4.3.VSC trifásico de tres niveles y con sujeción de punto neutro

Cada celda de conmutación en el SVC de dos niveles debe soportar todo el voltaje del lado DC. Si se emplea el VSC de dos niveles para una aplicación de alta potencia y alto voltaje, las celdas de conmutación deben estar clasificadas para un alto nivel de voltaje de DC. Los transistores que componen las celdas de conmutación también

deben cumplir con el requisito de clasificación de voltaje; sin embargo, los transistores actuales no son capaces de cumplir con este requerimiento.

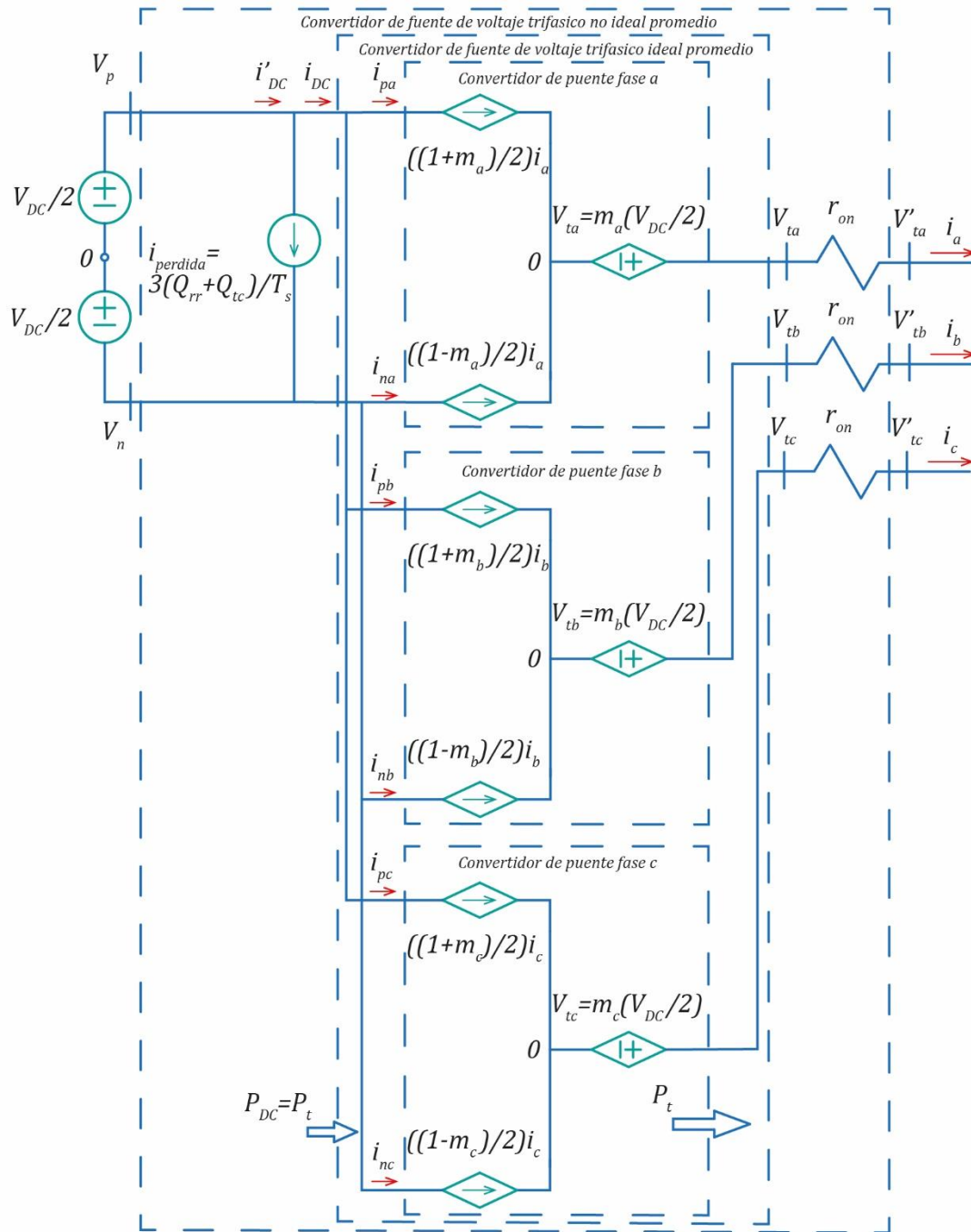


Figura 4-13. Circuito equivalente de un VSC de dos niveles no ideal promedio. Adaptado de "Voltage – sourced Converters in Power Systems," por Amirnaser Yazdani y Reza Iravani, 2010, IEEE WILEY, p. 119.

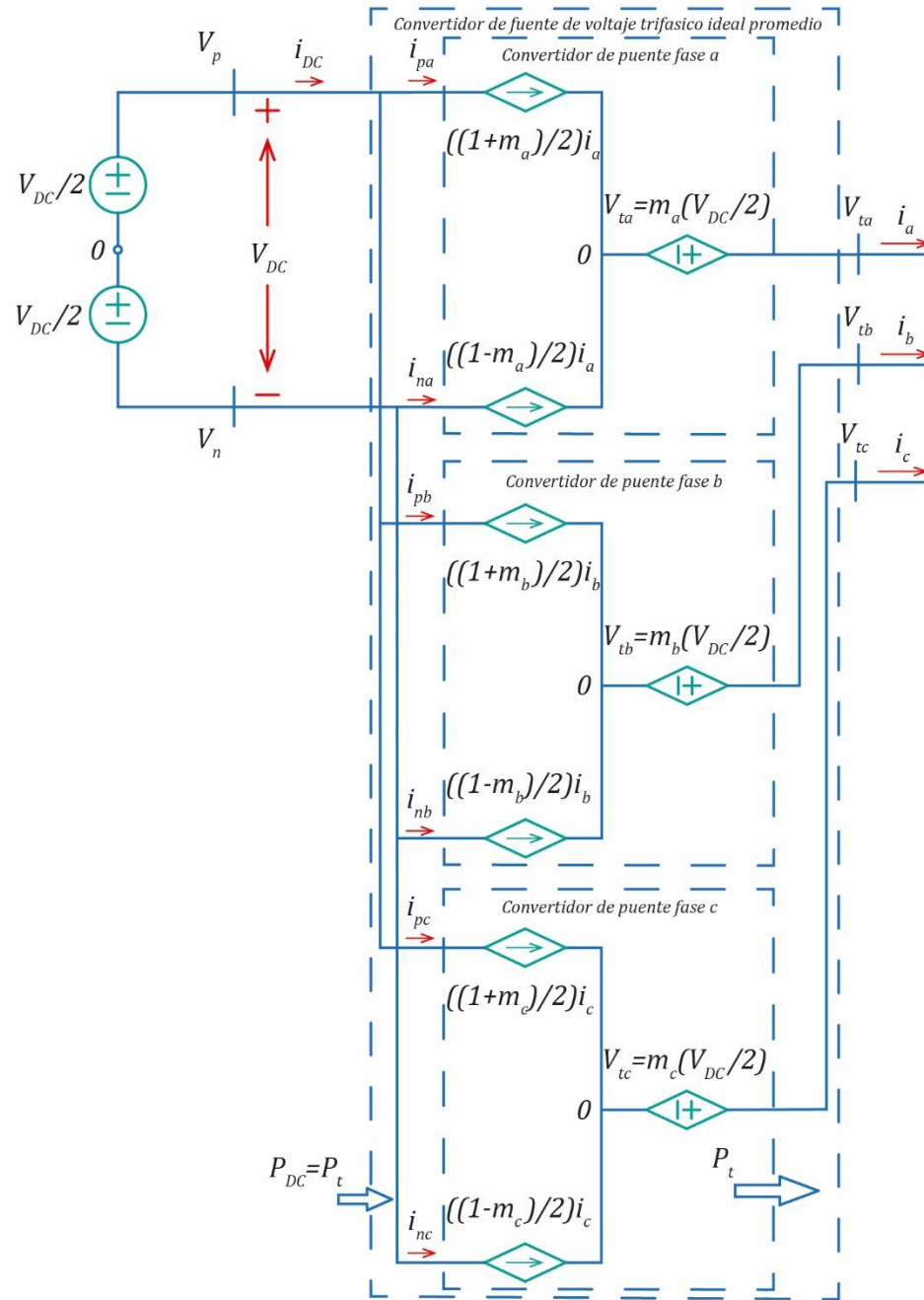


Figura 4-14. Circuito equivalente de un VSC de dos niveles ideal promedio. Adaptado de “Voltage – sourced Converters in Power Systems,” por Amirnaser Yazdani y Reza Iravani, 2010, IEEE WILEY, p. 121.

Una aproximación para obtener una celda de conmutación de alto voltaje es conectar un número de transistores de bajo voltaje en serie. Las principales complicaciones en esta aproximación es la necesidad de activación simultanea de los transistores que constituyen una celda de conmutación y garantizar una distribución equitativa del voltaje entre los transistores. En vista de estas complicaciones los convertidores multinivel son una alternativa para un modelo aproximado de alta potencia.

Si se quiere generar un voltaje positivo en V_t , $s_{1-2} \equiv 0$ (o equivalentemente $s_{4-2} \equiv 1$), correspondiente al circuito de la figura 4-16. Cuando $s_{1-1} \equiv 1$ y $s_{4-1} \equiv 0$, Q_{1-1} conduce si i es positivo, pero si i es negativo D_{1-1} conduce. Consecuentemente, para $s_{1-1} \equiv 1$ y $s_{4-1} \equiv 0$, $V_t = V_{DC}/2$, sin importar la polaridad de i . Por otro lado, para $s_{1-1} \equiv 0$ y $s_{4-1} \equiv 1$, si i es positivo D_2 conduce, pero si i es negativo, Q_{4-1} y D_3 conducen. Así, para $s_{1-1} \equiv 0$ y $s_{4-1} \equiv 1$, $V_t = 0$, sin importar la polaridad de i . Este análisis indica que cuando $s_{1-2} \equiv 0$ y $s_{4-2} \equiv 1$, dependiendo de los estados de conmutación de Q_{1-1} y Q_{4-1} , el voltaje en el terminal del lado AC es $V_{DC}/2$ o cero. Sin embargo, podemos controlar el valor (positivo) promedio de V_t controlando las relaciones de trabajo de s_{1-1} y s_{4-1} basados en la estrategia de conmutación del PWM.

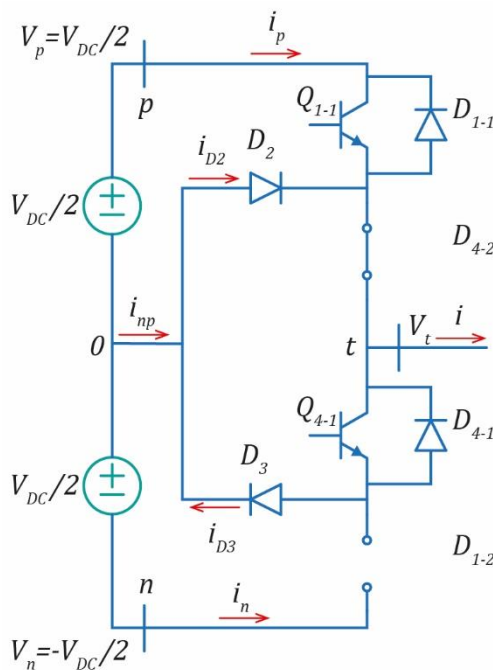


Figura 4-16. Subcircuito de NPC de puente medio de tres niveles correspondiente a una generación de voltaje positivo en el lado AC. Adaptado de “Voltage – sourced Converters in Power Systems,” por Amirnaser Yazdani y Reza Iravani, 2010, IEEE WILEY, p. 130.

Si se quiere generar un voltaje negativo en V_t , $s_{1-1} \equiv 0$ (o equivalentemente $s_{4-1} \equiv 0$), correspondiente al circuito de la figura 4-17. Cuando $s_{1-2} \equiv 1$ y $s_{4-2} \equiv 0$, D_{1-2} conduce si i es positivo, pero si i es negativo Q_{1-2} conduce. Consecuentemente, para $s_{1-2} \equiv 1$ y $s_{4-2} \equiv 0$, $V_t = -V_{DC}/2$, sin importar la polaridad de i . Por otro lado, para $s_{1-2} \equiv 0$ y $s_{4-2} \equiv 1$, si i es positivo Q_{4-2} y D_2 conducen, pero si i es negativo, D_3 conduce. Así, para $s_{1-2} \equiv 0$ y $s_{4-2} \equiv 1$, $V_t = 0$, sin importar la polaridad de i . Este análisis indica que cuando $s_{1-1} \equiv 0$ y $s_{4-1} \equiv 1$, dependiendo de los estados de conmutación de Q_{1-2} y Q_{4-2} , el voltaje en el terminal del lado AC es $-V_{DC}/2$ o cero. Sin embargo, podemos controlar el valor (negativo) promedio de V_t controlando las relaciones de trabajo de s_{1-2} y s_{4-2} basados en la estrategia de conmutación del PWM.

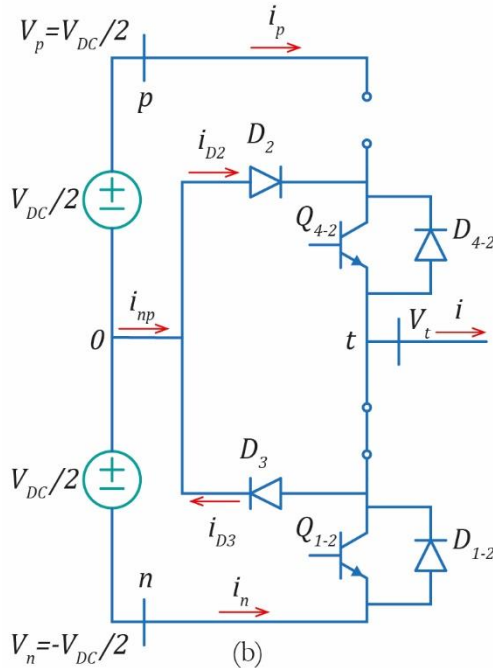


Figura 4-17. Subcircuito de in NPC de puente medio de tres niveles correspondiente a una generación de voltaje negativo en el lado AC. Adaptado de “Voltage – sourced Converters in Power Systems,” por Amirnaser Yazdani y Reza Iravani, 2010, IEEE WILEY, p. 130.

La lógica de operación descrita mediante las anteriores dos afirmaciones justifica el termino de tres niveles para el NPC de medio puente de la figura 4-15; es terminal en el lado AC puede asumir cualquier de los tres niveles de voltaje $-V_{DC}/2$, 0 o $V_{DC}/2$.

Esquema PWM para el NPC de puente medio de tres niveles

La figura 4-18 muestra el esquema del PWM para un NPC de puente medio de tres niveles para: (i) coordinar los dos convertidores de puente medio de la figura 4-16 y 4-17, y (ii) controlar el valor promedio del voltaje en el terminal del lado AC.

Las funciones de conmutación de Q_{1-1} y Q_{4-1} se obtienen comparando la señal de modulación m con la señal portadora (señal triangular unipolar) de alta frecuencia. Cuando m es mayor a la señal portadora, se envía un comando de encendido a Q_{1-1} y se remueve el comando de encendido a Q_{4-1} . Sin embargo, para obtener la función de conmutación de Q_{1-2} y Q_{4-2} se compara la señal de modulación negativa, $-m$, con la señal portadora. Cuando $-m$ es mayor a la señal portadora un comando de encendido se envía a Q_{1-2} y se remueve el comando de encendido a Q_{4-2} .

Cuando m es positivo, $-m$ es negativo y por tanto menor a la señal portadora. Consecuentemente, $s_{1-2} \equiv 0$ y $s_{4-2} \equiv 1$, y el NPC de puente medio de tres niveles es equivalente a la figura 4-16. Como se explicó el voltaje en el terminal de lado AC del circuito de la figura 4-16 es $V_{DC}/2$ o cero, dependiendo de los estados de Q_{1-1} y Q_{4-1} . La porción del periodo de la señal portadora en el cual Q_{1-1} está encendido (y Q_{4-1} apagado) es

proporcional al valor de m . Para un valor grande de m , Q_{1-1} está encendido por un periodo de tiempo más largo y así el promedio de V_t es más positivo. Si $m = m(t)$ es una función positiva del tiempo y su tasa de cambio es considerablemente más pequeño que la frecuencia de la señal portadora, el promedio de V_t puede aproximarse como el producto de $m(t)$ y $V_{DC}/2$. Por ejemplo, si $m(t)$ representa la parte positiva de la señal senoidal, el promedio de V_t es también la parte positiva de una señal senoidal; es decir, $V_{DC}/2$ veces $m(t)$. La figura 4-19 (a) muestra las señales PWM, las funciones de conmutación y el voltaje del convertido en el terminal del lado AC.

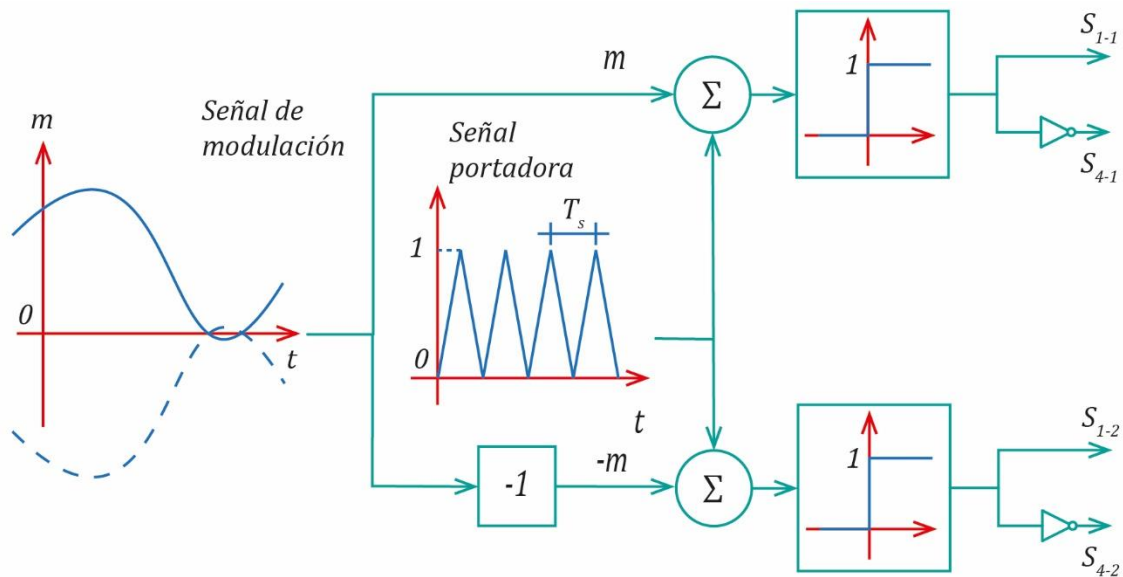


Figura 4-18. Diagrama del mecanismo de generación del modulador de ancho de pulso para el NPC de puente medio de tres niveles. Adaptado de “Voltage – sourced Converters in Power Systems,” por Amirnaser Yazdani y Reza Iravani, 2010, IEEE WILEY, p. 131.

Cuando m es negativo y así menor a la señal portadora, $s_{1-1} \equiv 0$ y $s_{4-1} \equiv 1$ y el NPC de puente medio de tres niveles es equivalente a la figura 4-17. Como se explicó el voltaje en el terminal de lado AC del circuito de la figura 4-17 es $-V_{DC}/2$ o cero, dependiendo de los estados de Q_{1-2} y Q_{4-2} . La porción del periodo de la señal portadora en el cual Q_{1-2} está encendido (y Q_{4-2} apagado) es proporcional al valor de $-m$. Para un valor absoluto grande de m , $-m$ es más y así Q_{1-2} conduce por un tiempo más largo sobre el periodo de la señal portadora. Esto a su vez corresponde a una magnitud (negativa) más grande del promedio de V_t . Si $m = m(t)$ es una función positiva del tiempo y su tasa de cambio es considerablemente más pequeño que la frecuencia de la señal portadora, el promedio de V_t es también una función del tiempo proporcional a $m(t)$, con la constante de proporción $V_{DC}/2$. Por ejemplo, si $m(t)$ representa la parte negativa de la señal senoidal, el promedio de V_t es también la parte negativa de una señal senoidal; es decir, $V_{DC}/2$ veces $m(t)$. La figura 4-19 (b) muestra las señales PWM, las funciones de conmutación y el voltaje del convertido en el terminal del lado AC.

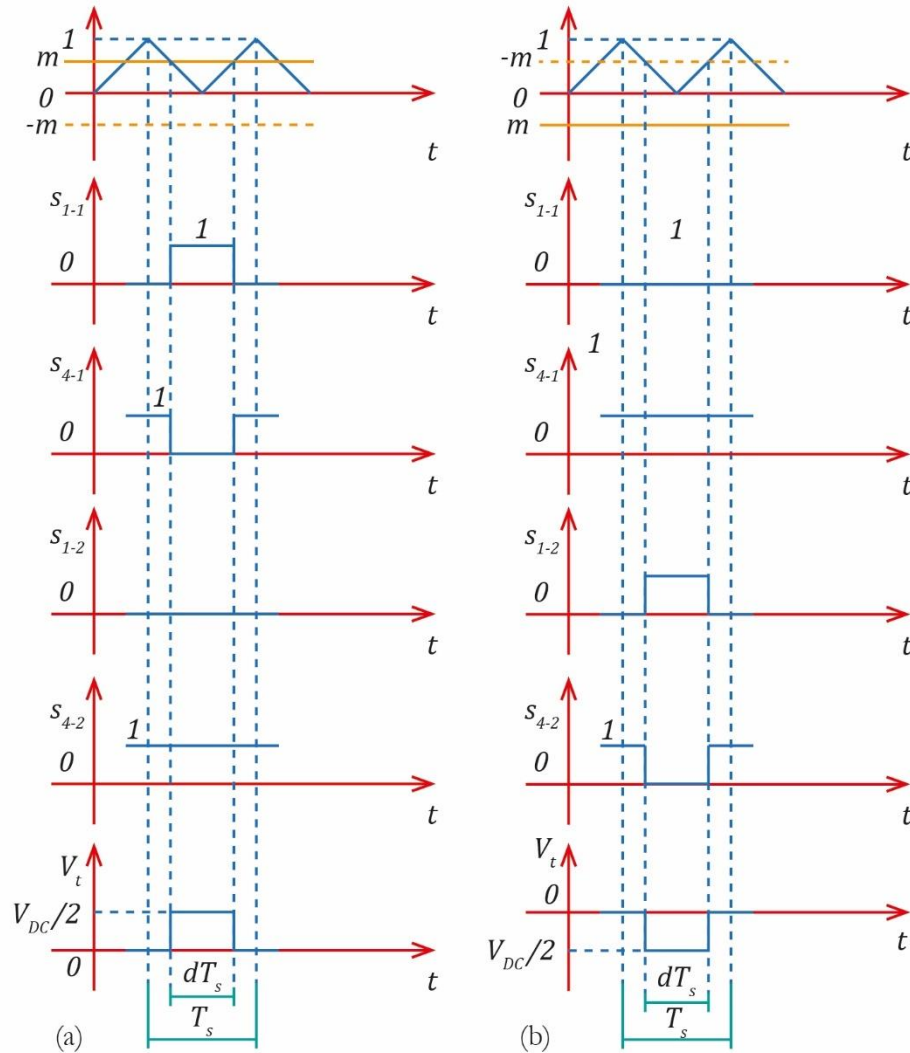


Figura 4-19. Formas de onda de conmutación de un NPC de puente medio de tres niveles para (a) una señal de modulación positiva (b) una señal de modulación negativa. Adaptado de “Voltage – sourced Converters in Power Systems,” por Amirnaser Yazdani y Reza Iravani, 2010, IEEE WILEY, p. 132.

Modelo de conmutación para el NPC de puente medio de tres niveles

Para un valor positivo de m el voltaje en el lado AC del convertidor puede expresarse como

$$V_t(t) = V_p s_{1-1}(t) + 0 s_{4-1}(t), m \geq 0, s_{1-1}(t) + s_{4-1}(t) \equiv 1 \quad (4.87)$$

y corresponde a $s_{1-2}(t) \equiv 0$ ($s_{4-2}(t) \equiv 1$).

De igual forma, para un valor negativo de m el voltaje en el lado AC de convertidor es

$$V_t(t) = V_n s_{1-2}(t) + 0 s_{4-2}(t), m < 0, s_{1-2}(t) + s_{4-2}(t) \equiv 1 \quad (4.88)$$

y corresponde a $s_{1-1}(t) \equiv 0$ ($s_{4-1}(t) \equiv 1$).

Las Ecuaciones 4.87 y 4.88 pueden unificarse como

$$V_t(t) = V_p s_{1-1}(t) \operatorname{sgn}(m) + V_n s_{1-2}(t) \operatorname{sgn}(-m), \quad (4.89)$$

donde $sgn(x)$ se define por

$$sgn(x) = \begin{cases} 1 & , x \geq 0 \\ 0 & , x < 0 \end{cases}. \quad (4.90)$$

Para determinar i_p , empleamos el principio de balance de potencia

$$V_p i_p = V_t(t) i(t), m \geq 0, i_n \equiv 0 \text{ (ver figura 4-16)}. \quad (4.91)$$

Reemplazando la Ecuación 4.87 en 4.91 obtenemos que

$$i_p = s_{1-1}(t) i(t), m \geq 0. \quad (4.92)$$

Para i_n , tenemos que

$$V_n i_n = V_t(t) i(t), m < 0, i_p \equiv 0 \text{ (ver figura 4-17)}. \quad (4.93)$$

Reemplazando la Ecuación 4.88 en 4.93 obtenemos que

$$i_n = s_{1-2}(t) i(t), m < 0. \quad (4.94)$$

La corriente de punto medio i_{np} se obtiene sumando las corrientes en el punto de medio de las fuentes de voltaje DC.

Así,

$$i_{np} = i - (i_p + i_n) = i(t) - [s_{1-1} sgn(m) + s_{1-2} sgn(m)] i(t). \quad (4.95)$$

Modelo promedio para el NPC de puente medio de tres niveles

Aplicando el operador promedio a la Ecuación 4.87 sobre un ciclo de conmutación obtenemos

$$\bar{V}_t(t) = \bar{V}_p d(t), \quad (4.96)$$

donde $d(t)$ es el ciclo de trabajo de Q_{1-1} . La figura 4-19 (a) muestra que d es igual a m . Por tanto,

$$\bar{V}_t(t) = \bar{V}_p m(t), m \geq 0. \quad (4.97)$$

Ahora aplicando el operador promedio a la Ecuación 4.88 sobre un ciclo de conmutación obtenemos

$$\bar{V}_t(t) = \bar{V}_n d(t), \quad (4.98)$$

donde $d(t)$ es el ciclo de trabajo de Q_{1-2} . La figura 4-19 (b) muestra que d es igual a $-m$. Por tanto,

$$\bar{V}_t(t) = -\bar{V}_n m(t), m < 0. \quad (4.99)$$

Las Ecuaciones 4.96 y 4.98 se pueden unificar como

$$\bar{V}_t(t) = [\bar{V}_p sgn(m) - \bar{V}_n sgn(-m)] m(t), \quad (4.100)$$

donde $sgn(x)$ esta definido por la Ecuación 4.90. Para el caso especial donde $\bar{V}_p = V_{DC}/2$ y $\bar{V}_n = -V_{DC}/2$, y dado que $sgn(m) + sgn(-m) \equiv 1$, se tiene que

$$\bar{V}_t(t) = \frac{V_{DC}}{2} m(t). \quad (4.101)$$

Aplicando el operador promedio a la Ecuación 4.92, se deduce que

$$\bar{i}_p = d(t) i(t) = m(t) i(t), m \geq 0, \quad (4.102)$$

el cual puede expresarse también como

$$\bar{i}_p = m(t) \operatorname{sgn}(m) i(t). \quad (4.103)$$

Aplicando ahora el operador promedio en la Ecuación 4.94, se obtiene que

$$\bar{i}_n = d(t) i(t) = -m(t) i(t), m < 0, \quad (4.104)$$

el cual puede expresarse también como

$$\bar{i}_n = -m(t) \operatorname{sgn}(-m) i(t). \quad (4.105)$$

La expresión para el promedio de la corriente de punto medio se obtiene aplicando el operador promedio a la Ecuación 4.95 como

$$\bar{i}_{np}(t) = i(t) - m(t) i(t) [\operatorname{sgn}(m) - \operatorname{sgn}(-m)]. \quad (4.106)$$

NPC de tres niveles

La figura 4-20 muestra el diagrama del NPC de tres niveles. El NPC de tres niveles está compuesto de tres NPC de puente medio de tres niveles idénticos de la figura 4-15. Los lados DC de los NPC de puente medio de tres niveles están conectados en paralelo y alimentados por una fuente de voltaje dividido. Se toma como referencia el punto medio del lado DC para todos los voltajes. El terminal del lado AC de cada NPC de puente medio de tres niveles está conectado a una fase del sistema trifásico AC y el NPC de tres niveles permite un flujo de potencia bidireccional. El sistema trifásico AC puede ser una carga pasiva, una máquina sincrónica o un sistema de potencia.

Los voltajes de las tres fases son (ignorando la raya superior de promedio)

$$V_{ta}(t) = m_a(t) \frac{V_{DC}}{2}, \quad (4.107)$$

$$V_{tb}(t) = m_b(t) \frac{V_{DC}}{2} \quad (4.108)$$

y

$$V_{tc}(t) = m_c(t) \frac{V_{DC}}{2}. \quad (4.109)$$

Según las Ecuaciones 4.107 – 4.109, podemos controlar el voltaje en el terminal del lado AC del convertidor $V_{tabc}(t)$ mediante $m_{abc}(t)$. En un sistema VSC, usualmente se necesita generar y controlar corrientes y/o voltajes sinusoidales. Así, para generar un voltaje trifásico balanceado sinusoidal en la terminal del lado AC, m_{abc} también debe ser un conjunto trifásico balanceado sinusoidal, función del tiempo con la amplitud requerida, ángulo de fase y frecuencia. $m_{abc}(t)$ es usualmente la salida de un control de lazo cerrado que regula i_{abc} . Así,

$$m_a(t) = \hat{m}(t) \cos[\xi(t)], \quad (4.110)$$

$$m_a(t) = \hat{m}(t) \cos\left[\xi(t) - \frac{2\pi}{3}\right] \quad (4.111)$$

y

$$m_a(t) = \hat{m}(t) \cos\left[\xi(t) - \frac{4\pi}{3}\right], \quad (4.112)$$

donde $\xi(t)$ contiene información sobre el ángulo de fase y frecuencia.

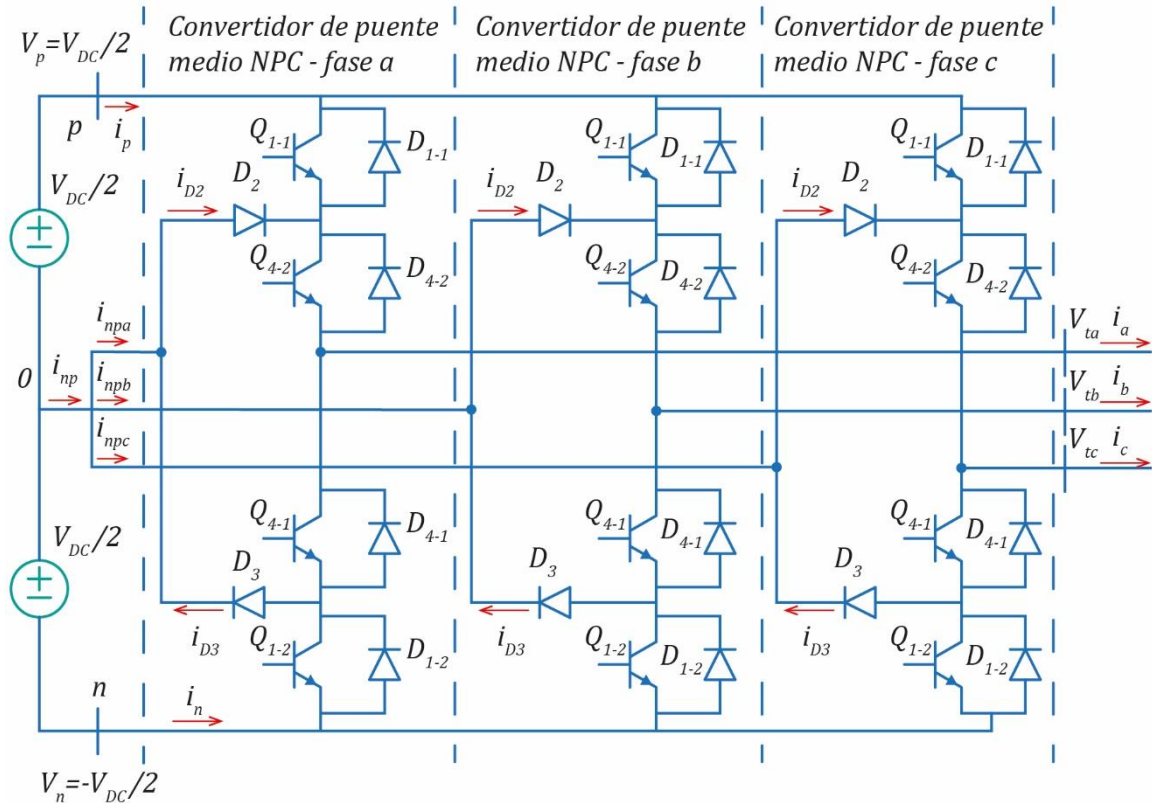


Figura 4-20. Diagrama de un NPC de tres niveles. Adaptado de “Voltage – sourced Converters in Power Systems,” por Amirnaser Yazdani y Reza Iravani, 2010, IEEE WILEY, p. 137.

NPC de tres niveles con divisor de voltaje capacitivo

Para proveer dos fuentes de voltaje idénticos en el lado DC del NPC de tres niveles se puede usar la configuración de la figura 4-21. Esta configuración emplea un divisor de voltaje capacitivo en el lado DC; si los capacitores son idénticos, el voltaje en el lado DC se divide igualmente entre los dos capacitores. La potencia intercambiada con el lado DC de NPC de tres niveles es

$$P_{DC}(t) = V_{DC}(t) i_p(t) + \frac{V_{DC}(t)}{2} i_{np}(t). \quad (4.113)$$

Si se ignora las pérdidas del convertidor, P_{DC} es igual a la potencia que fluye fuera de las terminales del lado AC del convertidor. Así,

$$P_t(t) = V_{DC}(t) i_p(t) + \frac{V_{DC}(t)}{2} i_{np}(t), \quad (4.114)$$

donde

$$P_t(t) = V_{ta}(t) i_a(t) + V_{tb}(t) i_b(t) + V_{tc}(t) i_c(t). \quad (4.115)$$

Dado que $V_{tabc}(t)$ e $i_{tabc}(t)$ forman conjuntos trifásicos balanceados, $P_t(t)$ es una variable DC. Por tanto, según la Ecuación 4.114, $V_{DC} i_p + (V_{DC}/2) i_{np}$ también debe ser una variable DC. Dado que $i_{np}(t)$ es una función

periódica sin componente DC, $i_p(t)$ debe inevitablemente tener un componente periódico para cancelar el componente periódico de $i_{np}(t)$. Por tanto, $i_p(t)$ puede expresarse como

$$i_p(t) = i_{DC}(t) + \langle i_p \rangle_3, \quad (4.116)$$

donde $\langle x \rangle_3$ representa el componente tercer armónico de x . Sustituyendo la Ecuación 4.116 y 4.115 en 4.113 obtenemos que

$$V_{DC}(t) i_{DC}(t) = V_{ta}(t) i_a(t) + V_{tb}(t) i_b(t) + V_{tc}(t) i_c(t) \quad (4.117)$$

e

$$\langle i_p \rangle_3(t) = -\frac{i_{np}(t)}{2}. \quad (4.118)$$

Por tanto,

$$i_p(t) = i_{DC}(t) - \frac{i_{np}(t)}{2}. \quad (4.119)$$

De forma similar se puede demostrar que

$$i_n(t) = -i_{DC}(t) - \frac{i_{np}(t)}{2}. \quad (4.120)$$

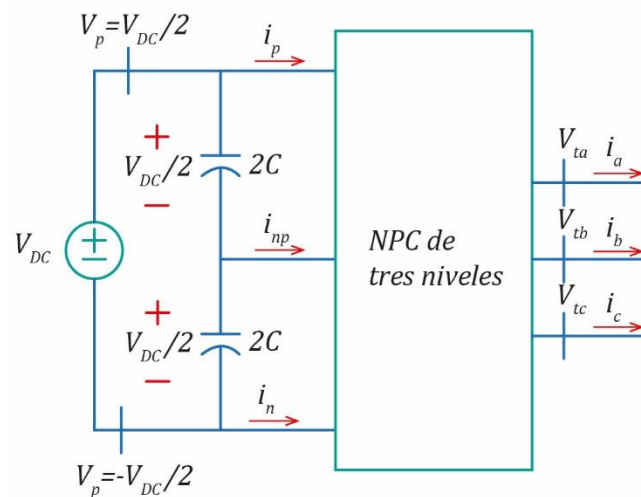


Figura 4-21. NPC de tres niveles con un divisor de voltaje capacitivo en el lado DC. Adaptado de “Voltage – sourced Converters in Power Systems,” por Amirnaser Yazdani y Reza Iravani, 2010, IEEE WILEY, p. 145.

Comparando las Ecuaciones 4.117 y 4.78 notamos que la expresión para la corriente en el lado DC de VSC de dos niveles es idéntico a la expresión para la corriente (componente DC sin componentes armónicos) del lado DC del NPC de tres niveles. La razón de esto es que: (i) en cualquiera de las configuraciones del NPC solo la componente DC de la corriente del lado DC contribuye al intercambio de potencia y (ii) en el NPC de tres niveles, la componente DC de $i_{np}(t)$ es cero si los voltajes de los capacitores son iguales y estables. Además, comparando las Ecuaciones 4.107 – 4.109 con las Ecuaciones 4.72 – 4.74, se concluye que el voltaje en las terminales del lado AC del NPC de tres niveles asumen las mismas formas que las del NPC de dos niveles. Por tanto, en lo que se

refiere a las relaciones de tensión/corriente en los terminales, existe un SVC de dos niveles equivalente para un NPC de tres niveles. Esta equivalencia se muestra en las figuras 4-22 y 4-23.

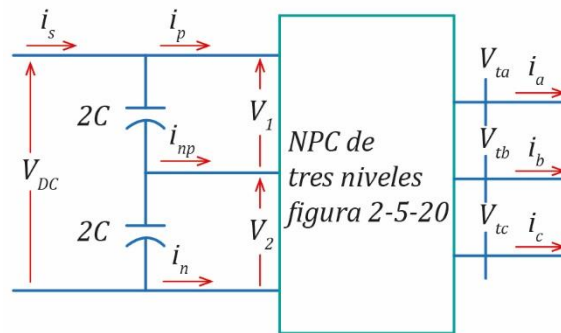


Figura 4-22. Diagrama de un VSC ideal basado en un NPC de tres niveles. Adaptado de “Voltage – sourced Converters in Power Systems,” por Amirnaser Yazdani y Reza Iravani, 2010, IEEE WILEY, p. 154.

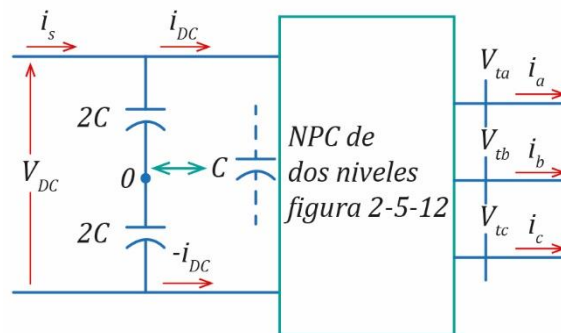


Figura 4-23. Diagrama de un VSC ideal basado en un NPC de dos niveles. Adaptado de “Voltage – sourced Converters in Power Systems,” por Amirnaser Yazdani y Reza Iravani, 2010, IEEE WILEY, p. 155.

ANEXO: ESTUDIO DE SIMULACIÓN

5. Máquina síncrona – Bus Infinito instalado con un Estabilizador de Sistema de Potencia

5.1. Parámetros iniciales

```

%%parametros iniciales

clear variables;

% steam_turbine
P=4;%numero de polos
fnominal=30 %frecuencia nominal en Hz
fpnominal=0.9 %factor de potencia nominal
Vnominal=18e3 %voltaje fase fase (o línea) nominal rms en V
Snominal= 920.35e6%potencia nominal en VA

Xls=0.215 %en pu
rs=0.0048
Xd=1.790
Xq=1.660
Xpd=0.355
Xpq=0.570
Xppd=0.275
Xppq=0.275
Tpd0=7.9 %en s
Tpq0=0.41
Tppd0=0.032
Tppq0=0.055
H=3.77
D=0
%línea de transmisión
re=0.027 %en pu
Xe=0.1
%función de transferencia de AVR
KA = 50;% en pu
TA =.06;% en s

we=(P/2)*2*pi*fnominal
wb=we

% Generalmente en la armadura de las máquinas trifasicas
% los VoltsAmperes base son el valor nominal trifasico de la máquina
% y el voltaje base es el valor pico del voltaje de línea nominal (línea==línea a línea)
% En conformidad, el circuito equivalente monofasico tiene los VoltsAmperes base
% igual al valor nominal de una fase y un voltaje base igual al valor pico del voltaje
% de fase nominal

% Para estudios transitorios se escoge como voltaje base
% el valor pico del voltaje de fase nominal

% VBqd0 es el valor pico del voltaje de fase nominal (fase==línea a neutro)
% IBqd0 es el valor pico de la corriente de fase (esta es la corriente base)

% VBabc es el valor rms del voltaje de fase nominal
% IBabc es el valor rms de la corriente de fase base

SB=Snominal;VB=Vnominal;

```

```

VBqd0=(1/sqrt(3))*VB
IBqd0=SB/(3*VBqd0)
VBabc=VBqd0/(sqrt(2))
IBabc=IBqd0/(sqrt(2))
ZB=(VB*VB)/SB

Xmq=Xq-Xls;Xmd=Xd-Xls;

Vi=1+j*0;Vi0=abs(Vi)
Si=0.8+j*0.6

Ias_fasor_pu=conj(Si/Vi)
Is_pu=abs(Ias_fasor_pu)
Im_pu=1
thetaei0=angle(Ias_fasor_pu)

Vas_fasor_pu=Vi+(re+j*Xe)*Ias_fasor_pu %%
Vs_pu=abs(Vas_fasor_pu) %%igual a Vs dividido entre
%%el voltaje linea linea base rms
Vm_pu=1 %%igual a Vm dividido entre
%%el voltaje linea linea base pico
thetaev0=angle(Vas_fasor_pu)

```

5.2. Condiciones balanceadas en estado estable

```

%% Condiciones balanceadas en estado estable

Ea_fasor_pu=vas_fasor_pu+(rs+j*(we/wb)*Xq)*ias_fasor_pu %%%
delt0=angle(Ea_fasor_pu)
thetar=delt0+thetaev0

Iase_pu=ias_fasor_pu*(cos(delt0)-j*sin(delt0))
I_rqs_pu=real(Iase_pu)
I_rds_pu=-imag(Iase_pu)

Vase_pu=vas_fasor_pu*(cos(delt0)-j*sin(delt0))
V_rqs_pu=real(Vase_pu)
V_rds_pu=-imag(Vase_pu)

E_prxfd=(wb/we)*((abs(Ea_fasor_pu))+(we/wb)*(Xd-Xq)*I_rds_pu)
I_prfd=E_prxfd/Xmd

E_pq0=V_rqs_pu+Xpd*I_rds_pu+rs*I_rqs_pu
E_pfd=Xmd*I_prfd
E_pq0=-(Xd-Xpd)*I_rds_pu+E_pfd0
E_pd0=V_rds_pu-Xpq*I_rqs_pu+rs*I_rds_pu
E_pd0=(Xq-Xpq)*I_rqs_pu

vv_v=((abs(vas_fasor_pu)*abs(Ea_fasor_pu)*cos(angle(Ea_fasor_pu)-...
    angle(vas_fasor_pu)))/(abs(Ea_fasor_pu)^2))*Ea_fasor_pu;
E_fasor_pu_90=abs(Ea_fasor_pu)*cos(angle(Ea_fasor_pu)-(pi/2))+...
    j*abs(Ea_fasor_pu)*sin(angle(Ea_fasor_pu)-(pi/2));
vv_vv=((abs(vas_fasor_pu)*abs(E_fasor_pu_90)*cos(angle(E_fasor_pu_90)-...
    angle(vas_fasor_pu)))/(abs(E_fasor_pu_90)^2))*E_fasor_pu_90;

subplot(1,1,1),
quiver(0,0,real(Ea_fasor_pu),imag(Ea_fasor_pu),'Autoscale','off','Color','g')
hold on
quiver(0,0,real(vas_fasor_pu),imag(vas_fasor_pu),'Autoscale','off','Color','g')
hold on
quiver(real(vas_fasor_pu),imag(vas_fasor_pu),real(rs*ias_fasor_pu),...

```

```

    imag(rs*ias_fasor_pu), 'Autoscale', 'off', 'Color', 'g')
hold on
quiver(real(vas_fasor_pu)+real(rs*ias_fasor_pu), ...

imag(vas_fasor_pu)+imag(rs*ias_fasor_pu), real(j*(we/wb)*Xq*ias_fasor_pu), ...
    imag(j*(we/wb)*Xq*ias_fasor_pu), 'Autoscale', 'off', 'Color', 'g')
hold on
quiver(0,0,real(vv_v), imag(vv_v), 'Autoscale', 'off', 'Color', 'g', 'linewidth',2)
hold on
quiver(0,0,real(vv_vv), imag(vv_vv), 'Autoscale', 'off', 'Color', 'g', 'linewidth',2)
hold on
xlabel('Re')
ylabel('Img')
title('Condiciones balanceadas en estado estable')
grid on
close all

```

5.3.Cálculo de las constantes K del modelo de Heffron-Phillips y representación en el espacio de estados

```
%% Cálculo de las constantes K
```

```
Dz=((rs+re)^2)+((Xpd+Xe)*(Xq+Xe))
```

```
syms del_t E_pq
```

```
i_rqs_pu=(1/Dz)*(((Xe+Xpd)*Vi0*sin(del_t))+re*E_pq)-(re*Vi0*cos(del_t))
```

```
i_rds_pu=(1/Dz)*(((Xe+Xq)*E_pq)-((Xe+Xq)*Vi0*cos(del_t))-
(re*Vi0*sin(del_t)))
```

```
Te=(E_pq*i_rqs_pu)+((Xq-Xpd)*i_rqs_pu*i_rds_pu)
```

```
K1=diff(Te,del_t);
```

```
K1=subs(K1,[E_pq, del_t],[E_pq0, del_t0]);
```

```
K1=double(K1);
```

```
K2=diff(Te,E_pq);
```

```
K2=subs(K2,[E_pq, del_t],[E_pq0, del_t0]);
```

```
K2=double(K2);
```

```
E_q=E_pq+((Xd-Xpd)*i_rds_pu);
```

```
K4=diff(E_q,del_t);
```

```
K4=subs(K4,[E_pq, del_t],[E_pq0, del_t0]);
```

```
K4=double(K4);
```

```
K3=diff(E_q,E_pq);
```

```
K3=subs(K3,[E_pq, del_t],[E_pq0, del_t0]);
```

```
K3=double(K3);
```

```
v_rqs_pu=E_pq-(Xpd*i_rds_pu)
```

```
v_rds_pu=Xq*i_rqs_pu
```

```
vs_pu=sqrt((v_rds_pu^2)+(v_rqs_pu^2))
```

```
K5=diff(vs_pu,del_t);
```

```
K5=subs(K5,[E_pq, del_t],[E_pq0, del_t0]);
```

```
K5=double(K5);
```

```
K6=diff(vs_pu,E_pq);
```

```
K6=subs(K6,[E_pq, del_t],[E_pq0, del_t0]);
```

```
K6=double(K6);
```

```

% Representación en el espacio de estados

A_A=[ -(K3/TPd0)   -(K4/TPd0)   0   1/TPd0;
        0   0   wb   0 ;
        -(K2/(2*H))   -(K1/(2*H))   -((D*wb)/(2*H))   0 ;
        -((KA*K6)/TA)   -((KA*K5)/TA)   0   -(1/TA) ]
A_A=double(A_A)

B_B=[ 0   0   0 ;
        0   0   0 ;
        0  1/(2*H)  0 ;
        (KA/TA)  0  (KA/TA) ]
B_B=double(B_B)

BB_B=[ 0 ;
        0 ;
        0 ;
        (KA/TA) ]
BB_B=double(BB_B)

C_C=[0 0 1 0]

D_D=[0 0 0]
DD_D=0

eig_val=eig(A_A)
[num1,den1]=ss2tf(A_A,B_B,C_C,D_D,2);
TFF1=tf(num1,den1)
impulse(TFF1,10)
hold on

```

5.4. Diseño del estabilizador de sistemas de potencia mediante asignación de polos

```

%% Diseño del estabilizador se sistemas de potencia mediante
% asignación de polos

syms x
lambda=-0.5+j*abs(imag(eig_val(3)))
I=eye(4);T=1;
Te=(C_C*(inv(x*I-A_A))*BB_B)+DD_D
F=double(subs(Te,x,lambda))

RR=real(((1+lambda*T)^2)/F)
II=imag(((1+lambda*T)^2)/F)

syms Kpss alpha
EC1=Kpss*((1+(real(lambda))*alpha*T)^2)-((imag(lambda))*alpha*T)^2)==RR
EC2=Kpss*2*(1+(real(lambda))*alpha*T)*(imag(lambda))*alpha*T==II
M=solve([EC1,EC2],[Kpss,alpha])
Kpss=M.Kpss(2)
alpha=M.alpha(2)

GG1=-alpha*(K2/(2*H))
GG2=-alpha*(K1/(2*H))
GG3=(1/T)-(alpha*((D*wb)/(2*H)))
GG4=-1/T

FF1=-Kpss*((alpha)^2)*(K2/(2*H))
FF2=-Kpss*((alpha)^2)*(K1/(2*H))
FF3=Kpss*alpha*((1/T)-(alpha*((D*wb)/(2*H))))
FF4=(Kpss/T)*(1-alpha)

```



```

FF5=-1/T

A=[  -(K3/Tpd0)  -(K4/Tpd0)      0      1/Tpd0  0  0  ;
      0          0          wb      0      0  0  ;
      -(K2/(2*H))  -(K1/(2*H))  -((D*wb)/(2*H))  0  0  0  ;
      -((KA*K6)/TA)  -((KA*K5)/TA)  0      -(1/TA)  0  (KA/TA)  ;
      GG1          GG2          GG3      0      GG4  0  ;
      FF1          FF2          FF3      0      FF4  FF5  ]

A=double(A)

B=[      0          0  ;
      0          0  ;
      1/(2*H)    0  ;
      0          (KA/TA) ;
      alpha*(1/(2*H))  0  ;
      Kpss*((alpha)^2)*(1/(2*H))  0  ]
B=double(B)

CC=[0 0 1 0 0 0]
CC=double(CC)

DD=[0 0]

[num2,den2]=ss2tf(A,B,CC,DD,1);
TFF2=tf(num2,den2)
impulse(TFF2,10)

```

6. Máquina síncrona – Bus Infinito instalado con un compensador estático de Potencia Reactiva

6.1. Parámetros iniciales

```

%% Parámetros iniciales

clear variables
close all

wb=314.2;we=wb;
Pas=0.5;rs=0;
Xd=1;Xq=0.8;
Xpd=0.15;Tpd0=5.044;
KA=20;TA=0.01;
H=3;D=0;
Xes=0.3;Xsi=0.3;

Vi_fasor_pu=1+0*j;
vi_pu=abs(Vi_fasor_pu);

vas_fasor_pu=1+0*j;
vs_pu=abs(vas_fasor_pu);

vsvc_fasor_pu=1+0*j;
vsvc_pu=abs(vsvc_fasor_pu);

Pass=Pas;Psi=Pas;Pi=Pas;

```

6.2. Cálculo de la compensación inicial

```

%% Cálculo de la compensación inicial del SVC, requerido para mantener
% el perfil de voltaje del sistema
% PASO 1
Qsi=(vsvc_pu/Xsi)*(vsvc_pu-sqrt((vi_pu^2)-((Xsi/vsvc_pu)*Psi)^2))
Qass=(vsvc_pu/Xes)*(sqrt((vs_pu^2)-((Xes/vs_pu)*Pass)^2))-vsvc_pu

% PASO 2
Qcmax=Qass-Qsi;
Qlmax=-Qcmax;

% PASO 3
BC=-Qcmax/(vsvc_pu^2);
BL=(Qlmax/(vsvc_pu^2))+BC;
XC=1/BC;
XL=1/BL;
% XL=1; %para mayor compensación
% XC=1; %para mayor compensación

% PASO 4
bsvc0_alpha_pi_med=-BC;
bsvc0_alpha_cero=BL-BC;
bsvc0=0;

syms alphaa
alpha_pi_med=solve(((1/(XC*XL))*(-XL+(XC*(pi-2*alphaa-
sin(2*alphaa)))/pi)))-bsvc0_alpha_pi_med);

```

```

alpha_cero=solve(((1/(XC*XL))*(-XL+((XC*(pi-2*alphaa-
sin(2*alphaa)))/pi)))-bsvc0_alpha_cero);
alpha0=solve(((1/(XC*XL))*(-XL+((XC*(pi-2*alphaa-
sin(2*alphaa)))/pi)))-bsvc0);

Co=-(-2-(2*cos(2*alpha0)))/pi
% Co=-(-2-(2*cos(2*alpha_pi_med)))/pi

isvc_pu_cmax=-BC*vsvc_pu;
isvc_pu_lmax=(BL-BC)*vsvc_pu;

xx=[0 isvc_pu_cmax isvc_pu_lmax (BL-BC)*1.5];
yy=[0 vsvc_pu vsvc_pu 1.5];
xyp=[0 isvc_pu_lmax];yyp=[0 vsvc_pu];
ww=0:0.0005:vsvc_pu;
zz=-BC*(ww.^2);
tt=[vsvc_pu vsvc_pu];
hh=[Qcmax Qlmax];
www=vsvc_pu:0.0005:1.5;
zzz=(BL-BC)*(www.^2);
wwww=0:0.0005:vsvc_pu;
zzzz=(BL-BC)*(www.^2);

subplot(1,2,1),
plot(xx,yy,'Color','c')
hold on
plot(xyp,yyp,'--','Color','c')
hold on
xlabel('i_{svc} pu')
ylabel('v_{svc} pu')
title('v_{svc} pu vs. i_{svc} pu')
grid on
subplot(1,2,2),
plot(ww,zz,'Color','b')
hold on
plot(tt,hh,'Color','b')
hold on
plot(www,zzz,'Color','b')
hold on
plot(wwww,zzzz,'--','Color','b')
hold on
xlabel('v_{svc} pu')
ylabel('Q_{svc} pu')
title('Q_{svc} pu vs. v_{svc} pu')
grid on

```

6.3.Cálculo de variables

```

%% Calculamos las corrientes en el punto medio de la linea de transmisión
% isvc_fasor_pu, ias_fasor_pu e isi_fasor_pu; ademas, se calcula
% la potencia reactiva despues de la impedancia jXsi.

isvc_fasor_pu=vsvc_pu*(j*BC)
ias_fasor_pu=(Pas-j*Qass)/vsvc_pu
isi_fasor_pu=ias_fasor_pu-isvc_fasor_pu

QXsi=(abs(isi_fasor_pu)^2)*Xsi
Qi=Qsi-QXsi

% Recalculamos las variables isi_fasor_pu, vsvc_fasor_pu, isvc_fasor_pu
% ias_fasor_pu y vas_fasor_pu. Debido a que no se consideran las
% resistencias de las lineas de transmisión, la potencia activa no variará.

```

```

isi_fasor_pu=(Pi-j*Qi)/(conj(Vi_fasor_pu))
vsvc_fasor_pu=Vi_fasor_pu+(j*Xsi*isi_fasor_pu)
isvc_fasor_pu=vsvc_fasor_pu*(j*BC)

ias_fasor_pu=isvc_fasor_pu+isi_fasor_pu
is_pu=abs(ias_fasor_pu)

vas_fasor_pu=vsvc_fasor_pu+(j*Xes*ias_fasor_pu)%%
vs_pu=abs(vas_fasor_pu)

```

6.4. Condiciones balanceadas es estado estable

```

%% condiciones balanceadas en estado estable
Ea_fasor_pu=vas_fasor_pu+(rs+j*(we/wb)*Xq)*ias_fasor_pu
delt0=angle(Ea_fasor_pu)

vase_pu=vas_fasor_pu*(cos(delt0)-j*sin(delt0))
v_rqs_pu=real(vase_pu)
v_rds_pu=-imag(vase_pu)

iase_pu=ias_fasor_pu*(cos(delt0)-j*sin(delt0))
i_rqs_pu=real(iase_pu)
i_rds_pu=-imag(iase_pu)

vv_v=((abs(vas_fasor_pu)*abs(Ea_fasor_pu)*cos(angle(Ea_fasor_pu)-...
    angle(vas_fasor_pu)))/(abs(Ea_fasor_pu)^2))*Ea_fasor_pu;
E_fasor_pu_90=abs(Ea_fasor_pu)*cos(angle(Ea_fasor_pu)-(pi/2))+...
    j*abs(Ea_fasor_pu)*sin(angle(Ea_fasor_pu)-(pi/2));
vv_vv=((abs(vas_fasor_pu)*abs(E_fasor_pu_90)*cos(angle(E_fasor_pu_90)-...
    angle(vas_fasor_pu)))/(abs(E_fasor_pu_90)^2))*E_fasor_pu_90;

subplot(1,1,1),
quiver(0,0,real(Ea_fasor_pu),imag(Ea_fasor_pu),'Autoscale','off','Color','g')
hold on
quiver(0,0,real(vas_fasor_pu),imag(vas_fasor_pu),'Autoscale','off','Color','g')
hold on
quiver(real(vas_fasor_pu),imag(vas_fasor_pu),real(rs*ias_fasor_pu),...
    imag(rs*ias_fasor_pu),'Autoscale','off','Color','g')
hold on
quiver(real(vas_fasor_pu)+real(rs*ias_fasor_pu),...
    imag(vas_fasor_pu)+imag(rs*ias_fasor_pu),real(j*(we/wb)*Xq*ias_fasor_pu),...
    imag(j*(we/wb)*Xq*ias_fasor_pu),'Autoscale','off','Color','g')
hold on
quiver(0,0,real(vv_v),imag(vv_v),'Autoscale','off','Color','g','linewidth',2)
hold on
quiver(0,0,real(vv_vv),imag(vv_vv),'Autoscale','off','Color','g','linewidth',2)
hold on
xlabel('Re')
ylabel('Img')
title('Condiciones balanceadas en estado estable')
grid on
close all

```

6.5. Cálculo de las constantes K del modelo de Heffron-Phillips y representación en el espacio de estados para el diseño del controlador PI de voltaje

```

%% Cálculo de las constantes K para el controlador PI del voltaje

```

```

C=1-(Xsi*BC);
XTL=Xes+(Xsi/C)
E_pq0=((Xpd+XTL)*i_rds_pu)+((1/C)*vi_pu*cos(delt0))

syms i_rds_pu i_rqs_pu E_pd E_pq delt bsvc XTL

XTL=Xes+(Xsi/(1-(Xsi*bsvc)))
i_rqs_pu=(1/(Xq+XTL))*((1/(1-(Xsi*bsvc)))*vi_pu*sin(delt))
i_rds_pu=(1/(Xpd+XTL))*(E_pq-((1/(1-(Xsi*bsvc)))*vi_pu*cos(delt)))

syms Te

Te=(E_pq*i_rqs_pu)+((Xq-Xpd)*i_rqs_pu*i_rds_pu)

Kp=diff(Te,bsvc);
Kp=subs(Kp,[E_pq, delt, bsvc],[E_pq0, delt0, BC]);
Kp=double(Kp);
K1=diff(Te,delt);
K1=subs(K1,[E_pq, delt, bsvc],[E_pq0, delt0, BC]);
K1=double(K1);
K2=diff(Te,E_pq);
K2=subs(K2,[E_pq, delt, bsvc],[E_pq0, delt0, BC]);
K2=double(K2);

syms v_rds_pu v_rqs_pu

v_rqs_pu=(XTL*i_rds_pu)+((1/(1-(Xsi*bsvc)))*vi_pu*cos(delt))
v_rds_pu=- (XTL*i_rqs_pu)+((1/(1-(Xsi*bsvc)))*vi_pu*sin(delt))

syms vs_pu

vs_pu=sqrt((v_rds_pu^2)+(v_rqs_pu^2))

Kv=diff(vs_pu,bsvc);
Kv=subs(Kv,[E_pq, delt, bsvc],[E_pq0, delt0, BC]);
Kv=double(Kv);
K5=diff(vs_pu,delt);
K5=subs(K5,[E_pq, delt, bsvc],[E_pq0, delt0, BC]);
K5=double(K5);
K6=diff(vs_pu,E_pq);
K6=subs(K6,[E_pq, delt, bsvc],[E_pq0, delt0, BC]);
K6=double(K6);

syms E_q

E_q=E_pq+((Xd-Xpd)*i_rds_pu);

Kq=diff(E_q,bsvc);
Kq=subs(Kq,[E_pq, delt, bsvc],[E_pq0, delt0, BC]);
Kq=double(Kq);
K4=diff(E_q,delt);
K4=subs(K4,[E_pq, delt, bsvc],[E_pq0, delt0, BC]);
K4=double(K4);
K3_1=diff(E_q,E_pq);
K3_1=subs(K3_1,[E_pq, delt, bsvc],[E_pq0, delt0, BC]);
K3_1=double(K3_1);

syms v_rqsvc_pu v_rdsvc_pu

v_rqsvc_pu=(1/(1-(Xsi*bsvc)))*((Xsi*i_rds_pu)+(vi_pu*cos(delt)))
v_rdsvc_pu=(1/(1-(Xsi*bsvc)))*(-(Xsi*i_rqs_pu)+(vi_pu*sin(delt)))
vsvce_pu=sqrt((v_rdsvc_pu^2)+(v_rqsvc_pu^2))

```

```

C3=diff(vsvce_pu,bsvc);
C3=subs(C3,[E_pq, deltat, bsvc],[E_pq0, deltat0, BC]);
C3=double(C3);
C1=diff(vsvce_pu,delt);
C1=subs(C1,[E_pq, deltat, bsvc],[E_pq0, deltat0, BC]);
C1=double(C1);
C2=diff(vsvce_pu,E_pq);
C2=subs(C2,[E_pq, deltat, bsvc],[E_pq0, deltat0, BC]);
C2=double(C2);

% Representación en el espacio de estados
A_PI=[ -(K3_1/Tpd0)    -(K4/Tpd0)        0          1/Tpd0;
        0              0                wb         0 ;
        -(K2/(2*H))   -(K1/(2*H))   -(D*wb)/(2*H)  0 ;
        -(KA*K6)/TA   -(KA*K5)/TA      0          -(1/TA)]
A_PI=double(A_PI)
B_PI=[ -(Kq/Tpd0) ;
        0 ;
        -(Kp/(2*H)) ;
        -(KA*Kv)/TA ]
B_PI=double(B_PI)

C_PI=[C2 C1 0 0]
D_PI=C3

% diseño del controlador PI del voltaje
[num,den]=ss2tf(A_PI,B_PI,C_PI,D_PI,1)
gs=tf(num,den)
PID=pidtune(gs,'PI')
kp=PID.Kp; ki=PID.Ki;

```

6.6. Cálculo de las constantes K' del modelo de Heffron-Phillips considerando el controlador PI del voltaje y representación en el espacio de estados para el diseño del controlador del compensador estático de potencia reactiva

```

% Cálculo de las constantes Kp para el diseño del controlador
% del compensador estático de potencia reactiva

Kp1=K1+(Kp*((-1)*(1/XL)*Co*kp*C1)/(1+((1/XL)*Co*kp*C3)))
Kp2=K2+(Kp*((-1)*(1/XL)*Co*kp*C2)/(1+((1/XL)*Co*kp*C3)))
Kpz=Kp*(1/(1+((1/XL)*Co*kp*C3)))
Kpp=Kp*((1/XL)*Co)/(1+((1/XL)*Co*kp*C3))
Kp3=K3_1+(Kq*((-1)*(1/XL)*Co*kp*C2)/(1+((1/XL)*Co*kp*C3)))
Kp4=K4+(Kq*((-1)*(1/XL)*Co*kp*C1)/(1+((1/XL)*Co*kp*C3)))
Kqz=Kq*(1/(1+((1/XL)*Co*kp*C3)))
Kpq=Kq*((1/XL)*Co)/(1+((1/XL)*Co*kp*C3))
Kp5=K5+(Kv*((-1)*(1/XL)*Co*kp*C1)/(1+((1/XL)*Co*kp*C3)))
Kp6=K6+(Kv*((-1)*(1/XL)*Co*kp*C2)/(1+((1/XL)*Co*kp*C3)))
Kvz=Kv*(1/(1+((1/XL)*Co*kp*C3)))
Kpv=Kv*((1/XL)*Co)/(1+((1/XL)*Co*kp*C3))
CA=-((1/XL)*Co*ki*C1*((-1)*(1/XL)*Co*kp*C3)/(1+((1/XL)*Co*kp*C3))+1)
CE=-((1/XL)*Co*ki*C2*((-1)*(1/XL)*Co*kp*C3)/(1+((1/XL)*Co*kp*C3))+1)
Cz=-ki*((1/XL)*Co*C3)/(1+((1/XL)*Co*kp*C3))
Cu=-ki*((((1/XL)*Co)^2)*C3)/(1+((1/XL)*Co*kp*C3))

% representacion en el espacio de estados

```

```

A=[ -(Kp3/Tpd0)    -(Kp4/Tpd0)    0    1/Tpd0    -(Kqz/Tpd0) ;
      0            0            wb    0            0 ;
      -(Kp2/(2*H)) -(Kp1/(2*H))  -((D*wb)/(2*H))  0    -(Kpz/(2*H)) ;
      -((KA*Kp6)/TA) -((KA*Kp5)/TA)  0    -(1/TA)  -((KA*Kvz)/TA);
      CE            CA            0            0            Cz    1];
A=double(A)
B=[ -(Kpq/Tpd0)    0    0 ;
      0            0    0 ;
      -(Kpp/(2*H)) 1/(2*H) 0 ;
      -((KA*Kpv)/TA) 0 (KA/TA);
      Cu            0    0];
B=double(B)
C_1=[0 1 0 0 0]
D_1=[0 0 0]
eig_val=eig(A)

```

6.7. Diseño del controlador del compensador estático de potencia reactiva mediante el método de compensación de fase

```

%% Estabilizador del SVC mediante el método de compensación de fase

```

```

ws=abs(imag(eig_val(4)))
syms x
A_Te=[ -(Kp3/Tpd0)    1/Tpd0    -(Kqz/Tpd0) ;
      -((KA*Kp6)/TA)  -(1/TA)  -((KA*Kvz)/TA);
      CE            0            Cz    ];
A_Te=double(A_Te)
B_Te=[ -(Kpq/Tpd0) ;
      -((KA*Kpv)/TA) ;
      Cu    ];
B_Te=double(B_Te)

C_Te=[-Kp2 0 -Kpz]
C_Te=double(C_Te)

D_Te=[-Kpp]
D_Te=double(D_Te)

I=eye(3);
Te=(C_Te*(inv(x*I-A_Te))*B_Te)+D_Te
Fsvc_s=double(subs(Te,x,j*ws))

```

```

%% Cálculo de las constantes Ks, T2 y T4

```

```

T1=0.001;T3=0.001;
syms Ks T2 T4
Tet1=Ks*(1+x*T2)*(1+x*T4)
Tet2=(1.6*((1+x*T1)*(1+x*T3)))/(Fsvc_s*(D+(x*2*H)))
Tet2_ReIm=double(subs(Tet2,x,j*ws))

EC1=Ks*(1-(T2*T4*(ws^2)))==real(Tet2_ReIm)
EC2=Ks*ws*(T2+T4)==imag(Tet2_ReIm)
EC3=T2==T4
M=solve([EC1,EC2,EC3],[Ks,T2,T4])
m=find(M.Ks>0);n=find(M.T2>0);v=find(M.T4>0);
Ks=double(M.Ks(m));
if m==n
    T2=double(M.T2(n));

```

```

end
if m==v
    T4=double(M.T4(v));
end

%% Representación en el espacio de estados con las ecuaciones de
% estado del SVC
CC1=- (T4/T3) * (Kp2/ (2*H));
CC2=- (T4/T3) * (Kp1/ (2*H));
CC3=(1/T3) * (1- (T4* ( (D*wb) / (2*H) ) ) );
CC4=- (T4/T3) * (Kpz/ (2*H));
CC5=-1/T3;
CC6=- (T4/T3) * (Kpp/ (2*H));

GG1=- ( (Ks*T2*T4) / (T1*T3) ) * (Kp2/ (2*H));
GG2=- ( (Ks*T2*T4) / (T1*T3) ) * (Kp1/ (2*H));
GG3= ( (Ks*T2) / (T1*T3) ) * (1- (T4* ( (D*wb) / (2*H) ) ) );
GG4=- ( (Ks*T2*T4) / (T1*T3) ) * (Kpz/ (2*H));
GG5= (Ks/T1) * (1- (T2/T3));
GG6=- (1/T1) * (1+ ( (Ks*T2*T4) / T3) ) * (Kpp/ (2*H));

AA=[ - (Kp3/Tpd0)    - (Kp4/Tpd0)    0    1/Tpd0    - (Kqz/Tpd0)    0    - (Kpq/Tpd0)    ;
      0              0              wb    0              0              0              0              ;
      - (Kp2/ (2*H)) - (Kp1/ (2*H)) - ( (D*wb) / (2*H) )  0    - (Kpz/ (2*H))    0    - (Kpp/ (2*H))    ;
      - ( (KA*Kp6) / TA) - ( (KA*Kp5) / TA)  0    - (1/TA)    - ( (KA*Kvz) / TA)  0    - ( (KA*Kpv) / TA)    ;
      CE              CA              0              0              Cz              0              Cu              ;
      CC1             CC2             CC3             0              CC4             CC5             CC6             ;
      GG1             GG2             GG3             0              GG4             GG5             GG6             ];

AA=double(AA);
BB=[          0              0              ;
      0              0              ;
      1/ (2*H)      0              ;
      0              (KA/TA)      ;
      0              0              ;
      T4/ (T3*2*H)  0              ;
      ( (Ks*T2*T4) / (T1*T3) ) * (1/ (2*H))  0    ];
BB=double(BB);
CC=[-Kp2 -Kp1 0 0 -Kpz 0 -Kpp];
CC=double(CC)
DD=[0 0];

eig_val_1=double(eig(AA))

[num1,den1]=ss2tf(AA,BB,CC,DD,1);
TF=tf(num1,den1)
impulse(TF,10)
text(1,7,'SVC no instalado','Color','blue')
text(0.5,-6.5,'VSC instalado','Color','red')
grid on
xlabel('t ')
ylabel('T_{m} pu')
title('Curvas de respuesta a impulso unitario con y sin SVC')

```


7. Máquina síncrona – Bus Infinito instalado con un convertidor de fuente de voltaje

7.1. Parámetros iniciales

```
%% Parámetros iniciales

we=314.16;wb=we;
Pas=0.5;rs=0;
Xd=1;Xq=0.6;Xpd=0.3;
H=4;D=0;Tpd0=5.044;
TA=0.01;KA=100;
Xes=0.3;Xsi=0.3;Xvsc=0.15;
k=0.5;VDC=1;C=1;
Vbess=1;rbess=0.01;

Vi_fasor_pu=1+0*j;
vi_pu=abs(Vi_fasor_pu);

vas_fasor_pu=1+0*j;
vs_pu=abs(vas_fasor_pu);

vpsc_fasor_pu=1+0*j;
vpuc_pu=abs(vpsc_fasor_pu);

Pass=Pas;Psi=Pas;Pi=Pas;
```

7.2. Cálculo de la compensación inicial

```
%% Cálculo de compensación inicial

Qi=(vi_pu/Xsi)*(sqrt((vpsc_pu^2)-((Xsi/vi_pu)*Pi)^2))-vi_pu
Qass=(vpsc_pu/Xes)*(sqrt((vs_pu^2)-((Xes/vpsc_pu)*Pass)^2))-vpsc_pu

isi_fasor_pu=(Pi-j*Qi)/(conj(Vi_fasor_pu))
vpsc_fasor_pu=Vi_fasor_pu+(j*Xsi*isi_fasor_pu)

ias_fasor_pu=(Pass-j*Qass)/conj(vpsc_fasor_pu)
vas_fasor_pu=vpsc_fasor_pu+(j*Xes*ias_fasor_pu)

ivsc_fasor_pu=ias_fasor_pu-isi_fasor_pu
vO_fasor_pu=vpsc_fasor_pu-(j*Xvsc*ivsc_fasor_pu)
vO_pu=abs(vO_fasor_pu)
phix=angle(vO_fasor_pu)

Qsi=(vpsc_pu/Xsi)*(vpsc_pu-sqrt((vi_pu^2)-((Xsi/vpsc_pu)*Psi)^2))
Qcmax=Qass-Qsi;
Qlmax=-Qcmax;

Icmax=Qcmax/abs(vas_fasor_pu);
Ilmax=Qlmax/abs(vas_fasor_pu);

mm=abs(vas_fasor_pu)+((abs(vas_fasor_pu)-(abs(vas_fasor_pu)-0.05))...
/(0-Icmax))*Ilmax);
xx(1,1:5)=[0 Icmax Icmax Ilmax Ilmax];
yy(1,1:5)=[0 0.05 abs(vas_fasor_pu)-0.05 mm 1.5];
xyp(1,1:2)=[Ilmax Ilmax];
yyp(1,1:2)=[ 0 mm];
```

```

ww(1,1:4)=[0          Qcmax      Qlmax      0.1      ];
zz(1,1:4)=[0 abs(vas_fasor_pu)-0.05 mm (mm/Qlmax)*0.1];
wwp(1,1:2)=[0 Qlmax ];
z zp(1,1:2)=[0 mm ];

subplot(1,2,1),
plot(xx(1,1:5),yy(1,1:5),'Color','g')
hold on
plot(xxp(1,1:2),yyp(1,1:2),'--','Color','g')
hold on
xlabel('i_{vsc} pu')
ylabel('v_{vsc} pu')
title('v_{vsc} pu vs. i_{vsc} pu')
grid on
subplot(1,2,2),
plot(zz(1,1:4),ww(1,1:4),'Color','g')
hold on
plot(zzp(1,1:2),wwp(1,1:2),'--','Color','g')
hold on
xlabel('v_{vsc} pu')
ylabel('Q_{vsc} pu')
title('Q_{vsc} pu vs. v_{vsc} pu')
grid on

close all

```

7.3. Condiciones balanceadas es estado estable

```

%% Condiciones balanceadas en estado estable

Ea_fasor_pu=vas_fasor_pu+(rs+j*(we/wb)*Xq)*ias_fasor_pu
delt0=angle(Ea_fasor_pu)

vase_pu=vas_fasor_pu*(cos(delt0)-j*sin(delt0));
v_rqs_pu=real(vase_pu)
v_rds_pu=-imag(vase_pu)

iase_pu=ias_fasor_pu*(cos(delt0)-j*sin(delt0));
i_rqs_pu=real(iase_pu)
i_rds_pu=-imag(iase_pu)

E_pq0=v_rqs_pu+Xpd*i_rds_pu+rs*i_rqs_pu

vv_v=((abs(vas_fasor_pu)*abs(Ea_fasor_pu)*cos(angle(Ea_fasor_pu)-...
angle(vas_fasor_pu)))/(abs(Ea_fasor_pu)^2))*Ea_fasor_pu;
E_fasor_pu_90=abs(Ea_fasor_pu)*cos(angle(Ea_fasor_pu)-(pi/2))+...
j*abs(Ea_fasor_pu)*sin(angle(Ea_fasor_pu)-(pi/2));
vv_vv=((abs(vas_fasor_pu)*abs(E_fasor_pu_90)*cos(angle(E_fasor_pu_90)-...
angle(vas_fasor_pu)))/(abs(E_fasor_pu_90)^2))*E_fasor_pu_90;

subplot(1,1,1),
quiver(0,0,real(Ea_fasor_pu),imag(Ea_fasor_pu),'Autoscale','off','Color','g')
hold on
quiver(0,0,real(vas_fasor_pu),imag(vas_fasor_pu),'Autoscale','off','Color','g')
hold on
quiver(real(vas_fasor_pu),imag(vas_fasor_pu),real(rs*ias_fasor_pu),...
imag(rs*ias_fasor_pu),'Autoscale','off','Color','g')
hold on
quiver(real(vas_fasor_pu)+real(rs*ias_fasor_pu),...

imag(vas_fasor_pu)+imag(rs*ias_fasor_pu),real(j*(we/wb)*Xq*ias_fasor_pu),...

```

```

    imag(j*(we/wb)*Xq*ias_fasor_pu,'Autoscale','off','Color','g')
hold on
quiver(0,0,real(vv_v),imag(vv_v),'Autoscale','off','Color','g','linewidth',2)
hold on
quiver(0,0,real(vv_vv),imag(vv_vv),'Autoscale','off','Color','g','linewidth',2)
hold on
xlabel('Re')
ylabel('Img')
title('Condiciones balanceadas en estado estable')
grid on

close all

```

7.4. Cálculo de las constantes K y K' del modelo de Heffron-Phillips y representación en el espacio de estados para el diseño de los controladores PI de m y Φ

```

%% Cálculo de las constantes K
VDC0=2*v0_pu
m0=v0_pu/(k*VDC)
psi0=phix+(pi/2)-delt0
i_dc20=(Vbess-VDC)/rbess

syms i_rds_pu i_rqs_pu i_rdss_pu i_rqss_pu delt psi E_pq m VDC

Z_1=((Xes+Xq+Xsi)*(Xvsc+Xsi))-(Xsi^2)
Z_2=((Xes+Xpd+Xsi)*(Xvsc+Xsi))-(Xsi^2)
i_rqs_pu=((Xvsc+Xsi)*(vi_pu*sin(delt))+...
(Xsi*(m*k*VDC*cos(psi)-vi_pu*sin(delt))))/Z_1;
i_rds_pu=((Xvsc+Xsi)*(E_pq-vi_pu*cos(delt))+...
(Xsi*(vi_pu*cos(delt)-m*k*VDC*sin(psi))))/Z_2
i_qvsc_pu=((Xsi)*(vi_pu*sin(delt))+...
((Xes+Xq+Xsi)*(m*k*VDC*cos(psi)-vi_pu*sin(delt))))/Z_1
i_dvsc_pu=((Xsi)*(E_pq-vi_pu*cos(delt))+...
((Xes+Xpd+Xsi)*(vi_pu*cos(delt)-m*k*VDC*sin(psi))))/Z_2

syms Te

Te=(E_pq*i_rqs_pu)+((Xq-Xpd)*i_rqs_pu*i_rds_pu);

Kp1=diff(Te,delt);
Kp1=subs(Kp1,[delt, E_pq, VDC, m, psi],[delt0, E_pq0, VDC0, m0, psi0]);
Kp1=double(Kp1)
Kp2=diff(Te,E_pq);
Kp2=subs(Kp2,[delt, E_pq, VDC, m, psi],[delt0, E_pq0, VDC0, m0, psi0]);
Kp2=double(Kp2)
Kpp_DC=diff(Te,VDC);
Kpp_DC=subs(Kpp_DC,[delt, E_pq, VDC, m, psi],[delt0, E_pq0, VDC0, m0, psi0]);
Kpp_DC=double(Kpp_DC)
Kpp_m=diff(Te,m);
Kpp_m=subs(Kpp_m,[delt, E_pq, VDC, m, psi],[delt0, E_pq0, VDC0, m0, psi0]);
Kpp_m=double(Kpp_m)
Kpp_psi=diff(Te,psi);
Kpp_psi=subs(Kpp_psi,[delt, E_pq, VDC, m, psi],[delt0, E_pq0, VDC0, m0, psi0]);
Kpp_psi=double(Kpp_psi)

syms E_q

```

```

E_q=E_pq+((Xd-Xpd)*i_rds_pu);

Kp4=diff(E_q,delt);
Kp4=subs(Kp4,[delt, E_pq, VDC, m, psi],[delt0, E_pq0, VDC0, m0, psi0]);
Kp4=double(Kp4)
Kp3=diff(E_q,E_pq);
Kp3=subs(Kp3,[delt, E_pq, VDC, m, psi],[delt0, E_pq0, VDC0, m0, psi0]);
Kp3=double(Kp3)
Kpq_DC=diff(E_q,VDC);
Kpq_DC=subs(Kpq_DC,[delt, E_pq, VDC, m, psi],[delt0, E_pq0, VDC0, m0, psi0]);
Kpq_DC=double(Kpq_DC)
Kpq_m=diff(E_q,m);
Kpq_m=subs(Kpq_m,[delt, E_pq, VDC, m, psi],[delt0, E_pq0, VDC0, m0, psi0]);
Kpq_m=double(Kpq_m)
Kpq_psi=diff(E_q,psi);
Kpq_psi=subs(Kpq_psi,[delt, E_pq, VDC, m, psi],[delt0, E_pq0, VDC0, m0, psi0]);
Kpq_psi=double(Kpq_psi)

syms v_rds_pu v_rqs_pu

v_rds_pu=Xq*i_rqs_pu
v_rqs_pu=-(Xpd*i_rds_pu)+E_pq;

syms vs_pu

vs_pu=sqrt((v_rds_pu^2)+(v_rqs_pu^2));

Kp5=diff(vs_pu,delt);
Kp5=subs(Kp5,[delt, E_pq, VDC, m, psi],[delt0, E_pq0, VDC0, m0, psi0]);
Kp5=double(Kp5)
Kp6=diff(vs_pu,E_pq);
Kp6=subs(Kp6,[delt, E_pq, VDC, m, psi],[delt0, E_pq0, VDC0, m0, psi0]);
Kp6=double(Kp6)
Kpv_DC=diff(vs_pu,VDC);
Kpv_DC=subs(Kpv_DC,[delt, E_pq, VDC, m, psi],[delt0, E_pq0, VDC0, m0, psi0]);
Kpv_DC=double(Kpv_DC)
Kpv_m=diff(vs_pu,m);
Kpv_m=subs(Kpv_m,[delt, E_pq, VDC, m, psi],[delt0, E_pq0, VDC0, m0, psi0]);
Kpv_m=double(Kpv_m)
Kpv_psi=diff(vs_pu,psi);
Kpv_psi=subs(Kpv_psi,[delt, E_pq, VDC, m, psi],[delt0, E_pq0, VDC0, m0, psi0]);
Kpv_psi=double(Kpv_psi)

syms dVDC i_dc2

dVDC=(1/C)*((i_dvsc_pu*m*k*cos(psi))+(i_qvsc_pu*m*k*sin(psi)))+((1/C)*i_dc2)

Kp7=diff(dVDC,delt);
Kp7=subs(Kp7,[delt, E_pq, VDC, m, psi],[delt0, E_pq0, VDC0, m0, psi0]);
Kp7=double(Kp7)
Kp8=diff(dVDC,E_pq);
Kp8=subs(Kp8,[delt, E_pq, VDC, m, psi],[delt0, E_pq0, VDC0, m0, psi0]);
Kp8=double(Kp8)
Kp9=diff(dVDC,VDC);
Kp9=subs(Kp9,[delt, E_pq, VDC, m, psi],[delt0, E_pq0, VDC0, m0, psi0]);
Kp9=double(Kp9)
Kpd_m=diff(dVDC,m);
Kpd_m=subs(Kpd_m,[delt, E_pq, VDC, m, psi],[delt0, E_pq0, VDC0, m0, psi0]);
Kpd_m=double(Kpd_m)
Kpd_psi=diff(dVDC,psi);
Kpd_psi=subs(Kpd_psi,[delt, E_pq, VDC, m, psi],[delt0, E_pq0, VDC0, m0, psi0]);

```

```

Kpd_psi=double(Kpd_psi)
Kd_idc2=diff(dVDC,i_dc2);
Kd_idc2=subs(Kd_idc2,[delt, E_pq, VDC, m, psi],[delt0, E_pq0, VDC0, m0, psi0]);
Kd_idc2=double(Kd_idc2)

syms v_rdss_pu v_rqss_pu phi

v_rdss_pu=-(Xvsc*i_qvsc_pu)+(m*k*VDC*cos(psi))
v_rqss_pu=(Xvsc*i_dvsc_pu)+(m*k*VDC*sin(psi))

phi=atan(v_rqss_pu/v_rdss_pu)-psi

ap1=diff(phi,delt);
ap1=subs(ap1,[delt, E_pq, VDC, m, psi],[delt0, E_pq0, VDC0, m0, psi0]);
ap1=double(ap1)
ap2=diff(phi,E_pq);
ap2=subs(ap2,[delt, E_pq, VDC, m, psi],[delt0, E_pq0, VDC0, m0, psi0]);
ap2=double(ap2)
ap3=diff(phi,VDC);
ap3=subs(ap3,[delt, E_pq, VDC, m, psi],[delt0, E_pq0, VDC0, m0, psi0]);
ap3=double(ap3)
ap4=diff(phi,m);
ap4=subs(ap4,[delt, E_pq, VDC, m, psi],[delt0, E_pq0, VDC0, m0, psi0]);
ap4=double(ap4)
ap5=diff(phi,psi);
ap5=subs(ap5,[delt, E_pq, VDC, m, psi],[delt0, E_pq0, VDC0, m0, psi0]);
ap5=double(ap5)

a1=-(ap1/ap5)
a2=-(ap2/ap5)
a3=-(ap3/ap5)
a4=-(ap4/ap5)
a5=1/ap5

K1=Kp1+(Kpp_psi*a1)
K2=Kp2+(Kpp_psi*a2)
Kp_DC=Kpp_DC+(Kpp_psi*a3)
Kp_m=Kpp_m+(Kpp_psi*a4)
Kp_phi=Kpp_psi*a5

K4=Kp4+(Kpq_psi*a1)
K3=Kp3+(Kpq_psi*a2)
Kq_DC=Kpq_DC+(Kpq_psi*a3)
Kq_m=Kpq_m+(Kpq_psi*a4)
Kq_phi=Kpq_psi*a5

K5=Kp5+(Kpv_psi*a1)
K6=Kp6+(Kpv_psi*a2)
Kv_DC=Kpv_DC+(Kpv_psi*a3)
Kv_m=Kpv_m+(Kpv_psi*a4)
Kv_phi=Kpv_psi*a5

K7=Kp7+(Kpd_psi*a1)
K8=Kp8+(Kpd_psi*a2)
K9=Kp9+(Kpd_psi*a3)
Kd_m=Kpd_m+(Kpd_psi*a4)
Kd_phi=Kpd_psi*a5
%Kdc_idc2

%representación en el espacio de estados
A_PI=[-(K3/Tpd0) 0 0 1/Tpd0 (Kq_DC/Tpd0) ;
      0 0 wb 0 0 ;

```

```

    -(K2/(2*H))    -(K1/(2*H))    -((D*wb)/(2*H))    0    -(Kp_DC/(2*H))    ;
    -((KA*K6)/TA) -((KA*K5)/TA)    0    -(1/TA)    -(Kv_DC/TA)    ;
    K8            K7            0            0    K9-(Kd_idc2/rbess)]
A_PI=double(A_PI)

B_PI=[    -(Kq_m/Tpd0)    -(Kp_phi/Tpd0)    0    0    ;
        0                0                0    0    ;
        -(Kp_m/(2*H))    -(Kp_phi/(2*H))    1/(2*H)    0    ;
        -((KA*Kv_m)/TA) -((KA*Kv_phi)/TA)    0    KA/TA;
        Kd_m            Kd_phi            0    0    ]
B_PI=double(B_PI)

```

7.5. Diseño del estabilizador del convertidor de fuente de voltaje mediante el método de compensación de fase

```
%% Estabilizador del VSC mediante el método de compensación de fase
```

```

A_Te=[-(K3/Tpd0)    1/Tpd0    -(Kq_DC/Tpd0)    ;
      -((KA*K6)/TA) -((1/TA)    -(Kv_DC/TA)    ;
      K8            0    K9-(Kd_idc2/rbess)]
A_Te=double(A_Te)

B_Te=[    -(Kq_m/Tpd0)    -(Kq_phi/Tpd0)    ;
      -((KA*Kv_m)/TA) -((KA*Kv_phi)/TA) ;
      Kd_m            Kd_phi            ]
B_Te=double(B_Te)

C_Te=[K2 0 Kp_DC]
C_Te=double(C_Te)

D_Te=[Kp_m Kp_phi]
D_Te=double(D_Te)

syms x
ws=abs(imag(eig_val(3)))
I=eye(3);T1=0.38;
Te=(C_Te*(inv(x*I-A_Te))*B_Te)+D_Te
F=double(subs(Te,x,j*ws))
F_m=F(1);F_phi=F(2);

%% Representación en el espacio de estados con las ecuaciones de
% estado del VSC
GG1=-((K_m*T2_m)/T1)*(K2/(2*H));
GG2=-((K_m*T2_m)/T1)*(K1/(2*H));
GG3=(K_m/T1)-(((K_m*T2_m)/T1)*((D*wb)/(2*H)))
GG4=-((K_m*T2_m)/T1)*(Kp_DC/(2*H));
GG5=-((1/T1)+(((K_m*T2_m)/T1)*(Kp_m/(2*H))))
GG6=-((K_m*T2_m)/T1)*(Kp_phi/(2*H))
GG7=((K_m*T2_m)/T1)*(1/(2*H))

AA1=[-(K3/Tpd0)    -(K4/Tpd0)    0    1/Tpd0    -(Kq_DC/Tpd0)    -(Kq_m/Tpd0)    ;
      0            0            wb            0            0            0    ;
      -(K2/(2*H)) -((K1/(2*H)) -((D*wb)/(2*H))    0    -(Kp_DC/(2*H))    -(Kp_m/(2*H))    ;
      -((KA*K6)/TA) -((KA*K5)/TA)    0    -(1/TA)    -(Kv_DC/TA)    -((KA*Kv_m)/TA) ;
      K8            K7            0            0    K9-(Kd_idc2/rbess)    Kd_m    ;
      GG1            GG2            GG3            0    GG4            GG5    ]
AA1=double(AA1)

BB1=[    -(Kq_phi/Tpd0)    0    0    ;
      0                0    0    ;

```

```

      -(Kp_phi/(2*H))    1/(2*H)    0 ;
      -((KA*Kv_phi)/TA)    0    KA/TA;
      Kd_phi            0    0 ;
      GG6                GG7    0 ]
BB1=double(BB1)

CC1=[K2 K1 0 0 Kp_DC Kp_m]
CC1=double(CC1)

DD1=[Kp_phi 0 0]
DD1=double(DD1)

eig_vall=eig(AA1)
[num1,den1]=ss2tf(AA1,BB1,CC1,DD1,2);
TFF1=tf(num1,den1)

PI=pidtune(TFF1,'PID')
T_pi=feedback(PI*TFF1,1);
impulse(T_pi,5)
text(1,7,'VSC no instalado','Color','blue')
text(0.3,-2,'VSC instalado','Color','red')
grid on
xlabel('t ')
ylabel('T_{m} pu')
title('Curvas de respuesta a impulso unitario con y sin VSC')

```

8. Sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el Estabilizador de Sistemas de Potencia

8.1. Parámetros iniciales

```
% Parametros iniciales y simulación mediante MATLAB PSAT

we=377
wb=we

rs=[0 0 0 ;
    0 0 0 ;
    0 0 0 ];
Xq=[0.0969 0 0 ;
    0 0.8645 0 ;
    0 0 1.2578 ];
Xd=[0.146 0 0 ;
    0 0.8958 0 ;
    0 0 1.3125 ];
Xpd=[0.0608 0 0 ;
    0 0.1198 0 ;
    0 0 0.1813 ];

vas_fasor_pu=[1.04 0 0 ;
              0 1.011585+0.165291*j 0 ;
              0 0 1.021605+0.083358*j];

Sass=[0.716410+0.270459*j 1.63+0.066536*j 0.85-0.108597*j];

% Y11=[-17.3611*j 0 0 ;
%      0 -16*j 0 ;
%      0 0 -17.0648*j ];

Y11=[-8.4459*j 0 0 ;
      0 -5.4855*j 0 ;
      0 0 -4.1684*j ];

% Y12=[17.3611*j 0 0 0 0 ;
%      0 0 0 16*j 0 ;
%      0 0 0 0 0 17.0648*j ];
Y12=[8.4459*j 0 0 0 0 ;
      0 0 0 5.4855*j 0 ;
      0 0 0 0 0 4.1684*j ];

% Y21=[17.3611*j 0 0 ;
%      0 0 0 ;
%      0 0 0 ;
%      0 16*j 0 ;
%      0 0 0 ;
%      0 0 17.0648*j];

Y21=[8.4459*j 0 0 ;
      0 0 0 ;
      0 0 0 ;
      0 5.4855*j 0 ;
      0 0 0 ;
      0 0 4.1684*j];
```



```

% Y22=[3.3074-39.3089*j  -1.3652+11.6041*j  -1.9422+10.5107*j      0      0      0      ;
%      -1.3652+11.6041*j  2.5528-17.3382*j      0      -1.1876+5.9751*j      0      0      ;
%      -1.9422+10.5107*j      0      3.2242-15.8409*j      0      0      -1.2820+5.5882*j  ;
%      0      -1.1876+5.9751*j      0      2.8047-35.4456*j  -1.6171+13.6980*j      0      ;
%      0      0      0      -1.6171+13.6980*j  2.7722-23.3032*j  -1.1551+9.7843*j  ;
%      0      0      -1.2820+5.5882*j      0      -1.1551+9.7843*j  2.4371-32.1539*j  ] ;

```

```

Y22=[3.3074-30.3937*j  -1.3652+11.6041*j  -1.9422+10.5107*j      0      0      0      ;
      -1.3652+11.6041*j  3.8138-17.8426*j      0      -1.1876+5.9751*j      0      0      ;
      -1.9422+10.5107*j      0      4.1019-16.1335*j      0      0      -1.2820+5.5882*j  ;
      0      -1.1876+5.9751*j      0      2.8047-24.9311*j  -1.6171+13.6980*j      0      ;
      0      0      0      -1.6171+13.6980*j  3.7412-23.6424*j  -1.1551+9.7843*j  ;
      0      0      -1.2820+5.5882*j      0      -1.1551+9.7843*j  2.4371-19.2574*j  ] ;

```

8.2. Condiciones balanceadas en estado estable

```

% Condiciones balanceadas en estado estable

ias_fasor_pu=[0 0 0];E_fasor_pu=[0 0 0];delt0=[0 0 0];
vase_pu=[0 0 0];v_rqs_pu0=zeros(3);v_rds_pu0=zeros(3);
iase_pu=[0 0 0];ip_rqs_pu0=zeros(3);ip_rds_pu0=zeros(3);
E_pq0=zeros(3);
vv_v=[0 0 0];E_fasor_pu_90=[0 0 0];vv_vv=[0 0 0];

for n=1:3
    ias_fasor_pu(n)=conj(Sass(n)/vas_fasor_pu(n,n));

E_fasor_pu(n)=vas_fasor_pu(n,n)+(rs(n,n)+j*(we/wb)*Xq(n,n))*ias_fasor_pu(n);
delt0(n)=angle(E_fasor_pu(n));

vase_pu(n)=vas_fasor_pu(n,n)*(cos(delt0(n))-j*sin(delt0(n)));
v_rqs_pu0(n,n)=real(vase_pu(n));
v_rds_pu0(n,n)=-imag(vase_pu(n));

iase_pu(n)=ias_fasor_pu(n)*(cos(delt0(n))-j*sin(delt0(n)));
ip_rqs_pu0(n,n)=real(iase_pu(n));
ip_rds_pu0(n,n)=-imag(iase_pu(n));

E_pq0(n,n)=v_rqs_pu0(n,n)+(Xpd(n,n)*ip_rds_pu0(n,n));

vv_v(n)=((abs(vas_fasor_pu(n,n))*abs(E_fasor_pu(n))*...
    cos(angle(E_fasor_pu(n))-angle(vas_fasor_pu(n,n)))/...
    (abs(E_fasor_pu(n))^2))*E_fasor_pu(n);

E_fasor_pu_90(n)=abs(E_fasor_pu(n))*cos(angle(E_fasor_pu(n))-(pi/2))+...
    j*abs(E_fasor_pu(n))*sin(angle(E_fasor_pu(n))-(pi/2));

vv_vv(n)=((abs(vas_fasor_pu(n,n))*abs(E_fasor_pu_90(n))*...
    cos(angle(E_fasor_pu_90(n))-angle(vas_fasor_pu(n,n)))/...
    (abs(E_fasor_pu_90(n))^2))*E_fasor_pu_90(n);

```

```

if n==1
    subplot(1,1,1),
    p1=quiver(0,0,real(E_fasor_pu(n)),imag(E_fasor_pu(n)), 'Autoscale','off','Color','g')
    hold on
    quiver(0,0,real(vas_fasor_pu(n,n)),imag(vas_fasor_pu(n,n)), 'Autoscale','off','Color','g')
    hold on
    quiver(real(vas_fasor_pu(n,n)),imag(vas_fasor_pu(n,n)),real(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),...
        imag(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)), 'Autoscale','off','Color','g')
    hold on
    quiver(real(vas_fasor_pu(n,n))+real(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),...
        imag(vas_fasor_pu(n,n))+imag(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),real(j*(we/wb)*Xq(n,n)*ias_fasor_pu(n)),...
        imag(j*(we/wb)*Xq(n,n)*ias_fasor_pu(n)), 'Autoscale','off','Color','g')
    hold on
    quiver(0,0,real(vv_v(n)),imag(vv_v(n)), 'Autoscale','off','Color','g','linewidth',2)
    hold on
    quiver(0,0,real(vv_vv(n)),imag(vv_vv(n)), 'Autoscale','off','Color','g','linewidth',2)
    hold on
    xlabel('Re')
    ylabel('Img')
    title('Condiciones balanceadas en estado estable')
else
    if n==2
        p2=quiver(0,0,real(E_fasor_pu(n)),imag(E_fasor_pu(n)), 'Autoscale','off','Color','b')
        hold on
        quiver(0,0,real(vas_fasor_pu(n,n)),imag(vas_fasor_pu(n,n)), 'Autoscale','off','Color','b')
        hold on
        quiver(real(vas_fasor_pu(n,n)),imag(vas_fasor_pu(n,n)),real(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),...
            imag(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)), 'Autoscale','off','Color','b')
        hold on
        quiver(real(vas_fasor_pu(n,n))+real(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),...
            imag(vas_fasor_pu(n,n))+imag(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),real(j*(we/wb)*Xq(n,n)*ias_fasor_pu(n)),...
            imag(j*(we/wb)*Xq(n,n)*ias_fasor_pu(n)), 'Autoscale','off','Color','b')
        hold on
        quiver(0,0,real(vv_v(n)),imag(vv_v(n)), 'Autoscale','off','Color','b','linewidth',2)
        hold on
        quiver(0,0,real(vv_vv(n)),imag(vv_vv(n)), 'Autoscale','off','Color','b','linewidth',2)
        hold on

```

```

else
    p3=quiver(0,0,real(E_fasor_pu(n)),imag(E_fasor_pu(n)),'Autoscale','off','Color','r')
    hold on
    quiver(0,0,real(vas_fasor_pu(n,n)),imag(vas_fasor_pu(n,n)),'Autoscale','off','Color','r')
    hold on
    quiver(real(vas_fasor_pu(n,n)),imag(vas_fasor_pu(n,n)),real(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),...
            imag(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),'Autoscale','off','Color','r')
    hold on
    quiver(real(vas_fasor_pu(n,n))+real(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),...
            imag(vas_fasor_pu(n,n))+imag(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),real(j*(we/wb)*Xq(n,n)*ias_fasor_pu(n)),...
            imag(j*(we/wb)*Xq(n,n)*ias_fasor_pu(n)),'Autoscale','off','Color','r')
    hold on
    quiver(0,0,real(vv_v(n)),imag(vv_v(n)),'Autoscale','off','Color','r','linewidth',2)
    hold on
    quiver(0,0,real(vv_vv(n)),imag(vv_vv(n)),'Autoscale','off','Color','r','linewidth',2)
    hold on
end
end
end
legend([p1,p2,p3],'Generador 1','Generador 2','Generador 3')
legend boxoff
grid on

```

8.3.Cálculo de la matriz de red equivalente, y ecuaciones linealizadas de las componentes de las corrientes y del voltaje en el marco de referencia dq

```

% Matriz de red equivalente y ecuaciones linealizadas de las corrientes
% en el marco de referencia dq

Y=Y11-Y12*(inv(Y22))*Y21;
alpha=[angle(Y(1,1)) angle(Y(1,2)) angle(Y(1,3)) ;
        angle(Y(2,1)) angle(Y(2,2)) angle(Y(2,3)) ;
        angle(Y(3,1)) angle(Y(3,2)) angle(Y(3,3)) ];
YY=[abs(Y(1,1)) abs(Y(1,2)) abs(Y(1,3)) ;
     abs(Y(2,1)) abs(Y(2,2)) abs(Y(2,3)) ;
     abs(Y(3,1)) abs(Y(3,2)) abs(Y(3,3)) ];
syms E_pq
syms u
syms ip_rqs_pu
Fdd=sym(zeros(3));Gdd=sym(zeros(3));Hdd=sym(zeros(3));
Fqq=sym(zeros(3));Gqq=sym(zeros(3));Hqq=sym(zeros(3));

for v=1:3
    for m=1:3
        u0=delt0(m)-delt0(v);
        i_rds_pu=YY(v,m)*(-(E_pq*sin(u+alpha(v,m)))+...
            ((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(u+alpha(v,m))));
        Gdd(v,m)=diff(i_rds_pu,E_pq);
        Gdd(v,m)=...
            subs(Gdd(v,m),[E_pq,u,ip_rqs_pu],[E_pq0(m,m),u0,ip_rqs_pu0(m,m)]);
        Gdd(v,m)=double(Gdd(v,m));
        Hdd(v,m)=diff(i_rds_pu,ip_rqs_pu);
        Hdd(v,m)=...
            subs(Hdd(v,m),[E_pq,u,ip_rqs_pu],[E_pq0(m,m),u0,ip_rqs_pu0(m,m)]);
        Hdd(v,m)=double(Hdd(v,m));

        if v~=m
            Fdd(v,m)=diff(i_rds_pu,u);
            Fdd(v,m)=...
                subs(Fdd(v,m),[E_pq,u,ip_rqs_pu],[E_pq0(m,m),u0,ip_rqs_pu0(m,m)]);
            Fdd(v,m)=double(Fdd(v,m));

        end
        i_rqs_pu=YY(v,m)*((E_pq*cos(u+alpha(v,m)))+...
            ((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(u+alpha(v,m))));
        Gqq(v,m)=diff(i_rqs_pu,E_pq);
        Gqq(v,m)=...
            subs(Gqq(v,m),[E_pq,u,ip_rqs_pu],[E_pq0(m,m),u0,ip_rqs_pu0(m,m)]);
        Gqq(v,m)=double(Gqq(v,m));
        Hqq(v,m)=diff(i_rqs_pu,ip_rqs_pu);
        Hqq(v,m)=...
            subs(Hqq(v,m),[E_pq,u,ip_rqs_pu],[E_pq0(m,m),u0,ip_rqs_pu0(m,m)]);
        Hqq(v,m)=double(Hqq(v,m));
        if v~=m
            Fqq(v,m)=diff(i_rqs_pu,u);
            Fqq(v,m)=...
                subs(Fqq(v,m),[E_pq,u,ip_rqs_pu],[E_pq0(m,m),u0,ip_rqs_pu0(m,m)]);
            Fqq(v,m)=double(Fqq(v,m));

        end
    end
end

if v==1

```

```

        Fdd(1,1)=-(Fdd(1,2)+Fdd(1,3));
        Fqq(1,1)=-(Fqq(1,2)+Fqq(1,3));
    else
        if v==2
            Fdd(2,2)=-(Fdd(2,1)+Fdd(2,3));
            Fqq(2,2)=-(Fqq(2,1)+Fqq(2,3));
        else
            Fdd(3,3)=-(Fdd(3,1)+Fdd(3,2));
            Fqq(3,3)=-(Fqq(3,1)+Fqq(3,2));
        end
    end
end
end

I=eye(3);
Fq=(inv(I-Hqq))*Fqq
Gq=(inv(I-Hqq))*Gqq
Fd=Fdd+(Hdd*Fq)
Gd=Gdd+(Hdd*Gq)

```

8.4.Cálculo de las constantes K del modelo de Heffron-Phillips

```

% Cálculo de las constantes K del modelo Heffron-Phillips

vpas_fasor_pu=abs(vas_fasor_pu);
vp_rqs_pu0=abs(v_rqs_pu0);
vp_rds_pu0=abs(v_rds_pu0);

K1=((E_pq0+(ip_rds_pu0*(Xq-Xpd)))*Fq)+((Xq-Xpd)*ip_rqs_pu0*Fd)
K2=((E_pq0+(ip_rds_pu0*(Xq-Xpd)))*Gq)+ip_rqs_pu0+((Xq-Xpd)*ip_rqs_pu0*Gd)
K3=I+((Xd-Xpd)*Gd)
K4=(Xd-Xpd)*Fd
K5=(inv(vpas_fasor_pu))*((vp_rds_pu0*Xq*Fq)-(vp_rqs_pu0*Xpd*Fd))
K6=(inv(vpas_fasor_pu))*((vp_rds_pu0*Xq*Gq)+(vp_rqs_pu0*(I-(Xpd*Gd))))

```

8.5.Representación en el espacio de estados

```

% Representacion en el espacio de estados

DD=[0 0 0;
    0 0 0;
    0 0 0];

Tpd0=[8.96 0 0;
    0 6 0;
    0 0 5.89];

TA=[0.02 0 0 ;
    0 0.02 0 ;
    0 0 0.02];

KA=[200 0 0 ;
    0 200 0 ;
    0 0 200];

M=[47.28 0 0 ;
    0 12.8 0 ;
    0 0 6.02];

A=[ -inv(Tpd0)*K3 -inv(Tpd0)*K4 zeros(3) inv(Tpd0);
    zeros(3) zeros(3) wb*I zeros(3);

```

```

    -inv(M)*K2      -inv(M)*K1  -wb*(inv(M))*DD  zeros(3);
    -inv(TA)*KA*K6 -inv(TA)*KA*K5  zeros(3)    -inv(TA)];
A=double(A);

B=[zeros(3)      zeros(3)      zeros(3) ;
   zeros(3)      zeros(3)      zeros(3) ;
   zeros(3)      inv(M)         zeros(3) ;
   (inv(TA))*KA  zeros(3)      (inv(TA))*KA];
B=double(B);

```

8.6. Selección de locación de instalación

```

% Selección de locacion de instalación
DD=zeros(12,1);freq=zeros(12,1);

[V,D] = eig(A(1:12,1:12));
W=inv(V);

for m=1:12
    DD(m,1)=D(m,m);
    freq(m,1)=(abs(imag(D(m,m))))/(2*pi);
end

P=zeros(12);
for gg=1:12
    for m=1:12
        P(gg,m)=(abs(V(gg,m)))*(abs(W(m,gg)));
    end
end

sigma=zeros(1,12);
for gg=1:12

    Pnum=0;
    for cc=0:5
        Pnum=Pnum+P(4+cc,gg);
    End

    Pden=0;
    for nn=0:2
        Pden=Pden+P(1+nn,gg)+P(10+nn,gg);
    End

    sigma(1,gg)=Pnum/Pden;
end

```

8.7. Diseño del controlador del compensador estático de potencia reactiva mediante el método de compensación de fase

```

% Diseño del controlador

syms x

Te=K2*KA*(inv((K3+x*Tpd0)*(eye(3)+x*TA)))+(K6*KA))
Fsvc_s=subs(Te,x,DDD(11))

T1=0.001;T3=0.001;
DPSS=[21.73 0 0 ;

```

```

0 11.84 0 ;
0 0 21.94];

ws=abs(imag(DDD(11)));

syms Ks T2 T4
Tet1=Ks*((1+x*T2)*(1+x*T4))
Tet2=sym(zeros(1,3));Tet2_ReIm=zeros(1,3);
Kss=zeros(2,3);T22=zeros(2,3);T44=zeros(2,3);

for ii=1:3
    Tet2(ii)=...
        (DPSS(ii,ii)*((1+x*T1)*(1+x*T3)))/...
        (Fsvc_s(ii,ii)*(DD(ii,ii)+(x*M(ii,ii))))
    Tet2_ReIm(ii)=double(subs(Tet2(ii),x,j*ws))
    EC1=Ks*(1-(T2*T4*(ws^2)))==real(Tet2_ReIm(ii))
    EC2=Ks*ws*(T2+T4)==imag(Tet2_ReIm(ii))
    EC3=T2==T4
    M_M=solve([EC1,EC2,EC3],[Ks,T2,T4])
    Kss(1:2,ii)=double(M_M.Ks)
    T22(1:2,ii)=double(M_M.T2)
    T44(1:2,ii)=double(M_M.T4)
end

Ks=zeros(3);T2=zeros(3);T4=zeros(3);
for ii=1:3
    Ks(ii,ii)=Kss(1,ii);
    T2(ii,ii)=T22(1,ii);
    T4(ii,ii)=T44(1,ii);
end

CC1=-((inv(T3))*T4)*((inv(M))*K2);
CC2=-((inv(T3))*T4)*((inv(M))*K1);
CC3=(inv(T3))*(eye(3)-(T4*(wb*(inv(M))*DPSS)));
CC5=-inv(T3)*(eye(3));
CC6=(inv(T3))*T4*(inv(M));

GG1=-inv(T1)*Ks*T2*((inv(T3))*T4)*((inv(M))*K2);
GG2=-inv(T1)*Ks*T2*((inv(T3))*T4)*((inv(M))*K1);
GG3=(inv(T1))*Ks*T2*(inv(T3))*(eye(3)-(T4*(wb*(inv(M))*DPSS)));
GG5=(inv(T1))*Ks*(eye(3)-(T2*(inv(T3))*(eye(3))));
GG6=-inv(T1)*(eye(3));
GG7=(inv(T1))*Ks*T2*((inv(T3))*T4)*(inv(M));

AA=[ -inv(Tpd0)*K3 -inv(Tpd0)*K4 zeros(3) inv(Tpd0) zeros(3) zeros(3) ;
      zeros(3) zeros(3) wb*I zeros(3) zeros(3) zeros(3) ;
      -inv(M)*K2 -inv(M)*K1 -wb*(inv(M))*DD zeros(3) zeros(3) zeros(3) ;
      -inv(TA)*KA*K6 -inv(TA)*KA*K5 zeros(3) -inv(TA) zeros(3) (inv(TA))*KA;
      CC1 CC2 CC3 zeros(3) CC5 zeros(3) ;
      GG1 GG2 GG3 zeros(3) GG5 GG6 ];
AA=double(AA);

BB=[ zeros(3) zeros(3) ;
      zeros(3) zeros(3) ;
      inv(M) zeros(3) ;
      zeros(3) (inv(TA))*KA;
      CC6 zeros(3) ;
      GG7 zeros(3) ];
BB=double(BB);

[Vv,Dd] = eig(AA);
for m=1:18

```



```
        Ddd(m,1)=Dd(m,m);
end

CC=[double(K2) double(K1) zeros(3) zeros(3) zeros(3) zeros(3)];
Ddd=[zeros(3) zeros(3)];

[num1,den1]=ss2tf(AA,BB,CC,Ddd,1);
TF=tf(num1(1,:),den1)
impulse(TF,20)
text(4,1.3,'PSS no instalado','Color','blue')
text(4,-1.3,'PSS instalado','Color','red')
grid on
xlabel('t ')
ylabel('T_{e} pu')
title('Curvas de respuesta a impulso unitario con y sin PSS')
```

9. Sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el compensador estático VAR

9.1. Parámetros iniciales

% Parametros iniciales y simulación mediante MATLAB PSAT

we=377

wb=we

```
rs=[0.00027 0 0 0 ;
0 0.00027 0 0 ;
0 0 0.00027 0 ;
0 0 0 0.00027];
```

```
Xq=[0.1889 0 0 0 ;
0 0.1889 0 0 ;
0 0 0.1889 0 ;
0 0 0 0.1889];
```

```
Xd=[0.2 0 0 0 ;
0 0.2 0 0 ;
0 0 0.2 0 ;
0 0 0 0.2];
```

```
Xpd=[0.0333 0 0 0 ;
0 0.0333 0 0 ;
0 0 0.0333 0 ;
0 0 0 0.0333];
```

```
vas_fasor_pu=[0.918998+0.465125*j 0 0 ;
0 0.965369+0.296923*j 0 0 ;
0 0 1.03 0 ;
0 0 0 0.994170-0.178118*j];
```

```

vo_pu=[0.944310+0.350986*j 0 0 0 0 0 0 ;
        0 0.964620+0.175841*j 0 0 0 0 0 ;
        0 0 0.964730+0.033154*j 0 0 0 0 ;
        0 0 0 0.933617-0.194650*j 0 0 0 ;
        0 0 0 0 0.883148-0.416355*j 0 0 ;
        0 0 0 0 0 0.943754-0.286436*j 0 ;
        0 0 0 0 0 0 1.002694-0.116260*j];

Sass=[7+1.789681*j 7+2.200482*j 7.184871+1.687522*j 7+1.849751*j];

% Y11=[-60*j 0 0 0 ;
        0 -60*j 0 0 ;
        0 0 -60*j 0 ;
        0 0 0 -60*j]
Y11=[0.1080-19.9994*j 0 0 0 ;
      0 0.1080-19.9994*j 0 0 ;
      0 0 0.1080-19.9994*j 0 ;
      0 0 0 0.1080-19.9994*j];

% Y12=[60*j 0 0 0 0 0 ;
        0 60*j 0 0 0 0 ;
        0 0 0 0 0 60*j;
        0 0 0 0 0 60*j 0 ];
Y12=[-0.1080+19.9994*j 0 0 0 0 0 ;
      0 -0.1080+19.9994*j 0 0 0 0 ;
      0 0 0 0 0 -0.1080+19.9994*j;
      0 0 0 0 -0.1080+19.9994*j 0 ];

% Y21=[60*j 0 0 0 ;
        0 60*j 0 0 ;
        0 0 0 0 ;
        0 0 0 0 ;
        0 0 0 0 ;
        0 0 0 60*j;
        0 0 60*j 0 ];
Y21=[-0.1080+19.9994*j 0 0 0 ;
      0 -0.1080+19.9994*j 0 0 ;
      0 0 0 0 ;
      0 0 0 0 ;
      0 0 0 0 ;
      0 0 0 -0.1080+19.9994*j;
      0 0 -0.1080+19.9994*j 0 ];

% Y22=[ 3.96-99.58*j -3.96+39.6*j 0 0 0 0 ;
        0 0 0 0 0 0 ;
        0 0 0 0 0 0 ;
        0 0 0 0 0 0 ;
        0 0 0 0 0 0 ;
        0 0 0 0 0 0 ;
        0 0 0 0 0 0 ];

```


9.2.Cálculo de la compensación inicial

```
function [Xsvcc,Xsvcl,bsvc0,alpha0,Co]=svcinitial(vo_pu)

vo_pu_abs=abs(vo_pu);
Qcmax=-5.5;Qlmax=2;

BC=zeros(1,7);BL=zeros(1,7);Xsvcc=zeros(1,7);Xsvcl=zeros(1,7);
bsvc0=zeros(1,7);
bsvc0_alpha_pi_med=zeros(1,7);bsvc0_alpha_cero=zeros(1,7);
alpha_pi_med=zeros(1,7);alpha_cero=zeros(1,7);

alpha0=zeros(1,7);Co=zeros(1,7);

Ilmax=zeros(1,7);Icmax=zeros(1,7);
xx=zeros(7,4);yy=zeros(7,4);xyp=zeros(7,2);yyp=zeros(7,2);
tt=zeros(7,2);hh=zeros(7,2);
syms alphaa

for ii=1:7
    BC(ii)=-Qcmax/(vo_pu_abs(ii,ii)^2);
    BL(ii)=(Qlmax/(vo_pu_abs(ii,ii)^2))+BC(ii);

    Xsvcc(ii)=1/BC(ii);
    Xsvcl(ii)=1/BL(ii);

    bsvc0_alpha_pi_med(ii)=-BC(ii);
    bsvc0_alpha_cero(ii)=BL(ii)-BC(ii);
    alpha_pi_med(ii)=solve((1/(Xsvcc(ii)*Xsvcl(ii)))*(-Xsvcl(ii)+...
        ((Xsvcc(ii)*(pi-2*alphaa-sin(2*alphaa))/pi))')==...
        bsvc0_alpha_pi_med(ii));
    alpha_cero(ii)=solve((1/(Xsvcc(ii)*Xsvcl(ii)))*(-Xsvcl(ii)+...
        ((Xsvcc(ii)*(pi-2*alphaa-sin(2*alphaa))/pi))')==bsvc0_alpha_cero(ii));

    alpha0(ii)=solve((1/(Xsvcc(ii)*Xsvcl(ii)))*(-Xsvcl(ii)+...
        ((Xsvcc(ii)*(pi-2*alphaa-sin(2*alphaa))/pi))')==bsvc0(ii));
    Co(ii)=-(-2-(2*cos(2*alpha0(ii))))/pi;
    Icmax(ii)=-BC(ii)*vo_pu_abs(ii,ii);
    Ilmax(ii)=(BL(ii)-BC(ii))*vo_pu_abs(ii,ii);

    xx(ii,1:4)=[0 Icmax(ii) Ilmax(ii) (BL(ii)-BC(ii))*1.5];
    yy(ii,1:4)=[0 vo_pu_abs(ii,ii) vo_pu_abs(ii,ii) 1.5];
    xyp(ii,1:2)=[0 Ilmax(ii)];yyp(ii,1:2)=[0 vo_pu_abs(ii,ii)];
    ww=0:0.0005:vo_pu_abs(ii,ii);
    zz=-BC(ii)*(ww.^2);
    tt(ii,1:2)=[vo_pu_abs(ii,ii) vo_pu_abs(ii,ii)];
    hh(ii,1:2)=[Qcmax Qlmax];
    www=vo_pu_abs(ii,ii):0.0005:1.5;
    zzz=(BL(ii)-BC(ii))*(www.^2);
    wwww=0:0.0005:vo_pu_abs(ii,ii);
    zzzz=(BL(ii)-BC(ii))*(wwww.^2);
    if ii==1
        subplot(1,2,1),
        plot(xx(ii,1:4),yy(ii,1:4),'Color','g')
        hold on
        plot(xyp(ii,1:2),yyp(ii,1:2),'--','Color','g')
        hold on
        xlabel('i_{svc} pu')
        ylabel('v_{svc} pu')
```

```

title('v_{svc} pu vs. i_{svc} pu')
grid on
subplot(1,2,2),
plot(ww,zz,'Color','g')
hold on
plot(tt(ii,1:2),hh(ii,1:2),'Color','g')
hold on
plot(www,zzz,'Color','g')
hold on
plot(www,zzz,'--','Color','g')
hold on
xlabel('v_{svc} pu')
ylabel('Q_{svc} pu')
title('Q_{svc} pu vs. v_{svc} pu')
grid on
else
  if ii==2
    subplot(1,2,1),
    plot(xx(ii,1:4),yy(ii,1:4),'Color','b')
    hold on
    plot(xxp(ii,1:2),yyp(ii,1:2),'--','Color','b')
    hold on
    subplot(1,2,2),
    plot(ww,zz,'Color','b')
    hold on
    plot(tt(ii,1:2),hh(ii,1:2),'Color','b')
    hold on
    plot(www,zzz,'Color','b')
    hold on
    plot(www,zzz,'--','Color','b')
    hold on
  else
    if ii==3
      subplot(1,2,1),
      plot(xx(ii,1:4),yy(ii,1:4),'Color','r')
      hold on
      plot(xxp(ii,1:2),yyp(ii,1:2),'--','Color','r')
      hold on
      subplot(1,2,2),
      plot(ww,zz,'Color','r')
      hold on
      plot(tt(ii,1:2),hh(ii,1:2),'Color','r')
      hold on
      plot(www,zzz,'Color','r')
      hold on
      plot(www,zzz,'--','Color','r')
      hold on
    else
      if ii==4
        subplot(1,2,1),
        plot(xx(ii,1:4),yy(ii,1:4),'Color','c')
        hold on
        plot(xxp(ii,1:2),yyp(ii,1:2),'--','Color','c')
        hold on
        subplot(1,2,2),
        plot(ww,zz,'Color','c')
        hold on
        plot(tt(ii,1:2),hh(ii,1:2),'Color','c')
        hold on
        plot(www,zzz,'Color','c')
        hold on
        plot(www,zzz,'--','Color','c')

```

```

        hold on
    else
        if ii==5
            subplot(1,2,1),
            plot(xx(ii,1:4),yy(ii,1:4),'Color','m')
            hold on
            plot(xxp(ii,1:2),yyp(ii,1:2),'--','Color','m')
            hold on
            subplot(1,2,2),
            plot(ww,zz,'Color','m')
            hold on
            plot(tt(ii,1:2),hh(ii,1:2),'Color','m')
            hold on
            plot(www,zzz,'Color','m')
            hold on
            plot(www,zzz,'Color','m')
            hold on
            plot(www,zzz,'--','Color','m')
            hold on
        else
            if ii==6
                subplot(1,2,1),
                plot(xx(ii,1:4),yy(ii,1:4),'Color','y')
                hold on
                plot(xxp(ii,1:2),yyp(ii,1:2),'--','Color','y')
                hold on
                subplot(1,2,2),
                plot(ww,zz,'Color','y')
                hold on
                plot(tt(ii,1:2),hh(ii,1:2),'Color','y')
                hold on
                plot(www,zzz,'Color','y')
                hold on
                plot(www,zzz,'--','Color','y')
                hold on
            else
                subplot(1,2,1),
                plot(xx(ii,1:4),yy(ii,1:4),'Color','k')
                hold on
                plot(xxp(ii,1:2),yyp(ii,1:2),'--','Color','k')
                hold on
                subplot(1,2,2),
                plot(ww,zz,'Color','k')
                hold on
                plot(tt(ii,1:2),hh(ii,1:2),'Color','k')
                hold on
                plot(www,zzz,'Color','k')
                hold on
                plot(www,zzz,'--','Color','k')
                hold on
            end
        end
    end
end
end
end
end
end
end
alpha0=double(alpha0);
end

```

9.3. Condiciones balanceadas en estado estable

```
function [ias_fasor_pu,E_fasor_pu,delt0,v_rqs_pu0,v_rds_pu0,ip_rqs_pu0...
,ip_rds_pu0,E_pq0]=initialcalc(Sass,vas_fasor_pu,rs,we,wb,Xq,Xpd)

ias_fasor_pu=[0 0 0 0];E_fasor_pu=[0 0 0 0];delt0=[0 0 0 0];
vase_pu=[0 0 0 0];v_rqs_pu0=zeros(4);v_rds_pu0=zeros(4);
iase_pu=[0 0 0 0];ip_rqs_pu0=zeros(4);ip_rds_pu0=zeros(4);
vv_v=[0 0 0 0];E_fasor_pu_90=[0 0 0 0];vv_vv=[0 0 0 0];
E_pq0=zeros(4);

for n=1:4
ias_fasor_pu(n)=conj(Sass(n)/vas_fasor_pu(n,n));

E_fasor_pu(n)=vas_fasor_pu(n,n)+...
(rs(n,n)+j*(we/wb)*Xq(n,n))*ias_fasor_pu(n);

delt0(n)=angle(E_fasor_pu(n));

vase_pu(n)=vas_fasor_pu(n,n)*(cos(delt0(n))-j*sin(delt0(n)));

v_rqs_pu0(n,n)=real(vase_pu(n));
v_rds_pu0(n,n)=-imag(vase_pu(n));

iase_pu(n)=ias_fasor_pu(n)*(cos(delt0(n))-j*sin(delt0(n)));

ip_rqs_pu0(n,n)=real(iase_pu(n));
ip_rds_pu0(n,n)=-imag(iase_pu(n));

E_pq0(n,n)=v_rqs_pu0(n,n)+(Xpd(n,n)*ip_rds_pu0(n,n));

vv_v(n)=(abs(vas_fasor_pu(n,n))*abs(E_fasor_pu(n))...
*cos(angle(E_fasor_pu(n))-angle(vas_fasor_pu(n,n)))...
/(abs(E_fasor_pu(n))^2))*E_fasor_pu(n);

E_fasor_pu_90(n)=abs(E_fasor_pu(n))*cos(angle(E_fasor_pu(n))-(pi/2))...
+j*abs(E_fasor_pu(n))*sin(angle(E_fasor_pu(n))-(pi/2));

vv_vv(n)=(abs(vas_fasor_pu(n,n))*abs(E_fasor_pu_90(n))...
*cos(angle(E_fasor_pu_90(n))-angle(vas_fasor_pu(n,n)))...
/(abs(E_fasor_pu_90(n))^2))*E_fasor_pu_90(n);
```



```

if n==1
    subplot(1,1,1),
    p1=quiver(0,0,real(E_fasor_pu(n)),imag(E_fasor_pu(n)),'Autoscale','off','Color','g')
    hold on
    quiver(0,0,real(vas_fasor_pu(n,n)),imag(vas_fasor_pu(n,n)),'Autoscale','off','Color','g')
    hold on
    quiver(real(vas_fasor_pu(n,n)),imag(vas_fasor_pu(n,n)),real(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),...
        imag(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),'Autoscale','off','Color','g')
    hold on
    quiver(real(vas_fasor_pu(n,n))+real(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),imag(vas_fasor_pu(n,n))...
        +imag(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),real(j*(we/wb)*Xq(n,n)*ias_fasor_pu(n)),...
        imag(j*(we/wb)*Xq(n,n)*ias_fasor_pu(n)),'Autoscale','off','Color','g')
    hold on
    quiver(0,0,real(vv_v(n)),imag(vv_v(n)),'Autoscale','off','Color','g','linewidth',2)
    hold on
    quiver(0,0,real(vv_vv(n)),imag(vv_vv(n)),'Autoscale','off','Color','g','linewidth',2)
    hold on
    xlabel('Re')
    ylabel('Img')
    title('Condiciones balanceadas en estado estable')
    grid on
else
    if n==2
        p2=quiver(0,0,real(E_fasor_pu(n)),imag(E_fasor_pu(n)),'Autoscale','off','Color','b')
        hold on
        quiver(0,0,real(vas_fasor_pu(n,n)),imag(vas_fasor_pu(n,n)),'Autoscale','off','Color','b')
        hold on
        quiver(real(vas_fasor_pu(n,n)),imag(vas_fasor_pu(n,n)),real(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),...
            imag(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),'Autoscale','off','Color','b')
        hold on
        quiver(real(vas_fasor_pu(n,n))+real(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),imag(vas_fasor_pu(n,n))...
            +imag(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),real(j*(we/wb)*Xq(n,n)*ias_fasor_pu(n)),...
            imag(j*(we/wb)*Xq(n,n)*ias_fasor_pu(n)),'Autoscale','off','Color','b')
        hold on
        quiver(0,0,real(vv_v(n)),imag(vv_v(n)),'Autoscale','off','Color','b','linewidth',2)
        hold on
        quiver(0,0,real(vv_vv(n)),imag(vv_vv(n)),'Autoscale','off','Color','b','linewidth',2)
        hold on
    else
        if n==3
            p3=quiver(0,0,real(E_fasor_pu(n)),imag(E_fasor_pu(n)),'Autoscale','off','Color','r')

```

```

hold on
quiver(0,0,real(vas_fasor_pu(n,n)),imag(vas_fasor_pu(n,n)),'Autoscale','off','Color','r')
hold on
quiver(real(vas_fasor_pu(n,n)),imag(vas_fasor_pu(n,n)),real(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),...
    imag(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),'Autoscale','off','Color','r')
hold on
quiver(real(vas_fasor_pu(n,n))+real(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),imag(vas_fasor_pu(n,n))...
    +imag(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),real(j*(we/wb)*Xq(n,n)*ias_fasor_pu(n)),...
    imag(j*(we/wb)*Xq(n,n)*ias_fasor_pu(n)),'Autoscale','off','Color','r')
hold on
quiver(0,0,real(vv_v(n)),imag(vv_v(n)),'Autoscale','off','Color','r','linewidth',2)
hold on
quiver(0,0,real(vv_vv(n)),imag(vv_vv(n)),'Autoscale','off','Color','r','linewidth',2)
hold on
else
p4=quiver(0,0,real(E_fasor_pu(n)),imag(E_fasor_pu(n)),'Autoscale','off','Color','c')
hold on
quiver(0,0,real(vas_fasor_pu(n,n)),imag(vas_fasor_pu(n,n)),'Autoscale','off','Color','c')
hold on
quiver(real(vas_fasor_pu(n,n)),imag(vas_fasor_pu(n,n)),real(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),...
    imag(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),'Autoscale','off','Color','c')
hold on
quiver(real(vas_fasor_pu(n,n))+real(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),imag(vas_fasor_pu(n,n))...
    +imag(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),real(j*(we/wb)*Xq(n,n)*ias_fasor_pu(n)),...
    imag(j*(we/wb)*Xq(n,n)*ias_fasor_pu(n)),'Autoscale','off','Color','c')
hold on
quiver(0,0,real(vv_v(n)),imag(vv_v(n)),'Autoscale','off','Color','c','linewidth',2)
hold on
quiver(0,0,real(vv_vv(n)),imag(vv_vv(n)),'Autoscale','off','Color','c','linewidth',2)
hold on
end
end
end
end
legend([p1,p2,p3,p4],'Generador 1','Generador 2','Generador 3','Generador 4')
legend boxoff
end

```

9.4.Cálculo de la matriz de red equivalente

```

function [Yfin]=mattrizred(Y11,Y12,Y21,Y22)

YY=[Y11 Y12;
     Y21 Y22];
Yp11=[ Y11      zeros(4,1);
       zeros(1,4)  0      ];
Ypp11=[ Yp11      zeros(5) zeros(5) zeros(5) zeros(5) zeros(5) zeros(5) ;
        zeros(5)  Yp11      zeros(5) zeros(5) zeros(5) zeros(5) zeros(5) ;
        zeros(5) zeros(5)  Yp11      zeros(5) zeros(5) zeros(5) zeros(5) ;
        zeros(5) zeros(5) zeros(5)  Yp11      zeros(5) zeros(5) zeros(5) ;
        zeros(5) zeros(5) zeros(5) zeros(5)  Yp11      zeros(5) zeros(5) ;
        zeros(5) zeros(5) zeros(5) zeros(5) zeros(5)  Yp11      zeros(5) ;
        zeros(5) zeros(5) zeros(5) zeros(5) zeros(5) zeros(5)  Yp11      ];
nnn=5;
vvv=0;
for n=5:11
    for nn=1:4
        Ypp11(nn+vvv,nnn)=YY(nn,n);
        Ypp11(nnn,nn+vvv)=YY(n,nn);
    end
    Ypp11(nnn,nnn)=YY(n,n);
    nnn=5+nnn;
    vvv=5+vvv;
end
Ypp11=double(Ypp11);

Y12=[-0.1080+19.9994*j  0      0 0 0      0      0      ;
      0      -0.1080+19.9994*j  0 0 0      0      0      ;
      0      0      0 0 0      0      -0.1080+19.9994*j;
      0      0      0 0 0  -0.1080+19.9994*j  0      ];

Yp12p=zeros(5,6);
Ypp12p=[Yp12p Yp12p Yp12p Yp12p Yp12p Yp12p Yp12p];
vvv=0;
for nn=1:7
    Y12(:,nn)=[];
    Ypp12p(1:4,1+vvv:6+vvv)=Y12;
    Y12=[-0.1080+19.9994*j  0      0 0 0      0      0      ;
         0      -0.1080+19.9994*j  0 0 0      0      0      ;
         0      0      0 0 0      0      -0.1080+19.9994*j;
         0      0      0 0 0  -0.1080+19.9994*j  0      ];
    vvv=6+vvv;
end

Yk=zeros(1,7);
vvv=0;
for nn=1:7
    Yk=Y22(nn,:);
    Yk(:,nn)=[];
    Ypp12p(5,1+vvv:6+vvv)=Yk;
    vvv=6+vvv;
end

```

```

Ypp12p=double(Ypp12p);

Y21=[-0.1080+19.9994*j      0      0      0      ;
      0      -0.1080+19.9994*j      0      0      ;
      0      0      0      0      ;
      0      0      0      0      ;
      0      0      0      0      ;
      0      0      0      -0.1080+19.9994*j;
      0      0      -0.1080+19.9994*j      0      ];

Yp21p=zeros(6,5);
Ypp21p=[Yp21p; Yp21p; Yp21p; Yp21p; Yp21p; Yp21p; Yp21p];
vvv=0;
for nn=1:7
    Y21(nn,:)=[];
    Ypp21p(1+vvv:6+vvv,1:4)=Y21;
    Y21=[-0.1080+19.9994*j      0      0      0      ;
          0      -0.1080+19.9994*j      0      0      ;
          0      0      0      0      ;
          0      0      0      0      ;
          0      0      0      0      ;
          0      0      0      -0.1080+19.9994*j;
          0      0      -0.1080+19.9994*j      0      ];
    vvv=6+vvv;
end

Ykk=zeros(7,1);
vvv=0;
for nn=1:7
    Ykk=Y22(:,nn);
    Ykk(nn,:)=[];
    Ypp21p(1+vvv:6+vvv,5)=Ykk;
    vvv=6+vvv;
end
Ypp21p=double(Ypp21p);

Y22=[4.068-59.5775*j  -3.96+39.6*j      0      0      0      0      0      ;
     -3.96+39.6*j  13.968-158.5788*j  -9.9+99.01*j      0      0      0      ;
     0      -9.9+99.01*j      22.0777-115.7356*j  -1.8+18*j      0      0      ;
     0      0      -1.8+18*j      3.6-35.615*j  -1.8+18*j      0      0      ;
     0      0      0      -1.8+18*j      30.2356-114.1862*j  -9.9+99.01*j      0      ;
     0      0      0      0      -9.9+99.01*j      13.968-158.5788*j  -3.96+39.6*j      ;
     0      0      0      0      0      -3.96+39.6*j      4.068-59.5775*j];

```

```

Ypp22=zeros(42);vzv=0;
for nn=1:7
    Y22(nn,:)=[];
    Y22(:,nn)=[];
    Ypp22(1+vzv:6+vzv,1+vzv:6+vzv)=Y22;
    Y22=[4.068-59.5775*j -3.96+39.6*j          0          0          0          0          0          ;
        -3.96+39.6*j  13.968-158.5788*j  -9.9+99.01*j  0          0          0          0          ;
         0          -9.9+99.01*j  22.0777-115.7356*j  -1.8+18*j  0          0          0          ;
         0          0          -1.8+18*j  3.6-35.615*j  -1.8+18*j  0          0          ;
         0          0          0          -1.8+18*j  30.2356-114.1862*j  -9.9+99.01*j  0          ;
         0          0          0          0          -9.9+99.01*j  13.968-158.5788*j  -3.96+39.6*j  ;
         0          0          0          0          0          -3.96+39.6*j  4.068-59.5775*j];
    vzv=6+vzv;
end
Ypp22=double(Ypp22);

Y=zeros(77);
hh=0;
hhh=0;
hhhh=0;
for ii=1:7
    Y(1+hh:5+hh,1+hh:5+hh)=Ypp11(1+hhh:5+hhh,1+hhh:5+hhh);
    Y(6+hh:11+hh,6+hh:11+hh)=Ypp22(1+hhhh:6+hhhh,1+hhhh:6+hhhh);
    Y(1+hh:5+hh,6+hh:11+hh)=Ypp12p(1:5,1+hhhh:6+hhhh);
    Y(6+hh:11+hh,1+hh:5+hh)=Ypp21p(1+hhhh:6+hhhh,1:5);
    hh=11+hh;
    hhh=5+hhh;
    hhhh=6+hhhh;
end
Y=double(Y);

Yfin=zeros(35);
cv=0;
cu=0;
for ii=1:7
    Yfin(1+cv:5+cv,1+cv:5+cv)=Y(1+cu:5+cu,1+cu:5+cu)-...
        (Y(1+cu:5+cu,6+cu:11+cu)*(inv(Y(6+cu:11+cu,6+cu:11+cu))))*...
        Y(6+cu:11+cu,1+cu:5+cu));
    cv=5+cv;
    cu=11+cu;
end
end

```

9.5. Ecuaciones linealizadas de las componentes de las corrientes y del voltaje en el punto donde se instala el compensador en el marco de referencia dq

```

function [Y21py_real, Y21py_imag, Fdd, Gdd, Hdd, Fqq, Gqq, Hqq, Ldd, Lqq, ...
        C1p, C2p, C3p, C4p]=FGHLlineal(Yfin, Xq, Xpd, E_pq0, delt0, ip_rqs_pu0, bsvc0)

Y11p=zeros(28);
Y12p=zeros(28,1);
Y21p=zeros(1,28);
Y22p=zeros(7);
iii=0;
iiii=0;
for ii=1:7
    Y11p(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=Yfin(1+iiii:4+iiii,1+iiii:4+iiii);
    Y12p(1+iii:4+iii,1)=Yfin(1+iiii:4+iiii,5+iiii);
    Y21p(1,1+iii:4+iii)=Yfin(5+iiii,1+iiii:4+iiii);
    Y22p(ii,ii)=Yfin(5+iiii,5+iiii);
    iii=4+iii;
    iiii=5+iiii;
end
Y11p=double(Y11p);
Y12p=double(Y12p);
Y21p=double(Y21p);
Y22p=double(Y22p);

Ynsvc=Y11p;
Yysvc=sym(zeros(28));
syms bsvc
iii=0;
for ii=1:7
    Yysvc(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=- (1/((Y22p(ii,ii))+(j*bsvc)))...
        *Y12p(1+iii:4+iii,1)*Y21p(1,1+iii:4+iii);
    iii=4+iii;
end

Ynsvc_abs=abs(Ynsvc);
Ynsvc_angle=angle(Ynsvc);
Yysvc_real=real(Yysvc);
Yysvc_imag=imag(Yysvc);

syms E_pq
syms u
syms ip_rqs_pu
Fdd=sym(zeros(28));Gdd=sym(zeros(28));Hdd=sym(zeros(28));
Fqq=sym(zeros(28));Gqq=sym(zeros(28));Hqq=sym(zeros(28));
Lddp=sym(zeros(28));Lqqp=sym(zeros(28));

```

```

iii=0;
for ii=1:7
    for v=1:4
        for m=1:4
            u0=delt0(v)-delt0(m);
            i_rds_pu=(Ynsvc_abs(v+iii,m+iii)*(-(E_pq*sin(Ynsvc_angle(v+iii,m+iii)-u))...
                +(Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(Ynsvc_angle(v+iii,m+iii)-u)))+...
                (Ynsvc_real(v+iii,m+iii)*(E_pq*sin(u))+(Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(u)))-...
                (Ynsvc_imag(v+iii,m+iii)*(E_pq*cos(u))-((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(u)));
            Gdd(v+iii,m+iii)=diff(i_rds_pu,E_pq);
            Gdd(v+iii,m+iii)=subs(Gdd(v+iii,m+iii),[E_pq,u,ip_rqs_pu,bsvc],[E_pq0(m,m),u0,ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii)]);
            Gdd(v+iii,m+iii)=double(Gdd(v+iii,m+iii));
            Hdd(v+iii,m+iii)=diff(i_rds_pu,ip_rqs_pu);
            Hdd(v+iii,m+iii)=subs(Hdd(v+iii,m+iii),[E_pq,u,ip_rqs_pu,bsvc],[E_pq0(m,m),u0,ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii)]);
            Hdd(v+iii,m+iii)=double(Hdd(v+iii,m+iii));
            Lddp(v+iii,m+iii)=diff(i_rds_pu,bsvc);

            Lddp(v+iii,m+iii)=subs(Lddp(v+iii,m+iii),[E_pq,u,ip_rqs_pu,bsvc],[E_pq0(m,m),u0,ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii)]);
            Lddp(v+iii,m+iii)=double(Lddp(v+iii,m+iii));

            if v~=m
                Fdd(v+iii,m+iii)=diff(i_rds_pu,u);

            Fdd(v+iii,m+iii)=subs(Fdd(v+iii,m+iii),[E_pq,u,ip_rqs_pu,bsvc],[E_pq0(m,m),u0,ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii)]);
            Fdd(v+iii,m+iii)=double(Fdd(v+iii,m+iii));
        end

        i_rqs_pu=(Ynsvc_abs(v+iii,m+iii)*(E_pq*cos(Ynsvc_angle(v+iii,m+iii)-u))...
            +(Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(Ynsvc_angle(v+iii,m+iii)-u)))+...
            (Ynsvc_real(v+iii,m+iii)*(E_pq*cos(u))-((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(u)))+...
            (Ynsvc_imag(v+iii,m+iii)*(E_pq*sin(u))+(Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(u));
        Gqq(v+iii,m+iii)=diff(i_rqs_pu,E_pq);
        Gqq(v+iii,m+iii)=subs(Gqq(v+iii,m+iii),[E_pq,u,ip_rqs_pu,bsvc],[E_pq0(m,m),u0,ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii)]);
        Gqq(v+iii,m+iii)=double(Gqq(v+iii,m+iii));
        Hqq(v+iii,m+iii)=diff(i_rqs_pu,ip_rqs_pu);
        Hqq(v+iii,m+iii)=subs(Hqq(v+iii,m+iii),[E_pq,u,ip_rqs_pu,bsvc],[E_pq0(m,m),u0,ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii)]);
        Hqq(v+iii,m+iii)=double(Hqq(v+iii,m+iii));
        Lqqp(v+iii,m+iii)=diff(i_rqs_pu,bsvc);

        Lqqp(v+iii,m+iii)=subs(Lqqp(v+iii,m+iii),[E_pq,u,ip_rqs_pu,bsvc],[E_pq0(m,m),u0,ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii)]);
        Lqqp(v+iii,m+iii)=double(Lqqp(v+iii,m+iii));
    end
end

```

```

        if v~=m
            Fqq(v+iii,m+iii)=diff(i_rqs_pu,u);
Fqq(v+iii,m+iii)=subs(Fqq(v+iii,m+iii),[E_pq,u,ip_rqs_pu,bsvc],[E_pq0(m,m),u0,ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii)]);
            Fqq(v+iii,m+iii)=double(Fqq(v+iii,m+iii));
        end
    end

    if v==1
        Fdd(1+iii,1+iii)=-(Fdd(1+iii,2+iii)+Fdd(1+iii,3+iii)+Fdd(1+iii,4+iii));
        Fqq(1+iii,1+iii)=-(Fqq(1+iii,2+iii)+Fqq(1+iii,3+iii)+Fqq(1+iii,4+iii));
    else
        if v==2
            Fdd(2+iii,2+iii)=-(Fdd(2+iii,1+iii)+Fdd(2+iii,3+iii)+Fdd(2+iii,4+iii));
            Fqq(2+iii,2+iii)=-(Fqq(2+iii,1+iii)+Fqq(2+iii,3+iii)+Fqq(2+iii,4+iii));
        else
            if v==3
                Fdd(3+iii,3+iii)=-(Fdd(3+iii,1+iii)+Fdd(3+iii,2+iii)+Fdd(3+iii,4+iii));
                Fqq(3+iii,3+iii)=-(Fqq(3+iii,1+iii)+Fqq(3+iii,2+iii)+Fqq(3+iii,4+iii));
            else
                Fdd(4+iii,4+iii)=-(Fdd(4+iii,1+iii)+Fdd(4+iii,2+iii)+Fdd(4+iii,3+iii));
                Fqq(4+iii,4+iii)=-(Fqq(4+iii,1+iii)+Fqq(4+iii,2+iii)+Fqq(4+iii,3+iii));
            end
        end
    end
end
end
end
    iii=4+iii;
end
double(Gdd);double(Hdd);double(Lddp);double(Gqq);double(Hqq);double(Lqqp);Fdd=-double(Fdd);Fqq=-double(Fqq);

Ldd=zeros(28,1);
iii=0;
for ii=1:7
    for vv=1:4
        Ldd(vv+iii,1)=Lddp(vv+iii,1+iii)+Lddp(vv+iii,2+iii)+Lddp(vv+iii,3+iii)+Lddp(vv+iii,4+iii);
    end
    iii=4+iii;
end

Lqq=zeros(28,1);

```



```

iii=0;
for ii=1:7
    for vv=1:4
        Lqq(vv+iii,1)=Lqqp(vv+iii,1+iii)+Lqqp(vv+iii,2+iii)+Lqqp(vv+iii,3+iii)+Lqqp(vv+iii,4+iii);
    end
    iii=4+iii;
end
double(Ldd);double(Lqq);

Y21py=sym(zeros(1,28));
iii=0;
for ii=1:7
    Y21py(1,1+iii:4+iii)=-(1/((Y22p(ii,ii)+(j*bsvc)))*Y21p(1,1+iii:4+iii);
    iii=4+iii;
end
Y21py_real=real(Y21py);
Y21py_imag=imag(Y21py)

syms delt

C1p=sym(zeros(1,28));C2p=sym(zeros(1,28));C3p=sym(zeros(1,28));C4pp=sym(zeros(1,28));
iii=0;

for ii=1:7

    for m=1:4

        vo_ds_pu=(Y21py_real(1,m+iii)*((E_pq*cos(delt))+((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(delt)))-...
            (Y21py_imag(1,m+iii)*((E_pq*sin(delt))-((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(delt))));
        vo_qs_pu=(Y21py_real(1,m+iii)*((E_pq*sin(delt))-((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(delt)))+...
            (Y21py_imag(1,m+iii)*((E_pq*cos(delt))+((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(delt))));

        vo=sqrt((vo_ds_pu^2)+(vo_qs_pu^2));

        C1p(1,m+iii)=diff(vo,E_pq);
        C1p(1,m+iii)=subs(C1p(1,m+iii),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,bsvc],[E_pq0(m,m),delt0(m),ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii)]);
        C1p(1,m+iii)=double(C1p(1,m+iii));
        C2p(1,m+iii)=diff(vo,ip_rqs_pu);
        C2p(1,m+iii)=subs(C2p(1,m+iii),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,bsvc],[E_pq0(m,m),delt0(m),ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii)]);
        C2p(1,m+iii)=double(C2p(1,m+iii));
        C4pp(1,m+iii)=diff(vo,bsvc);
    end
end

```

```

C4pp(1,m+iii)=subs(C4pp(1,m+iii),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,bsvc],[E_pq0(m,m),delt0(m),ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii)]);
C4pp(1,m+iii)=double(C4pp(1,m+iii));
C3p(1,m+iii)=diff(vo,delt);
C3p(1,m+iii)=subs(C3p(1,m+iii),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,bsvc],[E_pq0(m,m),delt0(m),ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii)]);
C3p(1,m+iii)=double(C3p(1,m+iii));

    end
    iii=4+iii;
end

C4p=zeros(1,7);
iii=0;
for ii=1:7
    C4p(1,ii)=C4pp(1,1+iii)+C4pp(1,2+iii)+C4pp(1,3+iii)+C4pp(1,4+iii);
    iii=4+iii;
end

%% C1p=sym(zeros(28));C2p=sym(zeros(28));C3p=sym(zeros(28));C4pp=sym(zeros(28));
%% iii=0;
%%
%% for ii=1:7
%%     for v=1:4
%%         for m=1:4
%%
%%             u0=delt0(v)-delt0(m);
%%
%%             vo_ds_pu=(Y21py_real(1,m+iii)*((E_pq*sin(u))+((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(u)))-...
%%                 (Y21py_imag(1,m+iii)*((E_pq*cos(u))-((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(u))));
%%
%%             vo_qs_pu=(Y21py_real(1,m+iii)*((E_pq*cos(u))-((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(u)))+...
%%                 (Y21py_imag(1,m+iii)*((E_pq*sin(u))+((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(u))));
%%
%%             vo=sqrt((vo_ds_pu^2)+(vo_qs_pu^2));
%%
%%             C1p(v+iii,m+iii)=diff(vo,E_pq);
%%             C1p(v+iii,m+iii)=subs(C1p(v+iii,m+iii),[E_pq,u,ip_rqs_pu,bsvc],[E_pq0(m,m),u0,ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii)]);
%%             C1p(v+iii,m+iii)=double(C1p(v+iii,m+iii));
%%             C2p(v+iii,m+iii)=diff(vo,ip_rqs_pu);
%%             C2p(v+iii,m+iii)=subs(C2p(v+iii,m+iii),[E_pq,u,ip_rqs_pu,bsvc],[E_pq0(m,m),u0,ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii)]);
%%             C2p(v+iii,m+iii)=double(C2p(v+iii,m+iii));

```

```

% %      C4pp(v+iii,m+iii)=diff(vo,bsvc);
% %
C4pp(v+iii,m+iii)=subs(C4pp(v+iii,m+iii),[E_pq,u,ip_rqs_pu,bsvc],[E_pq0(m,m),u0,ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii)]);
% %      C4pp(v+iii,m+iii)=double(C4pp(v+iii,m+iii));
% %      if v~=m
% %          C3p(v+iii,m+iii)=diff(vo,u);
% %
C3p(v+iii,m+iii)=subs(C3p(v+iii,m+iii),[E_pq,u,ip_rqs_pu,bsvc],[E_pq0(m,m),u0,ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii)]);
% %      C3p(v+iii,m+iii)=double(C3p(v+iii,m+iii));
% %      end
% %      end
% %      if v==1
% %          C3p(1+iii,1+iii)=-(C3p(1+iii,2+iii)+C3p(1+iii,3+iii)+C3p(1+iii,4+iii));
% %      else
% %          if v==2
% %              C3p(2+iii,2+iii)=-(C3p(2+iii,1+iii)+C3p(2+iii,3+iii)+C3p(2+iii,4+iii));
% %          else
% %              if v==3
% %                  C3p(3+iii,3+iii)=-(C3p(3+iii,1+iii)+C3p(3+iii,2+iii)+C3p(3+iii,4+iii));
% %              else
% %                  C3p(4+iii,4+iii)=-(C3p(4+iii,1+iii)+C3p(4+iii,2+iii)+C3p(4+iii,3+iii));
% %              end
% %          end
% %      end
% %      end
% %      end
% %      iii=4+iii;
% % end
% %
% % C4p=zeros(28,7);
% % iii=0;
% % for ii=1:7
% %     for vv=1:4
% %         C4p(vv+iii,ii)=C4pp(vv+iii,1+iii)+C4pp(vv+iii,2+iii)+C4pp(vv+iii,3+iii)+C4pp(vv+iii,4+iii);
% %     end
% %     iii=4+iii;
% % end

```

end

9.6.Cálculo de las constantes K del modelo de Heffron-Phillips

```

function [Gq,Fq,Lq,K1,K2,Kp,K3,K4,Kq,K5,K6,Kv,C1,C3,C4]=constantesK(Fdd...
    ,Gdd,Hdd,Fqq,Gqq,Hqq,Ldd,Lqq,C1p,C2p,C3p,C4p,...
    vpas_fasor_pu,vp_rqs_pu0,vp_rds_pu0,E_pq0,ip_rds_pu0,ip_rqs_pu0,Xq,Xpd,Xd)

I=eye(4);
iii=0;
Fq=zeros(28);Gq=zeros(28);Lq=zeros(28,1);
Fd=zeros(28);Gd=zeros(28);Ld=zeros(28,1);
for ii=1:7
    Fq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=(inv(I-Hqq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)))...
        *Fqq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii);
    Gq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=(inv(I-Hqq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)))...
        *Gqq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii);
    Lq(1+iii:4+iii,1)=(inv(I-Hqq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)))*Lqq(1+iii:4+iii,1);
    Fd(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=Fdd(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)+...
        (Hdd(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)*Fq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii));
    Gd(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=Gdd(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)+...
        (Hdd(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)*Gq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii));
    Ld(1+iii:4+iii,1)=Ldd(1+iii:4+iii,1)+...
        (Hdd(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)*Lq(1+iii:4+iii,1));
    iii=4+iii;
end

C1=zeros(1,28);C3=zeros(1,28);C4=zeros(1,7);
iii=0;
for ii=1:7
    C1(1,1+iii:4+iii)=C1p(1,1+iii:4+iii)+(C2p(1,1+iii:4+iii)*...
        Gq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii));
    C3(1,1+iii:4+iii)=C3p(1,1+iii:4+iii)+(C2p(1,1+iii:4+iii)*...
        Fq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii));
    C4(1,ii)=C4p(1,ii)+C2p(1,1+iii:4+iii)*Lq(1+iii:4+iii,1);
    iii=4+iii;
end

K1=zeros(28);K2=zeros(28);Kp=zeros(28,1);K3=zeros(28);K4=zeros(28);
Kq=zeros(28,1);K5=zeros(28);K6=zeros(28);Kv=zeros(28,1);
iii=0;
for ii=1:7
    K1(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=(E_pq0+(ip_rds_pu0*(Xq-Xpd)))*...
        Fq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)+...
        ((Xq-Xpd)*ip_rqs_pu0*Fd(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii));
    K2(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=(E_pq0+(ip_rds_pu0*(Xq-Xpd)))*...
        Gq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)+ip_rqs_pu0+...
        ((Xq-Xpd)*ip_rqs_pu0*Gd(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii));
    Kp(1+iii:4+iii,1)=(E_pq0+(ip_rds_pu0*(Xq-Xpd)))*Lq(1+iii:4+iii,1)+...
        ((Xq-Xpd)*ip_rqs_pu0*Ld(1+iii:4+iii,1));
    K3(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=I+((Xd-Xpd)*Gd(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii));
    K4(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=(Xd-Xpd)*Fd(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii);
    Kq(1+iii:4+iii,1)=(Xd-Xpd)*Ld(1+iii:4+iii,1);
    K5(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=(inv(vpas_fasor_pu))*...
        ((vp_rds_pu0*Xq*Fq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii))-...
        (vp_rqs_pu0*Xpd*Fd(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)));
    K6(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=(inv(vpas_fasor_pu))*...
        ((vp_rds_pu0*Xq*Gq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii))+...
        (vp_rqs_pu0*(I-Xpd*Gd(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii))));
    Kv(1+iii:4+iii,1)=(inv(vpas_fasor_pu))*...
        ((vp_rds_pu0*Xq*Lq(1+iii:4+iii,1))-(vp_rqs_pu0*Xpd*Ld(1+iii:4+iii,1)));
    iii=4+iii;
end
end

```

9.7. Representación en el espacio de estados para el diseño del controlador PI de voltaje

```

function [A,B,C,D,kp,ki]=matrixxAB...
    (K1,K2,Kp,K3,K4,Kq,K5,K6,Kv...
    ,Tpd0,M,wb,DD,TA,KA,C1,C3,C4)
A=zeros(112); B=zeros(112,63);
C=zeros(1,112); D=zeros(1,63);
kp=zeros(1,7); ki=zeros(1,7);
iii=0;vvv=0;tt=0;
I=eye(4);

for ii=1:7
    A(1+iii:16+iii,1+iii:16+iii)=...
[-inv(Tpd0)*K3(1+vvv:4+vvv,1+vvv:4+vvv) -inv(Tpd0)*K4(1+vvv:4+vvv,1+vvv:4+vvv)    zeros(4)    inv(Tpd0)    ;
    zeros(4)                                zeros(4)                                wb*I            zeros(4)    ;
-inv(M)*K2(1+vvv:4+vvv,1+vvv:4+vvv)      -inv(M)*K1(1+vvv:4+vvv,1+vvv:4+vvv)  -wb*(inv(M))*DD  zeros(4)    ;
-inv(TA)*KA*K6(1+vvv:4+vvv,1+vvv:4+vvv)  -inv(TA)*KA*K5(1+vvv:4+vvv,1+vvv:4+vvv)  zeros(4)        -inv(TA)    ];

    B(1+iii:16+iii,1+tt:9+tt)=[ -inv(Tpd0)*Kq(1+vvv:4+vvv,1)    zeros(4)    zeros(4)    ;
                                zeros(4,1)                        zeros(4)    zeros(4)    ;
                                -inv(M)*Kp(1+vvv:4+vvv,1)        inv(M)        zeros(4)    ;
                                -inv(TA)*KA*Kv(1+vvv:4+vvv,1)    zeros(4)    (inv(TA))*KA ];
    C(1,1+iii:16+iii)=[C1(1,1+vvv:4+vvv) C3(1,1+vvv:4+vvv) zeros(1,4) zeros(1,4)];
    D(1,1+tt:9+tt)=[C4(1,ii) zeros(1,4) zeros(1,4)];

[num,den]=ss2tf(A(1+iii:16+iii,1+iii:16+iii),B(1+iii:16+iii,1+tt:9+tt),C(1,1+iii:16+iii),D(1,1+tt:9+tt),1);
gs=tf(num,den);
PI_SVC=pidtune(gs,'PI')
kp(ii)=PI_SVC.Kp;
ki(ii)=PI_SVC.Ki;
iii=16+iii;
vvv=4+vvv;
tt=9+tt;
end
A=double(A);B=double(B);C=double(C);D=double(D);
end

```

9.8. Cálculo de las constantes K' del modelo de Heffron-Phillips

```

function [Kp1,Kp2,Kpz,Kpp,Kp3,Kp4,Kqz,Kpq,Kp5,Kp6,Kvz,Kpv,CA,...
        CE,Cz,Cu]=constantesKpC(K1,K2,Kp,...
        K3,K4,Kq,K5,K6,Kv,C1,C3,C4,kp,ki,Co,Xsvcl)

Kp1=zeros(28);Kp2=zeros(28);Kpz=zeros(28,1);Kpp=zeros(28,1);
Kp3=zeros(28);Kp4=zeros(28);Kqz=zeros(28,1);Kpq=zeros(28,1);
Kp5=zeros(28);Kp6=zeros(28);Kvz=zeros(28,1);Kpv=zeros(28,1);
CA=zeros(1,28);CE=zeros(1,28);Cz=zeros(1,7);Cu=zeros(1,7);

iii=0;
for ii=1:7
    Kp1(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=K1(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)...
        +(Kp(1+iii:4+iii,1)*((-1)*(1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)...
            *C3(1,1+iii:4+iii))/(1+((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii))));
    Kp2(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=K2(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)...
        +(Kp(1+iii:4+iii,1)*((-1)*(1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)...
            *C1(1,1+iii:4+iii))/(1+((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii))));
    Kpz(1+iii:4+iii,1)=Kp(1+iii:4+iii,1)*(1/(1+((1/Xsvcl(ii))*
        *Co(ii)*kp(ii)*C4(ii))));
    Kpp(1+iii:4+iii,1)=Kp(1+iii:4+iii,1)*((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)...
        / (1+((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii))));
    Kp3(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=K3(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)...
        +(Kq(1+iii:4+iii,1)*((-1)*(1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)...
            *C1(1,1+iii:4+iii))/(1+((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii))));
    Kp4(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=K4(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)...
        +(Kq(1+iii:4+iii,1)*((-1)*(1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)...
            *C3(1,1+iii:4+iii))/(1+((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii))));
    Kqz(1+iii:4+iii,1)=Kq(1+iii:4+iii,1)...
        *(1/(1+((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii))));
    Kpq(1+iii:4+iii,1)=Kq(1+iii:4+iii,1)*((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)...
        / (1+((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii))));
    Kp5(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=K5(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)...
        +(Kv(1+iii:4+iii,1)*((-1)*(1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)...
            *C3(1,1+iii:4+iii))/(1+((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii))));
    Kp6(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=K6(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)...
        +(Kv(1+iii:4+iii,1)*((-1)*(1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)...
            *C1(1,1+iii:4+iii))/(1+((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii))));
    Kvz(1+iii:4+iii,1)=Kv(1+iii:4+iii,1)*(1/(1+((1/Xsvcl(ii))*
        *Co(ii)*kp(ii)*C4(ii))));
    Kpv(1+iii:4+iii,1)=Kv(1+iii:4+iii,1)*((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)...
        / (1+((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii))));
    CA(1,1+iii:4+iii)=-((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*(ki(ii))*C3(1,1+iii:4+iii)...
        *(((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii))...
        / (1+((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii))))+1));
    CE(1,1+iii:4+iii)=-((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*(ki(ii))*C1(1,1+iii:4+iii)...
        *(((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii))...
        / (1+((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii))))+1));
    Cz(ii)=-((ki(ii))*((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*C4(ii))...
        / (1+((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii))));
    Cu(ii)=-((ki(ii))*(((1/Xsvcl(ii))*Co(ii))^2)*C4(ii)...
        / (1+((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii))));

    iii=4+iii;
end
end
end

```

9.9. Representación en el espacio de estados para el diseño del controlador SVC

La representación en el espacio de estados de la Ecuación 2.7.89 está dado, en la novena parte de la simulación, por:

```
function [A1,B1]=matrixxA1B1(wb,DD, Tpd0,M,TA,KA,Kp1,Kp2,Kpz,Kpp,...
    Kp3,Kp4,Kqz,Kpq,Kp5,Kp6,Kvz,Kpv,CE,CA,Cz,Cu)

A1=zeros(119);
B1=zeros(119,63);

iii=0;vvv=0;tt=0;
I=eye(4);

for ii=1:7

    A1(1+iii:17+iii,1+iii:17+iii)=...
[-inv(Tpd0)*Kp3(1+vvv:4+vvv,1+vvv:4+vvv) -inv(Tpd0)*Kp4(1+vvv:4+vvv,1+vvv:4+vvv) zeros(4) inv(Tpd0) -inv(Tpd0)*Kqz(1+vvv:4+vvv,1) ;
zeros(4) zeros(4) wb*I zeros(4) zeros(4,1) ;
-inv(M)*Kp2(1+vvv:4+vvv,1+vvv:4+vvv) -inv(M)*Kp1(1+vvv:4+vvv,1+vvv:4+vvv) -wb*(inv(M))*DD zeros(4) -((inv(M))*Kpz(1+vvv:4+vvv,1)) ;
-inv(TA)*KA*Kp6(1+vvv:4+vvv,1+vvv:4+vvv) -inv(TA)*KA*Kp5(1+vvv:4+vvv,1+vvv:4+vvv) zeros(4) -inv(TA) -((inv(TA))*KA*Kvz(1+vvv:4+vvv,1));
CE(1,1+vvv:4+vvv) CA(1,1+vvv:4+vvv) zeros(1,4) zeros(1,4) Cz(ii) ];

    A1(1+iii:17+iii,1+iii:17+iii)=double(A1(1+iii:17+iii,1+iii:17+iii));
    B1(1+iii:17+iii,1+tt:9+tt)=[ -inv(Tpd0)*Kpq(1+vvv:4+vvv,1) zeros(4) zeros(4) ;
zeros(4,1) zeros(4) zeros(4) ;
-(inv(M))*Kpp(1+vvv:4+vvv,1) inv(M) zeros(4) ;
-(inv(TA))*KA*Kpv(1+vvv:4+vvv,1) zeros(4) (inv(TA))*KA;
Cu(ii) zeros(1,4) zeros(1,4)];

    iii=17+iii;
    vvv=4+vvv;
    tt=9+tt;
end
A1=double(A1);
B1=double(B1);
end
```

9.10. Señal de retroalimentación

```

function [Yfin2]=matrizred2(Y11,Y12,Y21,Y22)

YY=[Y11 Y12;
    Y21 Y22];
Yp11=[ Y11      zeros(4,2);
      zeros(2,4) zeros(2)];
Ypp11=[ Yp11      zeros(6) zeros(6) zeros(6) zeros(6) zeros(6) ;
        zeros(6) Yp11      zeros(6) zeros(6) zeros(6) zeros(6) ;
        zeros(6) zeros(6) Yp11      zeros(6) zeros(6) zeros(6) ;
        zeros(6) zeros(6) zeros(6) Yp11      zeros(6) zeros(6) ;
        zeros(6) zeros(6) zeros(6) zeros(6) Yp11      zeros(6) ;
        zeros(6) zeros(6) zeros(6) zeros(6) zeros(6) Yp11      ];
nnn=5;
vvv=0;
for n=5:10
    for nn=1:4
        Ypp11(nn+vvv,nnn)=YY(nn,n);
        Ypp11(nn+vvv,nnn+1)=YY(nn,n+1);
        Ypp11(nnn,nn+vvv)=YY(n,nn);
        Ypp11(nnn+1,nn+vvv)=YY(n+1,nn);
    end

    Ypp11(nnn:nnn+1,nnn:nnn+1)=YY(n:n+1,n:n+1);
    nnn=6+nnn;
    vvv=6+vvv;
end
Ypp11=double(Ypp11);

Y12=[-0.1080+19.9994*j    0    0 0 0    0    0    0    ;
      0    -0.1080+19.9994*j 0 0 0    0    0    0    ;
      0    0    0    0 0 0    0    -0.1080+19.9994*j;
      0    0    0    0 0 0 -0.1080+19.9994*j    0    ];

Yp12p=zeros(6,5);
Ypp12p=[Yp12p Yp12p Yp12p Yp12p Yp12p Yp12p];
vvv=0;
for nn=1:6
    Y12(:,nn:nn+1)=[];
    Ypp12p(1:4,1+vvv:5+vvv)=Y12;
    Y12=[-0.1080+19.9994*j    0    0 0 0    0    0    0    ;
         0    -0.1080+19.9994*j 0 0 0    0    0    0    ;
         0    0    0    0 0 0    0    -0.1080+19.9994*j;
         0    0    0    0 0 0 -0.1080+19.9994*j    0    ];
    vvv=5+vvv;
end

vvv=0;
for nn=1:6
    Yk=Y22(nn:nn+1,:);
    Yk(:,nn:nn+1)=[];
    Ypp12p(5:6,1+vvv:5+vvv)=Yk;
    vvv=5+vvv;
end
Ypp12p=double(Ypp12p);

```



```

Y21=[-0.1080+19.9994*j      0      0      0      ;
      0      -0.1080+19.9994*j      0      0      ;
      0      0      0      0      ;
      0      0      0      0      ;
      0      0      0      0      ;
      0      0      0      -0.1080+19.9994*j;
      0      0      -0.1080+19.9994*j      0      ];
Yp21p=zeros(5,6);
Ypp21p=[Yp21p; Yp21p; Yp21p; Yp21p; Yp21p; Yp21p];
vvv=0;
for nn=1:6
    Y21(nn:nn+1,:)=[];
    Ypp21p(1+vvv:5+vvv,1:4)=Y21;
    Y21=[-0.1080+19.9994*j      0      0      0      ;
          0      -0.1080+19.9994*j      0      0      ;
          0      0      0      0      ;
          0      0      0      0      ;
          0      0      0      0      ;
          0      0      0      -0.1080+19.9994*j;
          0      0      -0.1080+19.9994*j      0      ];
    vvv=5+vvv;
end

Ykk=zeros(7,2);
vvv=0;
for nn=1:6
    Ykk=Y22(:,nn:nn+1);
    Ykk(nn:nn+1,:)=[];
    Ypp21p(1+vvv:5+vvv,5:6)=Ykk;
    vvv=5+vvv;
end
Ypp21p=double(Ypp21p);

Y22=[4.068-59.5775*j  -3.96+39.6*j      0      0      0      0      0      ;
     -3.96+39.6*j   13.968-158.5788*j  -9.9+99.01*j      0      0      0      ;
      0      -9.9+99.01*j   22.0777-115.7356*j  -1.8+18*j      0      0      ;
      0      0      -1.8+18*j      3.6-35.615*j  -1.8+18*j      0      ;
      0      0      0      -1.8+18*j   30.2356-114.1862*j  -9.9+99.01*j      0      ;
      0      0      0      0      -9.9+99.01*j   13.968-158.5788*j  -3.96+39.6*j      ;
      0      0      0      0      0      -3.96+39.6*j   4.068-59.5775*j];
Ypp22=zeros(30);
vvv=0;

```

```

for nn=1:6
    Y22(nn:nn+1,:)=[];
    Y22(:,nn:nn+1)=[];
    Ypp22(1+vvv:5+vvv,1+vvv:5+vvv)=Y22;
    Y22=[4.068-59.5775*j -3.96+39.6*j          0          0          0          0          0          ;
        -3.96+39.6*j  13.968-158.5788*j  -9.9+99.01*j  0          0          0          0          ;
         0          -9.9+99.01*j  22.0777-115.7356*j  -1.8+18*j  0          0          0          ;
         0          0          -1.8+18*j  3.6-35.615*j  -1.8+18*j  0          0          ;
         0          0          0          -1.8+18*j  30.2356-114.1862*j  -9.9+99.01*j  0          ;
         0          0          0          0          -9.9+99.01*j  13.968-158.5788*j  -3.96+39.6*j  ;
         0          0          0          0          0          -3.96+39.6*j  4.068-59.5775*j];
    vvv=5+vvv;
end
Ypp22=double(Ypp22);

Y=zeros(66);
hh=0;
hhh=0;
hhhh=0;
for ii=1:6
    Y(1+hh:6+hh,1+hh:6+hh)=Ypp11(1+hhh:6+hhh,1+hhh:6+hhh);
    Y(7+hh:11+hh,7+hh:11+hh)=Ypp22(1+hhhh:5+hhhh,1+hhhh:5+hhhh);
    Y(1+hh:6+hh,7+hh:11+hh)=Ypp12p(1:6,1+hhhh:5+hhhh);
    Y(7+hh:11+hh,1+hh:6+hh)=Ypp21p(1+hhhh:5+hhhh,1:6);
    hh=11+hh;
    hhh=6+hhh;
    hhhh=5+hhhh;
end
Y=double(Y);

Yfin2=zeros(36);
cv=0;
cu=0;
for ii=1:6
    Yfin2(1+cv:6+cv,1+cv:6+cv)=Y(1+cu:6+cu,1+cu:6+cu)-...
        (Y(1+cu:6+cu,7+cu:11+cu)*(inv(Y(7+cu:11+cu,7+cu:11+cu)))*Y(7+cu:11+cu,1+cu:6+cu));
    cv=6+cv;
    cu=11+cu;
end
end

```

```

function [PPP_menos,PPP_mas]=constantesPpnum1...
    (Y21py_real,Y21py_imag,Y22,Xq,Xpd,E_pq0,delt0,ip_rqs_pu0,Yfin2)
syms E_pq delt ip_rqs_pu bsvc

bsvc0=zeros(1,6);

P_menos=sym(zeros(1,7));P_mas=sym(zeros(1,7));
PP_menos=sym(zeros(7,16));PP_mas=sym(zeros(7,16));

vv=0;vvv=0;iii=0;t=0;
for ii=1:6
    for m=1:4
        vo_ds_pu_ma=(Y21py_real(1,m+iii)*((E_pq*cos(delt))+...
            ((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(delt)))-...
            (Y21py_imag(1,m+iii)*((E_pq*sin(delt))-...
            ((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(delt))));
        vo_qs_pu_ma=(Y21py_real(1,m+iii)*((E_pq*sin(delt))-...
            ((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(delt)))+...
            (Y21py_imag(1,m+iii)*((E_pq*cos(delt))+...
            ((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(delt))));

        vo_ds_pu_me=(Y21py_real(1,m+4+iii)*((E_pq*cos(delt))+...
            ((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(delt)))-...
            (Y21py_imag(1,m+4+iii)*((E_pq*sin(delt))-...
            ((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(delt))));
        vo_qs_pu_me=(Y21py_real(1,m+4+iii)*((E_pq*sin(delt))-...
            ((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(delt)))+...
            (Y21py_imag(1,m+4+iii)*((E_pq*cos(delt))+...
            ((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(delt))));

        vo_ds_pu_menos=((real(-1/Yfin2(5+vvv,5+vvv)))*((real(Yfin2(5+vvv,m+vvv)))*((E_pq*cos(delt))+...
            ((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(delt)))-((imag(Yfin2(5+vvv,m+vvv)))*((E_pq*sin(delt))-...
            ((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(delt))))+((real(Yfin2(5+vvv,6+vvv)))*vo_ds_pu_me)-...
            ((imag(Yfin2(5+vvv,6+vvv)))*vo_qs_pu_me))-...
            ((imag(-1/Yfin2(5+vvv,5+vvv)))*((real(Yfin2(5+vvv,m+vvv)))*((E_pq*sin(delt))-...
            ((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(delt))))+((imag(Yfin2(5+vvv,m+vvv)))*((E_pq*cos(delt))+...
            ((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(delt))))+((real(Yfin2(5+vvv,6+vvv)))*vo_qs_pu_me)+...
            ((imag(Yfin2(5+vvv,6+vvv)))*vo_ds_pu_me)));

        vo_qs_pu_menos=((real(-1/Yfin2(5+vvv,5+vvv)))*((real(Yfin2(5+vvv,m+vvv)))*((E_pq*sin(delt))-...

```

```

((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(delt)))+(imag(Yfin2(5+vvv,m+vvv)))*(E_pq*cos(delt))+...
((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(delt)))+(real(Yfin2(5+vvv,6+vvv))*vo_qs_pu_me)+...
((imag(Yfin2(5+vvv,6+vvv))*vo_ds_pu_me))+...
((imag(-1/Yfin2(5+vvv,5+vvv)))*((real(Yfin2(5+vvv,m+vvv)))*(E_pq*cos(delt))+...
((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(delt)))-((imag(Yfin2(5+vvv,m+vvv)))*(E_pq*sin(delt))-...
((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(delt)))+(real(Yfin2(5+vvv,6+vvv))*vo_ds_pu_me)-...
((imag(Yfin2(5+vvv,6+vvv))*vo_qs_pu_me));

vo_ds_pu_mas=((real(-1/Yfin2(6+vv,6+vv)))*((real(Yfin2(6+vv,m+vv)))*(E_pq*cos(delt))+...
((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(delt)))-((imag(Yfin2(6+vv,m+vv)))*(E_pq*sin(delt))-...
((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(delt)))+(real(Yfin2(6+vv,5+vv))*vo_ds_pu_ma)-...
((imag(Yfin2(6+vv,5+vv))*vo_qs_pu_ma))-...
((imag(-1/Yfin2(6+vv,6+vv)))*((real(Yfin2(6+vv,m+vv)))*(E_pq*sin(delt))-...
((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(delt)))+(imag(Yfin2(6+vv,m+vv)))*(E_pq*cos(delt))+...
((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(delt)))+(real(Yfin2(6+vv,5+vv))*vo_qs_pu_ma)+...
((imag(Yfin2(6+vv,5+vv))*vo_ds_pu_ma));

vo_qs_pu_mas=((real(-1/Yfin2(6+vv,6+vv)))*((real(Yfin2(6+vv,m+vv)))*(E_pq*sin(delt))-...
((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(delt)))+(imag(Yfin2(6+vv,m+vv)))*(E_pq*cos(delt))+...
((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(delt)))+(real(Yfin2(6+vv,5+vv))*vo_qs_pu_ma)+...
((imag(Yfin2(6+vv,5+vv))*vo_ds_pu_ma))+...
((imag(-1/Yfin2(6+vv,6+vv)))*((real(Yfin2(6+vv,m+vv)))*(E_pq*cos(delt))+...
((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(delt)))-((imag(Yfin2(6+vv,m+vv)))*(E_pq*sin(delt))-...
((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(delt)))+(real(Yfin2(6+vv,5+vv))*vo_ds_pu_ma)-...
((imag(Yfin2(6+vv,5+vv))*vo_qs_pu_ma));

P_menos(t+2)=vo_ds_pu_menos*((real(Y22(ii+1,ii))*(vo_ds_pu_menos-vo_ds_pu_me))-...
(imag(Y22(ii+1,ii))*(vo_qs_pu_menos-vo_qs_pu_me))+...
vo_qs_pu_menos*((real(Y22(ii+1,ii))*(vo_qs_pu_menos-vo_qs_pu_me))+...
(imag(Y22(ii+1,ii))*(vo_ds_pu_menos-vo_ds_pu_me)));
P_mas(t+1)=vo_ds_pu_ma*((real(Y22(ii,ii+1))*(vo_ds_pu_ma-vo_ds_pu_mas))-...
(imag(Y22(ii,ii+1))*(vo_qs_pu_ma-vo_qs_pu_mas))+...
vo_qs_pu_ma*((real(Y22(ii,ii+1))*(vo_qs_pu_ma-vo_qs_pu_mas))+...
(imag(Y22(ii,ii+1))*(vo_ds_pu_ma-vo_ds_pu_mas)));

PP_menos(t+2,m)=diff(P_menos(t+2),bsvc);
PP_menos(t+2,m)=subs(PP_menos(t+2,m),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,bsvc],...
[E_pq0(m,m),delt0(m),ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii+1)]);
PP_menos(t+2,m)=double(PP_menos(t+2,m));
PP_menos(t+2,m+4)=diff(PP_menos(t+2),E_pq);
PP_menos(t+2,m+4)=subs(PP_menos(t+2,m+4),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,bsvc],...

```

```

        [E_pq0(m,m),delt0(m),ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii+1)];
PP_menos(t+2,m+4)=double(PP_menos(t+2,m+4));
PP_menos(t+2,m+8)=diff(P_menos(t+2),delt);
PP_menos(t+2,m+8)=subs(PP_menos(t+2,m+8),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,bsvc],...
    [E_pq0(m,m),delt0(m),ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii+1)]);
PP_menos(t+2,m+8)=double(PP_menos(t+2,m+8));
PP_menos(t+2,m+12)=diff(P_menos(t+2),ip_rqs_pu);
PP_menos(t+2,m+12)=subs(PP_menos(t+2,m+12),...
    [E_pq,delt,ip_rqs_pu,bsvc],[E_pq0(m,m),delt0(m),ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii+1)]);
PP_menos(t+2,m+12)=double(PP_menos(t+2,m+12));

PP_mas(t+1,m)=diff(P_mas(t+1),bsvc);
PP_mas(t+1,m)=subs(PP_mas(t+1,m),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,bsvc],...
    [E_pq0(m,m),delt0(m),ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii)]);
PP_mas(t+1,m)=double(PP_mas(t+1,m));
PP_mas(t+1,m+4)=diff(P_mas(t+1),E_pq);
PP_mas(t+1,m+4)=subs(PP_mas(t+1,m+4),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,bsvc],...
    [E_pq0(m,m),delt0(m),ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii)]);
PP_mas(t+1,m+4)=double(PP_mas(t+1,m+4));
PP_mas(t+1,m+8)=diff(P_mas(t+1),delt);
PP_mas(t+1,m+8)=subs(PP_mas(t+1,m+8),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,bsvc],...
    [E_pq0(m,m),delt0(m),ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii)]);
PP_mas(t+1,m+8)=double(PP_mas(t+1,m+8));
PP_mas(t+1,m+12)=diff(P_mas(t+1),ip_rqs_pu);
PP_mas(t+1,m+12)=subs(PP_mas(t+1,m+12),...
    [E_pq,delt,ip_rqs_pu,bsvc],[E_pq0(m,m),delt0(m),ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii)]);
PP_mas(t+1,m+12)=double(PP_mas(t+1,m+12));

end
vv=6+vv;vvv=6+vvv;iii=4+iii;t=t+1;
end

PPP_menos=sym(zeros(7,13));PPP_mas=sym(zeros(7,13));
PPP_menos(1:7,2:13)=PP_menos(1:7,5:16);
PPP_mas(1:7,2:13)=PP_mas(1:7,5:16);
for iii=1:7
    PPP_menos(iii,1)=PP_menos(iii,1)+PP_menos(iii,2)+...
        PP_menos(iii,3)+PP_menos(iii,4);
    PPP_mas(iii,1)=PP_mas(iii,1)+PP_mas(iii,2)+...
        PP_mas(iii,3)+PP_mas(iii,4);
end
end

```

```

function [PPpp_menos,PPpp_mas]=constantesPnum1...
    (PPP_menos,PPP_mas,Lq,Gq,Fq,C1,C3,C4,Co,kp,Xsvcl)
PPp_menos=zeros(7,9);PPp_mas=zeros(7,9);
iii=0;
for ii=1:6
    PPp_menos(ii+1,1)=PPP_menos(ii+1,1)+...
        (PPP_menos(ii+1,10:13)*Lq(1+4+iii:4+4+iii,1));
    PPp_menos(ii+1,2:5)=PPP_menos(ii+1,2:5)+...
        (PPP_menos(ii+1,10:13)*Gq(1+4+iii:4+4+iii,1+4+iii:4+4+iii));
    PPp_menos(ii+1,6:9)=PPP_menos(ii+1,6:9)+...
        (PPP_menos(ii+1,10:13)*Fq(1+4+iii:4+4+iii,1+4+iii:4+4+iii));
    PPp_mas(ii,1)=PPP_mas(ii,1)+(PPP_mas(ii,10:13)*Lq(1+iii:4+iii,1));
    PPp_mas(ii,2:5)=PPP_mas(ii,2:5)+...
        (PPP_mas(ii,10:13)*Gq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii));
    PPp_mas(ii,6:9)=PPP_mas(ii,6:9)+...
        (PPP_mas(ii,10:13)*Fq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii));

    iii=iii+4;
end

BB1=zeros(1,28);BB2=zeros(1,28);BB3=zeros(1,7);BB4=zeros(1,7);
iii=0;
for ii=1:7
    BB1(1,1+iii:4+iii)=((-1)*(1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii))/...
        (1+((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii))) *C3(1,1+iii:4+iii);
    BB2(1,1+iii:4+iii)=((-1)*(1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii))/...
        (1+((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii))) *C1(1,1+iii:4+iii);
    BB3(ii)=1/(1+((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii)));
    BB4(ii)=(1/Xsvcl(ii))*Co(ii)/(1+((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii)));
    iii=4+iii;
end

PPpp_menos=zeros(7,10);PPpp_mas=zeros(7,10);
iii=0;
for ii=1:6
    PPpp_menos(ii+1,1:4)=PPp_menos(ii+1,2:5)+...
        PPp_menos(ii+1,1)*BB2(1,1+4+iii:4+4+iii);
    PPpp_menos(ii+1,5:8)=PPp_menos(ii+1,6:9)+...
        PPp_menos(ii+1,1)*BB1(1,1+4+iii:4+4+iii);
    PPpp_menos(ii+1,9)=PPp_menos(ii+1,1)*BB3(ii+1);
    PPpp_menos(ii+1,10)=PPp_menos(ii+1,1)*BB4(ii+1);
    PPpp_mas(ii,1:4)=PPp_mas(ii,2:5)+PPp_mas(ii,1)*BB2(1,1+iii:4+iii);
    PPpp_mas(ii,5:8)=PPp_mas(ii,6:9)+PPp_mas(ii,1)*BB1(1,1+iii:4+iii);
    PPpp_mas(ii,9)=PPp_mas(ii,1)*BB3(ii);
    PPpp_mas(ii,10)=PPp_mas(ii,1)*BB4(ii);
    iii=iii+4;
end
end

```

9.11.Ecuación de salida

```

function [C1_1,D1_1,C1_21,D1_21,C1_22,D1_22,...
    C1_31,D1_31,C1_32,D1_32,C1_41,D1_41,C1_42,D1_42,...
    C1_51,D1_51,C1_52,D1_52,C1_61,D1_61,C1_62,D1_62,...
    C1_7,D1_7]=matrixxC1D1_1(PPpp_menos,PPpp_mas)

for ii=1:7
    if ii==1
        C1_1=[PPpp_mas(ii,1:4) PPpp_mas(ii,5:8) zeros(1,4) zeros(1,4) PPpp_mas(ii,9)];
        D1_1=PPpp_mas(ii,10);
    else

```


9.12. Selección de locación de instalación

```

function [P,DD,freq,sigma,VV,WW]=confident(A1)

DD=zeros(17,7);freq=zeros(17,7);VV=zeros(119);WW=zeros(119);
iii=0;
for ii=1:7
    [V,D] = eig(A1(1+iii:17+iii,1+iii:17+iii));
    W=inv(V);
    for m=1:17
        VV(1+iii:17+iii,1+iii:17+iii)=V;
        DD(m,ii)=D(m,m);
        WW(1+iii:17+iii,1+iii:17+iii)=W;
        freq(m,ii)=(abs(imag(D(m,m))))/(2*pi);
    end
    iii=17+iii;
end

iii=0;
P=zeros(119);
for ii=1:7
    for gg=1:17
        for m=1:17
            P(gg+iii,m+iii)=(abs(VV(gg+iii,m+iii))*abs(WW(m+iii,gg+iii)));
        end
    end
    iii=iii+17;
end

iii=0;
sigma=zeros(1,119);
for ii=1:7
    for gg=1:17
        Pnum=0;
        for cc=0:7
            Pnum=Pnum+P(5+cc+iii,gg+iii);
        end
        Pden=0;
        for nn=0:3
            Pden=Pden+P(1+nn+iii,gg+iii)+P(13+nn+iii,gg+iii)+P(17+iii,gg+iii);
        end
        sigma(1,gg+iii)=Pnum/Pden;
    end
    iii=iii+17;
end
end

```


La tercera función, en la simulación, para la selección de locación de instalación será:

```
function [S,BB]=intalloca2(WW,VV,A1,B1,DD)
S=zeros(28,119);
iii=0;
nn=0;
for ii=1:7
    for m=1:17
        for n=1:4
            S(n+nn,m+iii)=WW(m+iii,n+8+iii)*VV(n+8+iii,m+iii);
        end
    end
    iii=iii+17;
    nn=nn+4;
end
BB=zeros(28,119);
iii=0;
gg=0;
tt=0;
for ii=1:7
    for hh=1:17
        BB(1+gg:4+gg,hh+iii)=B1(9+iii:12+iii,1+tt)+...
            (A1(9+iii:12+iii,17+iii)*(1/(DD(hh,ii)-...
            A1(17+iii,17+iii)))*B1(17+iii,1+tt));
    end
    iii=iii+17;
    gg=gg+4;
    tt=tt+9;
end
end
```

La cuarta función, en la simulación, para la selección de locación de instalación será:

```
function [DTA,DTAp,ipsilon_abs,S_abs,BB_abs]=intalloca3(ipsilon,S,BB)

ipsilon_abs=abs(ipsilon);
S_abs=abs(S);
BB_abs=abs(BB);

DTAp=zeros(56,238);
iii=0;
g=0;
h=0;
gg=4;
hh=17;
ss=0;

for ii=1:7
    for n=1:17
        for m=1:4
            if ii==1
                DTAp(m+gg,n+hh)=ipsilon_abs(m+gg,n+hh)*...
                    S_abs(m+ss,n+iii)*BB_abs(m+ss,n+iii);
            else
                if ii==2
                    DTAp(m+g,n+h)=ipsilon_abs(m+g,n+h)*...
                        S_abs(m+ss,n+iii)*BB_abs(m+ss,n+iii);
                    DTAp(m+gg,n+hh)=ipsilon_abs(m+gg,n+hh)*...
                        S_abs(m+ss,n+iii)*BB_abs(m+ss,n+iii);
                else
                    if ii==3
                        DTAp(m+g,n+h)=ipsilon_abs(m+g,n+h)*...
                            S_abs(m+ss,n+iii)*BB_abs(m+ss,n+iii);
                    end
                end
            end
        end
    end
end
```


10. Sistema de potencia de múltiples generadores instalado con el convertidor de fuente de voltaje

10.1. Parámetros iniciales

```
% Parametros iniciales y simulación mediante MATLAB PSAT
```

```
we=377
```

```
wb=we
```

```
rs=[0.00027    0    0    0 ;
    0    0.00027    0    0 ;
    0    0    0.00027    0 ;
    0    0    0    0.00027];
```

```
Xq=[0.1889    0    0    0 ;
    0    0.1889    0    0 ;
    0    0    0.1889    0 ;
    0    0    0    0.1889];
```

```
Xd=[0.2    0    0    0 ;
    0    0.2    0    0 ;
    0    0    0.2    0 ;
    0    0    0    0.2];
```

```
Xpd=[0.0333    0    0    0 ;
    0    0.0333    0    0 ;
    0    0    0.0333    0 ;
    0    0    0    0.0333];
```

```
vas_fasor_pu=[0.974240+0.334299*j    0    0    0 ;
    0    0.996634+0.163767*j    0    0 ;
    0    0    1.03    0 ;
    0    0    0    0.995822-0.168624*j];
```

```
Sass=[7+1.240554*j    7+0.877401*j    6.971247+1.521184*j    7+1.569576*j];
```

```

vo_pu=[0.992016+0.220647*j    0    0    0    0    0    0    ;
        0    1.001077+0.047437*j    0    0    0    0    0    ;
        0    0    0.958237+0.182879*j    0    0    0    0    ;
        0    0    0    0.895494-0.407294*j    0    0    0    ;
        0    0    0    0    0    0.950999-0.278200*j    0    ;
        0    0    0    0    0    0    1.005385-0.112803*j ];

```

```

% Y11=[-60*j  0  0  0  ;
%         0  -60*j  0  0  ;
%         0  0  -60*j  0  ;
%         0  0  0  -60*j];

```

```

Y11=[0.1080-19.9994*j    0    0    0    ;
      0    0.1080-19.9994*j    0    0    ;
      0    0    0.1080-19.9994*j    0    ;
      0    0    0    0.1080-19.9994*j];

```

```

% Y12=[60*j  0  0  0  0  ;
%         0  60*j  0  0  0  ;
%         0  0  0  0  60*j;
%         0  0  0  0  60*j 0 ];

```

```

Y12=[-0.1080+19.9994*j    0  0  0  0    ;
      0    -0.1080+19.9994*j  0  0  0    ;
      0    0    0  0  0    -0.1080+19.9994*j;
      0    0    0  0  -0.1080+19.9994*j    0    ];

```

```

% Y21=[60*j  0  0  0  ;
%         0  60*j  0  0  ;
%         0  0  0  0  ;
%         0  0  0  0  ;
%         0  0  0  60*j;
%         0  0  60*j  0  ];

```

```

Y21=[-0.1080+19.9994*j      0      0      0      ;
      0      -0.1080+19.9994*j      0      0      ;
      0      0      0      0      ;
      0      0      0      0      ;
      0      0      0      -0.1080+19.9994*j;
      0      0      -0.1080+19.9994*j      0      ];

```

```

% Y22=[ 3.96-99.58*j  -3.96+39.6*j      0      0      0      0      ;
%      -3.96+39.6*j  5.76-1.1739*j  -1.8+18*j      0      0      0      ;
%      0      -1.8+18*j      3.60-25.62*j  -1.8+18*j      0      0      ;
%      0      0      -1.8+18*j      11.70-116.81*j  -9.9+99.01*j      0      ;
%      0      0      0      -9.9+99.01*j  13.86-198.58*j  -3.96+39.60*j;
%      0      0      0      0      0      -3.96+39.60*j  3.96-99.58*j];

```

```

Y22=[4.068-59.5775*j  -3.96+39.6*j      0      0      0      0      ;
     -3.96+39.6*j  15.4956-76.3894*j  -1.8+18*j      0      0      0      ;
     0      -1.8+18*j      3.6-35.615*j  -1.8+18*j      0      0      ;
     0      0      -1.8+18*j      29.9578-114.2124*j  -9.9+99.01*j      0      ;
     0      0      0      -9.9+99.01*j  13.968-158.5788*j  -3.96+39.6*j  ;
     0      0      0      0      0      -3.96+39.6*j  4.068-59.5775*j];

```

10.2. Cálculo de la compensación inicial

```

function [Xsdt,vl_pu,V0,VDC0,CDC,Ic,m0,k]=vscinitial(vo_pu,Y22)
Pmax=27.34;
Qcmax=-5.5;Qlmax=2;
Qc=Qcmax+Qlmax;

Y1L=zeros(1,4);
YL2=zeros(1,4);
for ii=1:4
    Y1L(ii)=Y22(ii,ii+1);
    YL2(ii)=Y22(ii+1,ii+2);
end

vl_pu=zeros(1,4);
for ii=1:4
    vl_pu(ii)=vo_pu(ii+1,ii+1);
end
vpl_pu=abs(vl_pu);

Xsdt=[0.15 0.15 0.15 0.15 0.15];

I1max=zeros(1,4);Icmax=zeros(1,4);
Ic=zeros(1,4);V0=zeros(1,4);
xx=zeros(4,5);yy=zeros(4,5);xyp=zeros(4,2);yyp=zeros(4,2);mm=zeros(1,4);
ww=zeros(4,4);zz=zeros(4,4);wyp=zeros(4,2);zyp=zeros(4,2);
iii=0;
for ii=1:4
    Ic(ii)=(conj(Pmax+j*Qc)/(conj(vl_pu(ii))));

    V0(ii)=vl_pu(ii)+(1j*Xsdt(ii)*Ic(ii));
    Icmax(ii)=Qcmax/vpl_pu(ii);
    I1max(ii)=Qlmax/vpl_pu(ii);

    mm(ii)=vpl_pu(ii)+((vpl_pu(ii)-(vpl_pu(ii)-0.05))...
        /(0-Icmax(ii))*I1max(ii));
    xx(ii,1:5)=[0 Icmax(ii) Icmax(ii) I1max(ii) I1max(ii)];
    yy(ii,1:5)=[0 0.05 vpl_pu(ii)-0.05 mm(ii) 1.5 ];
    xyp(ii,1:2)=[I1max(ii) I1max(ii)];
    yyp(ii,1:2)=[ 0 mm(ii) ];

    ww(ii,1:4)=[0 Qcmax Qlmax 2.5];
    zz(ii,1:4)=[0 vpl_pu(ii)-0.05 mm(ii) (mm(ii)/Qlmax)*2.5];
    wyp(ii,1:2)=[0 Qlmax ];
    zyp(ii,1:2)=[0 mm(ii)];

    if ii==1
        subplot(1,2,1),
        plot(xx(ii,1:5),yy(ii,1:5),'Color','g')
        hold on
        plot(xyp(ii,1:2),yyp(ii,1:2),'--','Color','g')
        hold on
        xlabel('i_{vsc} pu')
        ylabel('v_{vsc} pu')
        title('v_{vsc} pu vs. i_{vsc} pu')
        grid on
        subplot(1,2,2),
        plot(zz(ii,1:4),ww(ii,1:4),'Color','g')
        hold on
        plot(zyp(ii,1:2),wyp(ii,1:2),'--','Color','g')
        hold on

```

```

xlabel('v_{vsc} pu')
ylabel('Q_{vsc} pu')
title('v_{vsc} pu vs. Q_{vsc} pu')
grid on
else
  if ii==2
    subplot(1,2,1),
    plot(xx(ii,1:5),yy(ii,1:5),'Color','b')
    hold on
    plot(xxp(ii,1:2),yyp(ii,1:2),'--','Color','b')
    hold on
    subplot(1,2,2),
    plot(zz(ii,1:4),ww(ii,1:4),'Color','b')
    hold on
    plot(zzp(ii,1:2),wzp(ii,1:2),'--','Color','b')
    hold on
  else
    if ii==3
      subplot(1,2,1),
      plot(xx(ii,1:5),yy(ii,1:5),'Color','r')
      hold on
      plot(xxp(ii,1:2),yyp(ii,1:2),'--','Color','r')
      hold on
      subplot(1,2,2),
      plot(zz(ii,1:4),ww(ii,1:4),'Color','r')
      hold on
      plot(zzp(ii,1:2),wzp(ii,1:2),'--','Color','r')
      hold on
    else
      subplot(1,2,1),
      plot(xx(ii,1:5),yy(ii,1:5),'Color','c')
      hold on
      plot(xxp(ii,1:2),yyp(ii,1:2),'--','Color','c')
      hold on
      subplot(1,2,2),
      plot(zz(ii,1:4),ww(ii,1:4),'Color','c')
      hold on
      plot(zzp(ii,1:2),wzp(ii,1:2),'--','Color','c')
      hold on
    end
  end
end
end
iii=iii+1;
end

V0_pu=abs(V0);
VDC0=2*abs(V0_pu);
k=0.5;

CDC=1;

m0=zeros(1,4);
for ii=1:4
  m0(ii)=V0_pu(ii)/(k*VDC0(ii));
end
end
end

```


10.3. Condiciones balanceadas es estado estable

```

function [ias_fasor_pu,E_fasor_pu,delt0,v_rqs_pu0,v_rds_pu0,ip_rqs_pu0,...
        ip_rds_pu0,E_pq0,vpl_pu,vl_d_pu0,vl_q_pu0,Gamma0,iL0_d_pu0,iL0_q_pu0]...
        =initialcalc(Sass,vas_fasor_pu,rs,we,wb,Xq,Xpd,vl_pu,V0,Ic)

ias_fasor_pu=[0 0 0 0];E_fasor_pu=[0 0 0 0];delt0=[0 0 0 0];
vase_pu=[0 0 0 0];v_rqs_pu0=zeros(4);v_rds_pu0=zeros(4);
iase_pu=[0 0 0 0];ip_rqs_pu0=zeros(4);ip_rds_pu0=zeros(4);
vv_v=[0 0 0 0];E_fasor_pu_90=[0 0 0 0];vv_vv=[0 0 0 0];
E_pq0=zeros(4);
for n=1:4
    ias_fasor_pu(n)=conj(Sass(n)/vas_fasor_pu(n,n));
    E_fasor_pu(n)=vas_fasor_pu(n,n)+...
        (rs(n,n)+j*(we/wb)*Xq(n,n))*ias_fasor_pu(n);
    delt0(n)=angle(E_fasor_pu(n));

    vase_pu(n)=vas_fasor_pu(n,n)*(cos(delt0(n))-j*sin(delt0(n)));
    v_rqs_pu0(n,n)=real(vase_pu(n));
    v_rds_pu0(n,n)=-imag(vase_pu(n));

    iase_pu(n)=ias_fasor_pu(n)*(cos(delt0(n))-j*sin(delt0(n)));
    ip_rqs_pu0(n,n)=real(iase_pu(n));
    ip_rds_pu0(n,n)=-imag(iase_pu(n));

    E_pq0(n,n)=v_rqs_pu0(n,n)+(Xpd(n,n)*ip_rds_pu0(n,n));

    vv_v(n)=((abs(vas_fasor_pu(n,n))*abs(E_fasor_pu(n))*...
        cos(angle(E_fasor_pu(n))-angle(vas_fasor_pu(n,n))))/...
        (abs(E_fasor_pu(n))^2))*E_fasor_pu(n);
    E_fasor_pu_90(n)=abs(E_fasor_pu(n))*cos(angle(E_fasor_pu(n))-(pi/2))...
        +j*abs(E_fasor_pu(n))*sin(angle(E_fasor_pu(n))-(pi/2));
    vv_vv(n)=((abs(vas_fasor_pu(n,n))*abs(E_fasor_pu_90(n))*...
        cos(angle(E_fasor_pu_90(n))-angle(vas_fasor_pu(n,n))))/...
        (abs(E_fasor_pu_90(n))^2))*E_fasor_pu_90(n);

```

```

if n==1
    subplot(1,1,1),
    p1=quiver(0,0,real(E_fasor_pu(n)),imag(E_fasor_pu(n)), 'Autoscale','off','Color','g')
    hold on
    quiver(0,0,real(vas_fasor_pu(n,n)),imag(vas_fasor_pu(n,n)), 'Autoscale','off','Color','g')
    hold on
    quiver(real(vas_fasor_pu(n,n)),imag(vas_fasor_pu(n,n)),real(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),...
        imag(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)), 'Autoscale','off','Color','g')
    hold on
    quiver(real(vas_fasor_pu(n,n))+real(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),...
        imag(vas_fasor_pu(n,n))+imag(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),real(j*(we/wb)*Xq(n,n)*ias_fasor_pu(n)),...
        imag(j*(we/wb)*Xq(n,n)*ias_fasor_pu(n)), 'Autoscale','off','Color','g')
    hold on
    quiver(0,0,real(vv_v(n)),imag(vv_v(n)), 'Autoscale','off','Color','g','linewidth',2)
    hold on
    quiver(0,0,real(vv_vv(n)),imag(vv_vv(n)), 'Autoscale','off','Color','g','linewidth',2)
    hold on
    xlabel('Re')
    ylabel('Img')
    title('Condiciones balanceadas en estado estable')
else
    if n==2
        p2=quiver(0,0,real(E_fasor_pu(n)),imag(E_fasor_pu(n)), 'Autoscale','off','Color','b')
        hold on
        quiver(0,0,real(vas_fasor_pu(n,n)),imag(vas_fasor_pu(n,n)), 'Autoscale','off','Color','b')
        hold on
        quiver(real(vas_fasor_pu(n,n)),imag(vas_fasor_pu(n,n)),real(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),...
            imag(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)), 'Autoscale','off','Color','b')
        hold on
        quiver(real(vas_fasor_pu(n,n))+real(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),...
            imag(vas_fasor_pu(n,n))+imag(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),real(j*(we/wb)*Xq(n,n)*ias_fasor_pu(n)),...
            imag(j*(we/wb)*Xq(n,n)*ias_fasor_pu(n)), 'Autoscale','off','Color','b')
        hold on
        quiver(0,0,real(vv_v(n)),imag(vv_v(n)), 'Autoscale','off','Color','b','linewidth',2)
        hold on
        quiver(0,0,real(vv_vv(n)),imag(vv_vv(n)), 'Autoscale','off','Color','b','linewidth',2)
        hold on
    else
        if n==3
            p3=quiver(0,0,real(E_fasor_pu(n)),imag(E_fasor_pu(n)), 'Autoscale','off','Color','r')
            hold on

```

```

quiver(0,0,real(vas_fasor_pu(n,n)),imag(vas_fasor_pu(n,n)),'Autoscale','off','Color','r')
hold on
quiver(real(vas_fasor_pu(n,n)),imag(vas_fasor_pu(n,n)),real(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),...
    imag(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),'Autoscale','off','Color','r')
hold on
quiver(real(vas_fasor_pu(n,n))+real(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),...
    imag(vas_fasor_pu(n,n))+imag(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),real(j*(we/wb)*Xq(n,n)*ias_fasor_pu(n)),...
    imag(j*(we/wb)*Xq(n,n)*ias_fasor_pu(n)),'Autoscale','off','Color','r')
hold on
quiver(0,0,real(vv_v(n)),imag(vv_v(n)),'Autoscale','off','Color','r','linewidth',2)
hold on
quiver(0,0,real(vv_vv(n)),imag(vv_vv(n)),'Autoscale','off','Color','r','linewidth',2)
hold on
else
p4=quiver(0,0,real(E_fasor_pu(n)),imag(E_fasor_pu(n)),'Autoscale','off','Color','c')
hold on
quiver(0,0,real(vas_fasor_pu(n,n)),imag(vas_fasor_pu(n,n)),'Autoscale','off','Color','c')
hold on
quiver(real(vas_fasor_pu(n,n)),imag(vas_fasor_pu(n,n)),real(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),...
    imag(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),'Autoscale','off','Color','c')
hold on
quiver(real(vas_fasor_pu(n,n))+real(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),...
    imag(vas_fasor_pu(n,n))+imag(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),real(j*(we/wb)*Xq(n,n)*ias_fasor_pu(n)),...
    imag(j*(we/wb)*Xq(n,n)*ias_fasor_pu(n)),'Autoscale','off','Color','c')
hold on
quiver(0,0,real(vv_v(n)),imag(vv_v(n)),'Autoscale','off','Color','c','linewidth',2)
hold on
quiver(0,0,real(vv_vv(n)),imag(vv_vv(n)),'Autoscale','off','Color','c','linewidth',2)
hold on
end
end
end
legend([p1,p2,p3,p4],'Generador 1','Generador 2','Generador 3','Generador 4')
legend boxoff
grid on

```

```

vl_pu_dq=zeros(1,4);vl_q_pu0=zeros(1,4);vl_d_pu0=zeros(1,4);vpl_pu=zeros(1,4);
V0_dq=zeros(1,4);V0_q_pu0=zeros(1,4);V0_d_pu0=zeros(1,4);Gamma0=zeros(1,4);
Ic_dq=zeros(1,4);iL0_q_pu0=zeros(1,4);iL0_d_pu0=zeros(1,4);
for n=1:4
    vl_pu_dq(n)=vl_pu(n)*(cos(delt0(3))-j*sin(delt0(3)));
    vl_q_pu0(n)=real(vl_pu_dq(n));
    vl_d_pu0(n)=-imag(vl_pu_dq(n));
    vpl_pu(n)=abs(vl_d_pu0(n)+j*vl_q_pu0(n));

    V0_dq(n)=V0(n)*(cos(delt0(3))-j*sin(delt0(3)));
    V0_q_pu0(n)=real(V0_dq(n));
    V0_d_pu0(n)=-imag(V0_dq(n));
    Gamma0(n)=angle(V0_d_pu0(n)+j*V0_q_pu0(n));

    Ic_dq(n)=Ic(n)*(cos(delt0(3))-j*sin(delt0(3)));
    iL0_q_pu0(n,n)=real(Ic_dq(n));
    iL0_d_pu0(n,n)=-imag(Ic_dq(n));
end
end

```

10.4. Cálculo de la matriz de red equivalente

```

function [Yfin]=matrizred(Y11,Y12,Y21,Y22)

YY=[Y11 Y12;
    Y21 Y22];
Yp11=[ Y11      zeros(4,2);
      zeros(2,4) zeros(2)];
Ypp11=[ Yp11      zeros(6) zeros(6) zeros(6);
       zeros(6)  Yp11      zeros(6) zeros(6);
       zeros(6) zeros(6)  Yp11      zeros(6);
       zeros(6) zeros(6) zeros(6)  Yp11   ];
nnn=5;
vvv=0;

for n=5:8
    for nn=1:4
        Ypp11(nn+vvv,nnn)=YY(nn,n);
        Ypp11(nn+vvv,nnn+1)=YY(nn,n+2);
        Ypp11(nnn,nn+vvv)=YY(n,nn);
        Ypp11(nnn+1,nn+vvv)=YY(n+2,nn);
    end

    Ypp11(nnn,nnn)=YY(n,n);
    Ypp11(nnn,nnn+1)=YY(n,n+2);
    Ypp11(nnn+1,nnn)=YY(n+2,n);
    Ypp11(nnn+1,nnn+1)=YY(n+2,n+2);

    nnn=6+nnn;
    vvv=6+vvv;
end

Ypp11=double(Ypp11);

Y12=[-0.1080+19.9994*j    0    0    0    0    0    ;
      0    -0.1080+19.9994*j  0    0    0    0    ;
      0    0    0    0    0    -0.1080+19.9994*j;
      0    0    0    0  -0.1080+19.9994*j    0    ];

Yp12p=zeros(6,4);
Ypp12p=[Yp12p Yp12p Yp12p Yp12p];
vvv=0;

for nn=1:4
    Y12(:,nn)=[];
    Y12(:,nn+1)=[];
    Ypp12p(1:4,1+vvv:4+vvv)=Y12;
    Y12=[-0.1080+19.9994*j    0    0    0    0    0    ;
         0    -0.1080+19.9994*j  0    0    0    0    ;
         0    0    0    0    0    -0.1080+19.9994*j;
         0    0    0    0  -0.1080+19.9994*j    0    ];
    vvv=4+vvv;
end

vvv=0;
for nn=1:4
    Yk1=Y22(nn,:);
    Yk2=Y22(nn+2,:);
    Yk1(:,nn)=[];
    Yk1(:,nn+1)=[];

```

```

Yk2(:,nn)=[];
Yk2(:,nn+1)=[];
Ypp12p(5,1+vvv:4+vvv)=Yk1;
Ypp12p(6,1+vvv:4+vvv)=Yk2;
vvv=4+vvv;
end

Ypp12p=double(Ypp12p);

Y21=[-0.1080+19.9994*j    0    0    0    ;
      0    -0.1080+19.9994*j    0    0    ;
      0    0    0    0    ;
      0    0    0    0    ;
      0    0    0    -0.1080+19.9994*j;
      0    0    -0.1080+19.9994*j    0    ];

Yp21p=zeros(4,6);
Ypp21p=[Yp21p; Yp21p; Yp21p; Yp21p];
vvv=0;

for nn=1:4
    Y21(nn,:)=[];
    Y21(nn+1,:)=[];
    Ypp21p(1+vvv:4+vvv,1:4)=Y21;
    Y21=[-0.1080+19.9994*j    0    0    0    ;
          0    -0.1080+19.9994*j    0    0    ;
          0    0    0    0    ;
          0    0    0    0    ;
          0    0    0    -0.1080+19.9994*j;
          0    0    -0.1080+19.9994*j    0    ];
    vvv=4+vvv;
end

vvv=0;
for nn=1:4
    Ykk1=Y22(:,nn);
    Ykk2=Y22(:,nn+2);
    Ykk1(nn,:)=[];
    Ykk1(nn+1,:)=[];
    Ykk2(nn,:)=[];
    Ykk2(nn+1,:)=[];
    Ypp21p(1+vvv:4+vvv,5)=Ykk1;
    Ypp21p(1+vvv:4+vvv,5)=Ykk2;
    vvv=4+vvv;
end
Ypp21p=double(Ypp21p);

```

```

Y22=[4.068-59.5775*j   -3.96+39.6*j       0           0           0           0           ;
      -3.96+39.6*j   15.4956-76.3894*j  -1.8+18*j      0           0           0           ;
      0             -1.8+18*j          3.6-35.615*j   -1.8+18*j    0           0           ;
      0             0                 -1.8+18*j     29.9578-114.2124*j -9.9+99.01*j  0           ;
      0             0                 0             -9.9+99.01*j  13.968-158.5788*j -3.96+39.6*j ;
      0             0                 0             0             -3.96+39.6*j  4.068-59.5775*j];
Ypp22=zeros(16);

vvv=0;

for nn=1:4
    Y22(nn,:)=[];
    Y22(nn+1,:)=[];
    Y22(:,nn)=[];
    Y22(:,nn+1)=[];
    Ypp22(1+vvv:4+vvv,1+vvv:4+vvv)=Y22;
    Y22=[4.068-59.5775*j   -3.96+39.6*j       0           0           0           0           ;
          -3.96+39.6*j   15.4956-76.3894*j  -1.8+18*j      0           0           0           ;
          0             -1.8+18*j          3.6-35.615*j   -1.8+18*j    0           0           ;
          0             0                 -1.8+18*j     29.9578-114.2124*j -9.9+99.01*j  0           ;
          0             0                 0             -9.9+99.01*j  13.968-158.5788*j -3.96+39.6*j ;
          0             0                 0             0             -3.96+39.6*j  4.068-59.5775*j];
    vvv=4+vvv;
end

Ypp22=double(Ypp22);

Y=zeros(40);
hh=0;
hhh=0;
hhhh=0;

for ii=1:4
    Y(1+hh:6+hh,1+hh:6+hh)=Ypp11(1+hhh:6+hhh,1+hhh:6+hhh);
    Y(7+hh:10+hh,7+hh:10+hh)=Ypp22(1+hhhh:4+hhhh,1+hhhh:4+hhhh);
    Y(1+hh:6+hh,7+hh:10+hh)=Ypp12p(1:6,1+hhhh:4+hhhh);
    Y(7+hh:10+hh,1+hh:6+hh)=Ypp21p(1+hhhh:4+hhhh,1:6);
    hh=10+hh;
    hhh=6+hhh;
    hhhh=4+hhhh;
end

```

```
Y=double(Y);

Yfin=zeros(24);
cv=0;
cu=0;

for ii=1:4
    Yfin(1+cv:6+cv,1+cv:6+cv)=Y(1+cu:6+cu,1+cu:6+cu)-...
        (Y(1+cu:6+cu,7+cu:10+cu)*(inv(Y(7+cu:10+cu,7+cu:10+cu)))*Y(7+cu:10+cu,1+cu:6+cu));
    cv=6+cv;
    cu=10+cu;
end

end
```


10.5. Ecuaciones linealizadas de las componentes de las corrientes y del voltaje en el punto donde se instala el compensador en el marco de referencia dq

```

function [Fdd,Gdd,Hdd,Fqq,Gqq,Hqq,Ldd_c,Ldd_VDC,Ldd_Gamma,Lqq_c,Lqq_VDC,...
    Lqq_Gamma,add_delt,add_Epq,add_iq,aqq_delt,aqq_Epq,aqq_iq,add_c,...
    add_VDC,add_Gamma,aqq_c,aqq_VDC,aqq_Gamma,bdd_Epq,bdd_iq,bdd_delt,...
    bdd_c,bdd_VDC,bdd_Gamma,bqq_Epq,bqq_iq,bqq_delt,bqq_c,bqq_VDC,...
    bqq_Gamma,Y21p,Y22p,YLL_abs,YLL_angle,YLK_abs,YLK_angle,Y2,Y1L,YL2]=...
    FGHLLlineal(Yfin,Xq,Xpd,E_pq0,delt0,ip_rqs_pu0,Y22,Xsdt,m0,VDC0,Gamma0,k)

Y11p=zeros(16);
Y12p=zeros(16,2);
Y21p=zeros(2,16);
Y22p=zeros(8);
iii=0;
iiii=0;
mm=0;

for ii=1:4
    Y11p(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=Yfin(1+iiii:4+iiii,1+iiii:4+iiii);
    Y12p(1+iii:4+iii,1:2)=Yfin(1+iiii:4+iiii,5+iiii:6+iiii);
    Y21p(1:2,1+iii:4+iii)=Yfin(5+iiii:6+iiii,1+iiii:4+iiii);
    Y22p(1+mm:2+mm,1+mm:2+mm)=Yfin(5+iiii:6+iiii,5+iiii:6+iiii);
    iii=4+iii;
    iiii=6+iiii;

    mm=mm+2;
end
Y11p=double(Y11p);
Y12p=double(Y12p);
Y21p=double(Y21p);
Y22p=double(Y22p);

Y1L=zeros(1,4);
YL2=zeros(1,4);
for ii=1:4
    Y1L(ii)=Y22(ii,ii+1);
    YL2(ii)=Y22(ii+1,ii+2);
end

Ysdt=zeros(1,4);
for ii=1:4
    Ysdt(ii)=1/(Xsdt(ii)*1j);
end

Y1=zeros(8);uu=0;
for ii=1:4
    Y1(1+uu,1+uu)=(1/Y1L(ii))+(1/Ysdt(ii));
    Y1(1+uu,2+uu)=1/Ysdt(ii);
    Y1(2+uu,1+uu)=1/Ysdt(ii);
    Y1(2+uu,2+uu)=(1/YL2(ii))+(1/Ysdt(ii));

    uu=uu+2;
end

Y2=zeros(8);uu=0;
for ii=1:4
    Y2(1+uu,1+uu)=Y22p(1+uu,1+uu)+Y22p(1+uu,2+uu);
    Y2(2+uu,2+uu)=Y22p(2+uu,2+uu)+Y22p(2+uu,1+uu);

```

```

    uu=uu+2;
end

YL=zeros(8);uu=0;
for ii=1:4
    YL(1+uu:2+uu,1+uu:2+uu)=eye(2)+...
        (Y1(1+uu:2+uu,1+uu:2+uu)*Y2(1+uu:2+uu,1+uu:2+uu));
    uu=uu+2;
end

C=zeros(16,1);uu=0;vv=0;
for ii=1:4
    C(1+uu:4+uu,1)=Y12p(1+uu:4+uu,1:2)*(inv(YL(1+vv:2+vv,1+vv:2+vv)))*[1;1];

    uu=uu+4;
    vv=vv+2;
end

Y=zeros(16);uu=0;vv=0;
for ii=1:4
    Y(1+uu:4+uu,1+uu:4+uu)=Y11p(1+uu:4+uu,1+uu:4+uu)-...
        (Y12p(1+uu:4+uu,1:2)*(inv(YL(1+vv:2+vv,1+vv:2+vv)))*...
        Y1(1+vv:2+vv,1+vv:2+vv)*Y21p(1:2,1+uu:4+uu));

    uu=uu+4;
    vv=vv+2;
end

C_abs=abs(C);
C_angle=angle(C);
Y_abs=abs(Y);
Y_angle=angle(Y);

syms E_pq
syms u delt
syms ip_rqs_pu
syms m VDC Gamma

Fdd=sym(zeros(16));Fddp=sym(zeros(1,16));Gdd=sym(zeros(16));Hdd=sym(zeros(16));
Fqq=sym(zeros(16));Fqqp=sym(zeros(1,16));Gqq=sym(zeros(16));Hqq=sym(zeros(16));
Ldd_c=sym(zeros(16,1));Ldd_VDC=sym(zeros(16,1));Ldd_Gamma=sym(zeros(16,1));
Lqq_c=sym(zeros(16,1));Lqq_VDC=sym(zeros(16,1));Lqq_Gamma=sym(zeros(16,1));

```

```

iii=0;
for ii=1:4
    for v=1:4
        for mm=1:4
            u0=delt0(v)-delt0(mm);
            i_rds_pu=-(C_abs(v+iii,1)*(m*k)*VDC*sin(Gamma+C_angle(v+iii,1)-delt))+...
                (Y_abs(v+iii,mm+iii)*(-(E_pq*sin(Y_angle(v+iii,mm+iii)-u))+...
                    ((Xq(mm,mm)-Xpd(mm,mm))*ip_rqs_pu*cos(Y_angle(v+iii,mm+iii)-u))));

            Gdd(v+iii,mm+iii)=diff(i_rds_pu,E_pq);
            Gdd(v+iii,mm+iii)=subs(Gdd(v+iii,mm+iii),[E_pq,delt,u,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
                [E_pq0(mm,mm),delt0(v),u0,ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
            Gdd(v+iii,mm+iii)=double(Gdd(v+iii,mm+iii));
            Hdd(v+iii,mm+iii)=diff(i_rds_pu,ip_rqs_pu);
            Hdd(v+iii,mm+iii)=subs(Hdd(v+iii,mm+iii),[E_pq,delt,u,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
                [E_pq0(mm,mm),delt0(v),u0,ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
            Hdd(v+iii,mm+iii)=double(Hdd(v+iii,mm+iii));

            if v~=mm
                Fdd(v+iii,mm+iii)=diff(i_rds_pu,u);
                Fdd(v+iii,mm+iii)=subs(Fdd(v+iii,mm+iii),[E_pq,delt,u,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
                    [E_pq0(mm,mm),delt0(v),u0,ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
                Fdd(v+iii,mm+iii)=double(Fdd(v+iii,mm+iii));
            end

            i_rqs_pu=(C_abs(v+iii,1)*(m*k)*VDC*cos(Gamma+C_angle(v+iii,1)-delt))+...
                (Y_abs(v+iii,mm+iii)*((E_pq*cos(Y_angle(v+iii,mm+iii)-u))+...
                    ((Xq(mm,mm)-Xpd(mm,mm))*ip_rqs_pu*sin(Y_angle(v+iii,mm+iii)-u))));

            Gqq(v+iii,mm+iii)=diff(i_rqs_pu,E_pq);
            Gqq(v+iii,mm+iii)=subs(Gqq(v+iii,mm+iii),[E_pq,delt,u,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
                [E_pq0(mm,mm),delt0(v),u0,ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
            Gqq(v+iii,mm+iii)=double(Gqq(v+iii,mm+iii));
            Hqq(v+iii,mm+iii)=diff(i_rqs_pu,ip_rqs_pu);
            Hqq(v+iii,mm+iii)=subs(Hqq(v+iii,mm+iii),[E_pq,delt,u,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
                [E_pq0(mm,mm),delt0(v),u0,ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
            Hqq(v+iii,mm+iii)=double(Hqq(v+iii,mm+iii));

            if v~=mm
                Fqq(v+iii,mm+iii)=diff(i_rqs_pu,u);

```

```

    Fqq(v+iii,mm+iii)=subs(Fqq(v+iii,mm+iii),[E_pq,delt,u,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
        [E_pq0(mm,mm),delt0(v),u0,ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
    Fqq(v+iii,mm+iii)=double(Fqq(v+iii,mm+iii));
end
end

Ldd_c(v+iii,1)=diff(i_rds_pu,m);
Ldd_c(v+iii,1)=subs(Ldd_c(v+iii,1),[E_pq,delt,u,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
    [E_pq0(mm,mm),delt0(v),u0,ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
Ldd_c(v+iii,1)=double(Ldd_c(v+iii,1));
Ldd_VDC(v+iii,1)=diff(i_rds_pu,VDC);
Ldd_VDC(v+iii,1)=subs(Ldd_VDC(v+iii,1),[E_pq,delt,u,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
    [E_pq0(mm,mm),delt0(v),u0,ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
Ldd_VDC(v+iii,1)=double(Ldd_VDC(v+iii,1));
Ldd_Gamma(v+iii,1)=diff(i_rds_pu,Gamma);
Ldd_Gamma(v+iii,1)=subs(Ldd_Gamma(v+iii,1),[E_pq,delt,u,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
    [E_pq0(mm,mm),delt0(v),u0,ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
Ldd_Gamma(v+iii,1)=double(Ldd_Gamma(v+iii,1));

Lqq_c(v+iii,1)=diff(i_rqs_pu,m);
Lqq_c(v+iii,1)=subs(Lqq_c(v+iii,1),[E_pq,delt,u,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
    [E_pq0(mm,mm),delt0(v),u0,ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
Lqq_c(v+iii,1)=double(Lqq_c(v+iii,1));
Lqq_VDC(v+iii,1)=diff(i_rqs_pu,VDC);
Lqq_VDC(v+iii,1)=subs(Lqq_VDC(v+iii,1),[E_pq,delt,u,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
    [E_pq0(mm,mm),delt0(v),u0,ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
Lqq_VDC(v+iii,1)=double(Lqq_VDC(v+iii,1));
Lqq_Gamma(v+iii,1)=diff(i_rqs_pu,Gamma);
Lqq_Gamma(v+iii,1)=subs(Lqq_Gamma(v+iii,1),[E_pq,delt,u,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
    [E_pq0(mm,mm),delt0(v),u0,ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
Lqq_Gamma(v+iii,1)=double(Lqq_Gamma(v+iii,1));

Fddp(1,v+iii)=diff(i_rds_pu,delt);
Fddp(1,v+iii)=subs(Fddp(1,v+iii),[E_pq,delt,u,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
    [E_pq0(mm,mm),delt0(v),u0,ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
Fddp(1,v+iii)=double(Fddp(1,v+iii));

Fqqp(1,v+iii)=diff(i_rqs_pu,delt);
Fqqp(1,v+iii)=subs(Fqqp(1,v+iii),[E_pq,delt,u,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
    [E_pq0(mm,mm),delt0(v),u0,ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
Fqqp(1,v+iii)=double(Fqqp(1,v+iii));

```

```

if v==1
    Fdd(1+iii,1+iii)=-(Fddp(1,v+iii)+Fdd(1+iii,2+iii)+Fdd(1+iii,3+iii)+Fdd(1+iii,4+iii));
    Fqq(1+iii,1+iii)=-(Fqqp(1,v+iii)+Fqq(1+iii,2+iii)+Fqq(1+iii,3+iii)+Fqq(1+iii,4+iii));
else
    if v==2
        Fdd(2+iii,2+iii)=-(Fddp(1,v+iii)+Fdd(2+iii,1+iii)+Fdd(2+iii,3+iii)+Fdd(2+iii,4+iii));
        Fqq(2+iii,2+iii)=-(Fqqp(1,v+iii)+Fqq(2+iii,1+iii)+Fqq(2+iii,3+iii)+Fqq(2+iii,4+iii));
    else
        if v==3
            Fdd(3+iii,3+iii)=-(Fddp(1,v+iii)+Fdd(3+iii,1+iii)+Fdd(3+iii,2+iii)+Fdd(3+iii,4+iii));
            Fqq(3+iii,3+iii)=-(Fqqp(1,v+iii)+Fqq(3+iii,1+iii)+Fqq(3+iii,2+iii)+Fqq(3+iii,4+iii));
        else
            Fdd(4+iii,4+iii)=-(Fddp(1,v+iii)+Fdd(4+iii,1+iii)+Fdd(4+iii,2+iii)+Fdd(4+iii,3+iii));
            Fqq(4+iii,4+iii)=-(Fqqp(1,v+iii)+Fqq(4+iii,1+iii)+Fqq(4+iii,2+iii)+Fqq(4+iii,3+iii));
        end
    end
end
end
end
iii=4+iii;
end
double(Gdd);double(Hdd);double(Ldd_c);double(Ldd_VDC);double(Ldd_Gamma);Fdd=-double(Fdd);
double(Gqq);double(Hqq);double(Lqq_c);double(Lqq_VDC);double(Lqq_Gamma);Fqq=-double(Fqq);

YLL=zeros(1,4);uu=0;
for ii=1:4
    YLL(ii)=[1 1]*(inv(Y1(1+uu:2+uu,1+uu:2+uu)))*((inv(YL(1+uu:2+uu,1+uu:2+uu)))-eye(2))*[1;1];
    uu=uu+2;
end

YLL_abs=abs(YLL);
YLL_angle=angle(YLL);

YLK=zeros(1,16);vv=0;uu=0;
for ii=1:4
    YLK(1,1+vv:4+vv)=-[1 1]*(inv(Y1(1+uu:2+uu,1+uu:2+uu)))*...
        (inv(YL(1+uu:2+uu,1+uu:2+uu)))*Y1(1+uu:2+uu,1+uu:2+uu)*Y21p(1:2,1+vv:4+vv);

    uu=uu+2;
    vv=vv+4;
end

```

```

YLK_abs=abs(YLK);
YLK_angle=angle(YLK);

add_delt=sym(zeros(1,16));add_Epq=sym(zeros(1,16));add_iq=sym(zeros(1,16));
aqq_delt=sym(zeros(1,16));aqq_Epq=sym(zeros(1,16));aqq_iq=sym(zeros(1,16));
add_c=sym(zeros(1,4));add_VDC=sym(zeros(1,4));add_Gamma=sym(zeros(1,4));
aqq_c=sym(zeros(1,4));aqq_VDC=sym(zeros(1,4));aqq_Gamma=sym(zeros(1,4));

iii=0;
for ii=1:4
    for mm=1:4
        iL0_d_pu=(YLL_abs(1,ii)*(m*k)*VDC*cos(YLL_angle(1,ii)+Gamma))+...
            (YLK_abs(1,mm+iii)*((E_pq*cos(delt+YLK_angle(1,mm+iii)))+...
                ((Xq(mm,mm)-Xpd(mm,mm))*ip_rqs_pu*sin(delt+YLK_angle(1,mm+iii)))));

        add_Epq(1,mm+iii)=diff(iL0_d_pu,E_pq);
        add_Epq(1,mm+iii)=subs(add_Epq(1,mm+iii),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
            [E_pq0(mm,mm),delt0(mm),ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
        add_Epq(1,mm+iii)=double(add_Epq(1,mm+iii));
        add_iq(1,mm+iii)=diff(iL0_d_pu,ip_rqs_pu);
        add_iq(1,mm+iii)=subs(add_iq(1,mm+iii),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
            [E_pq0(mm,mm),delt0(mm),ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
        add_iq(1,mm+iii)=double(add_iq(1,mm+iii));
        add_delt(1,mm+iii)=diff(iL0_d_pu,delt);
        add_delt(1,mm+iii)=subs(add_delt(1,mm+iii),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
            [E_pq0(mm,mm),delt0(mm),ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
        add_delt(1,mm+iii)=double(add_delt(1,mm+iii));

        iL0_q_pu=(YLL_abs(1,ii)*(m*k)*VDC*sin(YLL_angle(1,ii)+Gamma))+...
            (YLK_abs(1,mm+iii)*((E_pq*sin(delt+YLK_angle(1,mm+iii)))-...
                ((Xq(mm,mm)-Xpd(mm,mm))*ip_rqs_pu*cos(delt+YLK_angle(1,mm+iii)))));

        aqq_Epq(1,mm+iii)=diff(iL0_q_pu,E_pq);
        aqq_Epq(1,mm+iii)=subs(aqq_Epq(1,mm+iii),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
            [E_pq0(mm,mm),delt0(mm),ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
        aqq_Epq(1,mm+iii)=double(aqq_Epq(1,mm+iii));
        aqq_iq(1,mm+iii)=diff(iL0_q_pu,ip_rqs_pu);
        aqq_iq(1,mm+iii)=subs(aqq_iq(1,mm+iii),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
            [E_pq0(mm,mm),delt0(mm),ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
    end
end

```

```

    aqq_iq(1,mm+iii)=double(aqq_iq(1,mm+iii));
    aqq_delt(1,mm+iii)=diff(iL0_q_pu,delt);
    aqq_delt(1,mm+iii)=subs(aqq_delt(1,mm+iii),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
        [E_pq0(mm,mm),delt0(mm),ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
    aqq_delt(1,mm+iii)=double(aqq_delt(1,mm+iii));

```

end

```

add_c(1,ii)=diff(iL0_d_pu,m);
add_c(1,ii)=subs(add_c(1,ii),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
    [E_pq0(mm,mm),delt0(mm),ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
add_c(1,ii)=double(add_c(1,ii));
add_VDC(1,ii)=diff(iL0_d_pu,VDC);
add_VDC(1,ii)=subs(add_VDC(1,ii),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
    [E_pq0(mm,mm),delt0(mm),ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
add_VDC(1,ii)=double(add_VDC(1,ii));
add_Gamma(1,ii)=diff(iL0_d_pu,Gamma);
add_Gamma(1,ii)=subs(add_Gamma(1,ii),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
    [E_pq0(mm,mm),delt0(mm),ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
add_Gamma(1,ii)=double(add_Gamma(1,ii));

```

```

aqq_c(1,ii)=diff(iL0_q_pu,m);
aqq_c(1,ii)=subs(aqq_c(1,ii),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
    [E_pq0(mm,mm),delt0(mm),ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
aqq_c(1,ii)=double(aqq_c(1,ii));
aqq_VDC(1,ii)=diff(iL0_q_pu,VDC);
aqq_VDC(1,ii)=subs(aqq_VDC(1,ii),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
    [E_pq0(mm,mm),delt0(mm),ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
aqq_VDC(1,ii)=double(aqq_VDC(1,ii));
aqq_Gamma(1,ii)=diff(iL0_q_pu,Gamma);
aqq_Gamma(1,ii)=subs(aqq_Gamma(1,ii),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
    [E_pq0(mm,mm),delt0(mm),ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
aqq_Gamma(1,ii)=double(aqq_Gamma(1,ii));

```

iii=4+iii;

end

```

double(add_Epq);double(add_iq);double(add_c);double(aqq_Epq);
double(aqq_iq);double(aqq_c);double(add_delt);double(aqq_delt);

```

```

bdd_delt=sym(zeros(1,16));bdd_Epq=sym(zeros(1,16));bdd_iq=sym(zeros(1,16));
bqq_delt=sym(zeros(1,16));bqq_Epq=sym(zeros(1,16));bqq_iq=sym(zeros(1,16));

```

```

bdd_c=sym(zeros(1,4));bdd_VDC=sym(zeros(1,4));bdd_Gamma=sym(zeros(1,4));
bqq_c=sym(zeros(1,4));bqq_VDC=sym(zeros(1,4));bqq_Gamma=sym(zeros(1,4));

iii=0;
for ii=1:4
    for mm=1:4

        vl_d_pu=((m*k)*VDC*cos(Gamma))-(Xsdt(ii)*YLL_abs(1,ii)*(m*k)*VDC*sin(YLL_angle(1,ii)+Gamma))-...
            (Xsdt(ii)*(YLK_abs(1,mm+iii)*((E_pq*sin(delt+YLK_angle(1,mm+iii)))-...
                ((Xq(mm,mm)-Xpd(mm,mm))*ip_rqs_pu*cos(delt+YLK_angle(1,mm+iii))))));

        bdd_Epq(1,mm+iii)=diff(vl_d_pu,E_pq);
        bdd_Epq(1,mm+iii)=subs(bdd_Epq(1,mm+iii),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
            [E_pq0(mm,mm),delt0(mm),ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
        bdd_Epq(1,mm+iii)=double(bdd_Epq(1,mm+iii));
        bdd_iq(1,mm+iii)=diff(vl_d_pu,ip_rqs_pu);
        bdd_iq(1,mm+iii)=subs(bdd_iq(1,mm+iii),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
            [E_pq0(mm,mm),delt0(mm),ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
        bdd_iq(1,mm+iii)=double(bdd_iq(1,mm+iii));
        bdd_delt(1,mm+iii)=diff(vl_d_pu,delt);
        bdd_delt(1,mm+iii)=subs(bdd_delt(1,mm+iii),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
            [E_pq0(mm,mm),delt0(mm),ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
        bdd_delt(1,mm+iii)=double(bdd_delt(1,mm+iii));

        vl_q_pu=((m*k)*VDC*sin(Gamma))+(Xsdt(ii)*YLL_abs(1,ii)*(m*k)*VDC*cos(YLL_angle(1,ii)+Gamma))+...
            (Xsdt(ii)*(YLK_abs(1,mm+iii)*((E_pq*cos(delt+YLK_angle(1,mm+iii)))+...
                ((Xq(mm,mm)-Xpd(mm,mm))*ip_rqs_pu*sin(delt+YLK_angle(1,mm+iii))))));

        bqq_Epq(1,mm+iii)=diff(vl_q_pu,E_pq);
        bqq_Epq(1,mm+iii)=subs(bqq_Epq(1,mm+iii),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
            [E_pq0(mm,mm),delt0(mm),ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
        bqq_Epq(1,mm+iii)=double(bqq_Epq(1,mm+iii));
        bqq_iq(1,mm+iii)=diff(vl_q_pu,ip_rqs_pu);
        bqq_iq(1,mm+iii)=subs(bqq_iq(1,mm+iii),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
            [E_pq0(mm,mm),delt0(mm),ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
        bqq_iq(1,mm+iii)=double(bqq_iq(1,mm+iii));
        bqq_delt(1,mm+iii)=diff(vl_q_pu,delt);
        bqq_delt(1,mm+iii)=subs(bqq_delt(1,mm+iii),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
            [E_pq0(mm,mm),delt0(mm),ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
        bqq_delt(1,mm+iii)=double(bqq_delt(1,mm+iii));
    end
end

```


end

```

bdd_c(1,ii)=diff(vl_d_pu,m);
bdd_c(1,ii)=subs(bdd_c(1,ii),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
[E_pq0(mm,mm),delt0(mm),ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
bdd_c(1,ii)=double(bdd_c(1,ii));
bdd_VDC(1,ii)=diff(vl_d_pu,VDC);
bdd_VDC(1,ii)=subs(bdd_VDC(1,ii),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
[E_pq0(mm,mm),delt0(mm),ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
bdd_VDC(1,ii)=double(bdd_VDC(1,ii));
bdd_Gamma(1,ii)=diff(vl_d_pu,Gamma);
bdd_Gamma(1,ii)=subs(bdd_Gamma(1,ii),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
[E_pq0(mm,mm),delt0(mm),ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
bdd_Gamma(1,ii)=double(bdd_Gamma(1,ii));

```

```

bqq_c(1,ii)=diff(vl_q_pu,m);
bqq_c(1,ii)=subs(bqq_c(1,ii),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
[E_pq0(mm,mm),delt0(mm),ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
bqq_c(1,ii)=double(bqq_c(1,ii));
bqq_VDC(1,ii)=diff(vl_q_pu,VDC);
bqq_VDC(1,ii)=subs(bqq_VDC(1,ii),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
[E_pq0(mm,mm),delt0(mm),ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
bqq_VDC(1,ii)=double(bqq_VDC(1,ii));
bqq_Gamma(1,ii)=diff(vl_q_pu,Gamma);
bqq_Gamma(1,ii)=subs(bqq_Gamma(1,ii),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
[E_pq0(mm,mm),delt0(mm),ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
bqq_Gamma(1,ii)=double(bqq_Gamma(1,ii));

```

iii=4+iii;

end
end

10.6. Cálculo de las constantes K del modelo de Heffron-Phillips

```

function [Kp1,Kp2,Kpp_c,Kpp_VDC,Kp_phi,Kp3,Kp4,Kpq_c,...
    Kpq_VDC,Kq_phi,Kp5,Kp6,Kpv_c,Kpv_VDC,Kv_phi,...
    Kp7,Kp8,Kp9,Kp10,Kp11,K12,Cp1,Cp2,Cp3,Cp4,Cp5,Lq_c,...
    Lq_VDC,Lq_Gamma,Gq,Fq,Kg_c,Kg_VDC,Kg_delt,Kg_Epq,...
    Kg_phi]=constantesK(Fdd,Gdd,Hdd,Fqq,Gqq,Hqq,...
    Ldd_c,Ldd_VDC,Ldd_Gamma,Lqq_c,Lqq_VDC,Lqq_Gamma,...
    add_delt,add_Epq,add_iq,aqq_delt,aqq_Epq,aqq_iq,...
    add_c,add_VDC,add_Gamma,aqq_c,aqq_VDC,aqq_Gamma,...
    vpas_fasor_pu,vp_rqs_pu0,vp_rds_pu0,E_pq0,ip_rds_pu0,...
    ip_rqs_pu0,Xq,Xpd,Xd,CDC,m0,k,Gamma0,iL0_d_pu0,...
    iL0_q_pu0,vpl_pu,vl_d_pu0,vl_q_pu0,bdd_Epq,...
    bdd_iq,bdd_delt,bdd_c,bdd_VDC,bdd_Gamma,bqq_Epq,...
    bqq_iq,bqq_delt,bqq_c,bqq_VDC,bqq_Gamma)

I=eye(4);
iii=0;
Fq=zeros(16);Gq=zeros(16);Lq_c=zeros(16,1);
Lq_VDC=zeros(16,1);Lq_Gamma=zeros(16,1);
Fd=zeros(16);Gd=zeros(16);Ld_c=zeros(16,1);
Ld_VDC=zeros(16,1);Ld_Gamma=zeros(16,1);
for ii=1:4
    Fq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=(inv(I-Hqq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)))*...
        Fqq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii);
    Gq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=(inv(I-Hqq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)))*...
        Gqq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii);
    Lq_c(1+iii:4+iii,1)=(inv(I-Hqq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)))*...
        Lqq_c(1+iii:4+iii,1);
    Lq_VDC(1+iii:4+iii,1)=(inv(I-Hqq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)))*...
        Lqq_VDC(1+iii:4+iii,1);
    Lq_Gamma(1+iii:4+iii,1)=(inv(I-Hqq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)))*...
        Lqq_Gamma(1+iii:4+iii,1);

    Fd(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=Fdd(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)+...
        (Hdd(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)*Fq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii));
    Gd(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=Gdd(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)+...
        (Hdd(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)*Gq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii));
    Ld_c(1+iii:4+iii,1)=Ldd_c(1+iii:4+iii,1)+...
        (Hdd(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)*Lq_c(1+iii:4+iii,1));
    Ld_VDC(1+iii:4+iii,1)=Ldd_VDC(1+iii:4+iii,1)+...
        (Hdd(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)*Lq_VDC(1+iii:4+iii,1));
    Ld_Gamma(1+iii:4+iii,1)=Ldd_Gamma(1+iii:4+iii,1)+...
        (Hdd(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)*Lq_Gamma(1+iii:4+iii,1));

    iii=4+iii;
end

iii=0;
ad_delt=zeros(1,16);ad_Epq=zeros(1,16);ad_c=zeros(1,4);
ad_VDC=zeros(1,4);ad_Gamma=zeros(1,4);
aq_delt=zeros(1,16);aq_Epq=zeros(1,16);aq_c=zeros(1,4);
aq_VDC=zeros(1,4);aq_Gamma=zeros(1,4);

```

```

for ii=1:4
    ad_delt(1,1+iii:4+iii)=(add_delt(1,1+iii:4+iii)+...
        (add_iq(1,1+iii:4+iii)*Fq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)));
    ad_Epq(1,1+iii:4+iii)=(add_Epq(1,1+iii:4+iii)+...
        (add_iq(1,1+iii:4+iii)*Gq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)));
    ad_c(ii)=(add_c(ii)+(add_iq(1,1+iii:4+iii)*Lq_c(1+iii:4+iii,1)));
    ad_VDC(ii)=(add_VDC(ii)+(add_iq(1,1+iii:4+iii)*Lq_VDC(1+iii:4+iii,1)));
    ad_Gamma(ii)=(add_Gamma(ii)+(add_iq(1,1+iii:4+iii)*Lq_Gamma(1+iii:4+iii,1)));

    aq_delt(1,1+iii:4+iii)=(aqq_delt(1,1+iii:4+iii)+...
        (aqq_iq(1,1+iii:4+iii)*Fq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)));
    aq_Epq(1,1+iii:4+iii)=(aqq_Epq(1,1+iii:4+iii)+...
        (aqq_iq(1,1+iii:4+iii)*Gq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)));
    aq_c(ii)=(aqq_c(ii)+(aqq_iq(1,1+iii:4+iii)*Lq_c(1+iii:4+iii,1)));
    aq_VDC(ii)=(aqq_VDC(ii)+(aqq_iq(1,1+iii:4+iii)*Lq_VDC(1+iii:4+iii,1)));
    aq_Gamma(ii)=(aqq_Gamma(ii)+(aqq_iq(1,1+iii:4+iii)*Lq_Gamma(1+iii:4+iii,1)));
    iii=4+iii;
end

iii=0;
bd_c=zeros(1,4);bd_VDC=zeros(1,4);bd_Gamma=zeros(1,4);bd_delt=zeros(1,16);bd_Epq=zeros(1,16);
bq_c=zeros(1,4);bq_VDC=zeros(1,4);bq_Gamma=zeros(1,4);bq_delt=zeros(1,16);bq_Epq=zeros(1,16);

for ii=1:4
    bd_delt(1,1+iii:4+iii)=bdd_delt(1,1+iii:4+iii)+...
        ((bdd_iq(1,1+iii:4+iii))*Fq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii));
    bd_Epq(1,1+iii:4+iii)=bdd_Epq(1,1+iii:4+iii)+...
        ((bdd_iq(1,1+iii:4+iii))*Gq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii));
    bd_c(ii)=bdd_c(1,ii)+((bdd_iq(1,1+iii:4+iii))*Lq_c(1+iii:4+iii,1));
    bd_VDC(ii)=bdd_VDC(1,ii)+((bdd_iq(1,1+iii:4+iii))*Lq_VDC(1+iii:4+iii,1));
    bd_Gamma(ii)=bdd_Gamma(1,ii)+...
        ((bdd_iq(1,1+iii:4+iii))*Lq_Gamma(1+iii:4+iii,1));

    bq_delt(1,1+iii:4+iii)=bqq_delt(1,1+iii:4+iii)+...
        ((bqq_iq(1,1+iii:4+iii))*Fq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii));
    bq_Epq(1,1+iii:4+iii)=bqq_Epq(1,1+iii:4+iii)+...
        ((bqq_iq(1,1+iii:4+iii))*Gq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii));
    bq_c(ii)=bqq_c(1,ii)+((bqq_iq(1,1+iii:4+iii))*Lq_c(1+iii:4+iii,1));
    bq_VDC(ii)=bqq_VDC(1,ii)+((bqq_iq(1,1+iii:4+iii))*Lq_VDC(1+iii:4+iii,1));
    bq_Gamma(ii)=bqq_Gamma(1,ii)+...
        ((bqq_iq(1,1+iii:4+iii))*Lq_Gamma(1+iii:4+iii,1));

```

```

    iii=iii+4;
end

K1=zeros(16);K2=zeros(16);Kp_c=zeros(16,1);Kp_VDC=zeros(16,1);Kp_Gamma=zeros(16,1);
K3=zeros(16);K4=zeros(16);Kq_c=zeros(16,1);Kq_VDC=zeros(16,1);Kq_Gamma=zeros(16,1);
K5=zeros(16);K6=zeros(16);Kv_c=zeros(16,1);Kv_VDC=zeros(16,1);Kv_Gamma=zeros(16,1);
iii=0;
for ii=1:4
    K1(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=(E_pq0+((Xq-Xpd)*ip_rds_pu0))*Fq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)+...
        ((Xq-Xpd)*ip_rqs_pu0*Fd(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii));
    K2(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=(E_pq0+((Xq-Xpd)*ip_rds_pu0))*Gq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)+...
        ip_rqs_pu0+((Xq-Xpd)*ip_rqs_pu0*Gd(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii));
    Kp_c(1+iii:4+iii,1)=(E_pq0+((Xq-Xpd)*ip_rds_pu0))*Lq_c(1+iii:4+iii,1)+...
        ((Xq-Xpd)*ip_rqs_pu0*Ld_c(1+iii:4+iii,1));
    Kp_VDC(1+iii:4+iii,1)=(E_pq0+((Xq-Xpd)*ip_rds_pu0))*Lq_VDC(1+iii:4+iii,1)+...
        ((Xq-Xpd)*ip_rqs_pu0*Ld_VDC(1+iii:4+iii,1));
    Kp_Gamma(1+iii:4+iii,1)=(E_pq0+((Xq-Xpd)*ip_rds_pu0))*Lq_Gamma(1+iii:4+iii,1)+...
        ((Xq-Xpd)*ip_rqs_pu0*Ld_Gamma(1+iii:4+iii,1));

    K3(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=I+((Xd-Xpd)*Gd(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii));
    K4(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=(Xd-Xpd)*Fd(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii);
    Kq_c(1+iii:4+iii,1)=(Xd-Xpd)*Ld_c(1+iii:4+iii,1);
    Kq_VDC(1+iii:4+iii,1)=(Xd-Xpd)*Ld_VDC(1+iii:4+iii,1);
    Kq_Gamma(1+iii:4+iii,1)=(Xd-Xpd)*Ld_Gamma(1+iii:4+iii,1);

    K5(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=(inv(vpas_fasor_pu))*((vp_rds_pu0*Xq*Fq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii))-...
        (vp_rqs_pu0*Xpd*Fd(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)));
    K6(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=(inv(vpas_fasor_pu))*((vp_rds_pu0*Xq*Gq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii))+...
        (vp_rqs_pu0*(I-(Xpd*Gd(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)))));
    Kv_c(1+iii:4+iii,1)=(inv(vpas_fasor_pu))*...
        ((vp_rds_pu0*Xq*Lq_c(1+iii:4+iii,1))-(vp_rqs_pu0*Xpd*Ld_c(1+iii:4+iii,1)));
    Kv_VDC(1+iii:4+iii,1)=(inv(vpas_fasor_pu))*...
        ((vp_rds_pu0*Xq*Lq_VDC(1+iii:4+iii,1))-(vp_rqs_pu0*Xpd*Ld_VDC(1+iii:4+iii,1)));
    Kv_Gamma(1+iii:4+iii,1)=(inv(vpas_fasor_pu))*...
        ((vp_rds_pu0*Xq*Lq_Gamma(1+iii:4+iii,1))-(vp_rqs_pu0*Xpd*Ld_Gamma(1+iii:4+iii,1)));
    iii=4+iii;
end

K7=zeros(1,16);K8=zeros(1,16);K9=zeros(1,4);K10=zeros(1,4);K11=zeros(1,4);K12=zeros(1,4);
iii=0;
for ii=1:4

```

```

K7(1,1+iii:4+iii)=(1/CDC)*((k*m0(ii))*cos(Gamma0(ii))*ad_delt(1,1+iii:4+iii))+...
    ((k*m0(ii))*sin(Gamma0(ii))*aq_delt(1,1+iii:4+iii));
K8(1,1+iii:4+iii)=(1/CDC)*((k*m0(ii))*cos(Gamma0(ii))*ad_Epq(1,1+iii:4+iii))+...
    ((k*m0(ii))*sin(Gamma0(ii))*aq_Epq(1,1+iii:4+iii));
K9(ii)=(1/CDC)*((k*m0(ii))*cos(Gamma0(ii))*ad_c(ii)+(k*iL0_d_pu0(ii))*cos(Gamma0(ii))+...
    ((k*m0(ii))*sin(Gamma0(ii))*aq_c(ii)+(k*iL0_q_pu0(ii))*sin(Gamma0(ii))));
K10(ii)=(1/CDC)*((k*m0(ii))*cos(Gamma0(ii))*ad_VDC(ii))+((k*m0(ii))*sin(Gamma0(ii))*aq_VDC(ii));
K11(ii)=(1/CDC)*((k*m0(ii))*cos(Gamma0(ii))*ad_Gamma(ii)-(iL0_d_pu0(ii))*(k*m0(ii))*sin(Gamma0(ii))+...
    ((k*m0(ii))*sin(Gamma0(ii))*aq_Gamma(ii)+(iL0_q_pu0(ii))*(k*m0(ii))*cos(Gamma0(ii))));
K12(ii)=1/CDC;
iii=iii+4;
end

C1=zeros(1,16);C2=zeros(1,16);C3=zeros(1,4);C4=zeros(1,4);C5=zeros(1,4);
iii=0;
for ii=1:4
    C1(1,1+iii:4+iii)=(1/vpl_pu(ii))*((vl_d_pu0(ii))*bd_delt(1,1+iii:4+iii)+(vl_q_pu0(ii))*bq_delt(1,1+iii:4+iii));
    C2(1,1+iii:4+iii)=(1/vpl_pu(ii))*((vl_d_pu0(ii))*bd_Epq(1,1+iii:4+iii)+(vl_q_pu0(ii))*bq_Epq(1,1+iii:4+iii));
    C3(ii)=(1/vpl_pu(ii))*((vl_d_pu0(ii))*bd_c(ii)+(vl_q_pu0(ii))*bq_c(ii));
    C4(ii)=(1/vpl_pu(ii))*((vl_d_pu0(ii))*bd_VDC(ii)+(vl_q_pu0(ii))*bq_VDC(ii));
    C5(ii)=(1/vpl_pu(ii))*((vl_d_pu0(ii))*bd_Gamma(ii)+(vl_q_pu0(ii))*bq_Gamma(ii));
    iii=iii+4;
end

Kg_c=zeros(1,4);Kg_VDC=zeros(1,4);Kg_delt=zeros(1,16);Kg_Epq=zeros(1,16);Kg_phi=zeros(1,4);
iii=0;
for ii=1:4
    tt0=1/(1+((vl_q_pu0(ii))/vl_d_pu0(ii))^2);
    Kg_delt(1,1+iii:4+iii)=(tt0*(((1/vl_d_pu0(ii))*(bd_delt(1,1+iii:4+iii)))-...
        ((vl_q_pu0(ii)/((vl_d_pu0(ii))^2))*(bq_delt(1,1+iii:4+iii))))*...
        (1/(1-(tt0*(((1/vl_d_pu0(ii))*(bd_Gamma(ii)))-((vl_q_pu0(ii)/((vl_d_pu0(ii))^2))*(bq_Gamma(ii)))))));
    Kg_Epq(1,1+iii:4+iii)=(tt0*(((1/vl_d_pu0(ii))*(bd_Epq(1,1+iii:4+iii)))-...
        ((vl_q_pu0(ii)/((vl_d_pu0(ii))^2))*(bq_Epq(1,1+iii:4+iii))))*...
        (1/(1-(tt0*(((1/vl_d_pu0(ii))*(bd_Gamma(ii)))-((vl_q_pu0(ii)/((vl_d_pu0(ii))^2))*(bq_Gamma(ii)))))));
    Kg_c(ii)=(tt0*(((1/vl_d_pu0(ii))*(bd_c(ii)))-((vl_q_pu0(ii)/((vl_d_pu0(ii))^2))*(bq_c(ii))))*...
        (1/(1-(tt0*(((1/vl_d_pu0(ii))*(bd_Gamma(ii)))-((vl_q_pu0(ii)/((vl_d_pu0(ii))^2))*(bq_Gamma(ii)))))));
    Kg_VDC(ii)=(tt0*(((1/vl_d_pu0(ii))*(bd_VDC(ii)))-((vl_q_pu0(ii)/((vl_d_pu0(ii))^2))*(bq_VDC(ii))))*...
        (1/(1-(tt0*(((1/vl_d_pu0(ii))*(bd_Gamma(ii)))-((vl_q_pu0(ii)/((vl_d_pu0(ii))^2))*(bq_Gamma(ii)))))));
    Kg_phi(ii)=(1/(1-(tt0*(((1/vl_d_pu0(ii))*(bd_Gamma(ii)))-((vl_q_pu0(ii)/((vl_d_pu0(ii))^2))*(bq_Gamma(ii)))))));
    iii=iii+4;
end

```

```

Kp1=zeros(16);Kp2=zeros(16);Kpp_c=zeros(1,16);Kpp_VDC=zeros(1,16);Kp_phi=zeros(1,16);
Kp3=zeros(16);Kp4=zeros(16);Kpq_c=zeros(1,16);Kpq_VDC=zeros(1,16);Kq_phi=zeros(1,16);
Kp5=zeros(16);Kp6=zeros(16);Kpv_c=zeros(16,1);Kpv_VDC=zeros(16,1);Kv_phi=zeros(16,1);
Kp7=zeros(1,16);Kp8=zeros(1,16);Kp9=zeros(1,4);Kp10=zeros(1,4);Kp11=zeros(1,4);
Cp1=zeros(1,16);Cp2=zeros(1,16);Cp3=zeros(1,4);Cp4=zeros(1,4);Cp5=zeros(1,4);

iii=0;
for ii=1:4
    Kp1(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=K1(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)+(Kp_Gamma(1+iii:4+iii,1)*Kg_delt(1,1+iii:4+iii));
    Kp2(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=K2(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)+(Kp_Gamma(1+iii:4+iii,1)*Kg_Epq(1,1+iii:4+iii));
    Kpp_c(1+iii:4+iii,1)=Kp_c(1+iii:4+iii,1)+(Kp_Gamma(1+iii:4+iii,1)*Kg_c(ii));
    Kpp_VDC(1+iii:4+iii,1)=Kp_VDC(1+iii:4+iii,1)+(Kp_Gamma(1+iii:4+iii,1)*Kg_VDC(ii));
    Kp_phi(1+iii:4+iii,1)=Kp_Gamma(1+iii:4+iii,1)*Kg_phi(ii);

    Kp3(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=K3(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)+(Kq_Gamma(1+iii:4+iii,1)*Kg_Epq(1,1+iii:4+iii));
    Kp4(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=K4(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)+(Kq_Gamma(1+iii:4+iii,1)*Kg_delt(1,1+iii:4+iii));
    Kpq_c(1+iii:4+iii,1)=Kq_c(1+iii:4+iii,1)+(Kq_Gamma(1+iii:4+iii,1)*Kg_c(ii));
    Kpq_VDC(1+iii:4+iii,1)=Kq_VDC(1+iii:4+iii,1)+(Kq_Gamma(1+iii:4+iii,1)*Kg_VDC(ii));
    Kq_phi(1+iii:4+iii,1)=Kq_Gamma(1+iii:4+iii,1)*Kg_phi(ii);

    Kp5(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=K5(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)+(Kv_Gamma(1+iii:4+iii,1)*Kg_delt(1,1+iii:4+iii));
    Kp6(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=K6(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)+(Kv_Gamma(1+iii:4+iii,1)*Kg_Epq(1,1+iii:4+iii));
    Kpv_c(1+iii:4+iii,1)=Kv_c(1+iii:4+iii,1)+(Kv_Gamma(1+iii:4+iii,1)*Kg_c(ii));
    Kpv_VDC(1+iii:4+iii,1)=Kv_VDC(1+iii:4+iii,1)+(Kv_Gamma(1+iii:4+iii,1)*Kg_VDC(ii));
    Kv_phi(1+iii:4+iii,1)=Kv_Gamma(1+iii:4+iii,1)*Kg_phi(ii);

    Kp7(1,1+iii:4+iii)=K7(1,1+iii:4+iii)+(K11(ii)*Kg_delt(1,1+iii:4+iii));
    Kp8(1,1+iii:4+iii)=K8(1,1+iii:4+iii)+(K11(ii)*Kg_Epq(1,1+iii:4+iii));
    Kp9(ii)=K9(ii)+(K11(ii)*Kg_c(ii));
    Kp10(ii)=K10(ii)+(K11(ii)*Kg_VDC(ii));
    Kp11(ii)=K11(ii)*Kg_phi(ii);

    Cp1(1,1+iii:4+iii)=C1(1,1+iii:4+iii)+(C5(ii)*Kg_delt(1,1+iii:4+iii));
    Cp2(1,1+iii:4+iii)=C2(1,1+iii:4+iii)+(C5(ii)*Kg_Epq(1,1+iii:4+iii));
    Cp3(ii)=C3(ii)+(C5(ii)*Kg_c(ii));
    Cp4(ii)=C4(ii)+(C5(ii)*Kg_VDC(ii));
    Cp5(ii)=C5(ii)*Kg_phi(ii);
    iii=iii+4;
end
end

```

10.7. Representación en el espacio de estados para el diseño del controlador PI de Δm y $\Delta \phi$

```

function [A,B,C,D,kpac,kiac,kpdc,kidc]=matrixxAB(Kp1,Kp2,Kpp_c,Kpp_VDC,Kp_phi,Kp3,Kp4,...
    Kpq_c,Kpq_VDC,Kq_phi,Kp5,Kp6,Kpv_c,Kpv_VDC,Kv_phi,Kp7,Kp8,Kp9,Kp10,Kp11,K12,Cp1,Cp2,Cp3,Cp4,Cp5,Tpd0,M,wb,DD,TA,KA,rbess)
A=zeros(68);B=zeros(68,40);C=zeros(2,68);D=zeros(2,40);
iii=0;vvv=0;tt=0;
I=eye(4);
kpac=zeros(1,4);kiac=zeros(1,4);kpdc=zeros(1,4);kidc=zeros(1,4);

for ii=1:4
    A(1+iii:17+iii,1+iii:17+iii)=...
[-inv(Tpd0)*Kp3(1+vvv:4+vvv,1+vvv:4+vvv) -inv(Tpd0)*Kp4(1+vvv:4+vvv,1+vvv:4+vvv) zeros(4) inv(Tpd0) -(inv(Tpd0))*Kpq_VDC(1+vvv:4+vvv,1);
zeros(4) zeros(4) wb*I zeros(4) zeros(4,1) ;
-inv(M)*Kp2(1+vvv:4+vvv,1+vvv:4+vvv) -inv(M)*Kp1(1+vvv:4+vvv,1+vvv:4+vvv) -wb*(inv(M))*DD zeros(4) -inv(M)*Kpp_VDC(1+vvv:4+vvv,1) ;
-inv(TA)*KA*Kp6(1+vvv:4+vvv,1+vvv:4+vvv) -inv(TA)*KA*Kp5(1+vvv:4+vvv,1+vvv:4+vvv) zeros(4) -inv(TA) -inv(TA)*KA*Kpv_VDC(1+vvv:4+vvv,1);
    Kp8(1,1+vvv:4+vvv) Kp7(1,1+vvv:4+vvv) zeros(1,4) zeros(1,4) Kp10(ii) ];
% Kp10(ii)-(K12(ii)/rbess)
    B(1+iii:17+iii,1+tt:10+tt)=...
    [ -inv(Tpd0)*Kpq_c(1+vvv:4+vvv,1) -inv(Tpd0)*Kq_phi(1+vvv:4+vvv,1) zeros(4) zeros(4) ;
      zeros(4,1) zeros(4,1) zeros(4) zeros(4) ;
      -inv(M)*Kpp_c(1+vvv:4+vvv,1) -inv(M)*Kp_phi(1+vvv:4+vvv,1) inv(M) zeros(4) ;
      -inv(TA)*KA*Kpv_c(1+vvv:4+vvv,1) -inv(TA)*KA*Kv_phi(1+vvv:4+vvv,1) zeros(4) (inv(TA))*KA ;
      Kp9(ii) Kp11(ii) zeros(1,4) zeros(1,4) ];
    C(1:2,1+iii:17+iii)=[Cp2(1,1+vvv:4+vvv) Cp1(1,1+vvv:4+vvv) zeros(1,4) zeros(1,4) Cp4(ii);
      zeros(1,4) zeros(1,4) zeros(1,4) zeros(1,4) 1 ];
    D(1:2,1+tt:10+tt)=[Cp3(ii) Cp5(ii) zeros(1,4) zeros(1,4);
      0 0 zeros(1,4) zeros(1,4)];
    [num1,den1]=ss2tf(A(1+iii:17+iii,1+iii:17+iii),B(1+iii:17+iii,1+tt:10+tt),C(1:2,1+iii:17+iii),D(1:2,1+tt:10+tt),1);
    gs1=tf(num1(1,:),den1);
    PI_VSC=pidtune(gs1,'PI')
    kpac(ii)=PI_VSC.Kp;kiac(ii)=PI_VSC.Ki;

    [num2,den2]=ss2tf(A(1+iii:17+iii,1+iii:17+iii),B(1+iii:17+iii,1+tt:10+tt),C(1:2,1+iii:17+iii),D(1:2,1+tt:10+tt),2);
    gs2=tf(num2(2,:),den2);
    PI_VSC1=pidtune(gs2,'PI')
    kpdc(ii)=PI_VSC1.Kp;kidc(ii)=PI_VSC1.Ki;

    iii=17+iii;vvv=4+vvv; tt=10+tt;
end
A=double(A);B=double(B);C=double(C);D=double(D);
end

```

10.8. Cálculo de las constantes K' del modelo de Heffron-Phillips

```

function [CC11, CC21, CC31, CC41, CC51, Kpp1, Kpp2, Kppp_VDC, ...
    Kp_ZU1, Kp_Z2, Kpp3, Kpp4, Kppq_VDC, Kq_ZU1, Kq_Z2, ...
    Kpp5, Kpp6, Kppv_VDC, Kv_ZU1, Kv_Z2, Kpp7, Kpp8, Kpp10, ...
    KDC_ZU1, KDC_Z2, Ca1, Cb1, Cc1, Cz1, Cz2]=constantesKpC...
    (Kp1, Kp2, Kpp_c, Kpp_VDC, Kp_phi, Kp3, Kp4, Kpq_c, ...
    Kppq_VDC, Kq_phi, Kp5, Kp6, Kpv_c, Kpv_VDC, Kv_phi, ...
    Kp7, Kp8, Kp9, Kp10, Kp11, Cp1, Cp2, Cp3, Cp4, Cp5, kpac, kiac, kpdc, K12, rbess)

CC11=zeros(1,16);CC21=zeros(1,16);
CC31=zeros(1,4);CC41=zeros(1,4);CC51=zeros(1,4);
Kpp1=zeros(16);Kpp2=zeros(16);Kppp_VDC=zeros(16,1);
Kp_ZU1=zeros(16,1);Kp_Z2=zeros(16,1);
Kpp3=zeros(16);Kpp4=zeros(16);Kppq_VDC=zeros(16,1);
Kq_ZU1=zeros(16,1);Kq_Z2=zeros(16,1);
Kpp5=zeros(16);Kpp6=zeros(16);Kppv_VDC=zeros(16,1);
Kv_ZU1=zeros(16,1);Kv_Z2=zeros(16,1);
Kpp7=zeros(1,16);Kpp8=zeros(1,16);Kpp10=zeros(1,4);
KDC_ZU1=zeros(1,4);KDC_Z2=zeros(1,4);
Ca1=zeros(1,16);Cb1=zeros(1,16);Cc1=zeros(1,4);
Cz1=zeros(1,4);Cz2=zeros(1,4);

iii=0;
for ii=1:4
    CC11(1,1+iii:4+iii)=-Cp1(1,1+iii:4+iii)*(kpac(ii)/(1+(kpac(ii)*Cp3(ii))))
    CC21(1,1+iii:4+iii)=-Cp2(1,1+iii:4+iii)*(kpac(ii)/(1+(kpac(ii)*Cp3(ii))))
    CC31(ii)=-Cp4(ii)-(kpdc(ii)*Cp5(ii))*(kpac(ii)/(1+(kpac(ii)*Cp3(ii))))
    CC41(ii)=-Cp5(ii)*(kpac(ii)/(1+(kpac(ii)*Cp3(ii))))
    CC51(ii)=1/(1+(kpac(ii)*Cp3(ii)))

    Kpp1(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=Kp1(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)+...
        (Kpp_c(1+iii:4+iii,1)*CC11(1,1+iii:4+iii))
    Kpp2(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=Kp2(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)+...
        (Kpp_c(1+iii:4+iii,1)*CC21(1,1+iii:4+iii))
    Kppp_VDC(1+iii:4+iii,1)=Kpp_VDC(1+iii:4+iii,1)+...
        (Kpp_c(1+iii:4+iii,1)*CC31(ii))-(Kp_phi(1+iii:4+iii,1)*kpdc(ii))
    Kp_ZU1(1+iii:4+iii,1)=Kpp_c(1+iii:4+iii,1)*CC51(ii)
    Kp_Z2(1+iii:4+iii,1)=Kp_phi(1+iii:4+iii,1)+...
        (Kpp_c(1+iii:4+iii,1)*CC41(ii))

    Kpp3(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=Kp3(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)+...
        (Kpq_c(1+iii:4+iii,1)*CC21(1,1+iii:4+iii))
    Kpp4(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=Kp4(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)+...
        (Kpq_c(1+iii:4+iii,1)*CC11(1,1+iii:4+iii))
    Kppq_VDC(1+iii:4+iii,1)=Kpq_VDC(1+iii:4+iii,1)+...
        (Kpq_c(1+iii:4+iii,1)*CC31(ii))-(Kq_phi(1+iii:4+iii,1)*kpdc(ii))
    Kq_ZU1(1+iii:4+iii,1)=Kpq_c(1+iii:4+iii,1)*CC51(ii)
    Kq_Z2(1+iii:4+iii,1)=Kq_phi(1+iii:4+iii,1)+...
        (Kpq_c(1+iii:4+iii,1)*CC41(ii))

    Kpp5(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=Kp5(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)+...
        (Kpv_c(1+iii:4+iii,1)*CC11(1,1+iii:4+iii))
    Kpp6(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)=Kp6(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii)+...
        (Kpv_c(1+iii:4+iii,1)*CC21(1,1+iii:4+iii))
    Kppv_VDC(1+iii:4+iii,1)=Kpv_VDC(1+iii:4+iii,1)+...
        (Kpv_c(1+iii:4+iii,1)*CC31(ii))-(Kv_phi(1+iii:4+iii,1)*kpdc(ii))
    Kv_ZU1(1+iii:4+iii,1)=Kpv_c(1+iii:4+iii,1)*CC51(ii)
    Kv_Z2(1+iii:4+iii,1)=Kv_phi(1+iii:4+iii,1)+...
        (Kpv_c(1+iii:4+iii,1)*CC41(ii))

```



```

Kpp7(1,1+iii:4+iii)=Kp7(1,1+iii:4+iii)+(Kp9(ii)*CC11(1,1+iii:4+iii))
Kpp8(1,1+iii:4+iii)=Kp8(1,1+iii:4+iii)+(Kp9(ii)*CC21(1,1+iii:4+iii))
Kpp10(ii)=Kp10(ii)+(Kp9(ii)*CC31(ii))-(Kp11(ii)*kpdc(ii))
KDC_ZU1(ii)=Kp9(ii)*CC51(ii)
KDC_Z2(ii)=Kp11(ii)+(Kp9(ii)*CC41(ii))

Ca1(1,1+iii:4+iii)=-kiac(ii)*Cp1(1,1+iii:4+iii)*...
    (1-(Cp3(ii)*(kpac(ii)/(1+(kpac(ii)*Cp3(ii))))))
Cb1(1,1+iii:4+iii)=-kiac(ii)*Cp2(1,1+iii:4+iii)*...
    (1-(Cp3(ii)*(kpac(ii)/(1+(kpac(ii)*Cp3(ii))))))
Cc1(ii)=kiac(ii)*(1-(Cp3(ii)*(kpac(ii)/(1+(kpac(ii)*Cp3(ii))))))*...
    ((Cp5(ii)*kpdc(ii))-Cp4(ii))
Czu1(ii)=-Cp3(ii)*(kiac(ii)/(1+(kiac(ii)*Cp3(ii))))
Cz2(ii)=-kiac(ii)*Cp5(ii)*(1-(Cp3(ii)*(kpac(ii)/(1+(kpac(ii)*Cp3(ii))))))

    iii=4+iii;
end
end
end

```

10.9. Representación en el espacio de estados considerando los controladores Δm

y $\Delta\phi$

```

function [A1,B1]=matrixxA1B1(wb,DD,Tpd0,M,TA,KA,Kpp1,...
Kpp2,Kppp_VDC,Kp_ZU1,Kp_Z2,Kpp3,Kpp4,Kppq_VDC,Kq_ZU1,Kq_Z2,...
    Kpp5,Kpp6,Kppv_VDC,Kv_ZU1,Kv_Z2,Kpp7,Kpp8,Kpp10,...
    KDC_ZU1,KDC_Z2,Ca1,Cb1,Cc1,Czu1,Cz2,kidc,K12,rbess)

A1=zeros(76);
B1=zeros(76,36);
iii=0;
vvv=0;
tt=0;
I=eye(4);

```

```

for ii=1:4
    A1(1+iii:19+iii,1+iii:19+iii)=...
    [- (inv(Tpd0)) *Kpp3(1+vvv:4+vvv,1+vvv:4+vvv) - (inv(Tpd0)) *Kpp4(1+vvv:4+vvv,1+vvv:4+vvv) ...
zeros(4)      inv(Tpd0)      - (inv(Tpd0)) *Kppq_VDC(1+vvv:4+vvv,1) - (inv(Tpd0)) *Kq_ZU1(1+vvv:4+vvv,1) - (inv(Tpd0)) *Kq_Z2(1+vvv:4+vvv,1) ;
      zeros(4)
wb*I      zeros(4)      zeros(4,1)      zeros(4,1)      zeros(4,1)      zeros(4,1)      ;
- (inv(M)) *Kpp2(1+vvv:4+vvv,1+vvv:4+vvv) - (inv(M)) *Kpp1(1+vvv:4+vvv,1+vvv:4+vvv) ...
-wb*(inv(M)) *DD      zeros(4)      - (inv(M)) *Kppp_VDC(1+vvv:4+vvv,1)      - (inv(M)) *Kp_ZU1(1+vvv:4+vvv,1)      - (inv(M)) *Kp_Z2(1+vvv:4+vvv,1)      ;
- (inv(TA)) *KA*Kpp6(1+vvv:4+vvv,1+vvv:4+vvv) - (inv(TA)) *KA*Kpp5(1+vvv:4+vvv,1+vvv:4+vvv) ...
zeros(4)      -inv(TA)      - (inv(TA)) *KA*Kppv_VDC(1+vvv:4+vvv,1) - (inv(TA)) *KA*Kv_ZU1(1+vvv:4+vvv,1) - (inv(TA)) *KA*Kv_Z2(1+vvv:4+vvv,1) ;
      Kpp8(1,1+vvv:4+vvv)      Kpp7(1,1+vvv:4+vvv)      ...
zeros(1,4)      zeros(1,4)      Kpp10(ii)      KDC_ZU1(ii)      ...      KDC_Z2(ii)      ;
      Cb1(1,1+vvv:4+vvv)      Ca1(1,1+vvv:4+vvv)      ...
zeros(1,4)      zeros(1,4)      Cc1(ii)      Czu1(ii)      ...      Cz2(ii)      ;
      zeros(1,4)      zeros(1,4)      zeros(1,4)      0      ...      0      ];
    A1(1+iii:19+iii,1+iii:19+iii)=double(A1(1+iii:19+iii,1+iii:19+iii));
    B1(1+iii:19+iii,1+tt:9+tt)=[ -inv(Tpd0) *Kq_ZU1(1+vvv:4+vvv,1)      zeros(4)      zeros(4)      ;
      zeros(4,1)      zeros(4)      zeros(4)      ;
      -inv(M) *Kp_ZU1(1+vvv:4+vvv,1)      inv(M)      zeros(4)      ;
      -inv(TA) *KA*Kv_ZU1(1+vvv:4+vvv,1)      zeros(4)      (inv(TA)) *KA;
      KDC_ZU1(ii)      zeros(1,4)      zeros(1,4)      ;
      Czu1(ii)      zeros(1,4)      zeros(1,4)      ;
      0      zeros(1,4)      zeros(1,4)      ];
    B1(1+iii:19+iii,1+tt:9+tt)=double(B1(1+iii:19+iii,1+tt:9+tt));
    % C_1=[zeros(1,4) ones(1,4) zeros(1,4) zeros(1,4) 0];
    % D_1=[0 zeros(1,4) zeros(1,4)];
    % [num1,den1]=ss2tf(A1(1+iii:17+iii,1+iii:17+iii),B1(1+iii:17+iii,1+tt:9+tt),C_1,D_1,1);
    % gs=tf(num1,den1);
    % step(num1,den1)
    iii=19+iii;
    vvv=4+vvv;
    tt=9+tt;
end
A1=double(A1);
B1=double(B1);
end

```

10.10. Señal de retroalimentación

```
function [PPP_menos,PPP_mas]=constantesPpnum1 (...
    Y21p,Y22,Xq,Xpd,E_pq0,delt0,ip_rqs_pu0,m0,k,VDC0,...
    Gamma0,Xsdt,YLL_abs,YLL_angle,YLK_abs,YLK_angle,Y2,Y1L,YL2)

syms E_pq delt ip_rqs_pu m VDC Gamma

uu=0;
YYp=zeros(8);
for ii=1:4
    YYp(1+uu:2+uu,1+uu:2+uu)=inv(Y2(1+uu:2+uu,1+uu:2+uu)+...
        [Y1L(ii) 0;0 YL2(ii)]);
    uu=uu+2;
end
YY=zeros(8,1);
uu=0;
for ii=1:4
    YY(1+uu:2+uu,1)=YYp(1+uu:2+uu,1+uu:2+uu)*[Y1L(ii);YL2(ii)];
    uu=uu+2;
end
YYpp=zeros(8,16);
uu=0;
iii=0;
for ii=1:4
    YYpp(1+uu:2+uu,1+iii:4+iii)=...
        YYp(1+uu:2+uu,1+uu:2+uu)*Y21p(1:2,1+iii:4+iii);
    uu=uu+2;
    iii=iii+4;
end

P_menos=sym(zeros(1,4));P_mas=sym(zeros(1,4));
PP_menos=sym(zeros(4,24));PP_mas=sym(zeros(4,24));

uu=0;
uuu=1;
iii=0;
```

```

for ii=1:4
  for mm=1:4
    vl_d_pu=((m*k)*VDC*cos(Gamma)-(Xsdt(ii)*YLL_abs(1,ii)*(m*k)*VDC*sin(YLL_angle(1,ii)+Gamma))-...
      (Xsdt(ii)*(YLK_abs(1,mm+iii)*((E_pq*sin(delt+YLK_angle(1,mm+iii)))-...
        ((Xq(mm,mm)-Xpd(mm,mm))*ip_rqs_pu*cos(delt+YLK_angle(1,mm+iii))))));
    vl_q_pu=((m*k)*VDC*sin(Gamma)+(Xsdt(ii)*YLL_abs(1,ii)*(m*k)*VDC*cos(YLL_angle(1,ii)+Gamma))+...
      (Xsdt(ii)*(YLK_abs(1,mm+iii)*((E_pq*cos(delt+YLK_angle(1,mm+iii)))+...
        ((Xq(mm,mm)-Xpd(mm,mm))*ip_rqs_pu*sin(delt+YLK_angle(1,mm+iii))))));

    vo_ds_pu_menos=(real(YY(ii+uu,1))*vl_d_pu)-(imag(YY(ii+uu,1))*vl_q_pu)-...
      ((real(YYpp(ii+uu,mm+iii))*((E_pq*cos(delt))+((Xq(mm,mm)-Xpd(mm,mm))*ip_rqs_pu*sin(delt))))-...
        (imag(YYpp(ii+uu,mm+iii))*((E_pq*sin(delt))-((Xq(mm,mm)-Xpd(mm,mm))*ip_rqs_pu*cos(delt)))));
    vo_qs_pu_menos=(real(YY(ii+uu,1))*vl_q_pu)+(imag(YY(ii+uu,1))*vl_d_pu)-...
      ((real(YYpp(ii+uu,mm+iii))*((E_pq*sin(delt))-((Xq(mm,mm)-Xpd(mm,mm))*ip_rqs_pu*cos(delt))))+...
        (imag(YYpp(ii+uu,mm+iii))*((E_pq*cos(delt))+((Xq(mm,mm)-Xpd(mm,mm))*ip_rqs_pu*sin(delt)))));
    vo_ds_pu_mas=(real(YY(ii+uuu,1))*vl_d_pu)-(imag(YY(ii+uuu,1))*vl_q_pu)-...
      ((real(YYpp(ii+uuu,mm+iii))*((E_pq*cos(delt))+((Xq(mm,mm)-Xpd(mm,mm))*ip_rqs_pu*sin(delt))))-...
        (imag(YYpp(ii+uuu,mm+iii))*((E_pq*sin(delt))-((Xq(mm,mm)-Xpd(mm,mm))*ip_rqs_pu*cos(delt)))));
    vo_qs_pu_mas=(real(YY(ii+uuu,1))*vl_q_pu)+(imag(YY(ii+uuu,1))*vl_d_pu)-...
      ((real(YYpp(ii+uuu,mm+iii))*((E_pq*sin(delt))-((Xq(mm,mm)-Xpd(mm,mm))*ip_rqs_pu*cos(delt))))+...
        (imag(YYpp(ii+uuu,mm+iii))*((E_pq*cos(delt))+((Xq(mm,mm)-Xpd(mm,mm))*ip_rqs_pu*sin(delt)))));

    P_menos(ii)=vo_ds_pu_menos*(((real(Y22(ii,ii+1)))*(vo_ds_pu_menos-vl_d_pu))-((imag(Y22(ii,ii+1)))*(vo_qs_pu_menos-vl_q_pu)))+...
      vo_qs_pu_menos*(((real(Y22(ii,ii+1)))*(vo_qs_pu_menos-vl_q_pu))+((imag(Y22(ii,ii+1)))*(vo_ds_pu_menos-vl_d_pu)));
    P_mas(ii)=vl_d_pu*(((real(Y22(ii+1,ii+2)))*(vl_d_pu-vo_ds_pu_mas))-((imag(Y22(ii+1,ii+2)))*(vl_q_pu-vo_qs_pu_mas)))+...
      vl_q_pu*(((real(Y22(ii+1,ii+2)))*(vl_q_pu-vo_qs_pu_mas))+((imag(Y22(ii+1,ii+2)))*(vl_d_pu-vo_ds_pu_mas)));

    PP_menos(ii,mm)=diff(P_menos(ii),m);
    PP_menos(ii,mm)=subs(PP_menos(ii,mm),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
      [E_pq0(mm,mm),delt0(mm),ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
    PP_menos(ii,mm)=double(PP_menos(ii,mm));
    PP_menos(ii,mm+4)=diff(PP_menos(ii),VDC);
    PP_menos(ii,mm+4)=subs(PP_menos(ii,mm+4),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
      [E_pq0(mm,mm),delt0(mm),ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
    PP_menos(ii,mm+4)=double(PP_menos(ii,mm+4));
    PP_menos(ii,mm+8)=diff(PP_menos(ii),Gamma);
    PP_menos(ii,mm+8)=subs(PP_menos(ii,mm+8),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
      [E_pq0(mm,mm),delt0(mm),ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
    PP_menos(ii,mm+8)=double(PP_menos(ii,mm+8));
    PP_menos(ii,mm+12)=diff(PP_menos(ii),E_pq);
    PP_menos(ii,mm+12)=subs(PP_menos(ii,mm+12),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
      [E_pq0(mm,mm),delt0(mm),ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
  end
end

```

```

PP_menos(ii,mm+12)=double(PP_menos(ii,mm+12));
PP_menos(ii,mm+16)=diff(P_menos(ii),delt);
PP_menos(ii,mm+16)=subs(PP_menos(ii,mm+16),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
[E_pq0(mm,mm),delt0(mm),ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
PP_menos(ii,mm+16)=double(PP_menos(ii,mm+16));
PP_menos(ii,mm+20)=diff(P_menos(ii),ip_rqs_pu);
PP_menos(ii,mm+20)=subs(PP_menos(ii,mm+20),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
[E_pq0(mm,mm),delt0(mm),ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
PP_menos(ii,mm+20)=double(PP_menos(ii,mm+20));

PP_mas(ii,mm)=diff(P_mas(ii),m);
PP_mas(ii,mm)=subs(PP_mas(ii,mm),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
[E_pq0(mm,mm),delt0(mm),ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
PP_mas(ii,mm)=double(PP_mas(ii,mm));
PP_mas(ii,mm+4)=diff(P_mas(ii),VDC);
PP_mas(ii,mm+4)=subs(PP_mas(ii,mm+4),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
[E_pq0(mm,mm),delt0(mm),ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
PP_mas(ii,mm+4)=double(PP_mas(ii,mm+4));
PP_mas(ii,mm+8)=diff(P_mas(ii),Gamma);
PP_mas(ii,mm+8)=subs(PP_mas(ii,mm+8),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
[E_pq0(mm,mm),delt0(mm),ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
PP_mas(ii,mm+8)=double(PP_mas(ii,mm+8));
PP_mas(ii,mm+12)=diff(P_mas(ii),E_pq);
PP_mas(ii,mm+12)=subs(PP_mas(ii,mm+12),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
[E_pq0(mm,mm),delt0(mm),ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
PP_mas(ii,mm+12)=double(PP_mas(ii,mm+12));
PP_mas(ii,mm+16)=diff(P_mas(ii),delt);
PP_mas(ii,mm+16)=subs(PP_mas(ii,mm+16),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
[E_pq0(mm,mm),delt0(mm),ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
PP_mas(ii,mm+16)=double(PP_mas(ii,mm+16));
PP_mas(ii,mm+20)=diff(P_mas(ii),ip_rqs_pu);
PP_mas(ii,mm+20)=subs(PP_mas(ii,mm+20),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,m,VDC,Gamma],...
[E_pq0(mm,mm),delt0(mm),ip_rqs_pu0(mm,mm),m0(ii),VDC0(ii),Gamma0(ii)]);
PP_mas(ii,mm+20)=double(PP_mas(ii,mm+20));

end
iii=4+iii;uu=uu+1;uuu=uuu+1;
end
PPP_menos=sym(zeros(4,15));PPP_mas=sym(zeros(4,15));
PPP_menos(1:4,4:15)=PP_menos(1:4,13:24);
PPP_mas(1:4,4:15)=PP_mas(1:4,13:24);

```

```

for iii=1:4
    PPP_menos(iii,1)=PP_menos(iii,1)+PP_menos(iii,2)+...
        PP_menos(iii,3)+PP_menos(iii,4);
    PPP_menos(iii,2)=PP_menos(iii,5)+PP_menos(iii,6)+...
        PP_menos(iii,7)+PP_menos(iii,8);
    PPP_menos(iii,3)=PP_menos(iii,9)+PP_menos(iii,10)+...
        PP_menos(iii,11)+PP_menos(iii,12);
    PPP_mas(iii,1)=PP_mas(iii,1)+PP_mas(iii,2)+...
        PP_mas(iii,3)+PP_mas(iii,4);
    PPP_mas(iii,2)=PP_mas(iii,5)+PP_mas(iii,6)+...
        PP_mas(iii,7)+PP_mas(iii,8);
    PPP_mas(iii,3)=PP_mas(iii,9)+PP_mas(iii,10)+...
        PP_mas(iii,11)+PP_mas(iii,12);
end
end

function [PPpp_menos,PPpp_mas]=constantesPnum1(PPP_menos,PPP_mas,...
    Lq_c,Lq_VDC,Lq_Gamma,Gq,Fq,CC11,CC21,CC31,...
    CC41,CC51,Kg_c,Kg_VDC,Kg_delt,Kg_Epq,Kg_phi,kpdc)
PPp_menos=zeros(4,11);PPp_mas=zeros(4,11);

iii=0;
for ii=1:4
    PPp_menos(ii,1)=...
        PPP_menos(ii,1)+(PPP_menos(ii,12:15)*Lq_c(1+iii:4+iii,1));
    PPp_menos(ii,2)=...
        PPP_menos(ii,2)+(PPP_menos(ii,12:15)*Lq_VDC(1+iii:4+iii,1));
    PPp_menos(ii,3)=...
        PPP_menos(ii,3)+(PPP_menos(ii,12:15)*Lq_Gamma(1+iii:4+iii,1));
    PPp_menos(ii,4:7)=...
        PPP_menos(ii,4:7)+(PPP_menos(ii,12:15)*Gq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii));
    PPp_menos(ii,8:11)=...
        PPP_menos(ii,8:11)+(PPP_menos(ii,12:15)*Fq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii));

    PPp_mas(ii,1)=...
        PPP_mas(ii,1)+(PPP_mas(ii,12:15)*Lq_c(1+iii:4+iii,1));
    PPp_mas(ii,2)=...
        PPP_mas(ii,2)+(PPP_mas(ii,12:15)*Lq_VDC(1+iii:4+iii,1));
    PPp_mas(ii,3)=...
        PPP_mas(ii,3)+(PPP_mas(ii,12:15)*Lq_Gamma(1+iii:4+iii,1));
    PPp_mas(ii,4:7)=...
        PPP_mas(ii,4:7)+(PPP_mas(ii,12:15)*Gq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii));
    PPp_mas(ii,8:11)=...
        PPP_mas(ii,8:11)+(PPP_mas(ii,12:15)*Fq(1+iii:4+iii,1+iii:4+iii));
    iii=iii+4;
end
PPpp_menos=zeros(4,11);PPpp_mas=zeros(4,11);

iii=0;
for ii=1:4

    PPpp_menos(ii,1:4)=...
        PPp_menos(ii,8:11)+(PPp_menos(ii,3)*Kg_delt(1,1+iii:4+iii))+...
        (CC11(1,1+iii:4+iii)*(PPp_menos(ii,1)+(PPp_menos(ii,3)*Kg_c(ii))));
    PPpp_menos(ii,5:8)=...
        PPp_menos(ii,4:7)+(PPp_menos(ii,3)*Kg_Epq(1,1+iii:4+iii))+...
        (CC21(1,1+iii:4+iii)*(PPp_menos(ii,1)+(PPp_menos(ii,3)*Kg_c(ii))));
    PPpp_menos(ii,9)=PPpp_menos(ii,2)+(PPp_menos(ii,3)*Kg_VDC(ii))+...
        (CC31(ii)*(PPp_menos(ii,1)+(PPp_menos(ii,3)*Kg_c(ii)))-...
        (PPp_menos(ii,3)*Kg_phi(ii)*kpdc(ii));
    PPpp_menos(ii,10)=CC51(ii)*(PPp_menos(ii,1)+(PPp_menos(ii,3)*Kg_c(ii)));
    PPpp_menos(ii,11)=(PPp_menos(ii,3)*Kg_phi(ii))+...

```

```

(CC41(ii)*(PPp_menos(ii,1)+(PPp_menos(ii,3)*Kg_c(ii))));

PPpp_mas(ii,1:4)=...
    PPp_mas(ii,8:11)+(PPp_mas(ii,3)*Kg_delt(1,1+iii:4+iii))+...
    (CC11(1,1+iii:4+iii)*(PPp_mas(ii,1)+(PPp_mas(ii,3)*Kg_c(ii))));
PPpp_mas(ii,5:8)=...
    PPp_mas(ii,4:7)+(PPp_mas(ii,3)*Kg_Epq(1,1+iii:4+iii))+...
    (CC21(1,1+iii:4+iii)*(PPp_mas(ii,1)+(PPp_mas(ii,3)*Kg_c(ii))));
PPpp_mas(ii,9)=PPp_mas(ii,2)+(PPp_mas(ii,3)*Kg_VDC(ii))+...
    (CC31(ii)*(PPp_mas(ii,1)+(PPp_mas(ii,3)*Kg_c(ii)))-...
    (PPp_mas(ii,3)*Kg_phi(ii)*kpdC(ii));
PPpp_mas(ii,10)=CC51(ii)*(PPp_mas(ii,1)+(PPp_mas(ii,3)*Kg_c(ii)));
PPpp_mas(ii,11)=(PPp_mas(ii,3)*Kg_phi(ii))+...
    (CC41(ii)*(PPp_mas(ii,1)+(PPp_mas(ii,3)*Kg_c(ii))));

iii=iii+4;
end
end

```

10.11.Ecuación de salida

```

function [C1_65,D1_65,C1_67,D1_67,...
    C1_76,D1_76,C1_78,D1_78,...
    C1_87,D1_87,C1_89,D1_89,...
    C1_98,D1_98,C1_910,D1_910]=matrixxC1D1_1(PPpp_menos,PPpp_mas)

for ii=1:4
    if ii==1
        C1_65=[PPpp_menos(ii,5:8) PPpp_menos(ii,1:4) zeros(1,4) zeros(1,4) PPpp_menos(ii,9) PPpp_menos(ii,10) PPpp_menos(ii,11)];
        D1_65=[PPpp_menos(ii,10) zeros(1,4) zeros(1,4)];
        C1_67=[PPpp_mas(ii,5:8) PPpp_mas(ii,1:4) zeros(1,4) zeros(1,4) PPpp_mas(ii,9) PPpp_mas(ii,10) PPpp_mas(ii,11)];
        D1_67=[PPpp_mas(ii,10) zeros(1,4) zeros(1,4)];
    else
        if ii==2
            C1_76=[PPpp_menos(ii,5:8) PPpp_menos(ii,1:4) zeros(1,4) zeros(1,4) PPpp_menos(ii,9) PPpp_menos(ii,10) PPpp_menos(ii,11)];
            D1_76=[PPpp_menos(ii,10) zeros(1,4) zeros(1,4)];
            C1_78=[PPpp_mas(ii,5:8) PPpp_mas(ii,1:4) zeros(1,4) zeros(1,4) PPpp_mas(ii,9) PPpp_mas(ii,10) PPpp_mas(ii,11)];
            D1_78=[PPpp_mas(ii,10) zeros(1,4) zeros(1,4)];
        else
            if ii==3
                C1_87=[PPpp_menos(ii,5:8) PPpp_menos(ii,1:4) zeros(1,4) zeros(1,4) PPpp_menos(ii,9) PPpp_menos(ii,10) PPpp_menos(ii,11)];
                D1_87=[PPpp_menos(ii,10) zeros(1,4) zeros(1,4)];
                C1_89=[PPpp_mas(ii,5:8) PPpp_mas(ii,1:4) zeros(1,4) zeros(1,4) PPpp_mas(ii,9) PPpp_mas(ii,10) PPpp_mas(ii,11)];
                D1_89=[PPpp_mas(ii,10) zeros(1,4) zeros(1,4)];
            else
                C1_98=[PPpp_menos(ii,5:8) PPpp_menos(ii,1:4) zeros(1,4) zeros(1,4) PPpp_menos(ii,9) PPpp_menos(ii,10) PPpp_menos(ii,11)];
                D1_98=[PPpp_menos(ii,10) zeros(1,4) zeros(1,4)];
                C1_910=[PPpp_mas(ii,5:8) PPpp_mas(ii,1:4) zeros(1,4) zeros(1,4) PPpp_mas(ii,9) PPpp_mas(ii,10) PPpp_mas(ii,11)];
                D1_910=[PPpp_mas(ii,10) zeros(1,4) zeros(1,4)];
            end
        end
    end
end
end
end
end

```


10.12. Selección de locación de instalación

```

function [P,DD,freq,sigma,VV,WW]=confident(A1)

DD=zeros(19,4);freq=zeros(19,4);VV=zeros(76);WW=zeros(76);
iii=0;
for ii=1:4
    [V,D] = eig(A1(1+iii:19+iii,1+iii:19+iii));
    W=inv(V);
    for m=1:19
        VV(1+iii:19+iii,1+iii:19+iii)=V;
        DD(m,ii)=D(m,m);
        WW(1+iii:19+iii,1+iii:19+iii)=W;
        freq(m,ii)=(abs(imag(D(m,m))))/(2*pi);
    end
    iii=19+iii;
end

iii=0;
P=zeros(76);
for ii=1:4
    for gg=1:19
        for m=1:19
            P(gg+iii,m+iii)=(abs(VV(gg+iii,m+iii))*abs(WW(m+iii,gg+iii)));
        end
    end
    iii=iii+19;
end

iii=0;
sigma=zeros(1,76);
for ii=1:4
    for gg=1:19
        Pnum=0;
        for cc=0:7
            Pnum=Pnum+P(5+cc+iii,gg+iii);
        end
        Pden=0;
        for nn=0:3
            Pden=Pden+P(1+nn+iii,gg+iii)+P(13+nn+iii,gg+iii);
        end
        Pden=Pden+P(17+iii,gg+iii)+P(18+iii,gg+iii)+P(19+iii,gg+iii);
        sigma(1,gg+iii)=Pnum/Pden;
    end
    iii=iii+19;
end

end

function [epsilon]=intalloca1(C1_65,C1_67,C1_76,C1_78,C1_87,C1_89,...
    C1_98,C1_910,VV)
epsilon=zeros(32,152);
iii=0;g=0;h=0;gg=4;hh=19;
for ii=1:4
    for n=1:19
        for m=1:4
            if ii==1
                epsilon(m+g,n+h)=...
                    (C1_65*VV(1+iii:19+iii,n+iii))/VV(m+8+iii,n+iii);
                epsilon(m+gg,n+hh)=...
                    (C1_67*VV(1+iii:19+iii,n+iii))/VV(m+8+iii,n+iii);
            end
        end
    end
end

```


11. Sistema de potencia Carrasco, Bulo Bulo y Entre Ríos, instalado con el compensador estático VAR

11.1. Parámetros iniciales

```
% Parametros iniciales y simulación mediante MATLAB PSAT

we=377;

wb=we;

rs=[0.0032    0    0    ;
    0    0.0027    0    ;
    0    0    0.0031 ];

Xq=[2.7240  0    0    ;
    0    3.5831  0    ;
    0    0    2.4122];

Xd=[2.9147  0    0    ;
    0    3.9414  0    ;
    0    0    4.9771];

Xpd=[0.3467  0    0    ;
    0    0.3761  0    ;
    0    0    0.7817 ];

vas_fasor_pu=[0.988058+0.154084*j    0    0    ;
    0    0.979787+0.200042*j    0    ;
    0    0    0.970845+0.239708*j];

vo_pu=[1    0    0    ;
    0 0.999247+0.022121*j    0    ;
    0    0    0.998908+0.012022*j];

Sass=[0.9+0.047163*j  0.8+0.048364*j  0.8+0.040200*j];

Y11=[0.0279-1.9297*j    0    0    ;
    0    0.0276-1.6682*j    0    ;
    0    0    0.0201-0.9364*j];

Y12=[-0.0279+1.9297*j    0    0    ;
    0    -0.0276+1.6682*j    0    ;
    0    0    -0.0201+0.9364*j];

Y21=[-0.0279+1.9297*j    0    0    ;
    0    -0.0276+1.6682*j    0    ;
    0    0    -0.0201+0.9364*j];

Y22=[12.7055-103.6480*j  -3.6004+36.0036*j  -6.6007+66.0066*j;
    -3.6004+36.0036*j  3.6280-37.6670*j    0    ;
    -6.6007+66.0066*j    0    6.6208-66.9417*j];
```

11.2. Cálculo de la compensación inicial

```
function [Xsvcc,Xsvcl,bsvc0,alpha0,Co]=SYSinitial(vo_pu)

vo_pu_abs=abs(vo_pu);
```

```

Qcmax=-0.6904;Qlmax=0.3452;

BC=zeros(1,3);BL=zeros(1,3);Xsvcc=zeros(1,3);Xsvcl=zeros(1,3);
bsvc0=zeros(1,3);
bsvc0_alpha_pi_med=zeros(1,3);bsvc0_alpha_cero=zeros(1,3);
alpha_pi_med=zeros(1,3);alpha_cero=zeros(1,3);

alpha0=zeros(1,3);Co=zeros(1,3);

Ilmax=zeros(1,3);Icmax=zeros(1,3);
xx=zeros(3,4);yy=zeros(3,4);xyp=zeros(3,2);yyp=zeros(3,2);
tt=zeros(3,2);hh=zeros(3,2);
syms alphaa

for ii=1:3
    BC(ii)=-Qcmax/(vo_pu_abs(ii,ii)^2);
    BL(ii)=(Qlmax/(vo_pu_abs(ii,ii)^2))+BC(ii);

    Xsvcc(ii)=1/BC(ii);
    Xsvcl(ii)=1/BL(ii);

    bsvc0_alpha_pi_med(ii)=-BC(ii);
    bsvc0_alpha_cero(ii)=BL(ii)-BC(ii);
    alpha_pi_med(ii)=solve((1/(Xsvcc(ii)*Xsvcl(ii)))*(-Xsvcl(ii)+...
        ((Xsvcc(ii)*(pi-2*alphaa-sin(2*alphaa)))/pi))==bsvc0_alpha_pi_med(ii));
    alpha_cero(ii)=solve((1/(Xsvcc(ii)*Xsvcl(ii)))*(-Xsvcl(ii)+...
        ((Xsvcc(ii)*(pi-2*alphaa-sin(2*alphaa)))/pi))==bsvc0_alpha_cero(ii));

    alpha0(ii)=solve((1/(Xsvcc(ii)*Xsvcl(ii)))*(-Xsvcl(ii)+...
        ((Xsvcc(ii)*(pi-2*alphaa-sin(2*alphaa)))/pi))==bsvc0(ii));
    Co(ii)=-(-2-(2*cos(2*alpha0(ii))))/pi;
    Icmax(ii)=-BC(ii)*vo_pu_abs(ii,ii);
    Ilmax(ii)=(BL(ii)-BC(ii))*vo_pu_abs(ii,ii);

    xx(ii,1:4)=[0 Icmax(ii) Ilmax(ii) (BL(ii)-BC(ii))*1.5];
    yy(ii,1:4)=[0 vo_pu_abs(ii,ii) vo_pu_abs(ii,ii) 1.5];
    xyp(ii,1:2)=[0 Ilmax(ii)];yyp(ii,1:2)=[0 vo_pu_abs(ii,ii)];
    ww=0:0.0005:vo_pu_abs(ii,ii);
    zz=-BC(ii)*(ww.^2);
    tt(ii,1:2)=[vo_pu_abs(ii,ii) vo_pu_abs(ii,ii)];
    hh(ii,1:2)=[Qcmax Qlmax];
    www=vo_pu_abs(ii,ii):0.0005:1.5;
    zzz=(BL(ii)-BC(ii))*(www.^2);
    wwww=0:0.0005:vo_pu_abs(ii,ii);
    zzzz=(BL(ii)-BC(ii))*(wwww.^2);

    if ii==1
        subplot(1,2,1),
        plot(xx(ii,1:4),yy(ii,1:4),'Color','g')
        hold on
        plot(xyp(ii,1:2),yyp(ii,1:2),'--','Color','g')
        hold on
        xlabel('i_{svc} pu')
        ylabel('v_{svc} pu')
        title('v_{svc} pu vs. i_{svc} pu')
        grid on
        subplot(1,2,2),
        plot(ww,zz,'Color','g')
        hold on
        plot(tt(ii,1:2),hh(ii,1:2),'Color','g')
        hold on
        plot(www,zzz,'Color','g')

```

```

hold on
plot(www,zzzz,'--','Color','g')
hold on
xlabel('v_{svc} pu')
ylabel('Q_{svc} pu')
title('Q_{svc} pu vs. v_{svc} pu')
grid on
else
  if ii==2
    subplot(1,2,1),
    plot(xx(ii,1:4),yy(ii,1:4),'Color','b')
    hold on
    plot(xxp(ii,1:2),yyp(ii,1:2),'--','Color','b')
    hold on
    subplot(1,2,2),
    plot(ww,zz,'Color','b')
    hold on
    plot(tt(ii,1:2),hh(ii,1:2),'Color','b')
    hold on
    plot(www,zzz,'Color','b')
    hold on
    plot(www,zzzz,'--','Color','b')
    hold on
  else
    subplot(1,2,1),
    plot(xx(ii,1:4),yy(ii,1:4),'Color','r')
    hold on
    plot(xxp(ii,1:2),yyp(ii,1:2),'--','Color','r')
    hold on
    subplot(1,2,2),
    plot(ww,zz,'Color','r')
    hold on
    plot(tt(ii,1:2),hh(ii,1:2),'Color','r')
    hold on
    plot(www,zzz,'Color','r')
    hold on
    plot(www,zzzz,'--','Color','r')
    hold on
  end
end
end
alpha0=double(alpha0);
end

```

11.3. Condiciones balanceadas en estado estable

```
function [ias_fasor_pu,E_fasor_pu,delt0,v_rqs_pu0,v_rds_pu0,ip_rqs_pu0...
,ip_rds_pu0,E_pq0]=initialcalc(Sass,vas_fasor_pu,rs,we,wb,Xq,Xpd)

ias_fasor_pu=zeros(1,3);E_fasor_pu=zeros(1,3);delt0=zeros(1,3);
vase_pu=zeros(1,3);v_rqs_pu0=zeros(3);v_rds_pu0=zeros(3);
ias_pu=zeros(1,3);ip_rqs_pu0=zeros(3);ip_rds_pu0=zeros(3);
vv_v=zeros(1,3);E_fasor_pu_90=zeros(1,3);vv_vv=zeros(1,3);
E_pq0=zeros(3);

for n=1:3
ias_fasor_pu(n)=conj(Sass(n)/vas_fasor_pu(n,n));

E_fasor_pu(n)=vas_fasor_pu(n,n)+...
(rs(n,n)+j*(we/wb)*Xq(n,n))*ias_fasor_pu(n);

delt0(n)=angle(E_fasor_pu(n));

vase_pu(n)=vas_fasor_pu(n,n)*(cos(delt0(n))-j*sin(delt0(n)));

v_rqs_pu0(n,n)=real(vase_pu(n));
v_rds_pu0(n,n)=-imag(vase_pu(n));

ias_pu(n)=ias_fasor_pu(n)*(cos(delt0(n))-j*sin(delt0(n)));

ip_rqs_pu0(n,n)=real(iase_pu(n));
ip_rds_pu0(n,n)=-imag(iase_pu(n));

E_pq0(n,n)=v_rqs_pu0(n,n)+(Xpd(n,n)*ip_rds_pu0(n,n));

vv_v(n)=(abs(vas_fasor_pu(n,n))*abs(E_fasor_pu(n))...
*cos(angle(E_fasor_pu(n))-angle(vas_fasor_pu(n,n)))...
/(abs(E_fasor_pu(n))^2))*E_fasor_pu(n);

E_fasor_pu_90(n)=abs(E_fasor_pu(n))*cos(angle(E_fasor_pu(n))-(pi/2))...
+j*abs(E_fasor_pu(n))*sin(angle(E_fasor_pu(n))-(pi/2));

vv_vv(n)=(abs(vas_fasor_pu(n,n))*abs(E_fasor_pu_90(n))...
*cos(angle(E_fasor_pu_90(n))-angle(vas_fasor_pu(n,n)))...
/(abs(E_fasor_pu_90(n))^2))*E_fasor_pu_90(n);
```

```

if n==1
    subplot(1,1,1),
    p1=quiver(0,0,real(E_fasor_pu(n)),imag(E_fasor_pu(n)),'Autoscale','off','Color','g')
    hold on
    quiver(0,0,real(vas_fasor_pu(n,n)),imag(vas_fasor_pu(n,n)),'Autoscale','off','Color','g')
    hold on
    quiver(real(vas_fasor_pu(n,n)),imag(vas_fasor_pu(n,n)),real(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),...
        imag(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),'Autoscale','off','Color','g')
    hold on
    quiver(real(vas_fasor_pu(n,n))+real(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),imag(vas_fasor_pu(n,n))...
        +imag(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),real(j*(we/wb)*Xq(n,n)*ias_fasor_pu(n)),...
        imag(j*(we/wb)*Xq(n,n)*ias_fasor_pu(n)),'Autoscale','off','Color','g')
    hold on
    quiver(0,0,real(vv_v(n)),imag(vv_v(n)),'Autoscale','off','Color','g','linewidth',2)
    hold on
    quiver(0,0,real(vv_vv(n)),imag(vv_vv(n)),'Autoscale','off','Color','g','linewidth',2)
    hold on
    xlabel('Re')
    ylabel('Img')
    title('Condiciones balanceadas en estado estable')
    grid on
else
    if n==2
        p2=quiver(0,0,real(E_fasor_pu(n)),imag(E_fasor_pu(n)),'Autoscale','off','Color','b')
        hold on
        quiver(0,0,real(vas_fasor_pu(n,n)),imag(vas_fasor_pu(n,n)),'Autoscale','off','Color','b')
        hold on
        quiver(real(vas_fasor_pu(n,n)),imag(vas_fasor_pu(n,n)),real(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),...
            imag(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),'Autoscale','off','Color','b')
        hold on
        quiver(real(vas_fasor_pu(n,n))+real(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),imag(vas_fasor_pu(n,n))...
            +imag(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),real(j*(we/wb)*Xq(n,n)*ias_fasor_pu(n)),...
            imag(j*(we/wb)*Xq(n,n)*ias_fasor_pu(n)),'Autoscale','off','Color','b')
        hold on
        quiver(0,0,real(vv_v(n)),imag(vv_v(n)),'Autoscale','off','Color','b','linewidth',2)
        hold on
        quiver(0,0,real(vv_vv(n)),imag(vv_vv(n)),'Autoscale','off','Color','b','linewidth',2)
        hold on
    else
        p3=quiver(0,0,real(E_fasor_pu(n)),imag(E_fasor_pu(n)),'Autoscale','off','Color','r')
        hold on
    end
end

```



```

quiver(0,0,real(vas_fasor_pu(n,n)),imag(vas_fasor_pu(n,n)),'Autoscale','off','Color','r')
hold on
quiver(real(vas_fasor_pu(n,n)),imag(vas_fasor_pu(n,n)),real(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),...
    imag(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),'Autoscale','off','Color','r')
hold on
quiver(real(vas_fasor_pu(n,n))+real(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),imag(vas_fasor_pu(n,n))...
    +imag(rs(n,n)*ias_fasor_pu(n)),real(j*(we/wb)*Xq(n,n)*ias_fasor_pu(n)),...
    imag(j*(we/wb)*Xq(n,n)*ias_fasor_pu(n)),'Autoscale','off','Color','r')
hold on
quiver(0,0,real(vv_v(n)),imag(vv_v(n)),'Autoscale','off','Color','r','linewidth',2)
hold on
quiver(0,0,real(vv_vv(n)),imag(vv_vv(n)),'Autoscale','off','Color','r','linewidth',2)
hold on
end
end
end
legend([p1,p2,p3],'Generador 1','Generador 2','Generador 3')
legend boxoff
end

```

11.4. Cálculo de la matriz de red equivalente

```

function [Yfin]=mattrizred(Y11,Y12,Y21,Y22)

YY=[Y11 Y12;
    Y21 Y22];
Yp11=[ Y11    zeros(3,1);
      zeros(1,3)  0    ];
Ypp11=[ Yp11    zeros(4) zeros(4) ;
       zeros(4) Yp11    zeros(4) ;
       zeros(4) zeros(4) Yp11    1];
nnn=4;
vvv=0;
for n=4:6
    for nn=1:3
        Ypp11(nn+vvv,nnn)=YY(nn,n);
        Ypp11(nnn,nn+vvv)=YY(n,nn);
    end
    Ypp11(nnn,nnn)=YY(n,n);
    nnn=4+nnn;
    vvv=4+vvv;
end
Ypp11=double(Ypp11);

Y12=[-0.0279+1.9297*j    0    0    ;
      0    -0.0276+1.6682*j    0    ;
      0    0    -0.0201+0.9364*j];
Yp12p=zeros(4,2);
Ypp12p=[Yp12p Yp12p Yp12p];
vvv=0;
for nn=1:3
    Y12(:,nn)=[];
    Ypp12p(1:3,1+vvv:2+vvv)=Y12;
    Y12=[-0.0279+1.9297*j    0    0    ;
          0    -0.0276+1.6682*j    0    ;
          0    0    -0.0201+0.9364*j];
    vvv=2+vvv;
end

vvv=0;
for nn=1:3
    Yk=Y22(nn,:);
    Yk(:,nn)=[];
    Ypp12p(4,1+vvv:2+vvv)=Yk;
    vvv=2+vvv;
end
Ypp12p=double(Ypp12p);

Y21=[-0.0279+1.9297*j    0    0    ;
      0    -0.0276+1.6682*j    0    ;
      0    0    -0.0201+0.9364*j];
Yp21p=zeros(2,4);
Ypp21p=[Yp21p; Yp21p; Yp21p];
vvv=0;
for nn=1:3
    Y21(nn,:)=[];
    Ypp21p(1+vvv:2+vvv,1:3)=Y21;
    Y21=[-0.0279+1.9297*j    0    0    ;
          0    -0.0276+1.6682*j    0    ;
          0    0    -0.0201+0.9364*j];
    vvv=2+vvv;
end

```

```

end

vvv=0;
for nn=1:3
    Ykk=Y22(:,nn);
    Ykk(nn,:)=[];
    Ypp21p(1+vvv:2+vvv,4)=Ykk;
    vvv=2+vvv;
end
Ypp21p=double(Ypp21p);

Y22=[12.7055-103.6480*j -3.6004+36.0036*j -6.6007+66.0066*j;
      -3.6004+36.0036*j  3.6280-37.6670*j      0          ;
      -6.6007+66.0066*j      0          6.6208-66.9417*j];
Ypp22=zeros(6);
vvv=0;
for nn=1:3
    Y22(nn,:)=[];
    Y22(:,nn)=[];
    Ypp22(1+vvv:2+vvv,1+vvv:2+vvv)=Y22;
    Y22=[12.7055-103.6480*j -3.6004+36.0036*j -6.6007+66.0066*j;
          -3.6004+36.0036*j  3.6280-37.6670*j      0          ;
          -6.6007+66.0066*j      0          6.6208-66.9417*j];
    vvv=2+vvv;
end
Ypp22=double(Ypp22);

Y=zeros(18);
hh=0;
hhh=0;
hhhh=0;
for ii=1:3
    Y(1+hh:4+hh,1+hh:4+hh)=Ypp11(1+hhh:4+hhh,1+hhh:4+hhh);
    Y(5+hh:6+hh,5+hh:6+hh)=Ypp22(1+hhhh:2+hhhh,1+hhhh:2+hhhh);
    Y(1+hh:4+hh,5+hh:6+hh)=Ypp12p(1:4,1+hhhh:2+hhhh);
    Y(5+hh:6+hh,1+hh:4+hh)=Ypp21p(1+hhhh:2+hhhh,1:4);
    hh=6+hh;
    hhh=4+hhh;
    hhhh=2+hhhh;
end
Y=double(Y);

Yfin=zeros(12);
cv=0;
cu=0;
for ii=1:3
    Yfin(1+cv:4+cv,1+cv:4+cv)=Y(1+cu:4+cu,1+cu:4+cu)-...
        (Y(1+cu:4+cu,5+cu:6+cu)*(inv(Y(5+cu:6+cu,5+cu:6+cu)))*...
        Y(5+cu:6+cu,1+cu:4+cu));
    cv=4+cv;
    cu=6+cu;
end
end

```

11.5. Ecuaciones linealizadas de las componentes de las corrientes y del voltaje en el punto donde se instala el compensador en el marco de referencia *dq*

```

function [Y21py_real, Y21py_imag, Fdd, Gdd, Hdd, Fqq, Gqq, Hqq, Ldd, Lqq, ...
    C1p, C2p, C3p, C4p]=FGHLlineal(Yfin, Xq, Xpd, E_pq0, delt0, ip_rqs_pu0, bsvc0)

```

```

Y11p=zeros(9);
Y12p=zeros(9,1);
Y21p=zeros(1,9);
Y22p=zeros(3);
iii=0;
iiii=0;
for ii=1:3
    Y11p(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii)=Yfin(1+iiii:3+iiii,1+iiii:3+iiii);
    Y12p(1+iii:3+iii,1)=Yfin(1+iiii:3+iiii,4+iiii);
    Y21p(1,1+iii:3+iii)=Yfin(4+iiii,1+iiii:3+iiii);
    Y22p(ii,ii)=Yfin(4+iiii,4+iiii);
    iii=3+iii;
    iiii=4+iiii;
end
Y11p=double(Y11p);
Y12p=double(Y12p);
Y21p=double(Y21p);
Y22p=double(Y22p);

Ynsvc=Y11p;
Yysvc=sym(zeros(9));
syms bsvc
iii=0;
for ii=1:3
    Yysvc(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii)=- (1/((Y22p(ii,ii)+(j*bsvc))) ...
        *Y12p(1+iii:3+iii,1)*Y21p(1,1+iii:3+iii);
    iii=3+iii;
end

Ynsvc_abs=abs(Ynsvc);
Ynsvc_angle=angle(Ynsvc);
Yysvc_real=real(Yysvc);
Yysvc_imag=imag(Yysvc);

syms E_pq
syms u
syms ip_rqs_pu
Fdd=sym(zeros(9));Gdd=sym(zeros(9));Hdd=sym(zeros(9));
Fqq=sym(zeros(9));Gqq=sym(zeros(9));Hqq=sym(zeros(9));
Lddp=sym(zeros(9));Lqqp=sym(zeros(9));

```

```

iii=0;
for ii=1:3
    for v=1:3
        for m=1:3
            u0=delt0(v)-delt0(m);
            i_rds_pu=(Ynsvc_abs(v+iii,m+iii)*(-(E_pq*sin(Ynsvc_angle(v+iii,m+iii)-u))...
                +(Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(Ynsvc_angle(v+iii,m+iii)-u)))+...
                (Ynsvc_real(v+iii,m+iii)*(E_pq*sin(u))+(Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(u))-...
                (Ynsvc_imag(v+iii,m+iii)*(E_pq*cos(u))-((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(u))));
            Gdd(v+iii,m+iii)=diff(i_rds_pu,E_pq);
            Gdd(v+iii,m+iii)=subs(Gdd(v+iii,m+iii),[E_pq,u,ip_rqs_pu,bsvc],[E_pq0(m,m),u0,ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii)]);
            Gdd(v+iii,m+iii)=double(Gdd(v+iii,m+iii));
            Hdd(v+iii,m+iii)=diff(i_rds_pu,ip_rqs_pu);
            Hdd(v+iii,m+iii)=subs(Hdd(v+iii,m+iii),[E_pq,u,ip_rqs_pu,bsvc],[E_pq0(m,m),u0,ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii)]);
            Hdd(v+iii,m+iii)=double(Hdd(v+iii,m+iii));
            Lddp(v+iii,m+iii)=diff(i_rds_pu,bsvc);
            Lddp(v+iii,m+iii)=subs(Lddp(v+iii,m+iii),[E_pq,u,ip_rqs_pu,bsvc],[E_pq0(m,m),u0,ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii)]);
            Lddp(v+iii,m+iii)=double(Lddp(v+iii,m+iii));
            if v~=m
                Fdd(v+iii,m+iii)=diff(i_rds_pu,u);
                Fdd(v+iii,m+iii)=subs(Fdd(v+iii,m+iii),[E_pq,u,ip_rqs_pu,bsvc],[E_pq0(m,m),u0,ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii)]);
                Fdd(v+iii,m+iii)=double(Fdd(v+iii,m+iii));
            end
            i_rqs_pu=(Ynsvc_abs(v+iii,m+iii)*(E_pq*cos(Ynsvc_angle(v+iii,m+iii)-u))...
                +(Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(Ynsvc_angle(v+iii,m+iii)-u)))+...
                (Ynsvc_real(v+iii,m+iii)*(E_pq*cos(u))-((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(u)))+...
                (Ynsvc_imag(v+iii,m+iii)*(E_pq*sin(u))+(Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(u));
            Gqq(v+iii,m+iii)=diff(i_rqs_pu,E_pq);
            Gqq(v+iii,m+iii)=subs(Gqq(v+iii,m+iii),[E_pq,u,ip_rqs_pu,bsvc],[E_pq0(m,m),u0,ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii)]);
            Gqq(v+iii,m+iii)=double(Gqq(v+iii,m+iii));
            Hqq(v+iii,m+iii)=diff(i_rqs_pu,ip_rqs_pu);
            Hqq(v+iii,m+iii)=subs(Hqq(v+iii,m+iii),[E_pq,u,ip_rqs_pu,bsvc],[E_pq0(m,m),u0,ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii)]);
            Hqq(v+iii,m+iii)=double(Hqq(v+iii,m+iii));
            Lqqp(v+iii,m+iii)=diff(i_rqs_pu,bsvc);
            Lqqp(v+iii,m+iii)=subs(Lqqp(v+iii,m+iii),[E_pq,u,ip_rqs_pu,bsvc],[E_pq0(m,m),u0,ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii)]);
            Lqqp(v+iii,m+iii)=double(Lqqp(v+iii,m+iii));
            if v~=m
                Fqq(v+iii,m+iii)=diff(i_rqs_pu,u);
                Fqq(v+iii,m+iii)=subs(Fqq(v+iii,m+iii),[E_pq,u,ip_rqs_pu,bsvc],[E_pq0(m,m),u0,ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii)]);
                Fqq(v+iii,m+iii)=double(Fqq(v+iii,m+iii));
            end
        end
    end
end

```

```

end
if v==1
    Fdd(1+iii,1+iii)=- (Fdd(1+iii,2+iii)+Fdd(1+iii,3+iii));
    Fqq(1+iii,1+iii)=- (Fqq(1+iii,2+iii)+Fqq(1+iii,3+iii));
else
    if v==2
        Fdd(2+iii,2+iii)=- (Fdd(2+iii,1+iii)+Fdd(2+iii,3+iii));
        Fqq(2+iii,2+iii)=- (Fqq(2+iii,1+iii)+Fqq(2+iii,3+iii));
    else
        Fdd(3+iii,3+iii)=- (Fdd(3+iii,1+iii)+Fdd(3+iii,2+iii));
        Fqq(3+iii,3+iii)=- (Fqq(3+iii,1+iii)+Fqq(3+iii,2+iii));
    end
end
end
iii=3+iii;
end
double(Gdd);double(Hdd);double(Lddp);double(Gqq);double(Hqq);double(Lqqp);Fdd=-double(Fdd);Fqq=-double(Fqq);

Ldd=zeros(9,1);
iii=0;
for ii=1:3
    for vv=1:3
        Ldd(vv+iii,1)=Lddp(vv+iii,1+iii)+Lddp(vv+iii,2+iii)+Lddp(vv+iii,3+iii);
    end
    iii=3+iii;
end

Lqq=zeros(9,1);
iii=0;
for ii=1:3
    for vv=1:3
        Lqq(vv+iii,1)=Lqqp(vv+iii,1+iii)+Lqqp(vv+iii,2+iii)+Lqqp(vv+iii,3+iii);
    end
    iii=3+iii;
end
double(Ldd);double(Lqq);

Y21py=sym(zeros(1,9));
iii=0;
for ii=1:3
    Y21py(1,1+iii:3+iii)=- (1/((Y22p(ii,ii)+(j*bsvc)))*Y21p(1,1+iii:3+iii));
end

```

```

    iii=3+iii;
end
Y21py_real=real(Y21py);
Y21py_imag=imag(Y21py)

syms delT
C1p=sym(zeros(1,9));C2p=sym(zeros(1,9));C3p=sym(zeros(1,9));C4pp=sym(zeros(1,9));
iii=0;

for ii=1:3
    for m=1:3
        vo_ds_pu=(Y21py_real(1,m+iii)*((E_pq*cos(delt))+((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(delt)))-...
            (Y21py_imag(1,m+iii)*((E_pq*sin(delt))-((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(delt))));
        vo_qs_pu=(Y21py_real(1,m+iii)*((E_pq*sin(delt))-((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(delt)))+...
            (Y21py_imag(1,m+iii)*((E_pq*cos(delt))+((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(delt))));

        vo=sqrt((vo_ds_pu^2)+(vo_qs_pu^2));

        C1p(1,m+iii)=diff(vo,E_pq);
        C1p(1,m+iii)=subs(C1p(1,m+iii),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,bsvc],[E_pq0(m,m),delt0(m),ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii)]);
        C1p(1,m+iii)=double(C1p(1,m+iii));
        C2p(1,m+iii)=diff(vo,ip_rqs_pu);
        C2p(1,m+iii)=subs(C2p(1,m+iii),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,bsvc],[E_pq0(m,m),delt0(m),ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii)]);
        C2p(1,m+iii)=double(C2p(1,m+iii));
        C4pp(1,m+iii)=diff(vo,bsvc);
        C4pp(1,m+iii)=subs(C4pp(1,m+iii),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,bsvc],[E_pq0(m,m),delt0(m),ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii)]);
        C4pp(1,m+iii)=double(C4pp(1,m+iii));
        C3p(1,m+iii)=diff(vo,delt);
        C3p(1,m+iii)=subs(C3p(1,m+iii),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,bsvc],[E_pq0(m,m),delt0(m),ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii)]);
        C3p(1,m+iii)=double(C3p(1,m+iii));

    end
    iii=3+iii;
end
C4p=zeros(1,3);
iii=0;
for ii=1:3
    C4p(1,ii)=C4pp(1,1+iii)+C4pp(1,2+iii)+C4pp(1,3+iii);
    iii=3+iii;
end
end

```

11.6. Cálculo de las constantes K del modelo de Heffron-Phillips

```

function [Gq,Fq,Lq,K1,K2,Kp,K3,K4,Kq,K5,K6,Kv,C1,C3,C4]=constantesK(Fdd...
    ,Gdd,Hdd,Fqq,Gqq,Hqq,Ldd,Lqq,C1p,C2p,C3p,C4p,...
    vpas_fasor_pu,vp_rqs_pu0,vp_rds_pu0,E_pq0,ip_rds_pu0,ip_rqs_pu0,Xq,Xpd,Xd)

I=eye(3);
iii=0;
Fq=zeros(9);Gq=zeros(9);Lq=zeros(9,1);
Fd=zeros(9);Gd=zeros(9);Ld=zeros(9,1);
for ii=1:3
    Fq(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii)=(inv(I-Hqq(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii)))...
        *Fqq(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii);
    Gq(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii)=(inv(I-Hqq(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii)))...
        *Gqq(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii);
    Lq(1+iii:3+iii,1)=(inv(I-Hqq(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii)))*Lqq(1+iii:3+iii,1);
    Fd(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii)=Fdd(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii)+...
        (Hdd(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii)*Fq(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii));
    Gd(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii)=Gdd(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii)+...
        (Hdd(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii)*Gq(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii));
    Ld(1+iii:3+iii,1)=Ldd(1+iii:3+iii,1)+...
        (Hdd(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii)*Lq(1+iii:3+iii,1));
    iii=3+iii;
end

C1=zeros(1,9);C3=zeros(1,9);C4=zeros(1,3);
iii=0;
for ii=1:3
    C1(1,1+iii:3+iii)=C1p(1,1+iii:3+iii)+(C2p(1,1+iii:3+iii)*...
        Gq(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii));
    C3(1,1+iii:3+iii)=C3p(1,1+iii:3+iii)+(C2p(1,1+iii:3+iii)*...
        Fq(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii));
    C4(1,ii)=C4p(1,ii)+C2p(1,1+iii:3+iii)*Lq(1+iii:3+iii,1);
    iii=3+iii;
end

K1=zeros(9);K2=zeros(9);Kp=zeros(9,1);K3=zeros(9);K4=zeros(9);
Kq=zeros(9,1);K5=zeros(9);K6=zeros(9);Kv=zeros(9,1);
iii=0;
for ii=1:3
    K1(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii)=(E_pq0+(ip_rds_pu0*(Xq-Xpd)))*...
        Fq(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii))+...
        ((Xq-Xpd)*ip_rqs_pu0*Fd(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii));
    K2(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii)=(E_pq0+(ip_rds_pu0*(Xq-Xpd)))*...
        Gq(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii))+ip_rqs_pu0*...
        ((Xq-Xpd)*ip_rqs_pu0*Gd(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii));
    Kp(1+iii:3+iii,1)=(E_pq0+(ip_rds_pu0*(Xq-Xpd)))*Lq(1+iii:3+iii,1)+...
        ((Xq-Xpd)*ip_rqs_pu0*Ld(1+iii:3+iii,1));
    K3(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii)=I+((Xd-Xpd)*Gd(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii));
    K4(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii)=(Xd-Xpd)*Fd(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii);
    Kq(1+iii:3+iii,1)=(Xd-Xpd)*Ld(1+iii:3+iii,1);
    K5(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii)=(inv(vpas_fasor_pu))*...
        ((vp_rds_pu0*Xq*Fq(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii))-...
        (vp_rqs_pu0*Xpd*Fd(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii)));
    K6(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii)=(inv(vpas_fasor_pu))*...
        ((vp_rds_pu0*Xq*Gq(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii))+...
        (vp_rqs_pu0*(I-(Xpd*Gd(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii)))));
    Kv(1+iii:3+iii,1)=(inv(vpas_fasor_pu))*...
        ((vp_rds_pu0*Xq*Lq(1+iii:3+iii,1))-(vp_rqs_pu0*Xpd*Ld(1+iii:3+iii,1)));
    iii=3+iii;
end

```


end

11.7.Diseño del AVR

```
function rht = RouthHurwitzSymm(G)
    syms s;
    T=simplifyFraction(G);
    % T=simplifyFraction(G/(1+G));
    [~,d]=numden(T);
    ce = collect(d, s);
    coeffVector = fliplr(coeffs(ce, s));

    l = length(coeffVector);
    rht = rhInit(coeffVector);
    for r = 3:l
        for c=1:length(rht(1,:))
            rht(r, c)=rhValue(rht, r, c);
        end
    end
end

function v = rhValue(rht, r, c)
    if length(rht(1,:))-(c+1) < 0
        v = 0;
    else
        ea=rht(r-2, 1);    eb=rht(r-2, c+1);
        ec=rht(r-1, 1);    ed=rht(r-1, c+1);
        fn = [ea eb; ec ed];
        v = simplify(-det(fn)/ec);
    end
end

function rht = rhInit(coeffVector)
    odd = coeffVector(1:2:end);    % Elementos impares
    even = coeffVector(2:2:end);    % Elementos pares
    even(end+1:length(odd))=0;    % Relleno del final de la segunda fila
    rht = sym(zeros(length(coeffVector):length(odd)));
    rht(1,:) = odd;
    rht(2,:) = even;
end

function [Aa,Bb,Cc,Dd,kii,TA,KA]=matrixxAVR...
    (K1,K2,K3,K4,K5,K6,Tpd0,M,wb,DD)

Aa=zeros(27);Bb=zeros(27,9);Cc=zeros(3,36);Dd=zeros(1,21);

TA=[0.02 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ;
    0 0.02 0 0 0 0 0 0 0 0 ;
    0 0 0.02 0 0 0 0 0 0 0 ;
    0 0 0 0.02 0 0 0 0 0 0 ;
    0 0 0 0 0.02 0 0 0 0 0 ;
    0 0 0 0 0 0.02 0 0 0 0 ;
    0 0 0 0 0 0 0.02 0 0 0 ;
    0 0 0 0 0 0 0 0.02 0 0 ;
    0 0 0 0 0 0 0 0 0.02];

KA=[1.4436 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ;
    0 1.4436 0 0 0 0 0 0 0 0 ;
    0 0 1.4436 0 0 0 0 0 0 0 ;
    0 0 0 0.001 0 0 0 0 0 0 ;
    0 0 0 0 0.001 0 0 0 0 0 ;
```

```

0 0 0 0 0 0.001 0 0 0 ;
0 0 0 0 0 0 0.01 0 0 ;
0 0 0 0 0 0 0 0.01 0 ;
0 0 0 0 0 0 0 0 0.01];
MM=zeros(11,9);
RTH=zeros(10,9);
kii=zeros(9);

iii=0;vv=0;tt=0;uu=0;nnn=0;

I=eye(3);
for ii=1:3
    Aa(1+iii:9+iii,1+iii:9+iii)=...
[-inv(Tpd0)*K3(1+vv:3+vv,1+vv:3+vv) -inv(Tpd0)*K4(1+vv:3+vv,1+vv:3+vv) zeros(3) ;
zeros(3) zeros(3) wb*I ;
-(inv(M))*K2(1+vv:3+vv,1+vv:3+vv) -(inv(M))*K1(1+vv:3+vv,1+vv:3+vv) -wb*(inv(M))*DD ];

    Bb(1+iii:9+iii,1+tt:3+tt)=[inv(Tpd0) ;
zeros(3) ;
zeros(3) ];

    Cc(1:3,1+iii:9+iii)=...
[K6(1+vv:3+vv,1+vv:3+vv) K5(1+vv:3+vv,1+vv:3+vv) zeros(3,3)];
    Dd=zeros(3,3);
    [num,den]=...
ss2tf(Aa(1+iii:9+iii,1+iii:9+iii),Bb(1+iii:9+iii,1+tt:3+tt),...
Cc(1:3,1+iii:9+iii),Dd,1);
    gs1=tf(num(1,:),den);gs2=tf(num(2,:),den);gs3=tf(num(3,:),den);

    PID1=pidtune(gs1,'I');kii(1+uu,1+uu)=PID1.Ki;
    PID2=pidtune(gs2,'I');kii(2+uu,2+uu)=PID2.Ki;
    PID3=pidtune(gs3,'I');kii(3+uu,3+uu)=PID3.Ki;

for yy=1:3
    [z,p,k]=tf2zp(num(yy,:),den);
    [mm,nn]=size(z);
    [m,n]=size(p);
    syms s KAA
    numm=sym(1);
    denn=sym(1);
    if mm==0
        numm=k;
    else
        for Ii=1:mm
            numm=(s-z(Ii))*numm;
        end
    end
    for Ii=1:m
        denn=(s-p(Ii))*denn;
    end

    GG=(k*numm)/denn;
    rthh=RouthHurwitzSymm(GG);
    RTH(1:10,yy+nnn)=rthh(:,1);

    G=(numm*KAA)/(denn*(1+(TA(yy+nnn,yy+nnn)*s)));
    rth=RouthHurwitzSym(G);
    for Ii=1:11
        MM(Ii,yy+nnn)=subs(rth(Ii,1),KAA,KA(yy+nnn,yy+nnn));
    end
end
iii=9+iii;vv=3+vv;tt=3+tt;uu=3+uu;nnn=3+nnn;
end

```

```
Aa=double (Aa) ;Bb=double (Bb) ;Cc=double (Cc) ;Dd=double (Dd) ;  
End
```

11.8. Representación en el espacio de estados para el diseño del controlador PI de voltaje

```

function [A,B,C,D,kp,ki]=matrixxAB...
    (K1,K2,Kp,K3,K4,Kq,K5,K6,Kv...
    ,Tpd0,M,wb,DD,TA,KA,C1,C3,C4)

A=zeros(36);B=zeros(36,21);C=zeros(1,36);D=zeros(1,21);

kp=zeros(1,3);ki=zeros(1,3);

iii=0;vvv=0;tt=0;
I=eye(3);
for ii=1:3
    UU1=-inv(TA(1+vvv:3+vvv,1+vvv:3+vvv))*KA(1+vvv:3+vvv,1+vvv:3+vvv)*K6(1+vvv:3+vvv,1+vvv:3+vvv);
    UU2=-inv(TA(1+vvv:3+vvv,1+vvv:3+vvv))*KA(1+vvv:3+vvv,1+vvv:3+vvv)*K5(1+vvv:3+vvv,1+vvv:3+vvv);
    UU3=-inv(TA(1+vvv:3+vvv,1+vvv:3+vvv));
    UU4=-inv(TA(1+vvv:3+vvv,1+vvv:3+vvv))*KA(1+vvv:3+vvv,1+vvv:3+vvv)*Kv(1+vvv:3+vvv,1);
    UU5=(inv(TA(1+vvv:3+vvv,1+vvv:3+vvv)))*KA(1+vvv:3+vvv,1+vvv:3+vvv);
    A(1+iii:12+iii,1+iii:12+iii)=...
[-inv(Tpd0)*K3(1+vvv:3+vvv,1+vvv:3+vvv) -inv(Tpd0)*K4(1+vvv:3+vvv,1+vvv:3+vvv)      zeros(3)      inv(Tpd0);
      zeros(3)                                zeros(3)                                wb*I          zeros(3);
-inv(M)*K2(1+vvv:3+vvv,1+vvv:3+vvv)      -inv(M)*K1(1+vvv:3+vvv,1+vvv:3+vvv)  -wb*(inv(M))*DD  zeros(3);
      UU1                                UU2                                zeros(3)        UU3  ];

    B(1+iii:12+iii,1+tt:7+tt)=[ -inv(Tpd0)*Kq(1+vvv:3+vvv,1)  zeros(3)  zeros(3);
      zeros(3,1)                                zeros(3)  zeros(3);
      -inv(M)*Kp(1+vvv:3+vvv,1)                    inv(M)   zeros(3);
      UU4                                zeros(3)  UU5  ];

    C(1,1+iii:12+iii)=[C1(1,1+vvv:3+vvv) C3(1,1+vvv:3+vvv) zeros(1,3) zeros(1,3)];
    D(1,1+tt:7+tt)=[C4(1,ii) zeros(1,3) zeros(1,3)];
    [num,den]=ss2tf(A(1+iii:12+iii,1+iii:12+iii),B(1+iii:12+iii,1+tt:7+tt),C(1,1+iii:12+iii),D(1,1+tt:7+tt),1);
    gs=tf(num,den);
    PI_SVC=pidtune(gs,'PI')
    kp(ii)=PI_SVC.Kp;
    ki(ii)=PI_SVC.Ki;

    iii=12+iii;
    vvv=3+vvv;
    tt=7+tt;
end
A=double(A);B=double(B);C=double(C);D=double(D);

```

end

11.9. Cálculo de las constantes K' del modelo de Heffron-Phillips

```

function [Kp1, Kp2, Kpz, Kpp, Kp3, Kp4, Kqz, Kpq, Kp5, Kp6, Kvz, Kpv, CA, ...
        CE, Cz, Cu]=constantesKpC(K1, K2, Kp, K3, K4, Kq, K5, K6, Kv, C1, C3, C4, kp, ki, Co, Xsvcl)

Kp1=zeros(9); Kp2=zeros(9); Kpz=zeros(9,1); Kpp=zeros(9,1);
Kp3=zeros(9); Kp4=zeros(9); Kqz=zeros(9,1); Kpq=zeros(9,1);
Kp5=zeros(9); Kp6=zeros(9); Kvz=zeros(9,1); Kpv=zeros(9,1);
CA=zeros(1,9); CE=zeros(1,9); Cz=zeros(1,3); Cu=zeros(1,3);
iii=0;

for ii=1:3
    Kp1(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii)=K1(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii)...
        +(Kp(1+iii:3+iii,1)*((-1)*(1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)...
            *C3(1,1+iii:3+iii))/(1+((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii)));
    Kp2(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii)=K2(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii)...
        +(Kp(1+iii:3+iii,1)*((-1)*(1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)...
            *C1(1,1+iii:3+iii))/(1+((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii)));
    Kpz(1+iii:3+iii,1)=Kp(1+iii:3+iii,1)*(1/(1+((1/Xsvcl(ii))*...
        *Co(ii)*kp(ii)*C4(ii)));
    Kpp(1+iii:3+iii,1)=Kp(1+iii:3+iii,1)*((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)...
        / (1+((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii)));
    Kp3(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii)=K3(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii)...
        +(Kq(1+iii:3+iii,1)*((-1)*(1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)...
            *C1(1,1+iii:3+iii))/(1+((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii)));
    Kp4(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii)=K4(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii)...
        +(Kq(1+iii:3+iii,1)*((-1)*(1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)...
            *C3(1,1+iii:3+iii))/(1+((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii)));
    Kqz(1+iii:3+iii,1)=Kq(1+iii:3+iii,1)...
        *(1/(1+((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii)));
    Kpq(1+iii:3+iii,1)=Kq(1+iii:3+iii,1)*((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)...
        / (1+((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii)));
    Kp5(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii)=K5(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii)...
        +(Kv(1+iii:3+iii,1)*((-1)*(1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)...
            *C3(1,1+iii:3+iii))/(1+((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii)));
    Kp6(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii)=K6(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii)...
        +(Kv(1+iii:3+iii,1)*((-1)*(1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)...
            *C1(1,1+iii:3+iii))/(1+((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii)));
    Kvz(1+iii:3+iii,1)=Kv(1+iii:3+iii,1)*(1/(1+((1/Xsvcl(ii))*...
        *Co(ii)*kp(ii)*C4(ii)));
    Kpv(1+iii:3+iii,1)=Kv(1+iii:3+iii,1)*((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)...
        / (1+((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii)));
    CA(1,1+iii:3+iii)=-((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*(ki(ii))*C3(1,1+iii:3+iii)...
        *(((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii))...
        / (1+((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii))+1));
    CE(1,1+iii:3+iii)=-((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*(ki(ii))*C1(1,1+iii:3+iii)...
        *(((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii))...
        / (1+((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii))+1));
    Cz(ii)=-((ki(ii))*((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*C4(ii))...
        / (1+((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii)));
    Cu(ii)=-((ki(ii))*(((1/Xsvcl(ii))*Co(ii))^2)*C4(ii)...
        / (1+((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii)));
    iii=3+iii;
end
end

```

11.10. Representación en el espacio de estados instalado con el SVC

```
function [A1,B1]=matrixxA1B1(wb,DD,TPd0,M,KA,TA,Kp1,Kp2,Kpz,Kpp,...
    Kp3,Kp4,Kqz,Kpq,Kp5,Kp6,Kvz,Kpv,CE,CA,Cz,Cu)
```

```
A1=zeros(39);
B1=zeros(39,21);
```

```
iii=0;
vvv=0;
tt=0;
```

```
I=eye(3);
```

```
for ii=1:3
```

```
    UU1=-inv(TA(1+vvv:3+vvv,1+vvv:3+vvv))*KA(1+vvv:3+vvv,1+vvv:3+vvv)*Kp6(1+vvv:3+vvv,1+vvv:3+vvv);
    UU2=-inv(TA(1+vvv:3+vvv,1+vvv:3+vvv))*KA(1+vvv:3+vvv,1+vvv:3+vvv)*Kp5(1+vvv:3+vvv,1+vvv:3+vvv);
    UU3=-inv(TA(1+vvv:3+vvv,1+vvv:3+vvv));
    UU4=-((inv(TA(1+vvv:3+vvv,1+vvv:3+vvv))*KA(1+vvv:3+vvv,1+vvv:3+vvv)*Kvz(1+vvv:3+vvv,1));
    UU5=-((inv(TA(1+vvv:3+vvv,1+vvv:3+vvv))*KA(1+vvv:3+vvv,1+vvv:3+vvv)*Kpv(1+vvv:3+vvv,1));
    UU6=(inv(TA(1+vvv:3+vvv,1+vvv:3+vvv))*KA(1+vvv:3+vvv,1+vvv:3+vvv));
    A1(1+iii:13+iii,1+iii:13+iii)=...
[-inv(Tpd0)*Kp3(1+vvv:3+vvv,1+vvv:3+vvv) -inv(Tpd0)*Kp4(1+vvv:3+vvv,1+vvv:3+vvv) zeros(3) inv(Tpd0) -inv(Tpd0)*Kqz(1+vvv:3+vvv,1) ;
    zeros(3) zeros(3) wb*I zeros(3) zeros(3,1) ;
-inv(M)*Kp2(1+vvv:3+vvv,1+vvv:3+vvv) -inv(M)*Kp1(1+vvv:3+vvv,1+vvv:3+vvv) -wb*(inv(M))*DD zeros(3) -((inv(M))*Kpz(1+vvv:3+vvv,1));
    UU1 UU2 zeros(3) UU3 UU4 ;
    CE(1,1+vvv:3+vvv) CA(1,1+vvv:3+vvv) zeros(1,3) zeros(1,3) Cz(ii) ];
```

```
    A1(1+iii:13+iii,1+iii:13+iii)=double(A1(1+iii:13+iii,1+iii:13+iii));
    B1(1+iii:13+iii,1+tt:7+tt)=[ -inv(Tpd0)*Kpq(1+vvv:3+vvv,1) zeros(3) zeros(3) ;
        zeros(3,1) zeros(3) zeros(3) ;
        -inv(M)*Kpp(1+vvv:3+vvv,1) inv(M) zeros(3) ;
        UU5 zeros(3) UU6 ;
        Cu(ii) zeros(1,3) zeros(1,3)];
```

```
    iii=13+iii;
    vvv=3+vvv;
    tt=7+tt;
```

```
end
```

```
A1=double(A1);
B1=double(B1);
```

```
end
```

11.11. Señal de retroalimentación

```

function [Yfin2]=mattrizred2(Y11,Y12,Y21,Y22)
YY=[Y11 Y12;
    Y21 Y22];
Yp11=[ Y11      zeros(3,2);
      zeros(2,3) zeros(2)];
Ypp11=[ Yp11  zeros(5) ;
      zeros(5) Yp11   ];
nnn=4;vvv=0;
for n=4:5
    for nn=1:3
        Ypp11(nn+vvv,nnn)=YY(nn,n);
        Ypp11(nn+vvv,nnn+1)=YY(nn,n+1);
        Ypp11(nnn,nn+vvv)=YY(n,nn);
        Ypp11(nnn+1,nn+vvv)=YY(n+1,nn);
    end
    Ypp11(nnn:nnn+1,nnn:nnn+1)=YY(n:n+1,n:n+1);
    nnn=5+nnn;vvv=5+vvv;
end
Ypp11=double(Ypp11);

Y12=[-0.0279+1.9297*j      0      0      ;
      0      -0.0276+1.6682*j      0      ;
      0      0      -0.0201+0.9364*j];
Yp12p=zeros(5,1);Ypp12p=[Yp12p Yp12p];
vvv=0;
for nn=1:2
    Y12(:,nn:nn+1)=[];
    Ypp12p(1:3,1+vvv)=Y12;
    Y12=[-0.0279+1.9297*j      0      0      ;
          0      -0.0276+1.6682*j      0      ;
          0      0      -0.0201+0.9364*j];
    vvv=1+vvv;
end
vvv=0;
for nn=1:2
    Yk=Y22(nn:nn+1,:);
    Yk(:,nn:nn+1)=[];
    Ypp12p(4:5,1+vvv)=Yk;
    vvv=1+vvv;
end
Ypp12p=double(Ypp12p);

Y21=[-0.0279+1.9297*j      0      0      ;
      0      -0.0276+1.6682*j      0      ;
      0      0      -0.0201+0.9364*j];
Yp21p=zeros(1,5);Ypp21p=[Yp21p; Yp21p];
vvv=0;
for nn=1:2
    Y21(nn:nn+1,:)=[];
    Ypp21p(1+vvv,1:3)=Y21;
    Y21=[-0.0279+1.9297*j      0      0      ;
          0      -0.0276+1.6682*j      0      ;
          0      0      -0.0201+0.9364*j];
    vvv=1+vvv;
end
vvv=0;
for nn=1:2
    Ykk=Y22(:,nn:nn+1);
    Ykk(nn:nn+1,:)=[];

```



```

    Ypp21p(1+vvv,4:5)=Ykk;
    vvv=1+vvv;
end
Ypp21p=double(Ypp21p);

Y22=[12.7055-103.6480*j -3.6004+36.0036*j -6.6007+66.0066*j;
      -3.6004+36.0036*j  3.6280-37.6670*j      0 ;
      -6.6007+66.0066*j      0      6.6208-66.9417*j];
Ypp22=zeros(2);
vvv=0;
for nn=1:2
    Y22(nn:nn+1,:)=[];
    Y22(:,nn:nn+1)=[];
    Ypp22(1+vvv,1+vvv)=Y22;
    Y22=[12.7055-103.6480*j -3.6004+36.0036*j -6.6007+66.0066*j;
          -3.6004+36.0036*j  3.6280-37.6670*j      0 ;
          -6.6007+66.0066*j      0      6.6208-66.9417*j];
    vvv=1+vvv;
end
Ypp22=double(Ypp22);

Y=zeros(12);
hh=0;
hhh=0;
hhhh=0;
for ii=1:2
    Y(1+hh:5+hh,1+hh:5+hh)=Ypp11(1+hhh:5+hhh,1+hhh:5+hhh);
    Y(6+hh,6+hh)=Ypp22(1+hhhh,1+hhhh);
    Y(1+hh:5+hh,6+hh)=Ypp12p(1:5,1+hhhh);
    Y(6+hh,1+hh:5+hh)=Ypp21p(1+hhhh,1:5);
    hh=6+hh;
    hhh=5+hhh;
    hhhh=1+hhhh;
end
Y=double(Y);

Yfin2=zeros(10);
cv=0;
cu=0;
for ii=1:2
    Yfin2(1+cv:5+cv,1+cv:5+cv)=Y(1+cu:5+cu,1+cu:5+cu)-...
        (Y(1+cu:5+cu,6+cu)*(inv(Y(6+cu,6+cu)))*Y(6+cu,1+cu:5+cu));
    cv=5+cv;
    cu=6+cu;
end
end

```

```

function [PPP_menos,PPP_mas]=constantesPpnum1...
    (Y2lpy_real,Y2lpy_imag,Y22,Xq,Xpd,E_pq0,delt0,ip_rqs_pu0,Yfin2,bsvc0)
syms E_pq delt ip_rqs_pu bsvc

P_menos=sym(zeros(1,3));P_mas=sym(zeros(1,3));
PP_menos=sym(zeros(3,12));PP_mas=sym(zeros(3,12));

vv=0;
vvv=0;
iii=0;
t=0;
for ii=1:2
    for m=1:3
        vo_ds_pu_ma=(Y2lpy_real(1,m+iii)*((E_pq*cos(delt))+...
            ((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(delt)))-...
            (Y2lpy_imag(1,m+iii)*((E_pq*sin(delt))-...
            ((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(delt))));
        vo_qs_pu_ma=(Y2lpy_real(1,m+iii)*((E_pq*sin(delt))-...
            ((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(delt)))+...
            (Y2lpy_imag(1,m+iii)*((E_pq*cos(delt))+...
            ((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(delt))));

        vo_ds_pu_me=(Y2lpy_real(1,m+3+iii)*((E_pq*cos(delt))+...
            ((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(delt)))-...
            (Y2lpy_imag(1,m+3+iii)*((E_pq*sin(delt))-...
            ((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(delt))));
        vo_qs_pu_me=(Y2lpy_real(1,m+3+iii)*((E_pq*sin(delt))-...
            ((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(delt)))+...
            (Y2lpy_imag(1,m+3+iii)*((E_pq*cos(delt))+...
            ((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(delt))));

        vo_ds_pu_menos=((real(-1/Yfin2(4+vvv,4+vvv)))*((real(Yfin2(4+vvv,m+vvv)))*((E_pq*cos(delt))+...
            ((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(delt)))-((imag(Yfin2(4+vvv,m+vvv)))*((E_pq*sin(delt))-...
            ((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(delt))))+(real(Yfin2(4+vvv,5+vvv)))*vo_ds_pu_me)-((imag(Yfin2(4+vvv,5+vvv)))*vo_qs_pu_me))-...
            ((imag(-1/Yfin2(4+vvv,4+vvv)))*((real(Yfin2(4+vvv,m+vvv)))*((E_pq*sin(delt))-...
            ((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(delt))))+(imag(Yfin2(4+vvv,m+vvv)))*((E_pq*cos(delt))+...
            ((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(delt))))+(real(Yfin2(4+vvv,5+vvv)))*vo_qs_pu_me)+((imag(Yfin2(4+vvv,5+vvv)))*vo_ds_pu_me));

        vo_qs_pu_menos=((real(-1/Yfin2(4+vvv,4+vvv)))*((real(Yfin2(4+vvv,m+vvv)))*((E_pq*sin(delt))-...
            ((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(delt))))+(imag(Yfin2(4+vvv,m+vvv)))*((E_pq*cos(delt))+...
            ((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(delt))))+(real(Yfin2(4+vvv,5+vvv)))*vo_qs_pu_me)+((imag(Yfin2(4+vvv,5+vvv)))*vo_ds_pu_me))+...
            ((imag(-1/Yfin2(4+vvv,4+vvv)))*((real(Yfin2(4+vvv,m+vvv)))*((E_pq*cos(delt))+...
            ((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(delt)))-((imag(Yfin2(4+vvv,m+vvv)))*((E_pq*sin(delt))-...

```

```

((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(delt)))+(real(Yfin2(4+vvv,5+vvv))*vo_ds_pu_me)-((imag(Yfin2(4+vvv,5+vvv))*vo_qs_pu_me));

vo_ds_pu_mas=(real(-1/Yfin2(5+vv,5+vv))*((real(Yfin2(5+vv,m+vv))*((E_pq*cos(delt))+...
((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(delt)))-((imag(Yfin2(5+vv,m+vv))*((E_pq*sin(delt))-...
((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(delt)))+(real(Yfin2(5+vv,4+vv))*vo_ds_pu_ma)-((imag(Yfin2(5+vv,4+vv))*vo_qs_pu_ma))-...
((imag(-1/Yfin2(5+vv,5+vv))*((real(Yfin2(5+vv,m+vv))*((E_pq*sin(delt))-...
((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(delt)))+(imag(Yfin2(5+vv,m+vv))*((E_pq*cos(delt))+...
((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(delt)))+(real(Yfin2(5+vv,4+vv))*vo_qs_pu_ma)+((imag(Yfin2(5+vv,4+vv))*vo_ds_pu_ma));

vo_qs_pu_mas=(real(-1/Yfin2(5+vv,5+vv))*((real(Yfin2(5+vv,m+vv))*((E_pq*sin(delt))-...
((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(delt)))+(imag(Yfin2(5+vv,m+vv))*((E_pq*cos(delt))+...
((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(delt)))+(real(Yfin2(5+vv,4+vv))*vo_qs_pu_ma)+((imag(Yfin2(5+vv,4+vv))*vo_ds_pu_ma))+...
((imag(-1/Yfin2(5+vv,5+vv))*((real(Yfin2(5+vv,m+vv))*((E_pq*cos(delt))+...
((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*sin(delt)))-((imag(Yfin2(5+vv,m+vv))*((E_pq*sin(delt))-...
((Xq(m,m)-Xpd(m,m))*ip_rqs_pu*cos(delt)))+(real(Yfin2(5+vv,4+vv))*vo_ds_pu_ma)-((imag(Yfin2(5+vv,4+vv))*vo_qs_pu_ma));

P_menos(t+2)=vo_ds_pu_menos*((real(Y22(ii+1,1))*(vo_ds_pu_menos-vo_ds_pu_me))-...
(imag(Y22(ii+1,1))*(vo_qs_pu_menos-vo_qs_pu_me))+...
vo_qs_pu_menos*((real(Y22(ii+1,1))*(vo_qs_pu_menos-vo_qs_pu_me))+...
(imag(Y22(ii+1,1))*(vo_ds_pu_menos-vo_ds_pu_me));
P_mas(t+1)=vo_ds_pu_ma*((real(Y22(1,ii+1))*(vo_ds_pu_ma-vo_ds_pu_mas))-...
(imag(Y22(1,ii+1))*(vo_qs_pu_ma-vo_qs_pu_mas))+...
vo_qs_pu_ma*((real(Y22(1,ii+1))*(vo_qs_pu_ma-vo_qs_pu_mas))+...
(imag(Y22(1,ii+1))*(vo_ds_pu_ma-vo_ds_pu_mas));

PP_menos(t+2,m)=diff(P_menos(t+2),bsvc);
PP_menos(t+2,m)=subs(PP_menos(t+2,m),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,bsvc],...
[E_pq0(m,m),delt0(m),ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii+1)]);
PP_menos(t+2,m)=double(PP_menos(t+2,m));
PP_menos(t+2,m+3)=diff(PP_menos(t+2),E_pq);
PP_menos(t+2,m+3)=subs(PP_menos(t+2,m+3),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,bsvc],...
[E_pq0(m,m),delt0(m),ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii+1)]);
PP_menos(t+2,m+3)=double(PP_menos(t+2,m+3));
PP_menos(t+2,m+6)=diff(PP_menos(t+2),delt);
PP_menos(t+2,m+6)=subs(PP_menos(t+2,m+6),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,bsvc],...
[E_pq0(m,m),delt0(m),ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii+1)]);
PP_menos(t+2,m+6)=double(PP_menos(t+2,m+6));
PP_menos(t+2,m+9)=diff(PP_menos(t+2),ip_rqs_pu);
PP_menos(t+2,m+9)=subs(PP_menos(t+2,m+9),...
[E_pq,delt,ip_rqs_pu,bsvc],[E_pq0(m,m),delt0(m),ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii+1)]);
PP_menos(t+2,m+9)=double(PP_menos(t+2,m+9));

PP_mas(t+1,m)=diff(P_mas(t+1),bsvc);

```

```

PP_mas(t+1,m)=subs(PP_mas(t+1,m),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,bsvc],...
[E_pq0(m,m),delt0(m),ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii)]);
PP_mas(t+1,m)=double(PP_mas(t+1,m));
PP_mas(t+1,m+3)=diff(P_mas(t+1),E_pq);
PP_mas(t+1,m+3)=subs(PP_mas(t+1,m+3),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,bsvc],...
[E_pq0(m,m),delt0(m),ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii)]);
PP_mas(t+1,m+3)=double(PP_mas(t+1,m+3));
PP_mas(t+1,m+6)=diff(P_mas(t+1),delt);
PP_mas(t+1,m+6)=subs(PP_mas(t+1,m+6),[E_pq,delt,ip_rqs_pu,bsvc],...
[E_pq0(m,m),delt0(m),ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii)]);
PP_mas(t+1,m+6)=double(PP_mas(t+1,m+6));
PP_mas(t+1,m+9)=diff(P_mas(t+1),ip_rqs_pu);
PP_mas(t+1,m+9)=subs(PP_mas(t+1,m+9),...
[E_pq,delt,ip_rqs_pu,bsvc],[E_pq0(m,m),delt0(m),ip_rqs_pu0(m,m),bsvc0(ii)]);
PP_mas(t+1,m+9)=double(PP_mas(t+1,m+9));

end
vv=5+vv;
vvv=5+vvv;
iii=3+iii;
t=t+1;
end

PPP_menos=sym(zeros(3,10));PPP_mas=sym(zeros(3,10));
PPP_menos(1:3,2:10)=PP_menos(1:3,4:12);
PPP_mas(1:3,2:10)=PP_mas(1:3,4:12);

for iii=1:3
    PPP_menos(iii,1)=PP_menos(iii,1)+PP_menos(iii,2)+PP_menos(iii,3);
    PPP_mas(iii,1)=PP_mas(iii,1)+PP_mas(iii,2)+PP_mas(iii,3);
end
end
end

```

```

function [PPpp_menos,PPpp_mas]=constantesPnum1...
    (PPP_menos,PPP_mas,Lq,Gq,Fq,C1,C3,C4,Co,kp,Xsvcl)

PPp_menos=zeros(3,7);PPp_mas=zeros(3,7);

iii=0;
for ii=1:2
    PPp_menos(ii+1,1)=PPP_menos(ii+1,1)+...
        (PPP_menos(ii+1,8:10)*Lq(1+3+iii:3+3+iii,1));
    PPp_menos(ii+1,2:4)=PPP_menos(ii+1,2:4)+...
        (PPP_menos(ii+1,8:10)*Gq(1+3+iii:3+3+iii,1+3+iii:3+3+iii));
    PPp_menos(ii+1,5:7)=PPP_menos(ii+1,5:7)+...
        (PPP_menos(ii+1,8:10)*Fq(1+3+iii:3+3+iii,1+3+iii:3+3+iii));
    PPp_mas(ii,1)=PPP_mas(ii,1)+(PPP_mas(ii,8:10)*Lq(1+iii:3+iii,1));
    PPp_mas(ii,2:4)=PPP_mas(ii,2:4)+...
        (PPP_mas(ii,8:10)*Gq(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii));
    PPp_mas(ii,5:7)=PPP_mas(ii,5:7)+...
        (PPP_mas(ii,8:10)*Fq(1+iii:3+iii,1+iii:3+iii));

    iii=iii+3;
end

BB1=zeros(1,9);BB2=zeros(1,9);BB3=zeros(1,3);BB4=zeros(1,3);
iii=0;
for ii=1:3
    BB1(1,1+iii:3+iii)=((-1)*(1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii))/...
        (1+((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii)))*C3(1,1+iii:3+iii);
    BB2(1,1+iii:3+iii)=((-1)*(1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii))/...
        (1+((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii)))*C1(1,1+iii:3+iii);
    BB3(ii)=1/(1+((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii)));
    BB4(ii)=(1/Xsvcl(ii))*Co(ii)/(1+((1/Xsvcl(ii))*Co(ii)*kp(ii)*C4(ii)));
    iii=3+iii;
end

PPpp_menos=zeros(3,8);PPpp_mas=zeros(3,8);

iii=0;
for ii=1:2
    PPpp_menos(ii+1,1:3)=...
        PPp_menos(ii+1,2:4)+PPpp_menos(ii+1,1)*BB2(1,1+3+iii:3+3+iii);
    PPpp_menos(ii+1,4:6)=...
        PPp_menos(ii+1,5:7)+PPpp_menos(ii+1,1)*BB1(1,1+3+iii:3+3+iii);
    PPpp_menos(ii+1,7)=PPp_menos(ii+1,1)*BB3(ii+1);
    PPpp_menos(ii+1,8)=PPp_menos(ii+1,1)*BB4(ii+1);
    PPpp_mas(ii,1:3)=PPp_mas(ii,2:4)+PPpp_mas(ii,1)*BB2(1,1+iii:3+iii);
    PPpp_mas(ii,4:6)=PPp_mas(ii,5:7)+PPpp_mas(ii,1)*BB1(1,1+iii:3+iii);
    PPpp_mas(ii,7)=PPp_mas(ii,1)*BB3(ii);
    PPpp_mas(ii,8)=PPp_mas(ii,1)*BB4(ii);

    iii=iii+3;
end
end

```

11.12.Ecuación de salida

```

function [C1_1,D1_1,C1_21,D1_21,C1_22,D1_22,...
    C1_31,D1_31,C1_32,D1_32]=matrixxC1D1_1(PPpp_menos,PPpp_mas)

for ii=1:3
    if ii==1

```

```

        C1_1=...
    [PPpp_mas(ii,1:3) PPpp_mas(ii,4:6) zeros(1,3) zeros(1,3) PPpp_mas(ii,7)];
        D1_1=PPpp_mas(ii,8);
    else
        if ii==2
            C1_21=...
    [PPpp_menos(ii,1:3) PPpp_menos(ii,4:6) zeros(1,3) zeros(1,3) PPpp_menos(ii,7)];
            D1_21=PPpp_menos(ii,8);
            C1_22=...
    [PPpp_mas(ii,1:3) PPpp_mas(ii,4:6) zeros(1,3) zeros(1,3) PPpp_mas(ii,7)];
            D1_22=PPpp_mas(ii,8);
        else
            C1_31=...
    [PPpp_menos(ii,1:3) PPpp_menos(ii,4:6) zeros(1,3) zeros(1,3) PPpp_menos(ii,7)];
            D1_31=PPpp_menos(ii,8);
        end
    end
end
end
end

```

11.13. Selección de locación de instalación

```

function [P,DD,freq,sigma,VV,WW]=confident(A1)

DD=zeros(13,3);freq=zeros(13,3);VV=zeros(39);WW=zeros(39);
iii=0;
for ii=1:3
    [V,D] = eig(A1(1+iii:13+iii,1+iii:13+iii));
    W=inv(V);
    VV(1+iii:13+iii,1+iii:13+iii)=V;
    WW(1+iii:13+iii,1+iii:13+iii)=W;
    for m=1:13
        DD(m,ii)=D(m,m);
        freq(m,ii)=(abs(imag(D(m,m))))/(2*pi);
    end
    iii=13+iii;
end

iii=0;
P=zeros(39);
for ii=1:3
    for gg=1:13
        for m=1:13
            P(gg+iii,m+iii)=(abs(VV(gg+iii,m+iii))*abs(WW(m+iii,gg+iii)));
        end
    end
    iii=iii+13;
end

iii=0;
sigma=zeros(1,119);
for ii=1:3
    for gg=1:13
        Pnum=0;
        for cc=0:6
            Pnum=Pnum+P(4+cc+iii,gg+iii);
        end
        Pden=0;
        for nn=0:2
            Pden=Pden+P(1+nn+iii,gg+iii)+P(10+nn+iii,gg+iii)+P(13+iii,gg+iii);
        end
    end
end

```

```

        end
        sigma(1,gg+iii)=Pnum/Pden;
    end
    iii=iii+13;
end
end

function [ipsilon]=intalloca1(C1_1,C1_21,C1_22,C1_31,VV)

ipsilon=zeros(56,238);
iii=0;
g=0;
h=0;
gg=3;
hh=13;
for ii=1:3
    for n=1:13
        for m=1:3
            if ii==1
                ipsilon(m+gg,n+hh)=...
                    (C1_1*VV(1+iii:13+iii,n+iii))/VV(m+6+iii,n+iii);
            else
                if ii==2
                    ipsilon(m+g,n+h)=...
                        (C1_21*VV(1+iii:13+iii,n+iii))/VV(m+6+iii,n+iii);
                    ipsilon(m+gg,n+hh)=...
                        (C1_22*VV(1+iii:13+iii,n+iii))/VV(m+6+iii,n+iii);
                else
                    ipsilon(m+g,n+h)=...
                        (C1_31*VV(1+iii:13+iii,n+iii))/VV(m+6+iii,n+iii);
                end
            end
        end
    end
    iii=iii+13;
    g=g+6;
    h=h+26;
    gg=gg+6;
    hh=hh+26;
end
end

function [S,BB]=intalloca2(WW,VV,A1,B1,DD)

S=zeros(9,39);
iii=0;
nn=0;
for ii=1:3
    for m=1:13
        for n=1:3
            S(n+nn,m+iii)=WW(m+iii,n+6+iii)*VV(n+6+iii,m+iii);
        end
    end
    iii=iii+13;
    nn=nn+3;
end

BB=zeros(9,39);
iii=0;
gg=0;

```

```

tt=0;
for ii=1:3
    for hh=1:13
        BB(1+gg:3+gg,hh+iii)=B1(7+iii:9+iii,1+tt)+...
            (A1(7+iii:9+iii,13+iii)*(1/(DD(hh,ii)-...
                A1(13+iii,13+iii)))*B1(13+iii,1+tt));
    end
    iii=iii+13;
    gg=gg+3;
    tt=tt+7;
end
end

function [DTA,DTAp,ipsilon_abs,S_abs,BB_abs]=intalloca3(ipsilon,S,BB)

ipsilon_abs=abs(ipsilon);
S_abs=abs(S);
BB_abs=abs(BB);

DTAp=zeros(18,78);
iii=0;
g=0;
h=0;
gg=3;
hh=13;
ss=0;

for ii=1:3
    for n=1:13
        for m=1:3
            if ii==1
                DTAp(m+gg,n+hh)=ipsilon_abs(m+gg,n+hh)*...
                    S_abs(m+ss,n+iii)*BB_abs(m+ss,n+iii);
            else
                if ii==2
                    DTAp(m+g,n+h)=ipsilon_abs(m+g,n+h)*...
                        S_abs(m+ss,n+iii)*BB_abs(m+ss,n+iii);
                    DTAp(m+gg,n+hh)=ipsilon_abs(m+gg,n+hh)*...
                        S_abs(m+ss,n+iii)*BB_abs(m+ss,n+iii);
                else
                    DTAp(m+g,n+h)=ipsilon_abs(m+g,n+h)*...
                        S_abs(m+ss,n+iii)*BB_abs(m+ss,n+iii);
                end
            end
        end
        end
        iii=iii+13;
        g=g+6;
        h=h+26;
        gg=gg+6;
        hh=hh+26;
        ss=ss+3;
    end

DTA=zeros(6,13);
iii=0;
gg=0;
for ii=1:6
    for n=1:13
        for m=1:3
            DTA(ii,n)=DTA(ii,n)+DTAp(m+gg,n+iii);
        end
    end
end

```



```

        end
    end
    iii=iii+13;
    gg=gg+3;
end
end

```

11.14. Diseño del controlador del compensador estático de potencia reactiva mediante el método del lugar de las raíces

```

function [Ks, T2, T4]=Control1SVC(DD, TA, KA, Kp6, ...
    Kzv, Kpv, Tpd0, Kp3, Kqz, CE, Cz, Kpq, Cu, Kp2, Kpz, Kpp, M)

ws=abs(imag(DD(5,2)))
syms x

U1=-inv(TA(1+3:3+3,1+3:3+3))*KA(1+3:3+3,1+3:3+3)*Kp6(1+3:3+3,1+3:3+3);
U3=-inv(TA(1+3:3+3,1+3:3+3));
U4=-((inv(TA(1+3:3+3,1+3:3+3)))*KA(1+3:3+3,1+3:3+3)*Kzv(1+3:3+3,1));
U5=-inv(TA(1+3:3+3,1+3:3+3))*KA(1+3:3+3,1+3:3+3)*Kpv(1+3:3+3,1);

A_Te=...
[-inv(Tpd0)*Kp3(1+3:3+3,1+3:3+3) inv(Tpd0) -inv(Tpd0)*Kqz(1+3:3+3,1) ;
    U1 U3 U4 ;
    CE(1,1+3:3+3) zeros(1,3) Cz(2) ];

A_Te=double(A_Te);
B_Te=[ -inv(Tpd0)*Kpq(1+3:3+3,1) ;
    U5 ;
    Cu(2) ];
B_Te=double(B_Te);

C_Te=[-Kp2(1+3:3+3,1+3:3+3) zeros(3) -Kpz(1+3:3+3,1) ] ;
C_Te=double(C_Te);

D_Te=-Kpp(1+3:3+3,1);
D_Te=double(D_Te);

I=eye(7);
Te=(C_Te*(inv(x*I-A_Te))*B_Te)+D_Te
Fsvc_s=double(subs(Te,x,j*ws))

T1=0.001;T3=0.001;
syms Ks T2 T4
Tet1=Ks*((1+x*T2)*(1+x*T4))
Tet2=(1.6*((1+x*T1)*(1+x*T3)))/(Fsvc_s(2)*(0+(x*M(2,2))))
Tet2_ReIm=double(subs(Tet2,x,j*ws))

EC1=Ks*(1-(T2*T4*(ws^2)))==real(Tet2_ReIm)
EC2=Ks*ws*(T2+T4)==imag(Tet2_ReIm)
EC3=T2==T4
MM=solve([EC1,EC2,EC3],[Ks,T2,T4])
m=find(MM.Ks>0);n=find(MM.T2>0);v=find(MM.T4>0);
Ks=double(MM.Ks(m));
if m==n
    T2=double(MM.T2(n));
end
if m==v
    T4=double(MM.T4(v));
end
end

```

```
s=tf('s')
AR=(Ks*(1+s*T2)*(1+s*T4))/((1+s*T1)*(1+s*T3))
Ff=feedback(AR*TF,1)
impulse(Ff,10)
```



MINISTERIO DE DESARROLLO PRODUCTIVO Y ECONOMIA PLURAL



**DIRECCIÓN DE DERECHO DE AUTOR
Y DERECHOS CONEXOS
RESOLUCIÓN ADMINISTRATIVA NRO. 1-1298/2023
La Paz, 22 de Mayo del 2023**

VISTOS:

La solicitud de inscripción de Derecho de Autor presentada en fecha **16 de Mayo del 2023**, por **LUIS FERNANDO ALCON SULLCANI** con C.I. N° **7068387 LP**, con número de trámite **DA 650/2023**, señala la pretensión de inscripción del Proyecto de Grado titulado: **"Diseño y simulación de un estabilizador adaptativo mediante redes neuronales para el sistema de potencia Carrasco, Bulo Bulo y Entre Ríos"**, cuyos datos y antecedentes se encuentran adjuntos y expresados en el Formulario de Declaración Jurada.

CONSIDERANDO

Que, en observación al Artículo 4º del Decreto Supremo N° 27938 modificado parcialmente por el Decreto Supremo N° 28152 el *"Servicio Nacional de Propiedad Intelectual SENAPI, administra en forma desconcentrada e integral el régimen de la Propiedad Intelectual en todos sus componentes, mediante una estricta observancia de los regímenes legales de la Propiedad Intelectual, de la vigilancia de su cumplimiento y de una efectiva protección de los derechos de exclusiva referidos a la propiedad industrial, al derecho de autor y derechos conexos; constituyéndose en la oficina nacional competente respecto de los tratados internacionales y acuerdos regionales suscritos y adheridos por el país, así como de las normas y regímenes comunes que en materia de Propiedad Intelectual se han adoptado en el marco del proceso andino de integración"*.

Que, el Artículo 16º del Decreto Supremo N° 27938 establece *"Como núcleo técnico y operativo del SENAPI funcionan las Direcciones Técnicas que son las encargadas de la evaluación y procesamiento de las solicitudes de derechos de propiedad intelectual, de conformidad a los distintos regímenes legales aplicables a cada área de gestión"*. En ese marco, la Dirección de Derecho de Autor y Derechos Conexos otorga registros con carácter declarativo sobre las obras del ingenio cualquiera que sea el género o forma de expresión, sin importar el mérito literario o artístico a través de la inscripción y la difusión, en cumplimiento a la Decisión 351 Régimen Común sobre Derecho de Autor y Derechos Conexos de la Comunidad Andina, Ley de Derecho de Autor N° 1322, Decreto Reglamentario N° 23907 y demás normativa vigente sobre la materia.



Que, la solicitud presentada cumple con: el Artículo 6º de la Ley N° 1322 de Derecho de Autor, el Artículo 26º inciso a) del Decreto Supremo N° 23907 Reglamento de la Ley de Derecho de Autor, y con el Artículo 4º de la Decisión 351 Régimen Común sobre Derecho de Autor y Derechos Conexos de la Comunidad Andina.



Que, de conformidad al Artículo 18º de la Ley N° 1322 de Derecho de Autor en concordancia con el Artículo 18º de la Decisión 351 Régimen Común sobre Derecho de Autor y Derechos Conexos de la Comunidad Andina, referentes a la duración de los Derechos Patrimoniales, los mismos establecen que: *"la duración de la protección concedida por la presente ley será para toda la vida del autor y por 50 años después de su muerte, a favor de sus herederos, legatarios y cesionarios"*.



Oficina Central - La Paz
Av. Morales N° 191,
entre Cuz. Urugua y
C. Batallas Rómulo
Telf.: 209200 - 209201
209201 Fax: 209200

Oficina - Santa Cruz
Av. Urugua y Calle
prolongación Suñari,
N° 49, Edif. Bicentenario
Telf.: 320010 - 320011

Oficina - Cochabamba
Calle Bolivia, N° 75,
entre H. de Julio y Antezana
Telf.: 310011 - 310012

Oficina - El Alto
Av. Juan Pablo I, N° 2960
Edif. Multicentro O Centro
Edif. Pico 2, Of. 18
Calle H. de Julio
Telf.: 310011 - 310012

Oficina - Chuquisaca
Calle Calleseros 1, N° 106
Calle exp. Simpatología,
zona Parque Bolívar
Telf.: 320011

Oficina - Tarija
Av. La Paz, entre
Calle Los Trigos y Avanza
Edif. Santa Clara, N° 243
Telf.: 320011

Oficina - Oruro
Calle 8 de Octubre,
N° 512, entre Ayacucho
y Santa Catalina Central,
Of. 14 (B. Santa Fe)
Telf.: 320011

Oficina - Potosí
Av. Villalón entre calles
Remoncillo Aída y San Alberto
Edif. SAN Salinas N° 243,
Potosí Pta. Of. 14



ESTADO PLURINACIONAL DE
BOLIVIA
MINISTERIO DE DESARROLLO
PRODUCTIVO Y ECONOMIA PLURAL

Que, se deja establecido en conformidad al Artículo 4º de la Ley Nº 1322 de Derecho de Autor, y Artículo 7º de la Decisión 351 Régimen Común sobre Derecho de Autor y Derechos Conexos de la Comunidad Andina que: "...No son objeto de protección las ideas contenidas en las obras literarias, artísticas, o el contenido ideológico o técnico de las obras científicas ni su aprovechamiento industrial o comercial".

Que, el artículo 4, inciso e) de la ley 2341 de Procedimiento Administrativo, instituye que: "... en la relación de los particulares con la Administración Pública, se presume el principio de buena fe. La confianza, la cooperación y la lealtad en la actuación de los servidores públicos y de los ciudadanos ...", por lo que se presume la buena fe de los administrados respecto a las solicitudes de registro y la declaración jurada respecto a la originalidad de la obra.

POR TANTO

El Director de Derecho de Autor y Derechos Conexos sin ingresar en mayores consideraciones de orden legal, en ejercicio de las atribuciones conferidas

RESUELVE:

INSCRIBIR en el Registro de Tesis, Proyectos de Grado, Monografías y Otras Similares de la Dirección de Derecho de Autor y Derechos Conexos, del Proyecto de Grado titulado: "Diseño y simulación de un estabilizador adaptativo mediante redes neuronales para el sistema de potencia Carrasco, Bulo Bulo y Entre Ríos", a favor del autor y titular: **LUIS FERNANDO ALCON SULLCANI** con C.I. Nº **7068387 LP**, quedando amparado su derecho conforme a Ley, salvando el mejor derecho que terceras personas pudieren demostrar.

Regístrese, Comuníquese y Archívese.

Abg. Alexander Villegas Calle
**DIRECTOR DE DERECHO DE AUTOR
Y DERECHOS CONEXOS a.i.**
SERVICIO NACIONAL DE PROPIEDAD INTELECTUAL



CASA/maada
c.c Arch



Oficina Central - La Paz
Av. Montecristo, Nº 515,
entre Esq. Uruguaay y
C. Batallón Humani.
Telf.: 2157000 - 2157026
2157031 Fax: 2157000

Oficina - Santa Cruz
Av. Uruguay, Calle
prolongación Quijano,
Nº 29, Edif. Bicentenario.
Telf.: 3211752 - 32047936

Oficina - Cochabamba
Calle Bolivia, Nº 737,
entre 16 de Julio y Antezana.
Telf.: 4444445 - 32042937

Oficina - El Alto
Av. Juan Pablo II, Nº 280
Edif. Multicentro El Centro
Edif. Piso 2, Of. 18,
zona 16 de Julio
Telf.: 2440001 - 22043029

Oficina - Chuquiaguacá
Calle Kilómetros 2, Nº 366
Calle esq. Uruguaay,
zona Parque Bolívar.
Telf.: 22009879

Oficina - Tarija
Av. La Paz, entre
Calle Gas Trigo y Barroa
Edif. Santa Clara, Nº 243.
Telf.: 3205386

Oficina - Oruro
Calle 6 de Octubre,
Nº 1832, entre Higuachaca
y Isiro, Lucrecia Central,
Of. 14, (La Santa Fe).
Telf.: 6220488

Oficina - Potosí
Av. Villazón entre calles
Wenceslao Illiza y San Alberto,
Edif. AM, Salinas Nº 342,
Primer Piso, Of. 11.

www.senapi.gob.bo

Scanned by TapScanner

Autor: Alcon Sulcani Luis Fernando

Correo Electrónico: luisfernandoalcons@gmail.com

Número de Celular: 72585099