UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRÉS

FACULTAD DE CIENCIAS PURAS Y NATURALES

CARRERA DE INFORMÁTICA

TESIS DE GRADO

"COMBINACIÓN DE MATRICES DE CONVOLUCIÓN EN EL PROCESAMIENTO DIGITAL DE IMÁGENES"

PARA OPTAR AL TÍTULO DE LICENCIATURA EN INFORMÁTICA
MENCIÓN INGENIERÍA DE SISTEMAS INFORMÁTICOS

POSTULANTE: Univ. Carlos Ariel Altamirano Choque

TUTOR: Mg.Sc. Rosa Flores Morales

REVISOR: Mg.Sc. Lucio Torrico Díaz

LA PAZ – BOLIVIA
2011

A mamá…

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer primeramente a mi familia por el apoyo y comprensión a lo largo de mi vida.

También agradecer a las personas que guiaron este trabajo, a la MSc. Rosa Flores M. por el apoyo, las observaciones hechas y los consejos brindados, a Lucio Torrico por las observaciones, correcciones, tareas, etc. sin los cuales esta investigación no hubiera sido posible; a ambos por el tiempo y la dedicación que pusieron en este trabajo.

A Universidad Mayor de San Andrés, en particular a la carrera de informática que me ha formado académicamente y a los docentes que la componen por los conocimientos transmitidos a lo largo de estos años.

Finalmente a todos los amigos y amigas, que tuve la suerte de conocer y compartir con ellos esta etapa de mi vida.

Ariel Altamirano

RESUMEN

El procesamiento digital de imágenes es un área en constante crecimiento y con diferentes aplicaciones, se utilizan diferentes procesos de acuerdo a las necesidades que se tenga. Entre los diferentes tipos de procesos está la convolución de imágenes; consiste en procesar cada pixel de la imagen original en función de sus pixeles vecinos haciendo una combinación lineal de estos valores con los coeficientes de la matriz de convolución o kernel, los resultados obtenidos dependen de los coeficientes de esta matriz. La convolución es útil para destacar ciertos rasgos de una imagen, destacar el relieve, aumentar la nitidez, detectar bordes, etc.

En algunos casos es útil aplicar dos procesos de convolución para obtener los resultados de los dos kernels que se utilicen; existe una alternativa para obtener este mismo resultado realizando un solo proceso de convolución (método básico de combinación de kernels), pero el resultado es una matriz de convolución de mayor tamaño lo que implica una mayor cantidad de operaciones, es decir n mayor tiempo de ejecución.

En este trabajo de investigación se propone un método de combinación de matrices de convolución que reduce la cantidad de operaciones a realizar; el método consiste en aplicar primero el método básico de combinación a los dos kernel's (que en este caso son de tamaño 3) y luego a la matriz resultante (que en este caso es de tamaño 5) sumar los coeficientes de los bordes al elemento central y recortar dichos elementos, de tal forma que al final se tiene una matriz del mismo tamaño que las matrices originales y que presenta los mismos resultados que si se aplicaran las matrices originales sucesivamente.

La cantidad de operaciones con el método propuesto se reducen en 50% con respecto a la aplicación sucesiva de kernels. La diferencia entre los resultados obtenidos (con un nivel de confianza del 95%) es en promedio de 4.46% lo que quiere decir que los resultados son 95.44% similares, tomando en cuenta la distancia euclidiana entre pixeles y entre los histogramas de las imágenes resultantes.

PALABRAS CLAVE

Procesamiento digital de imágenes, convolución, combinación de filtros, diferencia entre imágenes.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1
MARCO REFERENCIAL
1.1. Introducción 2
1.2. Antecedentes 3
1.3. Problema de investigación 4
1.4. Hipótesis 7
1.5. Objetivos 7
1.5.1. Objetivo general 7
1.5.2. Objetivos específicos 8
1.6. Justificación 8
1.7. Límites y alcances 8
1.8. Diseño metodológico 9

CAPÍTULO 2
PROCESAMIENTO DIGITAL DE IMÁGENES
2.1. Procesamiento digital de imágenes 12
2.2. Esquema general del procesamiento digital de imágenes 12
2.3. Imágenes y su representación digital 13
2.3.1. Muestreo y cuantificación de una imagen 14
2.3.2. Almacenamiento de una imagen digital 15
2.3.3. Resolución de una imagen digital 15
2.4. Tipos de imágenes 17
2.4.1. Imágenes en mapa de bits 17
2.4.2. Imágenes en mapa de bits 17
2.5. Formatos de imágenes 18
2.6. Métricas y funciones de similitud 19
2.6.1. Método simple de comparación 21
2.7 Operaciones en el procesamiento digital de imágenes 23
2.8. Clasificación general de los tipos de operaciones 23
2.8.1. Operaciones básicas de procesado de imágenes (Operaciones puntuales) 25
2.8.2. Operaciones locales 26
2.8.3. Operaciones globales 28
2.9. Histograma de una imagen 28
2.9.1. Histograma en escala de grises 29
2.9.2. Comparación de imágenes a partir de su histograma 30

CAPÍTULO 3
FILTROS DE CONVOLUCIÓN

3.1. Superposición y convolución desde el punto de vista matemático 32
3.2. Algoritmo del filtrado de imágenes 35
3.3. Matrices de convolución desde el punto de vista del PDI 35
3.4. Clasificación de los filtros espaciales 38
3.4.1. Matrices de procesamiento básico 39

CAPÍTULO 4
DEFINICIONES TEÓRICAS

4.1. Análisis de complejidad de algoritmos 45
4.1.1. Tiempo de Ejecución 45
4.1.2. Asíntotas 46
4.1.3. Órdenes de Complejidad 47
4.1.4. Impacto Práctico 48
4.1.5. Propiedades de los Conjuntos O(f) 49
4.1.6. Reglas prácticas 49
4.1.6.1. Sentencias sencillas 50
4.1.6.2.Secuencia (;) 50
4.1.6.3. Decisión (if) 50
4.1.6.4. Bucles 50
4.1.6.5. Llamadas a procedimientos 51
4.2. Métodos estadísticos para prueba de hipótesis 51
4.2.1. Teoría de pequeñas muestras o teoría exacta del muestreo 51
4.2.2. Distribución “t de Student” 52
4.2.2.1. Propiedades de las distribuciones t 53
4.2.3. Prueba de hipótesis 54
4.3. Ciclo de vida del software 55
4.3.1. Modelo en cascada 55
4.3.1.1. Etapas del modelo en cascada 56
4.3.1.2. Desventajas 57
4.3.1.3. Ventajas 57

CAPÍTULO 5
MARCO APLICATIVO

5.1. Filtros de convolución con dos o más matrices 59
5.1.1. Suma de matrices de convolución 59

5.1.2. Composición de kernels (Método básico de combinación) 60
5.2. Propuesta de combinación de matrices de convolución 62
5.2.1. Supuestos 62
5.2.2. Procedimiento 60
5.3. Análisis de tiempo de ejecución 63
5.3.1. T para la aplicación de dos kernels de (3x3) sucesivamente 65
5.3.2. T para la combinación de matrices con el método básico 65
5.3.3. T para la combinación de kernels con el método propuesto 66
5.4. Similitud entre imágenes 68
5.5. Desarrollo de una aplicación para realizar las pruebas 68
5.5.1. Especificación de requerimientos 68
5.5.1.1. Especificación de los casos de uso 69
5.5.2. Diagrama de actividades 70
5.6. Diseño del software para realizar las pruebas 70
5.6.1. Diagrama de Clases. 70
5.7. Implementación 71
5.7.1. Diagrama de componentes 71
5.7.1.1. Clase kernel 72
5.7.1.2. Clase cleccionKernel 72
5.7.1.3. Clase principal 72
5.7.1.4. Clase libMatConv 73
5.7.2. Interfaz de usuario 75
5.8. Selección de imágenes de muestra 80
5.9. Selección de matrices de convolución de muestra 82

CAPÍTULO 6
PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS
6.1. Diseño experimental 85
6.2. Primera fase, todos los casos de estudio 85
6.3. Segunda fase de pruebas experimentales 90
6.3.1. Imágenes en que las diferencia es mínima 91
6.3.2. Matrices para las cuales la diferencia es mínima 91
6.3.3. Prueba de hipótesis 95

CAPÍTULO 7
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

7.1. Conclusiones 96
7.2. Recomendaciones 96

Bibliografia 98

ANEXOS
ANEXO A: Repaso de los conceptos de métrica 102
ANEXO B: Imágenes de muestra 103
ANEXO C: KErnels de muestra 108
ANEXO D: Imágenes resultado 110
ANEXO E: Conteo de los pares de matrices que producen diferencias menores a 5% 112

CAPÍTULO 1

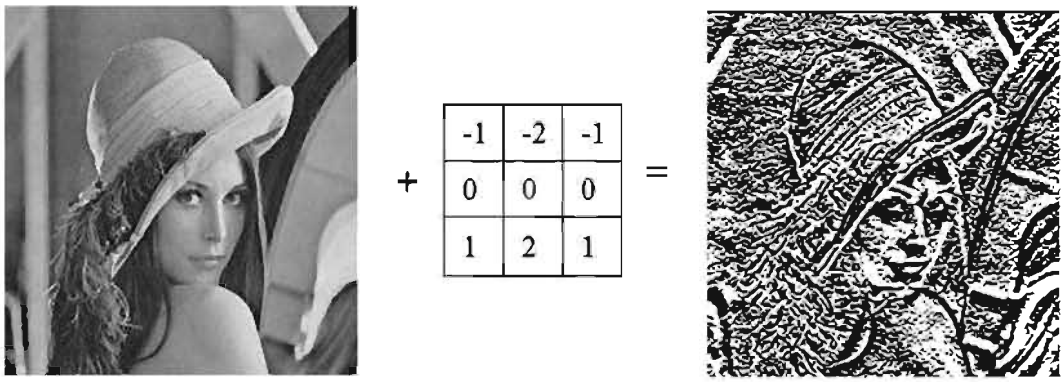
MARCO REFERENCIAL

1.1. Introducción

"Muchos son los procedi ientos utilizados en el trata iento di ital de i enes y con diversos propósitos, desde las operaciones b sicas del procesado de i enes hasta el a rupa iento por el al orit o C- eans que tiene aplicaciones uy útiles co o el reconoci iento de patrones que puede aplicarse en sistemas biométricos, faciales, etc" (Ji enez, 2008). En lo posterior se utilizar indistinta ente trata iento di ital de i enes o procesa iento di ital de i enes.

La técnica lla ada convolución se utiliza para el filtrado espacial y local de i enes; espacial porque se realiza sobre el espacio en 2-D de la i a en y local porque to a en cuenta, no solo al pixel a ser tratado sino ta bién a sus pixeles vecinos. Aunque en eneral se utiliza la convolución en el filtrado de cualquier tipo de se ales, esta investi ación se enfoca en la utilización de la convolución en el trata iento di ital de i enes; es decir, a partir de una i a en y utilizando una atriz de convolución, de ta a o x por eje plo, se obtiene co o resultado una nueva i a en que varía se ún los coeficientes de la atriz que se utilice. El proceso de convolución ta bién se conoce co o filtrado, y a las atrices de convolución se las deno ina ta bién co o scaras, kernels o ventanas, y en uchos casos se les pone el no bre de su creador; por eje plo las atrices[1] de Sobel para la detección de bordes.

Existen atrices de convolución para diferentes fines, por eje plo para destacar el relieve, para ejorar la nitidez, para extraer las características o ras os de la i a en, etc. Los ca pos de aplicación de la convolución son cada vez s diversos. En el eje plo de la fi ura 1.1, se observa una atriz de convolución de Sobel que se utiliza para la extracción de bordes en 0 rados, bordes horizontales.



a) b) c)

Figura 1.1: a) I a en de Lena[2], b) atriz de convolución de Sobel, c) I a en convolucionada (filtrada)

[1] Se escribe matrices en plural porque existen matrices de sobel para la detección de bordes en diferentes ángulos, 0°, 45°, etc.

[2] Imagen escaneada de una revista, la foto fue tomada en 1972 y digitalizada por un investigador desconocido.

Co o existen atrices de convolución para diferentes fines, puede resultar útil aplicar dos o s atrices de convolución sobre una i a en sucesiva ente, con el fin de obtener cierto resultado; co o podr notarse, este proceso requeriría hacer uso de diferentes atrices de convolución y de repetir el proceso de filtrado cuantas veces se requiera. Este proceso puede realizarse con una sola atriz de convolución co o se detalla en Garcia (2011), pero dicha atriz tiene s coeficientes que las atrices ori inales, es decir, no se reduce la cantidad de operaciones. En esta investi ación propone una alternativa que per ita hacer el proceso encionado con una sola atriz de convolución y con la enor cantidad posible de operaciones, ase urando la obtención de los is os resultados.

1.2. Antecedentes

El rea del trata iento di ital de i enes se ha desarrollado a partir de la representación de las i enes en arre los de pixeles, es decir di ital ente, a partir de ello el estudio de las i enes di italizadas se ha a pliado ucho, desde los procesos funda entales co o el filtrado por edio de atrices de convolución hasta te as ucho s avanzados co o la sonificación de i enes, es decir crear audio a partir de i enes (Corrales, 200), la visión artificial (Gonzales, Martinez, Pernias, Alba, Castejon, 2006), el reconoci iento de patrones, etc.

Todo lo estudiado hasta el o ento no ha sido producto de unos pocos a os, por el contrario, sur e del aporte de los investi adores en esta rea desde hace varios a os. En Gonzales Woods (2008) se estudia a profundidad el procesa iento di ital de i enes desde diferentes puntos de vista, se to an en cuenta te as que van desde la percepción hu ana de las i enes, su representación di ital, trata iento de i enes, co presión, restauración y reconstrucción de i enes, procesa iento del color entre otros.

En ocasiones se suele diferenciar entre las i enes continuas y discretas, Pratt (2007) hace el an lisis de su representación por separado, pero lue o realiza el procesa iento di ital en conjunto; detalla ade s la parte for al de todos los aspectos concernientes al procesa iento de i enes, entre ellos la convolución, así is o se hace referencia a un tipo de desco posición de las atrices de convolución pero en atrices s peque as, las lla a Peque os Kernels Generadores (SGK por sus si las en in lés, S all Generatin Kernels) de ta a o x (Pratt, 2007)

Ta bién se hicieron estudios de la convolución tridi ensional (Iza uirre Z. Martin G., 1998), en estos casos se tiene dos di ensiones espaciales y una te poral, este tipo particular de convolución es especial ente útil cuando se trabaja con secuencias de i enes, estas secuencias lla adas cuadros (fra es) for an archivos de video.

Si habla os sobre la i ple entación del trata iento di ital de i enes, Matlab tiene co andos especiales para realizar la convolución, aunque no precisa ente de i enes, sino de cualquier tipo de se ales en eneral; brinda ade s la facilidad de realizar operaciones de convolución n-di ensionales y con cualquier ta a o de kernels. Al respecto se tienen libros que se centran en este pro ra a en particular; por eje plo *Digital Image Processing Using MATLAB* (Gonzales, Woods, Eddins, 2009) uno de los s i portantes, ade s de ofrecer un respaldo teórico, hace paralela ente la i ple entación en Matlab con el Toolbox de Procesa iento de I enes que ofrece MathWorks Inc .

En diferentes instituciones de investi ación se hace uso de la convolución; el Grupo de Al orít ica para la Visión Artificial y la Bio etría (GAVAB),del que son parte investi adores de uchas universidades de presti io (europeas en su ayoría) co o ser la Universidad Politécnica de Madrid, Universidad Autóno a de Madrid, Universidad Co plutense de Madrid, Geor ia Colle e State University, entre otras, ase uran que utilizan la convolución co o una herra ienta para sus fines de investi ación, es decir no investi an el proceso de convolución co o tal.

Por otra parte, el procesa iento audiovisual es una ateria que se dicta en el Departa ento de Infor tica y Siste as de la Universidad de Murcia, en su contenido se estudia a profundidad los aspectos relacionados con los filtros de convolución, al unas propiedades de la convolución, los filtros no lineales e i ple entaciones en OpenCV[4]; en el contenido de esta ateria (Garcia, 2011), se muestra que "la co binación de convoluciones es equivalente a una sola convolución"; y se expone un procedimiento para lo siguiente: "dadas dos matrices de convolución obtener una equivalente", utilizando este procedimiento la matriz obtenida es en eneral de ayor ta a o, por eje plo si las atrices iniciales son de x , entonces la atriz resultante ser de 5x5. A este étodo de co binación de atrices de convolución se le lla ar en lo posterior étodo b sico o étodo est ndar de co binación.

En conversaciones vía e- ail con Gonzales R., autor del libro *Digital Image Processing* y co-autor del sitio de Internet *www.imageprocesingplace.com* se pudo evidenciar que en eneral la co binación de dos o s atrices de convolución dan co o resultado atrices s randes, salvo particulares (y uy triviales[5]) excepciones.

1. . Proble a de investi ación

La convolución co o edio para el filtrado de i enes actual ente se utiliza en diversas aplicaciones. En la biblio rafía consultada si bien se teoriza sobre la convolución en un nivel

[3] MathWorks Inc, empresa de Software cuyo principal producto es MATLAB ofrece el toolbox para el procesamiento digital de imágenes

[4] OpenCV es un software de distribución libre que fue creado para el tratamiento digital de imágenes.

[5] Se entiende por triviales, matrices que solo contengan ceros o matrices con un elemento diferente de cero

discreto, no se estudian a profundidad las atrices de convolución, particular ente no se analiza có o hacer para que al aplicar sucesivos procesos de filtrado sobre una i a en esto no i pliquen un ayor tie po de procesa iento ni un costo alto (en el nú ero de operaciones y en uso de e oria).

Los estudios hechos al respecto uestran que es posible co binar dos atrices de convolución en una sola, sin e bar o esta co binación no reduce si nificativa ente la cantidad de operaciones a realizar en el proceso de filtrado, pues la atriz resultante es en eneral de ayor ta a o que las dos ori inales. Por eje plo, si se co bina una atriz que serviría para la obtención del relieve de una i a en con otra atriz para ejorar su nitidez, a bas de x , el resultado ser otra atriz de convolución de ta a o 5x5 (ver fi ura 1.2).

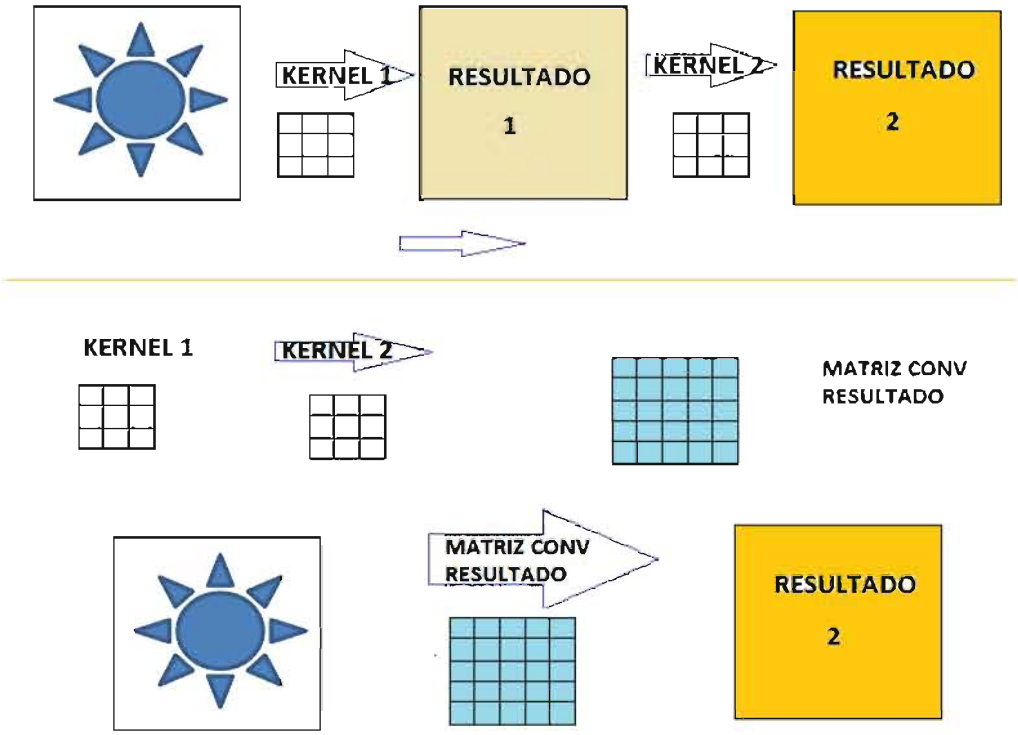


Figura 1.2. a) Proceso de filtrado aplicado dos veces.
b) Co binación de atrices de convolución por el étodo b sico.

Obvia ente la cantidad de operaciones que se tendrían que realizar depender directa ente del ta a o de la i a en ori inal; sin e bar o, es evidente que repetir el proceso de convolución con dos atrices de x representa realizar una enor cantidad de operaciones en co paración con la convolución utilizando una atriz de 5x5 co o ve os en la tabla 1.

Tabla 1.1. Nú ero de operaciones en el proceso de convolución con 2 atrices de x y con una atriz de 5x5

Ta a o de i a en	2 convoluciones de x	1 convolución de 5x5 (atriz co binada)
50x50	45 000	62 500
100x100	180 000	250 000
200x200	720 000	1 000 000
500x500	4 500 000	2 250 000

Con los datos de la tabla anterior, en la fi ura 1. se puede observar co o el nú ero de operaciones va au entando a edida que au enta el ta a o de la i a en, ta bién se observa la diferencia al utilizar dos atrices de ta a o tres y una de ta a o cinco.

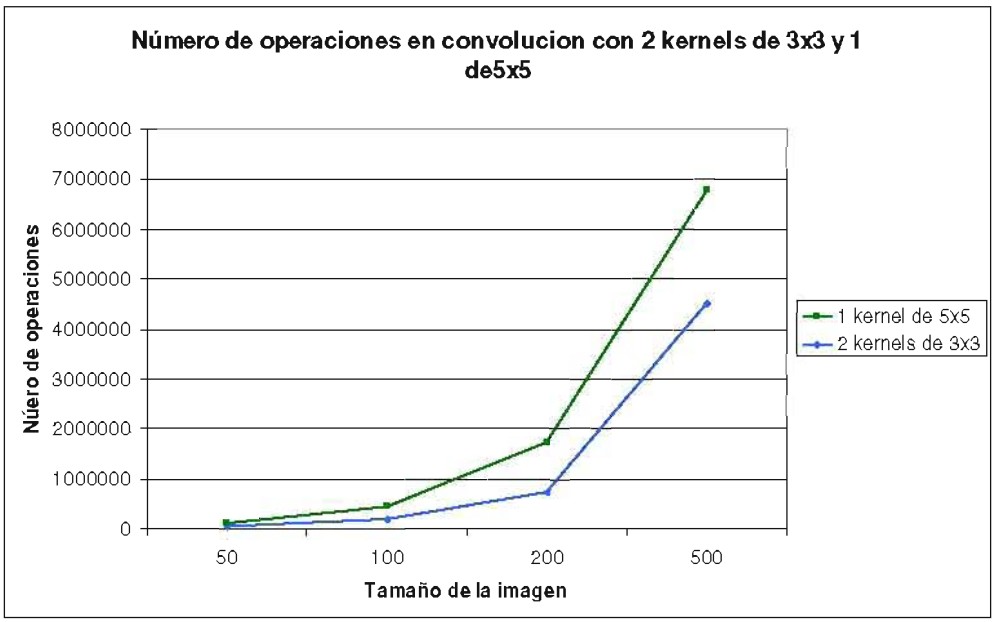


Figura 1.3. Gr fico co parativo del nú ero de operaciones aplicando la convolución con dos kernels de x y un solo kernel de 5x5

Una aplicación de lo encionado anterior ente se puede observar en el reconoci iento de patrones; en eneral las i enes obtenidas para este propósito son i enes con al ún tipo de interferencia (ruido); lo que se quiere es identificar al unas características de la i a en, utilizando por eje plo al una atriz de convolución para la detección de bordes, pero este proceso tendr buenos resultados si la i a en a tratar es procesada antes; es decir, se debería pri era ente aplicar una atriz de convolución para reducir el ruido y posterior ente otra atriz para la detección de bordes (Gonzales, Martinez, Pernias, Alba, Castejon, 2006). En este caso particular, resultaría útil poder realizar este is o proceso

pero con una sola atriz de convolución de ta a o si ilar al de las atrices ori inales, esto reduciría el costo co putacional, en tér inos de tie po.

En eneral sería uy útil poder co binar varias atrices de convolución en una sola, con el fin de reducir el nú ero de c lculos y hacer el proceso de filtrado s si ple; todo lo anterior i plica una reducción del tie po de proceso. Resu iendo el proble a descrito, la pre unta de investi ación es:

¿Es posible co binar dos o s atrices de convolución en una sola atriz que ofrezca a bos resultados si ult nea ente, y que la atriz obtenida ten a un ta a o uy próxi o al de las atrices ori inales?

1.4. Hipótesis

Para el trabajo de investi ación se plantearon tres hipótesis

Hipótesis 1:

"Una matriz de convolución producto de co binar dos kernels, tiene un ta a o muy próximo al de las matrices de convolución originales"

Hipótesis 2:

"Con la matriz de convolución obtenida producto de la co binación de dos kernels, se reduce si nificativa ente (en s del 0) la cantidad de operaciones a realizar en el filtrado"

Hipótesis :

"La imagen resultado obtenida al aplicar la matriz combinada con el método propuesto, es uy si ilar a la i a en que resulta de aplicar sucesiva ente las atrices ori inales; a bos resultados presentan una diferencia menor al 10%"

1.5. Objetivos

1.5.1. Objetivo eneral

- Desarrollar un nuevo étodo[6] para la co binación de atrices de convolución que per ita reducir al xi o posible el nú ero de operaciones (reducir el nú ero de coeficientes en la atriz o en su

[6] En lo posterior se utilizará indistintamente los términos método y técnica, para referirse al procedimiento (o conjunto de procedimientos) que se sigue para llegar a un determinado resultado.

defecto transfor ar la atriz para que ten a varios coeficientes con valor cero), de tal for a que los resultados ca bien lo enos posible.

1.5.2. Objetivos específicos

- Dise ar y desarrollar una aplicación para realizar las pruebas de los procesos de convolución con las opciones necesarias para edir la si ilitud entre i enes y el nú ero de operaciones.
- Analizar los tie pos de ejecución de las diferentes for as de utilizar dos kernels.
- Realizar un dise o uestral de atrices de convolución y de i enes con el fin de utilizarlas para probar o descartar las hipótesis planteadas.

1.6. Justificación

En la biblio rafía consultada se evidenció que no existen uchas referencias sobre la co posición y desco posición de atrices de convolución; sin e bar o, se conoce una técnica para la co binación de kernels (Garcia, 2011), que no si nifica necesaria ente opti izar el proceso de filtrado si se necesita aplicar s de un kernel sucesiva ente.

En vista de que al unas aplicaciones podrían requerir aplicar diferentes atrices de convolución sucesivas sobre una i a en (o la is a atriz de convolución varias veces), y que en eneral las técnicas conocidas para la obtención de una sola atriz co o resultado de otras no reducen si nificativa ente la cantidad de operaciones a realizar, co o se evidenció en la fi ura 7; es justificable investi ar sobre esta te tica, puesto que el estudio ofrecería una alternativa a la aplicación de convoluciones sucesivas, utilizando una sola atriz y con una enor cantidad de operaciones. Ade s esta investi ación se justifica porque profundiza el conoci iento sobre este te a y aporta con un nuevo étodo de co binación de kernels, todo ello para un ejor uso de la convolución en el trata iento di ital de i enes.

1.7. Lí ites y alcances

Dado que la convolución, co o procedi iento, es utilizada en el filtrado de diferentes tipos de se ales di itales, es decir en diferentes disciplinas de las ciencias, se li itar la investi ación a la aplicación de la convolución en el trata iento di ital de i enes, este ser el bito de estudio.

Co o existe una diversidad de tipos de i enes, y co o la presente investi ación estudia el proceso de convolución, independiente ente del for ato de la i a en, se trabajar en adelante con un solo tipo de i enes los apas de bits en escala de rises que son f cil ente representables en arre los bidi ensionales, sin e bar o, se espera que los

resultados obtenidos puedan aplicarse ta bién a i enes en otros for atos. Otra li itante es el ta a o de las i enes, dado que se realizaron varios procesos si ult nea ente (procesos de convolución, de co paración, etc), sola ente se trabajaron con i enes de ta a o enor a (512 x 512) pixeles.

La investi ación se li ita a un an lisis discreto y atricial de la convolución. No es de interés, en este caso, estudiar aspectos ate ticos continuos de la convolución, co o por eje plo las propiedades que tiene, esto se puede observar detallada ente en el capítulo 8 de (Pratt, 2007); co o se encionó anterior ente, el an lisis ate tico ta bién es a un nivel discreto, salvo al unas propiedades teóricas que se rescatan de la convolución continua, es el caso de la con utatividad.

Se estudia la co binación de atrices de convolución con el étodo existente para la obtención de otro kernel que ofreciendo los is os resultados reduzca la cantidad de operaciones a realizar, ta bién se respalda desde un punto de vista al orít ico- ate tico la diferencia de los tie po de ejecución entre los diferentes étodos.

Co o en un caso eneral podrían co binarse infinitas atrices de convolución, que equivaldría a aplicar infinitas veces el filtrado, el an lisis se li ita a un nú ero finito de atrices para co binar y realizar las pruebas. Así is o, co o el universo de i enes sobre las que se puede aplicar la convolución es infinito, el estudio se li ita a una uestra de i enes que represente al universo. No se to an en cuenta para los experi entos atrices ni i enes triviales, por eje plo no se consideran i enes que conten a un solo valor en sus pixeles, o una atriz de convolución que solo conten a ceros, etc.

1.8. Dise o etodoló ico

La presente investi ación hace uso del étodo experi ental, puesto que las hipótesis que se pretenden probar requieren la realización de diferentes pruebas sobre una uestra de i enes y utilizando una uestra de atrices de convolución en los experi entos.

Para el desarrollo de esta investi ación se consideran los si uientes pasos:

- Selección de i enes de uestra, se estudió el i pacto del tipo de i enes en el proceso de convolución, se realizó una selección de las i enes de uestra a utilizar, en este punto se restrin e el tipo de i enes que se utilizan en el resto de la investi ación.
- Selección de las atrices de convolución de uestra, de entre todo el universo de atrices de convolución posibles se esco ieron las que sean s representativas to ando en cuenta la literatura existente.

- Propuesta de al orit o para la co binación de atrices de convolución, se propondr una alternativa para co binar atrices de convolución reduciendo el nú ero de coeficientes en co paración con el étodo b sico de co binación de kernels.
- Desarrollo de una aplicación para realizar las pruebas de filtrado de i enes, esta aplicación per ite realizar pruebas con atrices de convolución utilizando el étodo conocido para co binar atrices de convolución y el étodo propuesto, ade s per ite edir la si ilitud entre los resultados y hacer el conteo de la cantidad de operaciones.
- Pruebas de convolución sobre las i enes seleccionadas, utilizando kernels que sean producto del étodo propuesto y ta bién del étodo b sico.
- C lculo del nú ero de operaciones en el étodo de co binación de kernels propuesto, a partir de las pruebas se calcular el nú ero de operaciones pro edio en los proceso de filtrado.
- C lculo de la si ilitud entre los resultados obtenidos (por edio de la étrica que ejor se ajuste de acuerdo a la literatura consultada), a partir de los resultados del filtrado sobre la uestra de i enes.
- Se har una esti ación de los posibles resultados en el universo de i enes, para poder saber si los resultados de la uestra son representativos y en qué edida.
- Contrastación de resultados, prueba de hipótesis.
- Conclusiones y reco endaciones

CAPÍTULO 2

PROCESAMIENTO DIGITAL DE IMÁGENES

INTRODUCCIÓN

En este capítulo se desarrollan los conceptos funda entales del procesa iento di ital de i enes, en particular lo referente a la representación di ital de i enes, sus diferentes for atos, la for a de edir la si ilitud entre i enes y las principales operaciones existentes.

2.1. Procesa iento di ital de i enes

A continuación se definir el Procesa iento Di ital de I enes con dos conceptos para su ayor co prensión: "El término procesamiento digital de imágenes versa sobre la anipulación y an lisis de i enes por co putadora. El procesa iento de i a en puede considerarse co o un tipo especial del procesa iento di ital en dos di ensiones, el cual se usa para revelar infor ación sobre i enes y que involucra hardware, software y soporte teórico" (Fra a, 2001).

"Al conjunto de técnicas y procesos para descubrir, hacer resaltar información contenida en una i a en usando co o herra ienta principal una co putadora se le conoce co o Procesa iento Di ital de I enes (PDI). Hoy en día e PDI es un rea de investi ación uy específica en co putación y est uy relacionada con el procesa iento di ital de se ales. Esta relación estriba en el hecho de que en esencia el PDI es una for a uy especial del procesamiento digital de señales en dos o tres dimensiones". (Do in uez Torrez, 1996)

De estos dos conceptos pode os concluir que el PID involucra la anipulación de i enes con un deter inado objetivo y utilizando co o principal herra ienta el co putador.

2.2. Esque a eneral del procesa iento di ital de i enes

En la fi ura 2.1 to ada de Gonzales Woods (2008) se uestra el odelo eneral del procesa iento di ital de i enes.

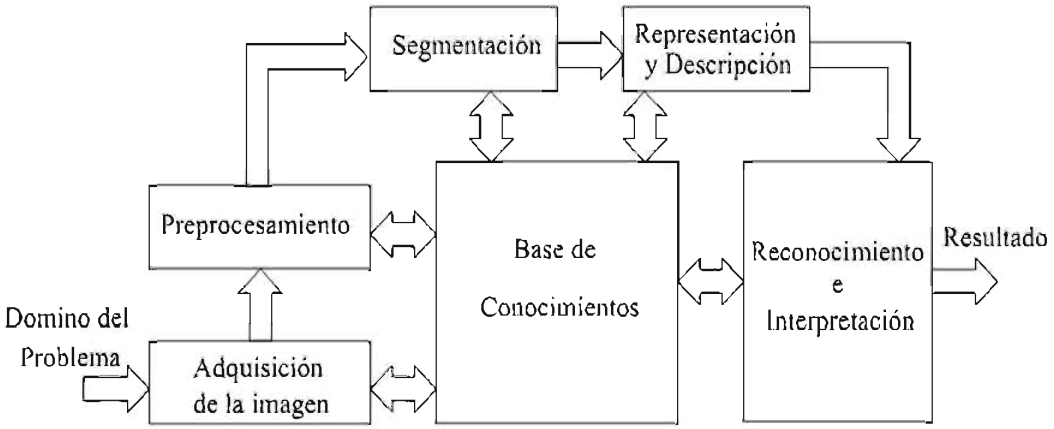


Figura 2.1. Modelo eneral del procesa iento di ital de i enes
Fuente: (Gonzales Woods, 2008)

Aunque este esque a eneral tiende al caso del reconoci iento de patrones, se analizar su estructura para poder entender cu l es la función de la convolución en este tipo de procesos. En la anterior fi ura, se puede ver que el pri er paso de este proceso es la adquisición y di italización de i enes partiendo del do inio del proble a; el pre-procesa iento, consiste en hacer que la i a en sea de ejor calidad utilizando diferentes técnicas para hacer que se obten a un nivel de éxito ayor en los si uientes pasos, entre estas técnicas est la convolución.

La se entación separa los co ponentes de la i a en que ser n posterior ente analizados, la se entación auto tica es en eneral la parte s difícil en el procesa iento. La descripción lla ada ta bién selección de características, selecciona los co ponentes de la i a en que conten an cierta infor ación cualitativa o cuantitativa que ha an que ese ele ento pueda ser reconocido.

El últi o paso co prende el reconoci iento e interpretación, en base a los ras os ya identificados se hace una co paración y se identifica, se pone un no bre a cada uno de los ele entos de la i a en, y a través de la interpretación se da si nificado al conjunto de ele entos identificados; esto es lo que constituye la salida.

"El interés del estudio del PDI se basa en dos reas de aplicación pri ordiales:

a) El ejora iento de la calidad de la infor ación contenida en una i a en con el fin de que esta infor ación pueda ser interpretada por los hu anos.

b) El procesa iento de los datos contenidos en un escenario a través de una quina de percepción autónoma." (Do in uez Torrez, 1996)

2. . l enes y su representación di ital

Inicial ente definire os co o i a en a una representación plana o en tres di ensiones de un objeto real (Wainschenker, Massa, Tristan, 2011).

A continuación se tiene la definición de i a en en escala de rises to ada de (Rosenfeld Kak, 1982), posterior ente a partir de esto se dar una definición de las i enes a color.

"El término imagen se refiere a una función bidimensional de intensidad de luz f(x; y), donde x e y denotan las coordenadas espaciales y el valor de f en cualquier punto (x; y) es proporcional al brillo (o nivel de gris) de la imagen en ese punto"

Una definición s a plia que a ade el concepto de pixel es la de (Fra a, 2001)"Una imagen di ital es una i a en f(x; y) que ha sido discretizada en coordenadas espaciales y en brillo. Una i a en di ital puede considerarse co o una atriz cuyos índices del ren lón y colu na identifican un punto en la i a en y el correspondiente valor del ele ento de la atriz que identifica el nivel de intensidad de luz en ese punto. Los ele entos de tal arre lo di ital son

lla ados ele entos de i a en, ele entos de pintura, pixels o pels (estos dos últi os son abreviaturas del inglés picture elements)".

A las anteriores definiciones a adire os que las posiciones de la atriz que representa a la i a en e piezan en la esquina superior izquierda, aunque esto no es restrictivo. Es i portante ade s ostrar que, si en cada posición de la atriz se tiene o s valores y no uno, la i a en ser a color. Existen diferentes representaciones del color, la s utilizada considera tres colores pri arios el rojo, el verde y el azul (RGB[7]); esto puede verse en la fi ura 2.2, donde tene os dos representaciones de la is a i a en, una a color y otra en escala de rises.

Ade s es necesario aclarar que la resolución o calidad de las i enes depende del nú ero de bits que se desi nen para la representación del color de cada pixel, de esta for a se puede saber cu ntos colores se pueden co binar a partir de los bits asi nados a cada color. Por eje plo en los apas de bits de 24 bits para representar el tono de cada color (RGB) se tienen 8 bits.

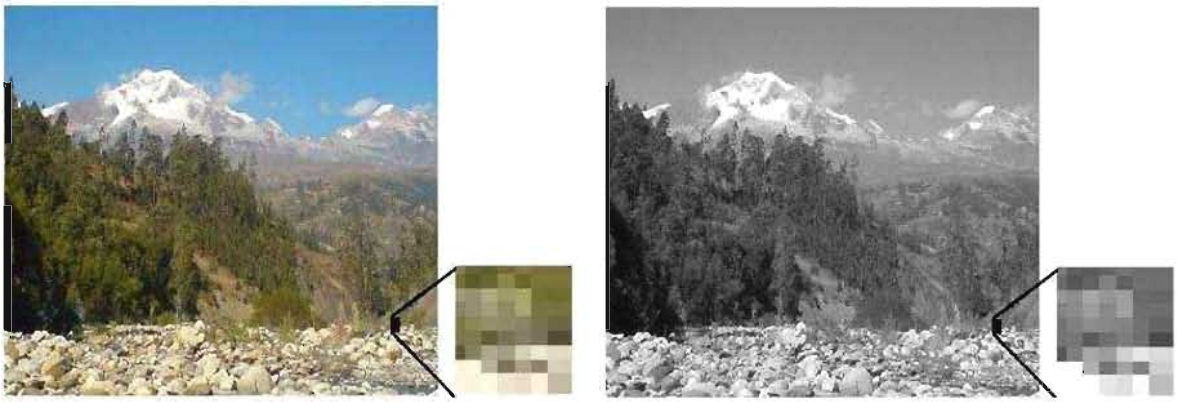


Figura 2.2. Representación di ital de i enes: en Escala de rises y a color usando el est ndar RGB

2. .1.Muestreo y cuantificación de una i a en

En una i a en, la di italización de las coordenadas espaciales (x,y) se conoce uestreo de la i a en y la di italización de la a plitud es la cuantificación del nivel de ris.

De lo anterior se puede establecer que una i a en continua puede ser representada de for a aproxi ada por una serie de uestras i ual ente espaciadas, esto es representable por una atriz de N filas y M colu nas (NxM) co o se uestra en la ecuación 2.1 donde el tér ino de la derecha ser la i a en di ital. (Loyda La os, 2007)

[7] El estándar RGB viene de "Red Green Blue" que son los colores primarios a partir de los cuales se derivan todos los demás

$$f(x,y) \approx \begin{bmatrix} f(0,0) & f(0,1) & f(0,2) & \dots & f(0,N-1) \\ f(1,0) & f(1,1) & f(1,2) & \dots & f(1,N-1) \\ \cdot & & & & \\ \cdot & & & & \\ \cdot & & & & \\ f(M-1,0) & f(M-1,1) & f(M-1,2) & \dots & f(M-1,N-1) \end{bmatrix} \quad \text{(ec. 2.1)}$$

2. .2.Al acena iento de una i a en di ital

En el proceso de di italización los valores de M, N y los niveles de ris per itidos son los que deter inan la cantidad de bits requeridos para al acenar una i a en, con las características de la parte derecha de la ecuación 2.1. Es pr ctica co ún que estas cantidades sean potencias de dos, por este otivo:

$$N = 2^n \qquad \text{(ec. 2.2)}$$

$$M = 2^k \qquad \text{(ec. 2.)}$$

$$G = 2 \qquad \text{(ec. 2.4)}$$

Donde n, y k son valores enteros que al ser el exponente del nú ero dos denotan que el ancho y el alto de la i a en son potencias de dos, y G representa el nú ero de niveles de rises; con todo ello pode os calcular la cantidad de bits requeridos para al acenar la i a en di italizada:

$$B=N \times M \times \qquad \text{(ec. 2.5)}$$

Por eje plo una i a en de 256 x 256 puntos con 128 niveles de ris necesita 2097152 bits de e oria. Si el nú ero de pixeles y nivel de ris au enta, la e oria requerida es ayor, unos eje plos para i enes cuadradas est n resu idos en la tabla 2.1.

Tabla 2.1. Bits necesarios para al acenar i enes de NxN en diferentes niveles de ris.

N	**Niveles de ris**							
	2^0 = 1	**2^1 = 2**	**2^2 = 4**	**2 = 8**	**2^4 = 16**	**2^5 = 2**	**2^6 = 64**	**2^7 = 128**
2	1024	2048	072	4096	5120	6144	7168	8192
64	4096	8192	12288	16 84	20480	24576	28672	2768
128	16 84	2768	49152	655 6	81920	98 04	114688	1 1072
256	655 6	1 1072	196608	262144	27680	9 216	458752	524288
512	262144	524288	7864 2	1048576	1 10720	1572864	18 5008	2097152

2. . . Resolución de una i a en di ital

La resolución de una i a en di ital depende estrecha ente del uestreo y cuantificación del nivel de ris. Entre s se incre enten estos par etros, s se aproxi a una i a en di italizada a una i a en ori inal. Aunque el au entar estos

par etros trae co o consecuencia el au ento de bits requeridos para al acenar la i a en (de acuerdo con la ecuación 2.5) y ayores requeri ientos en el procesa iento.

La calidad de una i a en es subjetiva y depende ucho de las necesidades de una aplicación deter inada y no es fácil definirla como una "buena imagen". Si la resolución espacial de una i a en di ital se reduce con el propósito de reducir el nú ero de bits requeridos para al acenarla, tiene los efectos que se uestran en la fi ura 2. , se uestra la is a i a en pero con diferentes resoluciones espaciales. Todas las i enes representan la is a rea de 512x512 puntos, por lo que en las i enes con enor resolución los pixeles han sido duplicados para cubrir toda el rea, esta acción es la que produce que las i enes de enor resolución la i a en tiende a parecer un tablero de ajedrez.

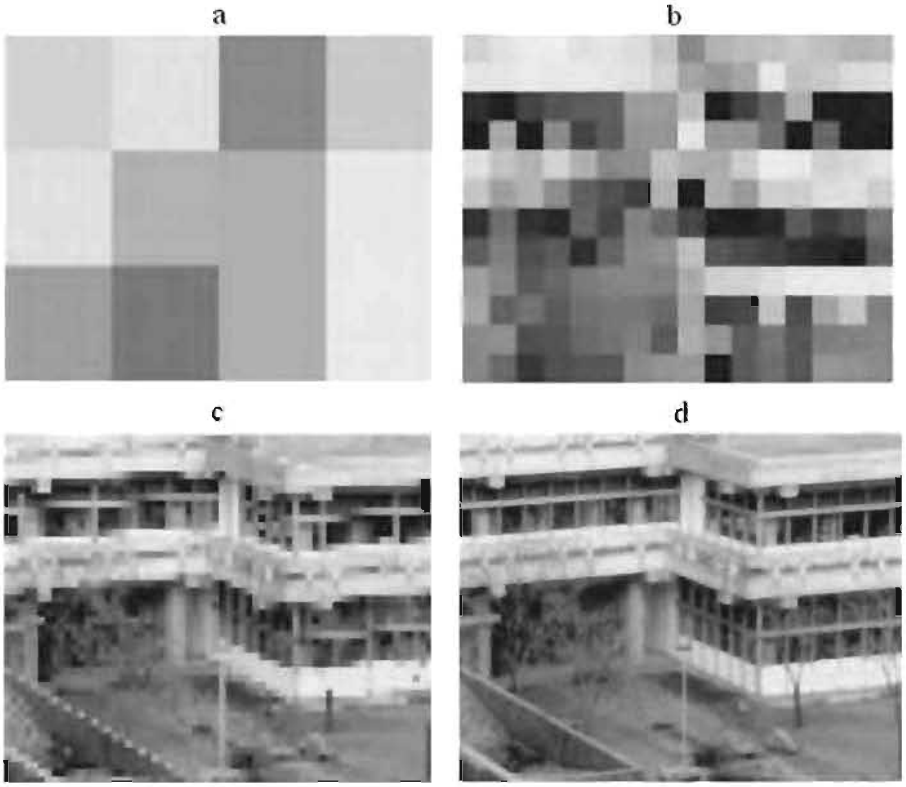


Figura 2.3. Efectos que produce la resolución espacial a) x4 pixeles b)12x16 pixeles c)48x64 pixeles d)192x256 pixeles
Fuente: (Loyda La os, 2007)

La fi ura 2.4 uestra la relación de ta a o entre i enes con diferentes resoluciones espaciales, en este caso el rea est en correspondencia con la resolución espacial de la i a en, no se ca bio el ta a o de los pixeles.

Figura 2.4. Una is a i a en en diferentes resoluciones espaciales
Fuente: (Wainschenker, Massa, Tristan, 2011)

2.4. Tipos de i enes

Por la for a de anejar los datos en un archivo de i a en, se puede hablar de dos odos principales para anipular la infor ación que inte ra una i a en di ital. Estos odos son las i enes de apa de bits y las i enes vectoriales. Dado que cada uno se adapta ejor a un tipo de i a en, antes de conocer los diferentes for atos, debe conocerse el funciona iento tanto de i enes vectoriales co o de i enes de apa de bits.

2.4.1. I enes en apa de bits

"Las i enes en apa de bits (bit aps o i enes raster) est n for adas por una rejilla de celdas. A cada una de estas celdas, que se deno inan pixeles, se le asi na un valor de color y lu inancia propios. Por esto, cuando se ve todo el conjunto de celdas, se crea la ilusión de una i a en de tono continuo.

El pixel es una unidad de infor ación, no una unidad de edida, ya que no se corresponde con un ta a o concreto. Un pixel puede ser uy peque o (0.1 .) o uy rande (1 c).

Cuando crea os una i a en de apa de bits se enera una rejilla específica de pixeles. Por esto, al odificar su ta a o, transfor a os, a su vez, la distribución y coloración de los pixeles, por lo que los objetos, dentro de la i a en, suelen defor arse. Esto es porque los objetos pierden o anan al unos de los pixeles que los definen. Gracias a esta característica, que sie pre hay que tener en cuenta, las i enes de apa de bits se crean con un ta a o deter inado y pierden calidad si se modifican sus dimensiones" (Ordo ez, 2005).

2.4.2. I enes vectoriales

"Reco en características de la i a en (ta a o, situación, orientación, etc.) y estos datos son re istrados por edio de bytes (8bits, 256 estados posibles). El co putador por edio de c lculos y operaciones ate ticas reproduce la i a en en pantalla.

Este tipo de archivos de i a en se utilizan para dibujar for as eo étricas, dibujo técnico, etc., producen eneral ente archivos peque os, su anipulación có oda y sencilla. La escala no influye en el tamaño informático". (CISC, Gabinete de infor ación, 2007)

2.5. For atos de i enes

Co o el uso de i enes se ha diversificado tanto, existen actual ente nu erosos for atos de i enes para diferentes fines; al unos orientados a la web, otros al an lisis, con fines de i presión, u orientados a al ún pro ra a en particular; a continuación se dan al unos detalles de los principales for atos se ún (Ray ond, 2011).

- **For ato de archivo BMP For ato de archivo BMP**
  Es usado co ún ente por Windows y el Ms-Dos, para uardar sus i enes. Este siste a de archivo puede uardar i enes de 24 bits (16 illones de colores), 8 bits (256 colores) y enos. Pueden utilizar co presión RLE (Run Len th Encodin [8]) sin pérdida de calidad.
- **For ato de archivo Tiff**
  TIFF, viene de Ta ed I a e File For at, es un for ato que lo desarrolló Aldus[9], una Co pa ía propiedad actual ente de Adobe. Es un tipo de archivo est ndar para uardar i enes de alta calidad. Es reconocido por uchos pro ra as de retoque y edición r fica, tales co o Paint Shop Pro, Adobe, Quark, Corel etc. Es uno de los for atos s usados para la i presión de trabajos que utilicen i enes.
- **For ato Raw**
  El for ato RAW, sólo se encuentra disponible en c aras di itales sofisticadas, indicadas para fotó rafos profesionales. Este for ato ofrece la xi a calidad ya que contiene los pixeles en bruto tal y co o se han adquirido. Este for ato, no sufre nin una clase de co presión, lo que hace que este archivo anten a el xi o detalle de la i a en. Estos archivos son de tipo ópticos para i enes de especial i portancia.
- **For ato JPEG**
  Este for ato lo creó el Grupo Experto de Fotó rafos Unidos (The Joint Photo raphers Experts Group). Es uno de los for atos s conocidos para la co presión de foto rafías di itales. Es uno de los pocos for atos que se soporta en Internet (Web). Todas las c aras di itales y esc neres al acenan las i enes en for ato JPEG, soporta 24 bits.

[8] La compresión RLE o Run-length encoding es una forma muy simple de compresión de datos en la que secuencias de datos con el mismo valor consecutivas son almacenadas como un único valor más su recuento.
[9] Nombrada así hace 15 años, creadora del software PageMaker que posteriormente fue propiedad de Adobe

- **For ato de archivo GIF**

  Fue desarrollado por Co puserve para su propia red co ercial. Este tipo de archivo se creó con la finalidad de obtener archivos de ta a o uy peque os. GIF es uy indicado para uardar i enes no foto r ficas tales co o: lo otipos, i enes de colores planos, dibujos, etc. El for ato GIF uarda i enes de 8 bits, no 8 bits por cada color RGB, sino que indexa solo 256 colores có o xi o.

- **For ato PNG**

  PNG (Portable Network Graphics) es un for ato r fico basado en un al orit o de co presión sin pérdida para bit aps no sujeto a patentes. Este for ato fue desarrollado en buena parte para solventar las deficiencias del for ato GIF. Utiliza siste as de co presión est ndares ratuitos, co o el étodo ZIP, y per ite al is o tie po ayor profundidad de color en las i enes, lle ando hasta los 24 bits.

- **HD Photo**

  Nuevo for ato de la e presa Microsoft presentado en 2006 y creado con la intencionalidad de sustituir al "tradicional" JPEG. Parece ser que ofrece el doble de co presión a i ualdad de ta a o de archivo y per ite uardar hasta 2 bits de infor ación por cada canal de color. Microsoft ase ura que usa un deter inado al orit o que reduce la de radación producida por la co presión y per itiendo antener i enes de ayor calidad. Ade s incluye la posibilidad de uardar i enes con una co presión sin pérdidas. Dicho for ato est en vías de ser enviado a la Or anización Internacional de Est ndares (ISO).

2.6. Métricas y funciones de si ilitud

Es i portante describir las características relevantes de una i a en, para ello se recurre a ciertos étodos que per iten la extracción de características; los autores suelen diferenciar entre dos tipos de características visuales: las lobales (La Serna Alvarado Ra irez, 2010), que pueden referirse a color o texturas presentes en toda la i a en y las locales, que est n presentes en reas específicas y que requieren una se entación en re iones. Las características pri itivas que se quieren extraer de las i enes son:

- Características de textura
- Características de color
- Características de for a
- Relaciones espaciales de re iones y puntos de interés

Una vez definidas las características e pleadas para describir cada i a en, éstas se reúnen en un vector o un conjunto de vectores de características que representar n a la i a en. (Datta, Dirah, Li, 2008) ha lla ado a esta representación la fir a de la i a en. Para realizar consultas, es necesario especificar una edida de si ilitud, o étrica que per ita co parar i enes y presentar las respuestas en una lista ordenada. En el caso s si ple, si la i a en est representada por un vector, se puede adoptar una étrica conocida, por eje plo la distancia euclidiana, co o edida de si ilitud en el espacio de características, aunque al unos autores sostienen que no es una buena aproxi ación a la percepción de si ilitud en los hu anos. En los casos s co plicados, el conjunto de características constituye un conjunto de datos hetero éneos para los que no est definida una única función de si ilitud.

"Otras métricas alternativas a la distancia euclidiana, son la distancia de Manhattan o city-block, al ser considerada estadística ente s robusta, así co o la distancia de Mahalanobis; la distancia de Canberra es utilizada para co parar características de textura; la distancia de Chebyshev es utilizada para realizar la co paración de vectores de características una vez que han sido proyectados en el espacio topoló ico tan ente al espacio de características de la imagen". (Maldonado Bautista, 2008). Un resu en se uestra en la tabla si uiente:

Tabla 2.2: Métricas para calcular la si ilitud de características de i enes.

No bre	Expresión
Distancia Manhatan	$d(v_a, v_b) = \sum_{i=1}^{n} \lvert v_a(i) - v_b(i) \rvert$
Distancia Euclideana	$d(v_a, v_b) = \left[\sum_{i=1}^{n} (v_a(i) - v_b(i))^p\right]^{1/p}$
DistanciaMinkowsky	$d(v_a, v_b) = \sqrt{(v_a, - v_b)^T (v_a, - v_b)}$
DistanciaMahalanobis	$d(v_a, v_b) = \sqrt{(v_a, - v_b)^T \sum^{-1} (v_a, - v_b)}$
Distancia Canberra	$d(v_a, v_b) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\lvert v_a(i) - v_b(i) \rvert}{\lvert v_a(i) + v_b(i) \rvert}$
Distancia Chebyshev	$d(v_a, v_b) = \max_{i,j=1}^{n} \lvert v_a(i) - v_b(i) \rvert$

En los siste as desarrollados para colecciones de i enes con do inio extenso, co o colecciones foto r ficas; las i enes son representadas por étricas, funciones de si ilitud y colecciones de características hetero éneas, al unas de ellas expresadas en for a de vectores, rafos, etc. Esto es, se tienen distancias individuales entre vectores de características del is o tipo, y una edida de si ilitud lobal que co bina las individuales. Esta últi a se obtiene dando diferentes pesos a las distancias calculadas sobre las características co unes. Así, una definición recurrente de la edida de si ilitud (o disi ilitud) eneral para dos i enes I_1 e I_2, est dada por la expresión si uiente:

$$D(I_1, I_2) = \sum_{i=1}^{n} w_i d_i (v_{1,i}, v_{2,i}) \qquad \text{(ec. 2.6)}$$

donde d_i es la étrica o distancia sobre la característica i; $v_{1,i}$; $v_{2,i}$ son los datos extraídos correspondientes a dicha característica en cada i a en, y w_i, es el peso asi nado a esta característica en la edida de si ilitud lobal. Esta definición de la si ilitud lobal per ite su refina iento de acuerdo a la i portancia que los usuarios pueden darle a cada característica.

Una de las conclusiones s interesantes que presentan los autores se refiere a la verificación de los cuatro axio as de las étricas sobre la distancia juz ada:

1. Autosi ilitud: A es tan parecido a A, co o B es tan parecido a B.
2. Mini alidad: La distancia de A a A, es s peque a que la distancia de A, a cualquier otra cosa.
. Si etría: Distancia de A a B es i ual a la distancia de B a A.
4. Desi ualdad trian ular: La distancia de A a B es enor o i ual que la su a de las distancias de A a C, y B a C.

En los experi entos con sujetos hu anos, los dos pri eros son cuestionables, el tercero no se cu ple y el cuarto no se puede co probar.

La teoría asociada a los espacios étricos y sus propiedades se puede encontrar en el Anexo A. Se presenta a continuación una étricas sobre i enes to adas de (Gonzales, Martinez, Pernias, Alba, Castejon, 2006), esta for a de edir la diferencia entre pixeles es la que se utilizar en la presente investi ación.

2.6.1. Método si ple de co paración

Si tene os dos i enes de la is a resolución (de N colu nas y M filas) y is o espacio de color (RGB con co ponentes) entonces n = * Cols * Fils, se puede usar la étrica v lida para el espacio real n-di ensional:

$$f(A,B) = \frac{1}{3 * N * M} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} \sum_{c=1}^{3} \left| A_{ijc} - B_{ijc} \right|$$

(ec. 2.7)

Es obvio que lo anterior es una métrica (puesto que lo es en $\mathbb{R}^n$) y topológicamente hablando no es necesario nada más para poder alcanzar todos los resquicios de nuestro espacio de imágenes, sin embargo, tiene un enorme problema y es que no se tiene en cuenta la información de proximidad entre puntos de la imagen es decir, hemos perdido esa información que lógicamente es necesaria, en la figura 2.5, podemos ver como dos imágenes que si bien se parecen, su distancia con la métrica dada es la mayor posible .

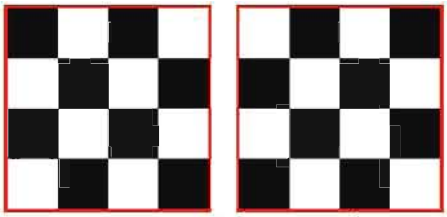


Figura 2.5. Imágenes cuya distancia es la mayor posible
Fuente: (Jose Juan, 2009)

Ejemplos similares muestran lo complicado de definir una buena métrica. Y lo peor de todo es que no parece quedar claro qué propiedades son deseables en una métrica, es decir, qué es más importante (y en qué medida) a la hora de comparar dos imágenes, o dicho de otra forma ¿qué las hace más parecidas o más diferentes?. Algunas aproximaciones pueden ser tomar en cuenta las diferencias de color, o diferencias de tamaño o en las proporciones del contenido, la rotación, el espectro, el enfoque, etc.

Es claro que se debe establecer restricciones al problema general de comparar imágenes si deseamos un método que podamos aplicar en la práctica.

Si tan sólo deseamos comparar imágenes que sabemos son la misma salvo:

- Cualquier cambio de resolución.
- Cualquier cambio de escala.
- Pequeños recortes sobre algún uno o varios márgenes.
- Ligeros cambios en el espectro de color.
- Ligeros cambios en la luminosidad y contraste.
- Ligeros cambios en la nitidez.
- Ligeros cambios en el nivel de ruido.

Entonces nos basta con la métrica anterior o alguna equivalente (todas las métricas definidas sobre el mismo conjunto son topológicamente equivalentes). La anterior

tiene la ventaja de que nos dar un indicador de distancia entre **0** (uy parecidas) y **1** (uy diferentes). Y el procedi iento trivial consistiría en:

- Escalar[10] a bas i enes a una is a resolución prefijada (por eje plo 50x50, 100x100, etc.)
- Aplicar el operador de la étrica definida.

Al unas adaptaciones adicionales que se pueden aplicar se ún interese son:

- Si es i portante el color, descartarlo pro ediando las tres co ponentes en cada píxel de las dos i enes.
- Si no es i portante el contraste en las i enes, nor alizar las intensidades respecto la distribución, ecualización del histo ra a.

Ló ica ente la resolución espacial de las i enes que se co parar n depender del tipo de precisión que se desea. Por eje plo, si se quiere co parar puestas de sol y utiliza os una resolución uy peque a, pr ctica ente todas las puestas de sol resultan ser las is as. Utilizar resoluciones uy randes har que todas las i enes sean diferentes. En eneral 0x 0 es una resolución lo suficiente ente alta co o para diferenciar ciertos detalles y lo suficiente ente peque a co o para poderse indexar en una base de datos o antenerla en e oria (al o uy i portante si se desean co parar randes cantidades de i enes).

2.7. Operaciones en el procesa iento di ital de i enes

Co o la cantidad de operaciones que se pueden realizar en el procesa iento di ital de i enes es uy a plia, se han clasificado estas operaciones si uiendo diferentes criterios una clasificación eneral ente aceptada to a en cuenta el tipo de infor ación de entrada y de salida; es la que se detalla a continuación.

2.8. Clasificación eneral de los tipos de operaciones

En la fi ura 2.8 se tiene una clasificación eneral de los tipos de procesos e el procedi iento di ital de i enes to ando en cuenta el tipo de entrada y el tipo de salida

[10] Quiere decir modificar su tamaño

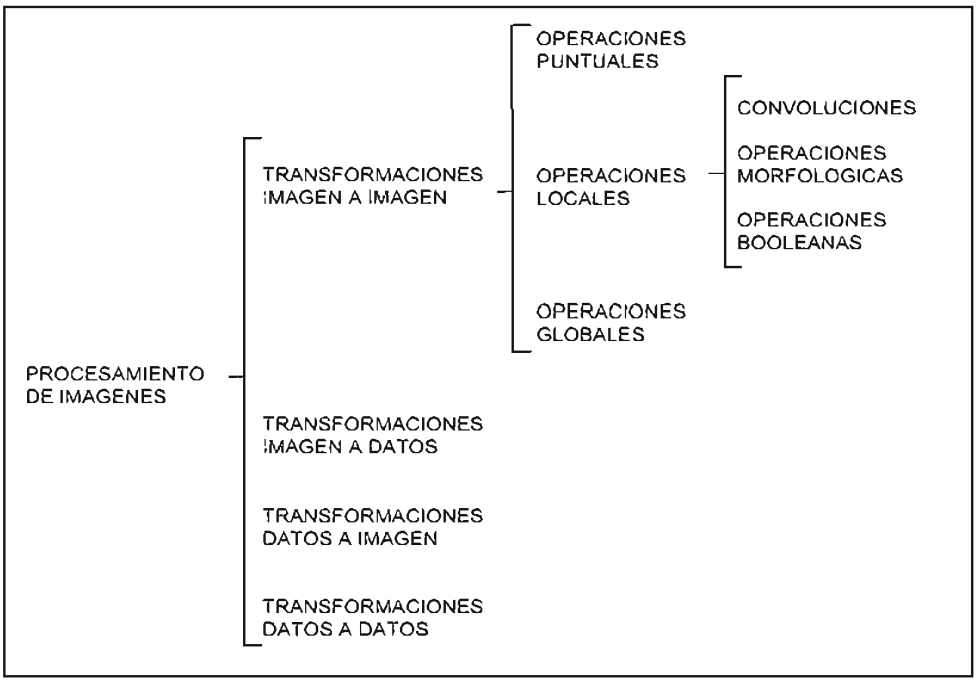


Figura 2.8. Tipos de procesos en el procesa iento di ital de i enes
Fuente: Iza uirre A. Z., 1998

Se empezará con la afirmación siguiente: "En el tratamiento de imágenes hay que distinguir dos tipos de información a procesar" (Nozal Lorenzo, 199):

- **I enes**. La infor ación de tipo i a en es aquella que se puede representar co o un arre lo bidi ensional, no necesaria ente se refiere a la i a en di ital ori inal, pues lla are os i a en ta bién a la atriz de resultados que sea producto de al una operación. Por eje plo la atriz resultado de un filtro que detecta bordes.
- **Datos**. El dato si ple es aquel que no puede ser representado co o una atriz. Por eje plo el nivel pro edio de nivel de ris de una i a en o el nivel pro edio de color rojo, etc.

Habiendo hecho ya la diferenciación correspondiente entre i a en y dato, tene os los si uientes tipos de procesos:

- "**Procesa iento i a en-i a en:** cuando la entrada al proceso requiere una infor ación del tipo i a en y la salida del is o es una infor ación del tipo i a en. Un eje plo sería el ca bio de niveles de ris de una i a en. Sin e bar o, dentro de esta clasificación existe una diversidad de operaciones que se pueden realizar sobre las i enes, si to a os en cuenta el rea de trabajo de estas operaciones, pode os clasificarlas ade s en operaciones puntuales, locales y lobales.

- **Procesa iento i a en-dato**: cuando la entrada al proceso requiere una infor ación del tipo i a en y la salida del is o es una infor ación del tipo dato. Un eje plo sería la obtención del nivel pro edio de ris de una i a en.
- **Procesa iento dato-i a en**: cuando la entrada al proceso requiere una infor ación del tipo dato y la salida del is o es una infor ación del tipo i a en. Un eje plo sería la reconstrucción de una i a en a partir de las coordenadas tridi ensionales de las aristas de los objetos.
- **Procesa iento dato-dato**: cuando la entrada al proceso requiere una infor ación del tipo dato y la salida del is o es una infor ación del tipo dato. Un eje plo sería la deter inación de las coordenadas del centro de un objeto representado por las coordenadas de sus aristas" (Iza uirre Z. Martin G., 1998).

Las operaciones que tienen co o entrada una i a en y co o salida otra i a en, se dividen en tres rupos. La convolución entra en la cate oría de operaciones locales

2.8.1. Operaciones b sicas de procesado de i enes (Operaciones puntuales)

"Son aquellas en que el valor de cada pixel G[x,y] de la imagen resultante se obtiene a partir del valor del pixel F[x,y] de la i a en ori inal, sin involucrar nin ún otro pixel. Co o eje plos se pueden se alar la u bralización, el realce de contraste, la modificación del histograma, la conversión a pseudocolor y el cambio de color" (Iza uirre Z. Martin G., 1998)

"Hay un número importante de operadores básicos en el procesa iento de i enes que se basan en transfor aciones si ples de los valores de pixeles (escalares o vectores).

$$I'(p) = g(I(p)), \qquad \text{(ec. 2.12)}$$

donde p es un punto de la i a en.

$p = (u, v)^T$, en el plano discretizado" (Hayet, 2010)

Utilizando operadores puntuales sobre una i a en se pueden obtener diferentes resultados, los s i portantes son:

- **Au ento y reducción de brillo**, en a bos casos lo único que hay que hacer es au entar el nivel de brillo a cada pixel. En al unos for atos de i enes se tiene un byte específico para el brillo, se lo conoce co o byte alfa, en caso de no existir este, se au enta o dis inuye el valor de cada uno de los bytes existentes.

- **Ne ativo de una i a en**, la operación para la obtención del ne ativo de una i a en consiste en calcular el co ple ento de cada pixel, es decir, restar a 255 el valor de cada byte de los pixeles, este resultado ser el nuevo valor del pixel y así, procesando todos los pixeles, se for ar la nueva i a en.
- **U bralizado,** esta operación es especial ente útil en la se entación de i enes, para separar ciertas características de una i a en, b sica ente lo que hay que hacer es ele ir un cierto u bral, un valor con el cual se co parar n el resto de los pixeles; a los pixeles que sean enores a este valor se les asi nar un color ne ro, los que sean ayores un color blanco.

Las técnicas anterior ente encionadas son utilizadas por la ayoría de los pro ra as de edición de i enes. Ta bién estas técnicas se las encuentra ucho s detalladas en (Gonzales Woods, 2008); y un resu en uy claro, con una aplicación real en un software, se encuentra en (Ji enez, 2008).

2.8.2. Operaciones locales

"Son aquellas en las que el valor de cada pixel G[x,y] de la i a en resultante se obtiene a partir de los valores del pixel F[x,y] y de sus vecinos en la i a en ori inal. Eventual ente el concepto de operaciones locales puede ser extendido al ca po de las tres di ensiones, es decir, incluyendo las secuencias te porales de i enes. Entre operaciones locales b sicas se pueden encionar las convoluciones, las operaciones orfoló icas y las operaciones booleanas locales. Co o eje plos se pueden se alar los filtros por convolución, los detectores de bordes, los unifor izadores de textura, etc." (Iza uirre Z. Martin G., 1998)

Dos son las operaciones locales s conocidas, la convolución y las operaciones orfoló icas.

- **Convolución**

  "Una de las operaciones más útiles y utilizadas en el procesamiento de i enes es la convolución. La operación de convolución bidi ensional relaciona dos atrices, una de ellas es la i a en ori inal F[x,y] y la otra, la atriz de convolución H[x,y]. Cada punto de la i a en resultante G[x,y] es la co binación lineal de los puntos de la i a en F[x,y], en el entorno del punto de trabajo, con los coeficientes de la atriz de convolución H[x,y].

  En la pr ctica se lleva a cabo si uiendo los si uientes pasos:

  - Se define, en la atriz de convolución, un ele ento de referencia $H(x_o,y_o)$, usual ente el ele ento central.

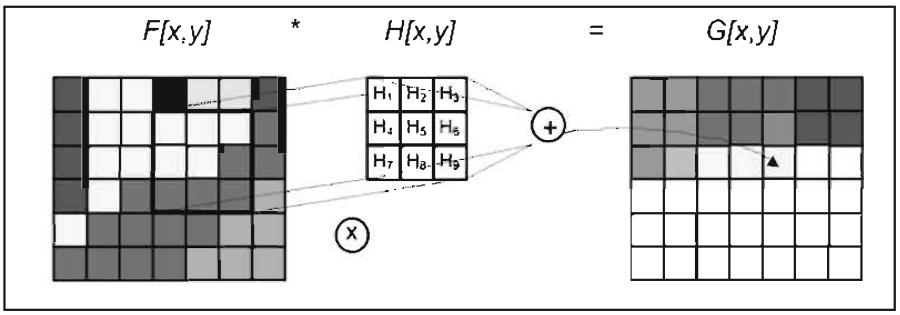
- Se superpone la atriz de convolución H[x,y] sobre la atriz i a en F[x,y], haciendo coincidir el ele ento de referencia (x_o, y_o) con un ele ento (x_j , y_j) de F[x,y].
- Se calcula la su a de productos de los ele entos superpuestos entre a bas atrices para obtener el valor del ele ento G(x_j, y_j).
- Se repiten estos pasos para todos los ele entos (x_j , y_j), obteniendo la atriz G(x_j , y_j) co pleta.

Mate tica ente el operador convolución se representa con el sí bolo * y se define co o:

$$G[x,y] = F[x,y] * H[x,y] = \sum_j \sum_k F[x-j, y-k] \cdot H[j,k] \qquad \text{(ec. 2.12)}$$

Aunque por definición la convolución abarca atrices de infinitos ele entos, por lo eneral a bas atrices son li itadas, y el operador H[x,y] es ucho s pequeño" (Iza uirre Z. Martin G., 1998).

Es i portante encionar que al proceso de convolución se le conoce ta bién co o filtrado, y a las atrices de convolución co o kernels o filtros o ventanas. Para entender ejor el proceso de convolución se analizar la fi ura 2.9, se aplica una atriz de convolución de ta a o x sobre una i a en, el ele ento en la posición ,5 (fila , colu na 5) es el que se est procesando y el resultado de la convolución en ese punto ser el pixel ,5 en la i a en de salida G.



Fi ura 2.9.- Operación de convolución con una atriz de x
Fuente: (Iza uirre Z. Martin G., 1998)

En el capítulo se ostrar n todos los detalles concernientes a la convolución.

- **Operaciones orfoló icas**

"Las operaciones morfológicas a imágenes se definen como procedimientos en los cuales cada nuevo pixel de la i a en resultante es obtenido de una operación no lineal entre un conjunto de puntos de la i a en ori inal F[x,y] y

un conjunto de puntos conocido con el no bre de ele ento estructurante S[x,y]. Este ele ento estructurante recorre toda la i a en para obtener todos los puntos de la nueva i a en.

Dependiendo de los ele entos estructurantes y de las operaciones utilizadas, los filtros orfoló icos, son capaces de detectar bordes en las i enes, filtrar objetos de ta a os enores a uno deter inado, suavizar fondos de texturizados, detectar fallos en la textura, etc" (Izaguirre A. Z., 1998).

2.8. . Operaciones lobales

"Son aquellas en las que el valor de cada pixel G[x,y] de la i a en resultante se obtiene de los valores del pixel F[x,y] y de todos los de s pixeles en la i a en ori inal. Co o eje plos de las operaciones lobales se citan la transfor ada de Fourier, la del coseno, y sus respectivas antitransformadas" (Iza uirre Z. Martin G., 1998).

2.9. Histo ra a de una i a en

"Un histograma de los niveles de cuantización de la imagen, o simplemente un histograma, es un dia ra a de barras en el que sobre el eje de las abscisas se representan los diferentes valores que pueden to ar los píxeles de una i a en y en el eje de ordenadas el nú ero de píxeles que se encuentran en una imagen para ese valor de cuantización" (Velez, Sanxhez, Moreno, Esteban, 200).

"Los histogramas no representan ninguna información sobre la disposición espacial de los píxeles, un histo ra a es una for a de representación de i enes en la que se produce una pérdida de información" (Mi uel B., 2005). Sin e bar o se representa otro tipo de infor ación sobre la i a en, infor ación sobre la distribución de las tonalidades de color en la i a en, a través del histo ra a pode os saber qué color (o colores) prevalecen en la i a en y en qué edida.

Es i portante notar que si se trata de i enes en un espacio de color, se tendrían diferentes histo ra as, uno para cada color. En la fi ura 2.10 se observan tres histo ra as, uno para cada color pri ario de una i a en cualquiera, cada histo ra a representa con qué frecuencia aparece cada tonalidad de cada color Rojo Verde y Azul (RGB); en el eje horizontal se representan los 256 tonos de cada color y en el eje vertical la frecuencia de apareción.

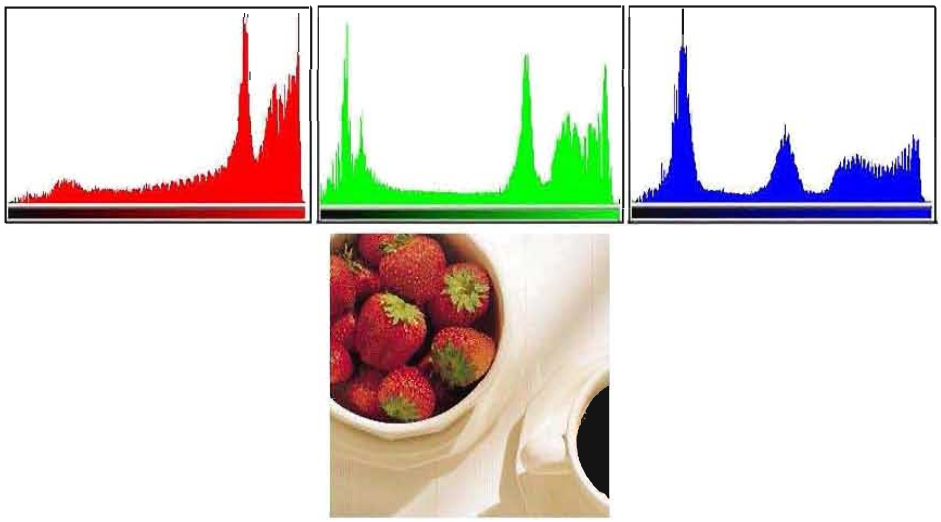


Figura 2.10. Tres histo ra as correspondientes a los colores RGB de una i a en.

La for a de calcular el histo ra a de una i a en es uy sencilla, el al orit o b sico para este c lculo es el ostrado en la fi ura 2.11.

```
        Histograma(A[,])
    Entrada. A: imagen de ancho n y alto m
    Salida. Histograma: array de enteros [0,...,255]
1     Histograma[]:= 0
2     For  y:= 0, ..., alto-1
3          For x:= 0, ..., ancho-1
4                    Histograma[A(x,y)]:= Histograma[A(x,y)]+1
```

Figura 2.11. Al orit o para el c lculo del histo ra a de una i a en

2.9.1. Histo ra a en escala de rises

La distribución de tonalidades de una i a en en escala de rises es representada en un solo histo ra a, i ual ente cada punto en el eje horizontal representa una tonalidad de ris. Es posible representar una i a en a color en un solo histo ra a pro ediando los valores de cada color. La fi ura 5.12 uestra una i a en a color con su histo ra a en escala de rises.

Figura 2.12. Histo ra a en escala de rises de una i a en a color

2.9.2.Co paración de i enes a partir de su histo ra a

Co o se encionó anterior ente, el histo ra a contiene cierta infor ación sobre la i a en, por ello es útil co parar los histo ra as de dos i enes para tener una idea del nivel del parecido que tienen, al enos en su distribución de colores o tonalidades de ris. Partiendo de ello se definen al unas étricas para la si ilitud de histo ra as.

"Existen diversas formas de medir la distancia entre dos histogramas de color.

Técnicas tales co o el test de Kol o oroff-S irnov no son útiles ya que el parecido entre dos i enes est deter inado por la percepción visual s que por la si ilitud en la distribución de probabilidad. Las fór ulas s utilizadas co paran las i enes a partir de la percepción de su contenido de color.

- Distancia euclídea
- Distancia de intersección
- Distancia cuadrática" (Garcia R. S., 2008)

2.9.2.1. Distancia Euclidiana entre histo ra as

Sean h y histo ra as que se quieren co parar, su distancia euclidiana est dada por:

$$d^2(h,g) = \sum_A \sum_B \sum_C \left(h(a,b,c) - g(a,b,c)\right)^2$$

(ec. 2.1 .)

donde A, B, C, son los tres canales.

Esta étrica solo co parar valores idénticos de cada bin[11] del histo ra a. Dos bins diferentes pueden representar perceptual ente colores si ilares, pero no se co paran entre si, todas las tonalidades contribuyen al c lculo de esta distancia.

[11] Bin denota una tonalidad de un color determinado, en RGB se tienen 256 bins, uno para cada color

CAPÍTULO

FILTROS DE CONVOLUCIÓN

INTRODUCCIÓN

En este capítulo se detallan los aspectos concernientes a los filtros de convolución, to ando en cuenta los aspectos for ales de este proceso, así co o una clasificación de los diferentes tipos de filtros y su aplicación en el procesa iento di ital de i enes.

.1. Superposición y convolución desde el punto de vista ate tico

Denotare os con F a la atriz que representa a la i a en ori inal y con G a la atriz de salida, después de haber realizado al una operación sobre la i a en.

Se ún Pratt (2008), una convolución es un caso particular de una superposición, y una superposición se define de la si uiente for a:

Definición 1. Superposición de rea finita

Supon a que F es el arre lo bidi ensional que representa a una i a en de ta a o NxN (se to ar n i enes cuadradas, sin pérdida de eneralidad), el punto correspondiente a la fila 1 y a la colu na 2 de la i a en est representada por F(1, 2).

La atriz de la i a en puede ser representada co o una su a en a plitud (recorriendo filas y colu nas, no todas) del peso de la función Delta de Dirac, co o si ue:

$$F(m_1, m_2) = \sum_{n_1}\sum_{n_2} F(n_1, n_2)\delta(m_1 - n_1 + 1, m_2 - n_2 + 1) \quad \text{(ec. .1)}$$

Definición 2. Función delta Dirac

En la ecuación la función δ, Delta de Dirac, toma los siguientes valores:

$$\delta(m_1 - n_1 + 1, m_2 - n_2 + 1) = \begin{cases} 1 & si\ m_1 = n_1\ y\ m_2 = n_2 \\ 0 & e.o.c. \end{cases} \quad \text{(ec. .2)}$$

Es decir se repite el valor del píxel (1, 2) la representación de la i a en no ca bia; pues la su atoria en el punto n1= 1 y n2= 2 ultiplica 1 al valor F(n1,n2), que obvia ente en ese punto ser i ual al valor F(1, 2); en otros casos se su a cero, la función δ es una función delta discreta.

Definición . Superposición de rea finita

Supon a ahora que a F se le aplica un operador lineal enérico O, el resultado produce una atriz resultado que lla are os Q, es decir, esta función aplicada a cada uno de los pixeles ser :

$$Q(m_1, m_2) = O\{F(m_1, m_2)\} \quad \text{(ec. .)}$$

Pero, como vimos anteriormente, F se puede representar a partir de la función δ. Ree plazando tene os:

$$Q(m_1, m_2) = O\left\{\sum_{n_1}\sum_{n_2} F(n_1, n_2)\delta(m_1 - n_1 + 1, m_2 - n_2 + 1)\right\} \quad \text{(ec. .4)}$$

El operador O es lineal y co o F(n1, n2) es constante con respecto de (1, 2) puede no ser to ado en cuenta por el operador; la ecuación puede reescribirse co o:

$$Q(m_1, m_2) = \sum_{n_1}\sum_{n_2} F(n_1, n_2)O\{\delta(m_1 - n_1 + 1, m_2 - n_2 + 1)\} \quad \text{(ec. .5)}$$

Definición 4. Matriz de respuesta de i pulso

El término $O\{\delta(t_1,t_2)$ con $t_i = {}_i - n_i + 1$ es la respuesta en las coordenadas de salida ($_1$, $_2$); ésta es ta bién lla ada atriz de respuesta de i pulso, esta atriz por si plicidad se considerar cuadrada y se denota por:

$$\delta(m_1 - n_1 + 1, m_2 - n_2 + 1;\ m_1, m_2) = O\{\delta(t_1, t_2)\} \quad \text{for } 1 \le t_1, t_2 \le L \quad \text{(ec. .6)}$$

Donde la atriz de respuesta de i pulso tiene un lí ite dado que es L, lo que quiere decir que un píxel de entrada influenciado por sus LxL vecinos dar co o resultado el píxel de salida. Este proceso en un caso eneral (para cualquier operador lineal O) se la a superposición de rea finita.

Si uiendo la no enclatura definida y lla ando a la función de i pulso co o la atriz H, tene os:

$$Q(m_1, m_2) = \sum_{n_1}\sum_{n_2} F(n_1, n_2)H(m_1 - n_1 + 1, m_2 - n_2 + 1;\ m_1, m_2) \quad \text{(ec. .7)}$$

Definición 5. Operador de convolución, alineación superior izquierda

Si la atriz de i pulso de respuesta es espacial ente invariante, es decir es la is a para cualquier píxel en la i a en de entrada, lo anterior se conoce co o operador de convolución, co o si ue:

$$Q(m_1, m_2) = \sum_{n_1}\sum_{n_2} F(n_1, n_2)H(m_1 - n_1 + 1, m_2 - n_2 + 1) \quad \text{(ec. .8)}$$

Tanto la ecuación de superposición de rea finita co o la de convolución son representaciones con una alineación superior izquierda, es decir los píxeles de entrada y de salida est n alineados en esta esquina, co o ve os en la fi ura .1.

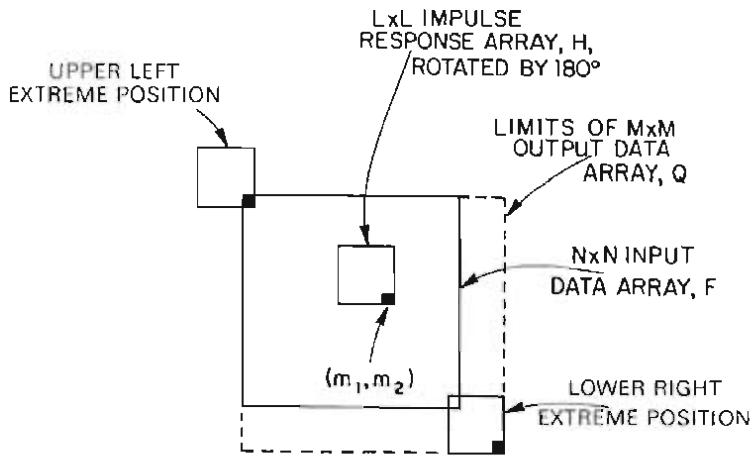


Figura 3.1. Superposición de rea finita en alineación superior izquierda
Fuente: Pratt (2008)

Definición 6. Superposición, alineación central

Es conveniente denotar la superposición, y a partir de ella la convolución, de tal for a que tanto el píxel de entrada co o el de salida se alineen con el centro de la atriz de respuesta de i pulso, a esto se le lla a superposición con alineación central, se define a continuación:

$$Q_c(j_1, j_2) = \sum_{n_1}\sum_{n_2} F(n_1, n_2)H(j_1 - n_1 + L_c, j_2 - n_2 + L_c;\ j_1, j_2) \qquad \text{(ec. .9)}$$

Donde -(L-)/2 <= j_i <= N+ (L-1)/2, y Lc= (L+1)/2 es la itad de la atriz H. En la fi ura .1 ve os la relación entre la atriz de entrada F, la salida Q y la atriz de respuesta de i pulso H de 5x5 con superposición con alineación central.

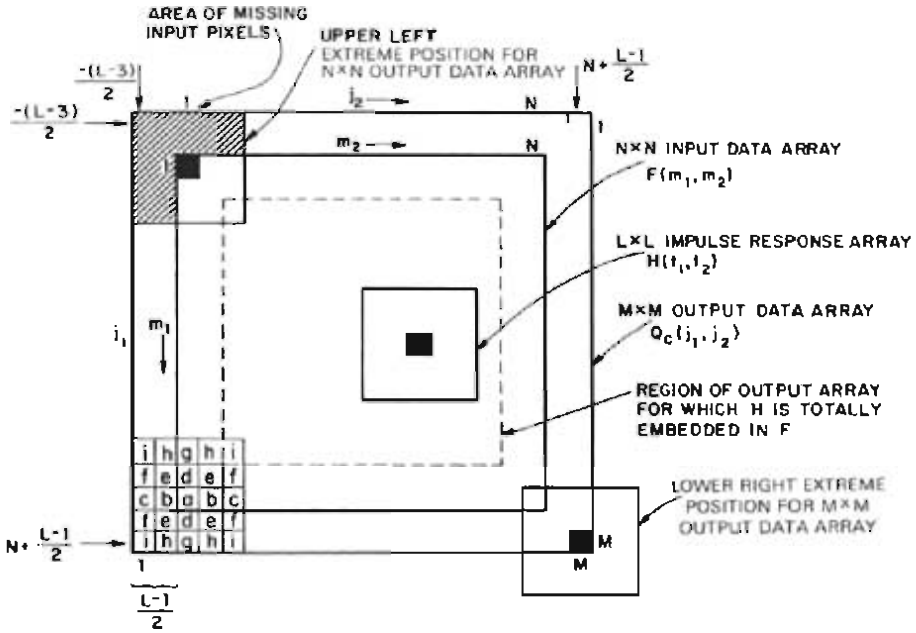


Figura 3.1. Relación entre F, Q y H (entrada, salida y atriz de respuesta de i pulso)
Fuente: Pratt (2008)

Co o ve os en la fi ura .1 existe un rea de píxeles que se pierden si to a os en cuenta solo los píxeles total ente incluidos en la atriz H, en la fi ura los píxeles perdidos est n tachados; de esta for a el ta a o de la atriz de salida Q tiene un ta a o enor que la atriz de entrada F. Existen uchos étodos que tienen co o propósito considerar estos píxeles, el s reconocido rellena estos píxeles con un valor constante que eneral ente es cero; otra opción es rellenar los píxeles perdidos reflejando los valores del borde de la i a en de entrada, co o si fuera un espejo.

Definición 7. Convolución, alineación central

Por otra parte si la superposición finita con alineación central es espacial ente invariante, se define la convolución con alineación central de la si uiente for a:

$$Q_c(j_1, j_2) = \sum_{n_1} \sum_{n_2} F(n_1, n_2) H(j_1 - n_1 + L_c, j_2 - n_2 + L_c) \qquad \text{(ec. .10)}$$

La atriz de respuesta H de x es lla ada peque o núcleo enerador (SGK).

.2. Al orit o del filtrado de i enes

Obvia ente el proceso de convolución debe ser auto atizado, es decir pro ra ado; para ello ostra os en la fi ura .2 el al orit o b sico en pseudo-códi o:

Convolution: pseudo code

```
/* at each image pixel */
for each image row              // downward window shifts
  for each image column         // rightward window shifts
      /* in image window covered by mask */
      for each mask row
            for each mask column
                  update local cumulative weighted sum
```

Note: use output buffer

Figura 3.2. Pseudo-códi o del proceso de convolución

Fuente: (Dr' Claude C' Chibelushi, 2011)

Co o se puede ver se recorren todas las filas y todas las colu nas de la i a en, para cada celda (pixel) se calcula el nuevo valor de la celda haciendo una co binación lineal (su a) con sus pixeles vecinos; final ente se actualiza el valor del pixel en un nuevo buffer de salida que ser la i a en de salida.

. . Matrices de convolución desde el punto de vista del PDI[12]

Las atrices de convolución se usan para representar al orit os que odifican el valor de un píxel basado en el valor del is o píxel y el de sus vecinos. Las atrices pueden ser de distintos ta a os NxM, ya sean cuadradas o rectan ulares; pero sie pre los valores de N y M deben ser i pares, con el propósito de que exista un coeficiente justo en el centro de la atriz que ser ocupado por el píxel a ser

[12] Procesamiento digital de imágenes

odificado. En eneral se trabaja con atrices de x y hasta 5x5, sin e bar o pueden utilizarse atrices de 7x7 o s aunque esto no ofrece buenos resultados.
Las atrices de convolución se deslizan sobre la i a en, el centro del kernel de convolución se coloca sobre el píxel a ser analizado, se obtiene el resultado y se coloca el resultado en la atriz de la i a en de salida. Puede observarse un eje plo del proceso de convolución en la Fi ura . .

Existe un inconveniente al o ento de deslizar el kernel de convolución sobre la i a en, qué sucede con los valores que est n en los filos de la atriz, los cuales ocasionan que parte del kernel quede fuera de la i a en.

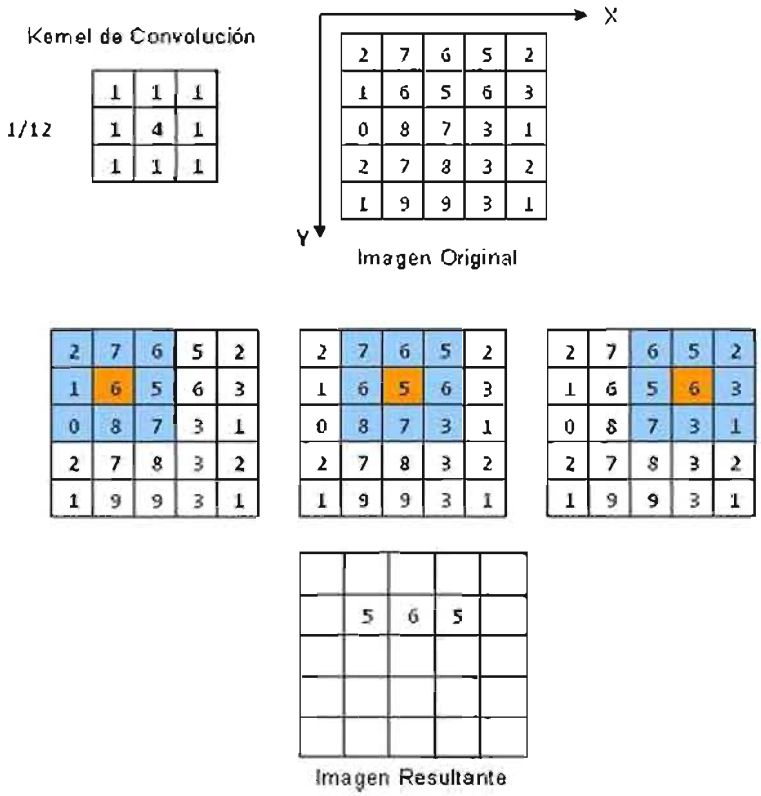


Figura 3.3. Proceso de convolución
Fuente: (Gordillo Erazo Yanez Roca, 2009)

Ante esta situación se han propuesto al unas soluciones:

- Hacer que la scara no lle ue a los filos de la atriz de tal anera que el kernel no quede fuera de la i a en, esto enerar una i a en de enor ta a o que la ori inal.
- Procesar todos los ele entos de la atriz y usar solo los valores del kernel que estén sobre la i a en, esto enerar una i a en del is o ta a o que la ori inal.

- A adir a la i a en filas y colu nas las cuales no for an parte de la is a co o se ve en la fi ura .4, es decir no son uardadas ni ostradas, de tal anera que al desplazar el kernel por los filos de la i a en ori inal la atriz de convolución no quedar fuera.

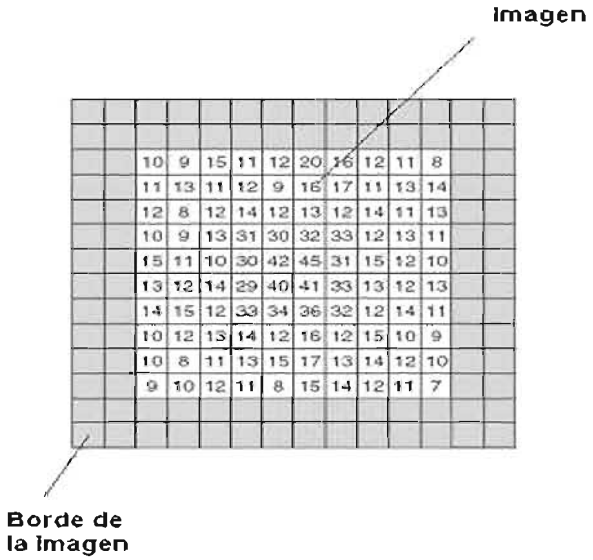


Figura 3.4. Bordes de una i a en
Fuente: (Gordillo Erazo Yanez Roca, 2009)

El detalle de a adir bordes a la i a en es qué valores colocar en cada uno de los píxeles de estas filas y colu nas a adidas, estos valores se colocan de tres aneras distintas:

- Colocando ceros co o se puede ver en la fi ura .5. Este étodo se lo usa cuando va a realizar procesos co o la correlación, el re ovedor de partículas, rechazo de bordes (este étodo hace referencia a quitar los bordes de los objetos contenidos en la i a en, no al borde que se a ade a la i a en para los procesos).

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	16	9	8	15		21	7	0	0
0	0	18	15	19		14	10	2	0	0
0	0	5		2	4	2	26	1	0	0
0	0	17	6	2	8	14	9	27	0	0
0	0	5	10	1	15	2	7	12	0	0
0	0	6	21	9	7	29	8	2	0	0
0	0	4	16	20		1	11	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Figura 3.5. Matriz de píxeles con borde cero

- Copiando el valor del píxel del filo de la i a en a lo lar o de todo el borde co o se ve en la fi ura .6, se usa este étodo cuando realiza los si uientes procesos: orfolo ía binaria, la orfolo ía de escala de rises y la se entación.

16	16	16	9	8	15		21	7	7	7
16	16	16	9	8	15		21	7	7	7
16	16	16	9	8	15		21	7	7	7
18	18	18	15	19		14	10	2	2	2
5	5	5		2	4	2	26	1	1	1
17	17	17	6	2	8	14	9	27	27	27
5	5	5	10	1	15	2	7	12	12	12
6	6	6	21	9	7	29	8	2	2	2
4	4	4	16	20		1	11	1	1	1
4	4	4	16	20		1	11	1	1	1
4	4	4	16	20		1	11	1	1	1

Figura 3.6. Matriz de píxeles con borde fijo

- Reflejando los valores de los pixeles de la i a en en el borde, co o se puede observar en la fi ura .7. Este étodo se utiliza en los si uientes procesos: filtros pasa bajos, de orden N y de detección de bordes.

15	18	18	15	19		14	10	2	2	10
9	16	16	9	8	15		21	7	7	21
9	16	16	9	8	15		21	7	7	21
15	18	18	15	19		14	10	2	2	10
	5	5		2	4	2	26	1	1	26
6	17	17	6	2	8	14	9	27	27	9
10	5	5	10	1	15	2	7	12	12	7
21	6	6	21	9	7	29	8	2	2	8
16	4	4	16	20		1	11	1	1	11
16	4	4	16	20		1	11	1	1	11
21	6	6	21	9	7	29	8	2	2	8

Figura 3.7. Matriz de pixeles con borde reflejado

.4. Clasificación de los filtros espaciales

Los filtros espaciales sirven a una variedad de propósitos, co o detectar bordes en una re ión, resaltar el contorno de patrones, reducir el ruido, realzar detalles y suavizar. Una clasificación de los filtros puede ser observada en la fi ura .8.

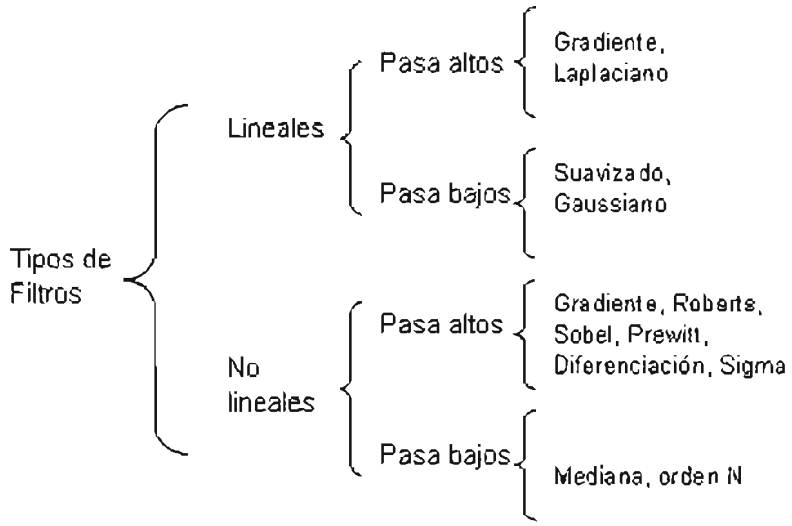


Figura 3.8. Clasificación de los filtros de convolución
Fuente: (Schowen erdt, 199)

De la clasificación de filtros presentada, los s co prensibles y factibles de usar son los lineales,; y estos se usan en la etapa de pre-procesa iento, con la finalidad de ejorar los detalles de la i a en.

.4.1. Matrices de procesa iento b sico

A continuación se presentar n las atrices de pre-procesa iento de uso co ún en el procesa iento di ital de i enes.

- **Filtro Gradiente.** Los filtros de nitidez se caracterizan por resaltar los detalles delicados de una i a en o ejorar aquellos que han sido atenuados por error o por los efectos de ruido en la adquisición.

  El radiente es un operador se lo define co o:

  $$\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x} \quad \frac{\partial f}{\partial y}\right] \qquad \text{(ec. .11)}$$

  El radiente apunta hacia la dirección de xi a variación de la intensidad.

  Las i enes son datos discretos, y la derivada es un operador para datos continuos, por lo que resulta s conveniente aplicar la diferencia finita:

  $$\frac{\partial f}{\partial x}[x,y] \approx f(x+1,y) - f(x,y) \qquad \text{(ec. .12)}$$

  El filtro radiente es un filtro de derivada de pri er orden que destaca las variaciones de intensidad lu inosa en una deter inada dirección, si ue el si uiente odelo:

$$\begin{bmatrix} a & -b & -c \\ b & x & -d \\ c & d & -a \end{bmatrix} \qquad \text{(ec. .1)}$$

Donde los valores de a, b, c y d son enteros y x puede to ar el valor de 1 ó 0. El si uiente eje plo de filtro radiente tiene su borde de si etría a 1 5º(Ver fi ura .9).

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

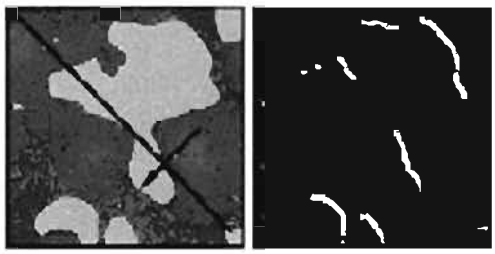


Figura 3.9. Eje plo de filtro radiente
Fuente: (National Instru ents Corporation, Concepts Manual)

- **Filtro Laplaciano**. Un filtro laplaciano usa derivadas de se undo orden y ta bién se usa para extraer el contorno de los objetos y destacar detalles. Se diferencia del filtro radientes porque es o nidireccional. El kernel de este filtro tiene el si uiente odelo:

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ b & x & d \\ c & d & a \end{bmatrix} \qquad \text{(ec. .14)}$$

Los valores de a, b, c y d son enteros. El filtro laplaciano tiene dos diferentes efectos, que dependen del valor del coeficiente central x, sea este ayor o i ual que la su a de los valores absolutos de los otros coeficientes.

Si x = 2(|a|+|b|+|c|+|d|), el filtro laplaciano extrae los pixeles donde existen variaciones de intensidad si nificativos. La presencia de bordes, lí ites entre objetos, odificaciones en la textura del fondo, ruido u otros efectos pueden causar estas variaciones. La i a en resultante de este filtro contiene bordes blancos en un fondo ne ro. Un eje plo de esta atriz es la si uiente:

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Si x > 2(|a|+|b|+|c|+|d|), el filtro laplaciano detecta las is as variaciones que en el caso anterior; la diferencia es que la i a en resultante luce si ilar a

la i a en ori inal, tan solo que posee los bordes resaltados. Una atriz que cu ple con esta característica es la si uiente:

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Co o se puede apreciar, esta atriz puede expresarse co o la su a de otra atriz laplaciana (aquella que resaltar solo las variaciones de luz) s una atriz que nos proporciona la i a en ori inal (ver fi ura .10).

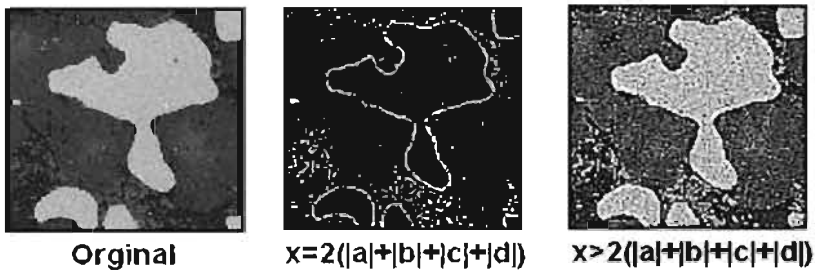


Figura 3.10. Resultados de aplicar filtros laplacianos
Fuente: (National Instru ents Corporation, Concepts Manual)

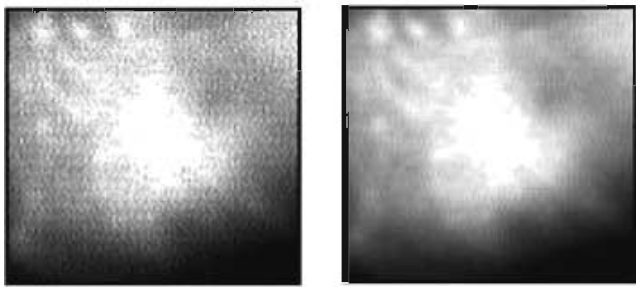
- **Suavizado Lineal.** Son usados para obtener un efecto de borrado y reducir el ruido. El borrado es útil en los pasos de pre-procesa iento para re over peque os detalles de la i a en, previa a la extracción de objetos de la is a. El filtro de suavizado atenúa las variaciones de la intensidad lu inosa en la vecindad de un píxel, por lo que el filtro de suavizado es tan solo el pro edio de los píxeles contenidos en la vecindad del kernel. El odelo del kernel para este tipo de filtros es el si uiente:

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ b & x & d \\ c & d & a \end{bmatrix} \quad \text{(ec. .15)}$$

Donde a, b, c, d enteros positivos; x puede to ar el valor de 0 ó 1. Co o todos los coeficientes en este kernel son positivos, cada píxel central se convierte en el pro edio ponderado de sus vecinos. Por eje plo:

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

En la fi ura .11 pode os ver el efecto de suavizado del kernel propuesto.



Original **Filtrada**

Figura 3.11.- Resultado de aplicar filtro de suavizado
Fuente: (National Instru ents Corporation, Concepts Manual)

- **Filtro Gaussiano.** Un filtro Gaussiano atenúa las variaciones de la intensidad lu inosa en la vecindad de u
- n píxel. Se caracteriza por suavizar la for a de los objetos y atenuar los detalles. Es si ilar a un filtro de suavizado; pero su efecto de difu inado es s tenue, presenta una si etría circular, todas las líneas y bordes son tratados de la is a for a. El odelo del kernel para este tipo de filtros es el si uiente:

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ b & x & d \\ c & d & a \end{bmatrix} \qquad \text{(ec. .16)}$$

Donde a, b, c y d enteros; x ayor a 1. En conjunto los valores del kernel deben ser los s aproxi ados a los valores de la curva Gaussiana. Có o construir un filtro que cu pla estas características, para eso se recurre al tri n ulo de Pascal, el cual puede ser observado en la fi ura .12.

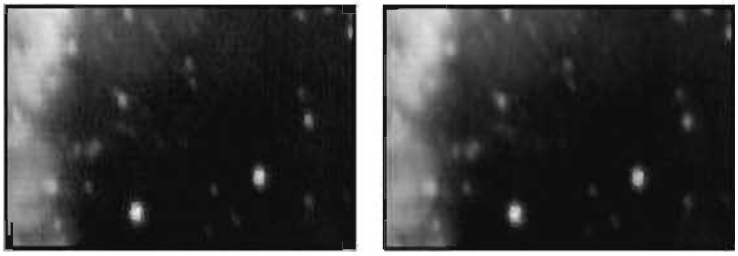
Index N	Coefficients	Sum of coefficients = 2^N
0	1	1
1	1 1	2
2	1 2 1	4
3	1 3 3 1	8
4	1 4 6 4 1	16
5	1 5 10 10 5 1	32
6	1 6 15 20 15 6 1	64
7	1 7 21 35 35 21 7 1	128
8	1 8 28 56 70 56 35 8 1	256
9	1 9 36 84 126 126 84 36 9 1	512
10	1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1	1024
11	1 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 1	2048

Figura 3.12. Trian ulo de Pascal
Fuente: (National Instru ents Corporation, Concepts Manual)

Por eje plo si se desea un filtro aussiano x se hace la ultiplicación de un vector x1 por otro vector 1x . Se busca en el trian ulo de Pascal la fila de coeficientes que ten a tres ele entos y se procede a ultiplicar.

$$\begin{bmatrix}1\\2\\1\end{bmatrix} \times \begin{bmatrix}1 & 2 & 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & 2 & 1\\2 & 4 & 2\\1 & 2 & 1\end{bmatrix}$$

La desco posición de una atriz aussiana co o el producto de dos vectores, representa una ran ventaja al o ento de opti izar el tie po de ejecución de los al orit os; es s r pido ultiplicar atrices (i a en) por vectores (desco posición del filtro aussiano) que atriz por otra atriz (i a en por el kernel del filtro aussiano). La fi ura .1 uestra el resultado de aplicar un filtro aussiano.



Original **Filtrada**

Figura 3.13. Resultado de filtro aussiano
Fuente: (National Instru ents Corporation, Concepts Manual)

CAPÍTULO 4

DEFINICIONES TEÓRICAS

INTRODUCCIÓN

Se definen a continuación al unos aspectos teóricos que ser n útiles en el desarrollo de la presente investi ación. En una pri era parte se presentan los aspectos relacionados con el an lisis de al orit os, en particular el an lisis del tie po de ejecución que servir para analizar el tie po de ejecución del al orit o de la convolución. En se undo lu ar se trataran los aspectos relacionados con la contrastación de las hipótesis planteadas, se hizo uso del test de Student para este propósito. Final ente se tiene la parte teórica de la etodolo ía utilizada para el desarrollo del software que sirve para realizar las pruebas experi entales, se utilizó la etodolo ía de desarrollo en cascada y esta se detalla al final de este capítulo.

4.1. An lisis de co plejidad de al orit os

La resolución pr ctica de un proble a exi e por una parte un al orit o o étodo de resolución y por otra un pro ra a o codificación de aquel en un ordenador real. A bos co ponentes tienen su i portancia; pero la del al orit o es absoluta ente esencial.

A efectos pr cticos, se debe poner atención en los recursos físicos necesarios para que un pro ra a se ejecute. Aunque puede haber uchos par etros, los s usuales son el tie po de ejecución y la cantidad de e oria, en lo que si ue nos centrare os en el par etro tie po de ejecución.

Para cada proble a se debe deter inar una edida N de su ta a o (por nú ero de datos) e intentare os hallar respuestas en función de dicho N. El concepto exacto que ide N depende de la naturaleza del proble a. Así, para un vector se suele utilizar co o N su lon itud; para una atriz, el nú ero de ele entos que la co ponen; para un rafo, puede ser el nú ero de nodos (a veces es s i portante considerar el nú ero de arcos, dependiendo del tipo de proble a a resolver); en un fichero se suele usar el nú ero de re istros, etc. Es i posible dar una re la eneral, pues cada proble a tiene su propia ló ica.

4.1.1. Tie po de Ejecución

Una edida que suele ser útil conocer es el tie po de ejecución de un pro ra a en función de N, lo que deno inare os T(N). Esta función se puede edir física ente (ejecutando el pro ra a, reloj en ano), o calcularse sobre el códi o contando instrucciones a ejecutar y ultiplicando por el tie po requerido por cada instrucción. Así, un trozo sencillo de pro ra a co o

```
S1;
for (int i= 0; i < N; i++)
        S2;
```

Requiere: T(N)= t1 + t2*N,

siendo t1 el tie po que lleve ejecutar la serie "S1" de sentencias, y t2 el que lleve la serie "S2".

Pr ctica ente todos los pro ra as reales incluyen al una sentencia condicional, haciendo que las sentencias efectiva ente ejecutadas dependan de los datos concretos que se le presenten. Esto hace que s que un valor T(N) deba os hablar de un ran o de valores

T in(N) <= T(N) <= T ax(N)

los extre os son habitual ente conocidos co o "caso peor" y "caso ejor". Entre a bos se hallara al ún "caso pro edio" o s frecuente.

Cualquier fór ula T(N) incluye referencias al par etro N y a una serie de constantes "Ti" que dependen de factores externos al al orit o co o pueden ser la calidad del códi o enerado por el co pilador y la velocidad de ejecución de instrucciones del ordenador que lo ejecuta. Dado que es f cil ca biar de co pilador y que la potencia de las co putadoras crece a un rit o verti inoso (en la actualidad, se duplica anual ente), intentare os analizar los al orit os con al ún nivel de independencia de estos factores; es decir, buscare os esti aciones enerales a plia ente v lidas; para este efecto se utiliza una edida de tie po est ndar (TSU[1])

4.1.2.Asíntotas

Por una parte es necesario analizar la potencia de los al orit os independiente ente de la potencia de la quina que los ejecute e incluso de la habilidad del pro ra ador que los codifique. Por otra, este an lisis es de interés especial ente cuando el al orit o se aplica a proble as randes. Casi sie pre los proble as peque os se pueden resolver de cualquier for a, apareciendo las li itaciones al atacar proble as randes.

Las consideraciones anteriores nos llevan a estudiar el co porta iento de un al orit o cuando se fuerza el ta a o del proble a al que se aplica. Mate tica ente hablando, cuando N tiende a infinito. Es decir, su co porta iento asintótico.

Sean " (n)" diferentes funciones que deter inan el uso de recursos. Habr diferentes funciones " ". Lo que se quiere es identificar "fa ilias" de funciones, usando co o criterio de a rupación su co porta iento asintótico.

A un conjunto de funciones que co parten un is o co porta iento asintótico se le deno ina un “orden de complejidad'. Habitualmente estos conjuntos se denotan co o O, existiendo una infinidad de ellos.

[13] Acrónimo de Time Estándar Units (Unidades de Tiempo Estándar)

Para cada uno de estos conjuntos se suele identificar un ie bro f(n) que se utiliza co o representante de la clase, habl ndose del conjunto de funciones " " que son del orden de "f(n)", denot ndose co o

IN O(f(n))

La definición ate tica de estos conjuntos debe ser uy cuidadosa para involucrar a bos aspectos: identificación de una fa ilia y posible utilización co o cota superior de otras funciones enos alas:

Dícese que el conjunto O(f(n)) es el de las funciones de orden de f(n), que se define co o

O(f(n))= : INTEGER -> $REAL^+$ tales que

existen las constantes k y N_0 tales que

para todo $N > N_0$, (N) <= k*f(N)

Es decir, O(f(n)) est for ado por aquellas funciones (n) que crecen a un rit o enor o i ual que el de f(n).

De las funciones " " que for an este conjunto O(f(n)) se dice que "est n do inadas asintótica ente" por "f", en el sentido de que para N suficiente ente rande, y salvo una constante ultiplicativa "k", f(n) es una cota superior de (n). (Ma as, 1997)

4.1. .Órdenes de Co plejidad

Se dice que O(f(n)) define un **"orden de co plejidad"**. Esco ere os co o representante de este orden a la función f(n) s sencilla del is o, en la tabla 4.1 se tienen al unos eje plos de estas funciones y el orden que representan:

Tabla 4.1. Órdenes de co plejidad

Notación	Orden
O(1)	orden constante
O(lo n)	orden lo arít ico
O(n)	orden lineal
$O(n^2)$	orden cuadr tico
$O(n^a)$	orden polino ial (a > 2)
$O(a^n)$	orden exponencial (a > 2)
O(n!)	orden factorial

Es s, se puede identificar una jerarquía de órdenes de co plejidad que coincide con el orden de la tabla anterior; jerarquía en el sentido de que cada orden de co plejidad superior tiene a los inferiores co o subconjuntos. Si un al orit o A se puede de ostrar de un cierto orden O_1, es cierto que ta bién pertenece a todos los órdenes superiores (la relación de orden çota superior de es transitiva); pero en la pr ctica lo útil es encontrar la " enor cota superior", es decir el enor orden de co plejidad que lo cubra. (Ma as, 1997)

4.1.4. I pacto Pr ctico

Considere el si uiente eje plo: Sea un proble a que sabe os resolver con al orit os de diferentes co plejidades. Para co pararlos entre si, supon a os que todos ellos requieren 1 hora de ejecución en el co putador para resolver un proble a de ta a o N=100.

Si quisiéra os resolver un proble a del doble de ta a o N=200, en la tabla 4.2 se tiene el tie po de ejecución con los al orit os de diferentes co plejidades para el is o proble a pero con ta a os N=100 y N=200.

Tabla 4.2. Tie pos de ejecución de al orit os con diferentes co plejidades

O(f(n))	N=100	t=2h	N=200
lo n	1 h	10000	1.15 h
n	1 h	200	2 h
n lo n	1 h	199	2. 0 h
n^2	1 h	141	4 h
n	1 h	126	8 h
2^n	1 h	101	10^{0} h

Los al orit os de co plejidad O(n) y O(n lo n) son los que uestran un co porta iento s "natural": a doble de tie po, doble de datos procesables.

Los al orit os de co plejidad lo arít ica son un descubri iento poco usual, pues en el doble de tie po per iten atacar proble as notable ente ayores, y para resolver un proble a el doble de rande sólo hace falta un poco s de tie po (ucho enos del doble de tie po).

Los al orit os de tipo polinó ico son co unes, y se enfrentan con dificultad a proble as de ta a o creciente. La pr ctica indica que son el lí ite de lo "tratable".

Cualquier al orit o por enci a de una co plejidad polinó ica se dice "intratable" y sólo ser aplicable a proble as uy peque os.

4.1.5. Propiedades de los Conjuntos O(f)

Sin profundizar en de ostraciones, las cuales se pueden encontrar en (Torres, 1992), es necesario saber de có o se trabaja con los conjuntos O() para poder evaluar los al orit os con los que nos encontre os. Para si plificar la notación, usare os O(f) para decir O(f(n)).

Las pri eras re las sólo expresan ate tica ente el concepto de jerarquía de órdenes de co plejidad:

Definición: La relación de orden definida por

f < <=> f(n) IN O( ) (ec. 4.1)

Propiedad A. Reflexividad:

f(n) IN O(f) (ec. 4.2)

Propiedad B. Transitividad:

f(n) IN O( ) y (n) IN O(h) => f(n) IN O(h) (ec. 4.)

Las si uientes propiedades se pueden utilizar co o re las para el c lculo de órdenes de co plejidad. Toda la teoría ate tica para el c lculo de lí ites se puede aplicar directa ente:

Propiedad C. Li $_{(n\text{->inf})}$f(n)/ (n) = 0 => f IN O( ) (ec. 4.4)

=> NOT_IN O(f)

=> O(f) es subconjunto de O( )

Propiedad D. Li $_{(n\text{->inf})}$f(n)/ (n) = k => f IN O( ) (ec. 4.5)

=> IN O(f)

=> O(f) = O( )

Propiedad E. Li $_{(n\text{->inf})}$f(n)/ (n)= INF => f NOT_IN O( ) (ec. 4.6)

=> IN O(f)

=> O(f) es superconjunto de O( )

4.1.6. Re las pr cticas

Aunque no existe una re la eneral que funcione para calcular la co plejidad de cualquier al orit o, si es posible tratar siste tica ente una ran cantidad de ellos, bajo la suposición de que suelen estar bien estructurados y si uen pautas unifor es. Los al orit os bien estructurados co binan las sentencias de entre las si uientes:

4.1.6.1. Sentencias sencillas

Nos referi os a las sentencias de asi nación, entrada/salida, etc. sie pre y cuando no trabajen sobre variables estructuradas cuyo ta a o esté relacionado con el ta a o N del proble a. La ayoría de las sentencias de un al orit o requieren un tie po constante de ejecución, siendo su co plejidad O(1).

4.1.6.2. Secuencia (;)

La co plejidad de una serie de ele entos de un pro ra a es del orden de la su a de las co plejidades individuales, aplic ndose las operaciones expuestas.

4.1.6. . Decisión (if)

La condición suele ser de O(1), co plejidad a su ar con la peor posible, bien en la ra a THEN, o bien en la ra a ELSE. En decisiones últiples (ELSE IF, SWITCH CASE), se to ara la peor de las ra as.

4.1.6.4. Bucles

En los bucles con contador explícito, pode os distin uir dos casos, que el ta a o N for e parte de los lí ites o que no. Si el bucle se realiza un nú ero fijo de veces, independiente de N, entonces la repetición sólo introduce una constante ultiplicativa que puede absorberse. A continuación al unos eje plos:

- for (int i= 0; i < K; i++) al o_de_O(1)

  En este caso en nin ún o ento se tiene el ta a o N, el nú ero de veces del ciclo for es constante, lue o la co plejidad es:

  K*O(1) = O(1).

- for (int i= 0; i < N; i++) al o_de_O(1)

  El lí ite superior del ciclo es la variable N, la co plejidad de este al orit o es:

  N * O(1) = O(n).

- for (int i= 0; i < N; i++)
  for (int j= 0; j < N; j++)
  al o_de_O(1)

  Tanto el ciclo interior co o el exterior se ejecutan hasta N, lue o tendre os:

  $N * N * O(1) = O(n^2)$

- A veces aparecen ciclos ultiplicativos, donde la evolución de la variable de control no es lineal (co o en los eje plos

anteriores), en estos casos la variable de control evoluciona dentro del ciclo.

```
c= 1;
while (c < N)
        al  o_de_O(1)
        c= 2*c;
```

El valor inicial de c es 1, siendo 2^k al cabo de k iteraciones. El nú ero de iteraciones es tal que 2^k >= N => k= (lo $_2$ (N)), el entero in ediato superior, por tanto, la co plejidad del ciclo es O(lo n).

4.1.6.5. Lla adas a procedi ientos

La co plejidad de lla ar a un procedi iento viene dada por la co plejidad del contenido del procedi iento en sí. El coste de lla ar no es sino una constante que pode os obviar in ediata ente dentro de nuestros an lisis asintóticos.

El c lculo de la co plejidad asociada a un procedi iento puede co plicarse notable ente si se trata de procedi ientos recursivos. Es f cil que ten a os que aplicar técnicas propias de la ate tica discreta, te a que queda fuera de los lí ites de esta nota técnica.

4.2. Métodos estadísticos para prueba de hipótesis

Es conocido que cuando se utilizan uestras ayores o i uales a 0, la distribución o las distribución de la uestra tiende a ser una distribución nor al. Se ostrar có o se puede utilizar uestras peque as, enores a 0, sie pre y cuando la distribución de donde proviene la uestra ten a un co porta iento nor al. Esta es una condición para utilizar las tres distribuciones que se anejar n; t de student, X^2 ji-cuadrada y Fisher.

4.2.1.Teoría de peque as uestras o teoría exacta del uestreo

A la teoría de peque as uestras ta bién se le lla a teoría exacta del uestreo, ya que ta bién la pode os utilizar con uestras aleatorias de ta a o rande.

Es necesario conocer el concepto de " rados de libertad", para definir los rados de libertad se hace referencia a la varianza uestral:

(ec. 4.7)

Esta fór ula est basada en *n-1* rados de libertad (de rees of freedo). Esta ter inolo ía resulta del hecho de que si bien s^2 est basada en *n* cantidades

$x_1 - \bar{x}$, $x_2 - \bar{x}$, ... , $x_n - \bar{x}$, éstas su an cero, así que especificar los valores de cualquier *n-1* de las cantidades deter ina el valor restante. Por eje plo, si *n=4 y* $x_1 - \bar{x} = 8$; $x_2 - \bar{x} = -6$ *y* $x_4 - \bar{x} = -4$, entonces auto tica ente tene os $x_3 - \bar{x} = 2$, así que sólo tres de los cuatro valores de $x_i - \bar{x}$ est n libre ente deter inados, tene os rados de libertad. (Spie el, 1992)

Entonces, la fór ula de rados de libertad ser *n-1* y su si bolo ía $v = nu$

4.2.2. Distribución "t de Student"

Supón ase que se to a una uestra de una población nor al con edia μ y varianza σ^2. Si $\bar{x}$ es el pro edio de las *n* observaciones que contiene la uestra aleatoria, entonces la distribución:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \qquad \text{(ec. 4.8)}$$

es una distribución nor al est ndar. Supón ase que la varianza de la población σ^2 es desconocida. ¿Qué sucede con la distribución de esta estadística si se ree plaza σ por s? La distribución *t* proporciona la respuesta a esta pre unta.

La edia y la varianza de la distribución *t* son $\mu = 0$ y σ^2 $= v/(v - 2)$ para *v* > 2, respectiva ente

La fi ura 4.1 presenta la r fica de varias distribuciones *t.* La apariencia eneral de la distribución *t* es si ilar a la de la distribución nor al est ndar: a bas son si étricas y uni odales, y el valor xi o de la ordenada se alcanza en la edia $\mu = 0$. Sin e bar o, la distribución *t* tiene colas s a plias que la nor al; esto es, la probabilidad de las colas es ayor que en la distribución nor al. A edida que el nú ero de rados de libertad tiende a infinito, la for a lí ite de la distribución *t* es la distribución nor al est ndar.

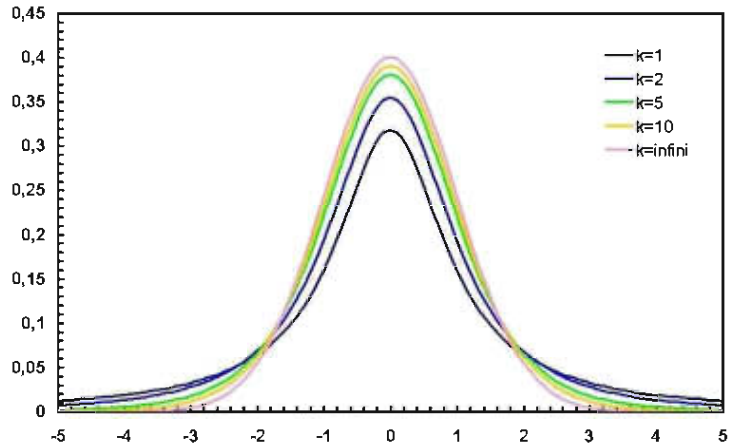


Figura 4.1. Curvas de la distribución t-Student
Fuente: (Urbina, 2010)

4.2.2.1. Propiedades de las distribuciones t

Una distribución t tiene las si uientes propiedades:

- Cada curva t tiene for a de ca pana con centro en 0.
- Cada curva t, est s dispersa que la curva nor al est ndar z.
- A edida que *v* au enta, la dispersión de la curva t dis inuye.
- A edida que $v \to \infty$, la secuencia de curvas t se aproxi a a la curva nor al est ndar, por lo que la curva z suele lla arse curva t con l = ∞

La distribución de la variable aleatoria t est dada por:

(ec. 4.9)

Esta se conoce co o la distribución t con v rados de libertad.

Sean X_1, X_2, . . . , X_n variables aleatorias independientes que son todas nor ales con edia μ y desviación est ndar σ. Entonces la variable aleatoria $t = \frac{\bar{x}-\mu}{s/\sqrt{n}}$ tiene una distribución t con *v* = n-1 rados de libertad.

La distribución t difiere de la de Z en que la varianza de t depende del ta a o de la uestra y sie pre es ayor a uno. Única ente cuando el ta a o de la uestra tiende a infinito las dos distribuciones ser n las is as.

Se acostu bra representar con t_α el valor t por arriba del cual se encuentra un rea i ual a α. Co o la distribución t es si étrica alrededor de una edia de cero, tene os $t_{1-\alpha} = -t_\alpha$; es decir, el valor t que deja un rea de $1-\alpha$ a la derecha y por tanto un rea de α a la izquierda, es i ual al valor t ne ativo que deja un rea de α en la cola derecha. Esto es, $t_{0.95} = -t_{0.05}$, $t_{0.99}=-t_{0.01}$, etc.

Por eje plo, el valor t con *v* = 14 rados de libertad que deja un rea de 0.025 a la izquierda, y por tanto un rea de 0.975 a la derecha se uestra en la fi ura 4.2.

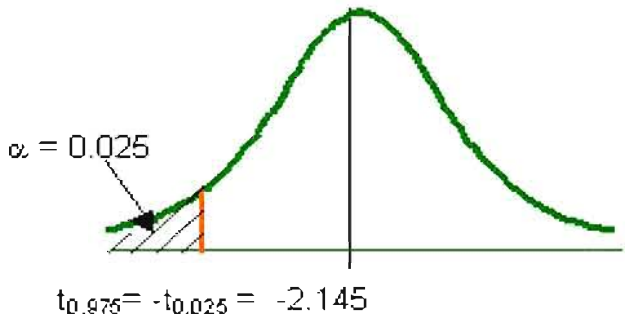


Figura 4.2. Curva t-Student con v= 14 rados de libertad y $\alpha = 0.025$
Fuente: (De la Torre, 2002)

Si se observa la tabla, el rea so breada de la curva es de la cola derecha, es por esto que se tiene que hacer la resta de $1 - \alpha$. La anera de encontrar el valor de t es buscar el valor de α en el pri er ren lón de la tabla y lue o buscar los rados de libertad en la pri er colu na y donde se intercepten α y v se obtendr el valor de t.

4.2. . Prueba de hipótesis

Para probar afir aciones sobre una población con edia μ y una desviación est ndar σ se debe utilizar la distribución t de Student. La estructura de la prueba es idéntica a la del caso de σ conocida, con la excepción de que el valor σ en la estadística de prueba se ree plaza por la esti ación de s calculada y la distribución nor al est ndar se ree plaza con una distribución t.

Para aclarar el procedi iento se uestra un eje plo to ado de (De la Torre, 2002): "El *Instituto Eléctrico Edison* publica cifras del nú ero anual de Kilowatt-hora que astan varios aparatos electrodo ésticos. Se afir a que una aspiradora asta un pro edio de 46 kilowatt-hora al a o. Si una uestra aleatoria de 12 ho ares que se incluye en un estudio planeado indica que las aspiradoras astan un pro edio de 42 kilowatt-hora al a o con una desviación est ndar de11.9 kilowatt-hora, ¿esto su iere con un nivel de si nificancia de 0.05 que las aspiradoras astan, en pro edio, enos de 46 kilowatt-hora anual ente? Supon a que la población de kilowatt-hora es nor al.

Datos:

μ = 46 kilowatt-hora

s = 11.9 kilowatt-hora

$\bar{x}$ = 42 kilowatt-hora

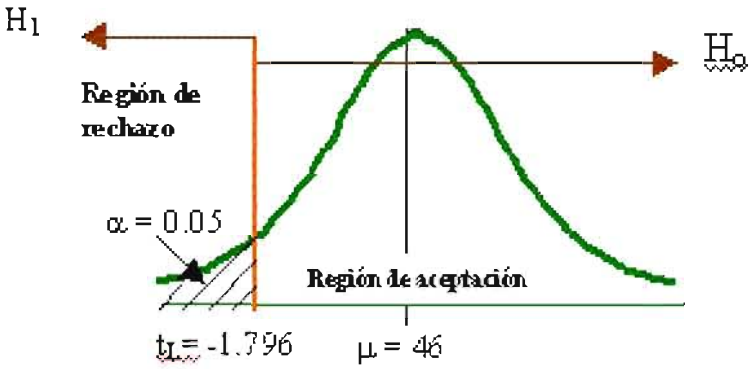
n = 12

α = 0.05

Ensayo de hipótesis

H_o; μ = 46 kilowatt-hora

H_1; μ < 46 kilowatt-hora



Fi ura 4. . Zona de aceptación y rechazo de una hipótesis utilizando la distribución t.
Fuente: (De la Torre, 2002)

Re la de decisión:

Si t_R [redacted] -1.796 No se rechaza H_o

Si t_R < -1.796 Se rechaza H_o

C lculos:

Justificación y decisión:

Co o –1.16 > -1.796, por lo tanto no se rechaza H_o y se concluye con un nivel de si nificancia del 0.05 que el nú ero pro edio de kilowwatt-hora que astan al a o las aspiradoras no es si nificativa ente enor que 46.

4. . Ciclo de vida del software

Al i ual que en otros siste as, los siste as de software requieren un tie po y esfuerzo considerable para su desarrollo y deben per anecer en uso por un periodo ucho ayor. Durante este tie po de desarrollo y uso, desde que se detecta la necesidad de construir un siste a de software hasta que este es retirado, se identifican varias etapas que en conjunto se deno inan el ciclo de vida del software y en cada caso, en función de cuales sean las características del proyecto, se confi urar el ciclo de vida de for a diferente

4. .1. Modelo en cascada

El odelo en cascada es el s conocido y b sico, eneral ente se utiliza en el desarrollo de software de baja co plejidad, es por este otivo que se utilizar en el desarrollo del software para realizar las pruebas de co binación de atrices de convolución, abarca las actividades ostradas en la fi ura 4.4.

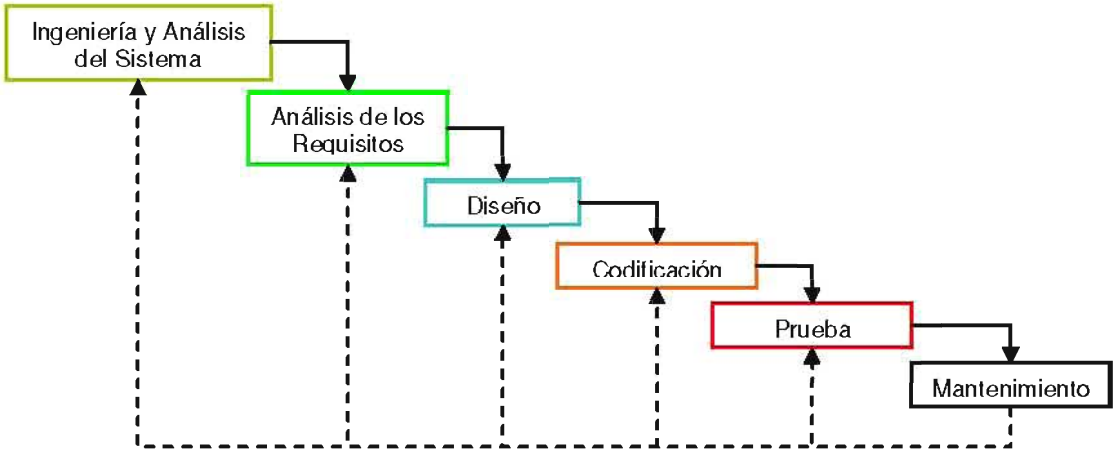


Figura 4.4. Etapas del odelo en cascada
Fuente: (Rojas, 2005)

4. .1.1. Etapas del odelo en cascada

El desarrollo de las etapas de este odelo se to a de (Rojas, 2005) y se uestra a continuación:

- **In enierías y An lisis del Siste a**

Debido a que el software es sie pre parte de un siste a ayor el trabajo co ienza estableciendo los requisitos de todos los ele entos del siste a y lue o asi nando al ún subconjunto de estos requisitos al software.

- **An lisis de los requisitos del software**

El proceso de recopilación de los requisitos se centra e intensifica especial ente en el software. El in eniero de software (Analistas) debe co prender el bito de la infor ación del software, así co o la función, el rendi iento y las interfaces requeridas.

- **Dise o**

El dise o del software se enfoca en cuatro atributos distintos del pro ra a: la estructura de los datos, la arquitectura del software, el detalle procedi ental y la caracterización de la interfaz. El proceso de dise o traduce los requisitos en una representación del software con la calidad requerida antes de que co ience la codificación.

- **Codificación**

El dise o debe traducirse en una for a le ible para la aquina. El paso de codificación realiza esta tarea. Si el dise o se realiza de una anera detallada la codificación puede realizarse ec nica ente.

- **Prueba**

Una vez que se ha enerado el códi o co ienza la prueba del pro ra a. La prueba se centra en la ló ica interna del software, y en las funciones externas, realizando pruebas que ase uren que la entrada definida produce los resultados que real ente se requieren.

- **Manteni iento**

El software sufrir ca bios después de que se entre a al cliente. Los ca bios ocurrir n debido a que hayan encontrado errores, a que el software deba adaptarse a ca bios del entorno externo (siste a operativo o dispositivos periféricos), o debido a que el cliente requiera a pliaciones funcionales o del rendi iento.

4. .1.2. Desventajas

El odelo en cascada presenta las si uientes desventajas

- Los proyectos reales rara ente si uen el flujo secuencial que propone el odelo, sie pre hay iteraciones y se crean proble as en la aplicación del paradi a.
- Nor al ente, es difícil para el cliente establecer explícita ente al principio todos los requisitos. El ciclo de vida cl sico lo requiere y tiene dificultades en aco odar posibles incertidu bres que pueden existir al co ienzo de uchos productos.
- El cliente debe tener paciencia. Hasta lle ar a las etapas finales del proyecto, no estar disponible una versión operativa del pro ra a. Un error i portante no detectado hasta que el pro ra a este funcionando puede ser desastroso.

4. .1. . Ventajas

El odelo en cascada presenta las si uientes ventajas

- En este odelo se rescata la sencillez ya que si ue los pasos intuitivos necesarios a la hora de desarrollar el software.
- Se ajusta peque as aplicaciones por su si plicidad

CAPÍTULO 5

MARCO APLICATIVO

Introducción

Este capítulo contiene a detalle lo relacionado con la co binación de atrices de convolución: la aplicación de dos kernels sucesiva ente, la co binación de kernels con el étodo b sico y (se presenta) la propuesta de co binación de kernels; se hace un an lisis del tie po de ejecución de estos tres procedi ientos para hacer posterior ente las co paraciones respectivas. Final ente se detalla el desarrollo del software para realizar las pruebas

5.1. Filtros de convolución con dos o s atrices

En al unas aplicaciones del procesa iento di ital de i enes puede ser necesario obtener el resultado de dos filtros de convolución sobre una is a i a en.

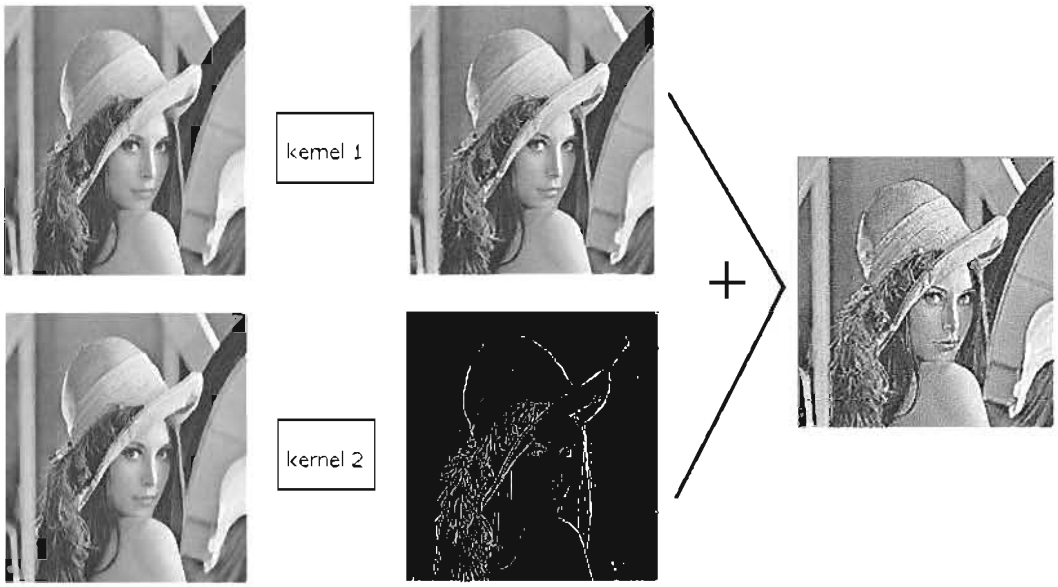
De acuerdo al teore a de la convolución, y a las propiedades de linealidad y co posición, las posibilidades que se tienen con dos o s atrices de convolución son la su a o la co posición, esta últi a (deno inada en lo posterior co binación) es el objeto de estudio de la presente investi ación.

5.1.1.Su a de atrices de convolución

En el caso de la su a, el teore a dice que procesar una i a en I con dos atrices de convolución diferentes k_1 y k_2, y lue o su ar los resultados, produce una i a en I_{12} i ual a la obtenida convolucionando la i a en ori inal I por un kernel su a de k_1+k_2.

Mate tica ente se dice que la su a y la convolución "con utan". Si K(I) denota la operación de aplicar a I convolución con el kernel K, entonces la con utatividad queda expresada co o $K_1(I)+K_2(I) = K_1+K_2(I)$. Este hecho se puede observar en la fi ura 5.1.

a)



b)

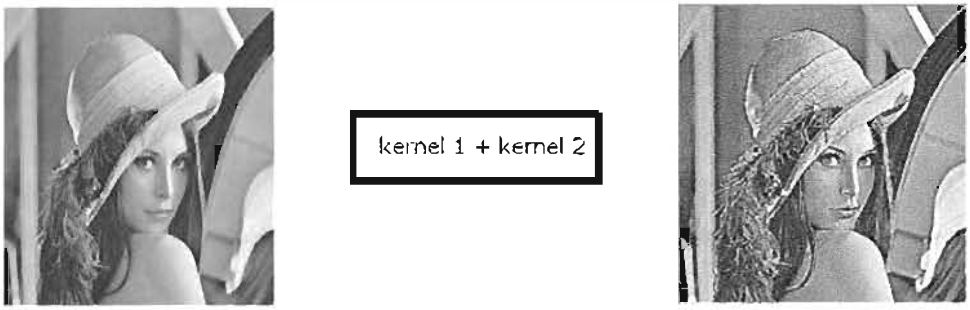


Figura 5.1. a) Su a de los resultados obtenidos por dos filtros de convolución
b) Resultado obtenido con el kernel su a

5.1.2.Co posición de kernels (Método b sico de co binación)

Otra opción para trabajar con dos o s atrices de convolución es la co posición, ta bién se puede expresar ate tica ente co o:

$$K_1(K_2(I)) = K(I) \qquad \text{(ec. 5.1)}$$

donde $K=K_1(K_2)$, o sea el kernel K es la convolución de K_1 con K_2.

La expresión de la ec. 5.1 quiere decir: a la i a en I aplicar pri ero el kernel k_2 y al resultado aplicar el kernel k_1, el resultado de todo esto es equivalente a aplicar a la i a en ori inal un filtro K con las características encionadas. Por eje plo para co poner un filtro paso-alto de x con un filtro laplaciano lo que hace os es aplicar la convolución a la pri era atriz con la se unda, co o se puede observar el resultado es una atriz de ayor ta a o 5x5.

$$K1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \qquad \text{(Filtro de paso-alto)}$$

$$K2 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \qquad \text{(Filtro laplaciano)}$$

$$K = K1(K2) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & -11 & -3 & 1 \\ 1 & -11 & 44 & -11 & 1 \\ 1 & -3 & -11 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad \text{(Filtro co puesto)}$$

Utilizando los kernels del eje plo sobre una i a en de prueba se obtienen los resultados de la fi ura 5.2.

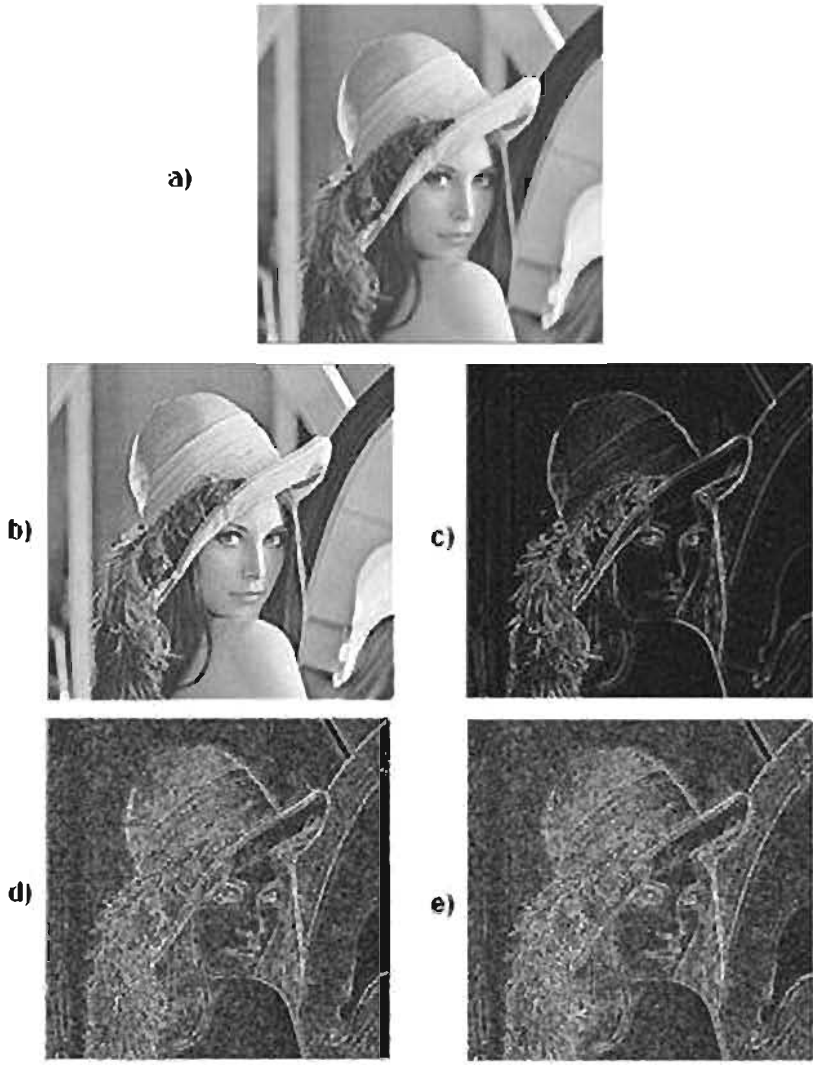


Figura. 5.2. a) i a en ori inal
Resultados: b) i a en ori inal con el filtro laplaciano *c)* i a en ori inal con el filtro paso-alto
d) i a en ori inal con filtro laplaciano pri ero y paso alto después
e) i a en ori inal con filtro co puesto con el étodo b sico

Es i portante encionar que al co binar dos kernels del is o ta a o (*nxn*), la atriz resultante es de ayor ta a o, se incre enta en *2*|n/2|*, es decir, la atriz resultante tendr un ta a o (*n+2*|n/2|* x *n+2*|n/2|*); este hecho se evidencia con el eje plo ostrado, dos kernels de x co binadas dan co o resultado uno de 5x5.
En al unos casos las atrices a co binar tienen características que hacen que el resultado no sea coherente, un caso trivial sería co binar dos kernels tal que uno de ellos sea una atriz de ceros, obvia ente el resultado ser ta bién una atriz de ceros pero de ayor ta a o, en otros casos enos obvios las atrices ori inales al ser co binadas se cancelan, esto pasa al co binar un kernel paso-alto con otro de paso-

bajo. Existen casos en los que el resultado de hacer dos convoluciones sucesivas con dos filtros no es el is o que hacer la convolución con el filtro co puesto con el étodo b sico.

5.2. Propuesta de co binación de atrices de convolución

Esta propuesta parte de odificar la atriz obtenida con el étodo b sico de co binación, el objetivo es reducir el nú ero de operaciones a realizar, esto quiere decir reducir el ta a o del kernel, pues co o se ostrar en lo posterior, el nú ero de operaciones depende directa ente del ta a o de la i a en y del ta a o del kernel utilizado.

5.2.1. Supuestos

- Los dos kernels a co binar tienen el is o ta a o, se realizaron todas las pruebas experi entales con kernels de x , aunque en eneral se espera que los resultados puedan eneralizarse a atrices de ta a o nxn.
- Con fines pr cticos, las i enes con las que se trabajó son cuadradas, el alto y el ancho es el is o.
- En todos los casos, al realizar el proceso de convolución, los pixeles de los bordes de las i enes que quedan fuera se rellenan con ceros, esto con el fin de procesar todos y cada uno de los pixeles de la i a en ori inal y antener el ta a o ori inal de las i enes.
- Se trabajan con kernels no triviales.

5.2.2. Procedi iento

El procedi iento consiste en:

- To ar los kernels ori inales K_1 y K_2 y co binar con el étodo b sico.
- Con el kernel resultante realizar lo si uiente: Modificar el ele ento central en función de los ele entos del borde, realizando una su a al ebraica.

$$K(3,3) = K(3,3) + \sum_{i=1}^{5}[K(1,i) + K(5,i)] + \sum_{j=2}^{4}[K(j,1) + K(j,5)]$$

(ec. 5.2)

- Final ente recortar esos ele entos para obtener una atriz del is o ta a o que las atrices ori inales, opcional ente se puede inicializar otra vez los índices de la atriz o si ple ente to ar los índices desde dos hasta cuatro.

Por eje plo, para co binar dos atrices de convolución de x , un filtro de paso alto y un filtro laplaciano, pri ero se co binan las atrices con el étodo b sico obteniendo lo si uiente:

$$K = K1(K2) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & -11 & -3 & 1 \\ 1 & -11 & 44 & -11 & 1 \\ 1 & -3 & -11 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Lue o calcula os la su a al ebraica de los ele entos del borde, a este valor le lla are os val

Val = 0+1+1+1+0+1+1+1+0+1+1+1+0+1+1+1 = 12

Actualiza os el valor de la celda central del kernel K[,] (se ún la ec. 5.2) su ando al ebraica ente el resultado de la su a de los bordes y el ele ento central, en el eje plo este valor se lla a Val:

K[,] = 44 + 12 = **56**

Final ente recorta os los ele entos del borde obteniendo así una atriz de ta a o i ual a las atrices ori inales (x), pode os reno brar esta atriz co o K_p.

$$K_p = \begin{bmatrix} -3 & -11 & -3 \\ -11 & \mathbf{56} & -11 \\ -3 & -11 & -3 \end{bmatrix}$$

Aplicando esta atriz a la i a en de la Fi 5.1 a) tene os lo si uiente:

Figura 5.3. Convolución de la Fi 5.1 a) con el étodo propuesto, filtros de paso alto y laplaciano

5. . An lisis de tie po de ejecución

Para el c lculo del tie po de ejecución se to ó en cuenta el al orit o eneral de la convolución para una i a en I de ta a o (n x n) y un kernel K de ta a o (L x L), el resultado es una atriz Q de (n x n) que representa la i a en de salida, este al orit o se uestra en la fi ura 5.4.

```
        Convolucion(I [], K [])
    Entradas: I[ , ]  atriz que representa a la i  a en, K[ , ] kernel de
    convolución de ta  a  o L
    Salida: Q[ , ]  atriz que representa a la i  a en filtrada
1   For int j1=1; i<=n  ; i++
2       For j2=1; j<=n; j++
            Newpix=0
4           For i1=1; j<=L; j++
5               For i2=1; j<=L; j++
6                   Newpix = Newpix + I[j1,j2] * K[j1-i1+Lc, j2-i2+Lc]
7           Q[j1, j2] =  Newpix
8       End For
9   End For
```

Figura 5.4. Al orit o de convolución

De la definición 6 del arco teórico Lc= (L+1)/2 es un valor constante que depende del ta a o L del kernel, haciendo el an lisis del tie po de ejecución del al orit o se tiene que:

$$T(n) = n * n * L * L$$

$$T(n) = n*n*L^2 \qquad \text{(ec. 5.)}$$

Partiendo de ello el orden de co plejidad obvia ente ser :

$$O(t(n)) = O(n *n * L * L) = O(n^2 * L^2) \qquad \text{(ec. 5.4)}$$

Co o el ta a o de todas las atrices de convolución utilizadas es un dato conocido (x) o (5 x 5), es correcto asu ir que el valor L es conocido y constante, to ando en cuenta esta observación tene os:

$$O(T(n)) = L^2 * O(n^2)$$

$$O(T(n)) = O(n^2) \qquad \text{(ec. 5.5)}$$

El procedi iento de la convolución tiene un orden de co plejidad cuadr tico. Es i portante notar que el orden de co plejidad depende exclusiva ente del ta a o de la i a en; sin e bar o, el tie po de ejecución depende directa ente del ta a o de la i a en y del ta a o del kernel utilizado.

Por eje plo filtrar una i a en de (128 x 128) con una atriz de (x) da co o resultado lo si uiente:

t(n=128) = 128*128* * =147456

Utilizando una atriz de (5 x 5) sobre la is a i a en tene os:

t(n=128) = 128*128*5*5 =409600

Si el propósito es reducir el tie po de ejecución, la única opción es reducir el ta a o del kernel y odificarlo para obtener los is os resultados, pues reducir el ta a o de la i a en si nificaría necesaria ente odificar la i a en de salida. En la tabla 5.1 se observa el tie po de ejecución para i enes de diferentes ta a os utilizando atrices de convolución de (x) y (5x5) si uiendo la ec. 5. ; esto per itir ostrar la i portancia de utilizar un kernel de ta a o con respecto a utilizar uno de ta a o 5, para hacer este c lculo independiente del co putador donde se ejecute o el len uaje utilizado se utilizan Unidades de Tie po Est ndar.

Tabla 5.1.- Tie pos de ejecución en unidades de tie po est ndar (TSU) para diferentes ta a os de i enes y kernels de (x) y (5x5). *Fuente*: Elaboración propia

n	**T(n)**	
	k=	**k=5**
64	6864	102400
128	147456	409600
256	589824	16 8400
512	2 59296	655 600
1024	94 7184	26214400
2048	77487 6	104857600
4096	150994944	4194 0400
8192	60 979776	1677721600

5. .1.T para la aplicación de dos kernels de (x) sucesiva ente

La aplicación de dos kernels sucesiva ente si nifica repetir el proceso de convolución, co o el tie po de ejecución depende de la i a en ori inal y del ta a o de las atrices, y co o se co binan atrices del is o ta a o L= , el tie po de ejecución se duplicar ; con este dato se tiene:

$$T1(n) = 2 * t(n)$$

$$T1(n) = 2 * n*n*L^2$$

$$T1(n) = 18 * n^2 \qquad \text{(ec. 5.6)}$$

5. .2.T para la co binación de atrices con el étodo b sico

Al co binar dos kernels de (x) con el étodo b sico, la atriz resultante es sie pre de ta a o (5 x 5), el tie po de ejecución se calculó con L=5 y depende obvia ente del ta a o de la i a en.

$$T2(n) = n*n*5^2$$

$$T2(n) = 25 * n^2 \qquad \text{(ec. 5.7)}$$

5. . .T para la co binación de kernels con el étodo propuesto

Co o se indicó en el punto 5.2 la propuesta de co binación de kernels resulta en una atriz K_p del is o ta a o que las ori inales, es decir la atriz resultante tiene un ta a o de (x), el tie po de ejecución es el is o que si se aplicara solo una atriz; sin e bar o, hay que a adir a este tie po una constante T_c que es el tie po de construcción de la atriz, en la fi ura 5.5 se uestra el al orit o de construcción de esta atriz K_p.

```
        Método_propuesto(K1[ , ] , K2 [ , ])
    Entradas: K1 y K2 kernels a co binar
    Salida: K kernel co binado de K1 y K2 con el étodo
    propuesto
1       K[]= convolución (K1,K2)
2       Val=0
        For i=1; i<=5; i++
4           Val = K[1,i] + K[5,i]
5       For j=2; j<=4; i++
6           Val = K[j,1] + K[j,5]
7       K[3,3] = K[3,3] + Val
```

Figura 5.5. Al orit o de construcción de K_p se ún el étodo propuesto

El tie po de ejecución de este proceso es:

$$T_c = T(n=) + 1 + 5 + + 1$$

$$T_c = {}^2 * {}^2 + 10$$

$$T_c = 91$$

Lue o el tie po de ejecución del étodo de co binación de atrices de convolución propuesto es:

$$T (n) = T(n) + 91$$

$$T (n) = n^2 * {}^2 + 91$$

$$T (n) = 9 * n^2 + 91 \qquad \text{(ec. 5.8)}$$

Para finalizar el an lisis del tie po de ejecución de estos tres étodos, se uestra en la tabla 5.2 el c lculo de los tie pos de ejecución con estos tres étodos para diferentes ta a os de i enes.

Tabla 5.2.- Tabla co parativa de los tie pos de ejecución (en TSU) para i enes de distintos ta a os.

n	Tie pos de ejecución		
	T1(n)	T2(n)	T (n)
64	7 728	102400	6955
128	294912	409600	147547
256	1179648	16 8400	589915
512	4718592	655 600	2 59 87
1024	18874 68	26214400	94 7275
2048	75497472	104857600	7748827
4096	01989888	4194 0400	1509950 5
8192	1207959552	1677721600	60 979867

El tie po T representa el 50 del tie po T1, es decir, T representa la itad del tie po de T1; con respecto al tie po de ejecución con el étodo b sico, T representa el 6 de T2. Los datos de la tabla anterior se uestran a continuación en un r fico para ver los tie pos de ejecución de los tres étodos descritos, en el eje horizontal tene os los ta a os de las i enes y en el eje vertical la cantidad de operaciones para cada caso. Ver fi ura 5.6

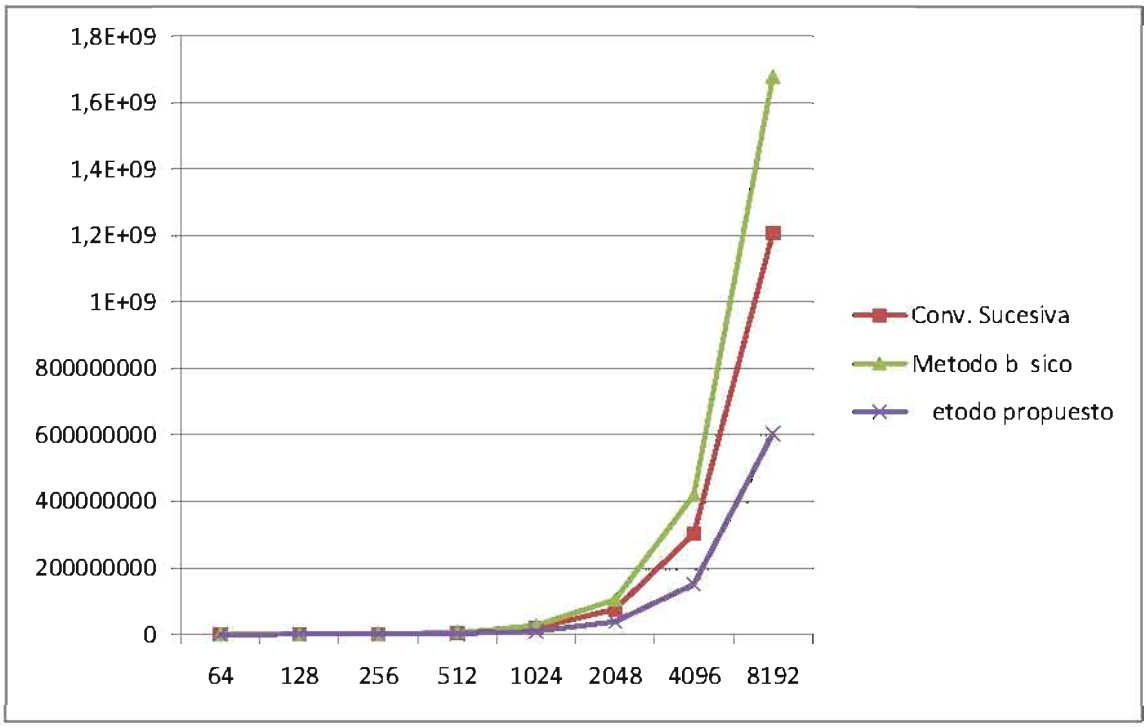


Figura 5.6. Gr fico co parativo de los tie pos de ejecución para i enes diferentes ta a os con los tres étodos

5.4. Si ilitud entre i enes

Para edir la diferencia (o si ilitud) entre dos i enes, se utilizar el étodo de la distancia euclideana entre pixeles. Se edir la diferencia de las i enes resultado entre si. Se realizó esto para ver en qué edida se ase ejan los resultados obtenidos con el étodo propuesto a los resultados obtenidos aplicando dos kernels sucesiva ente y a los resultados obtenidos aplicando el étodo b sico de co binación de kernels. Un resu en de la notación utilizada se puede ver en la tabla 5. .

Tabla 5.3.- Notación de las distancias entre i enes utilizadas

No de edida	Descripción	Notación
D1	Diferencia entre la conv. sucesiva y el étodo b sico	D(M1,M2)
D2	Diferencia entre la conv. sucesiva y el étodo propuesto	D(M1,M)
D	Diferencia entre el étodo b sico y el étodo propuesto	D(M2,M)

Donde M1: Dos convoluciones sucesivas aplicando los kernels K1, K2

M2: Convolución aplicando el étodo b sico de co binación de kernels

M : Convolución aplicando el étodo propuesto de co binación de kernels

5.5. Desarrollo de una aplicación para realizar las pruebas

Para realizar las pruebas y contrastar la hipótesis, es necesario desarrollar un software que presente las características necesarias para este objetivo. El software ser dise ado utilizando la notación del Len uaje Unificado de Modelado (UML); se se uir el odelo de desarrollo en cascada[14] esto debido a que el software no presenta una ran co plejidad y no es el objetivo de esta investi ación el desarrollo de esta aplicación, si ple ente es un edio para aceptar o rechazar la hipótesis.

5.5.1. Especificación de requeri ientos

Para especificar los requeri ientos se har uso de la herra ienta de los Casos de Uso de UML[15], este dia ra a se ve en la Fi ura 5.7.

[14] Ver 4.3, ciclo de vida del software

[15] UML, Lenguaje Unificado de Modelado, actualmente está en la versión 5

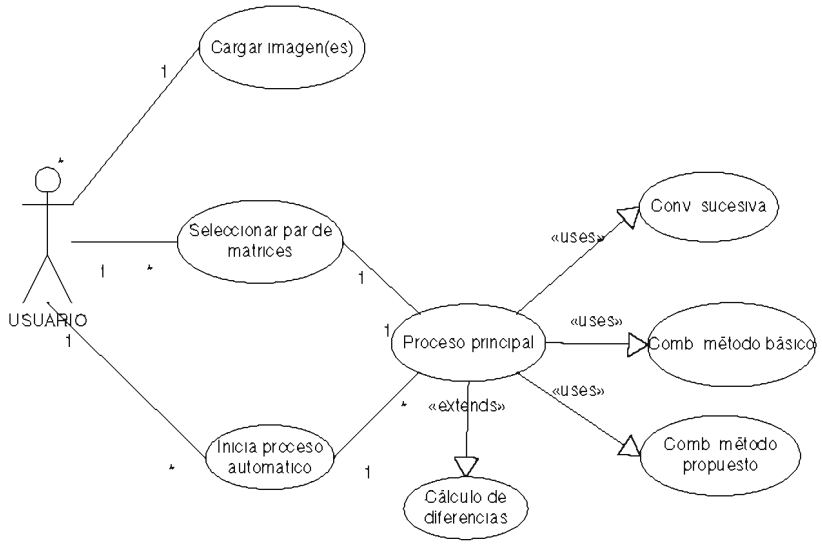


Figura 5.7.- Dia ra a de casos de uso del software para las pruebas

5.5.1.1. Especificación de los casos de uso

En este apartado de explicar n los casos de uso ostrados en la anterior fi ura.

- **Car ar i a en(es)**. Se requiere car ar una o varias i enes para realizar las pruebas, puede ser necesario ta bién car ar todo un directorio, se car ar n i enes en for ato BMP.
- **Seleccionar par de atrices**. Se seleccionar un par de atrices para realizar la prueba en 1 caso, este caso de uso se vincula con el caso de uso Proceso principal.
- **Inicia proceso auto tico**. Para una deter inada i a en, se requiere probar todas las co binaciones posibles de los kernels, este proceso ta bién debe ser auto atizado, ta bién este caso de uso se vincula con el caso de uso proceso principal.
- **Proceso principal.** Este caso de uso uestra el étodo principal que se requiere, consiste en hacer la convolución de una i a en con dos filtros utilizando los tres étodos descritos anterior ente, incluye ade s otro caso de uso donde se realiza el c lculo de la diferencia entre los resultados obtenidos, calcula ade s la cantidad de operaciones para cada caso.
- **Conv. sucesiva.** Aquí se pide realizar la convolución sucesiva de dos kernels sobre una i a en previa ente car ada.
- **Co b. étodo b sico.** Se requiere realizar la convolución de una i a en utilizando el étodo b sico de co binación de kernels.
- **Co b. étodo propuesto.** Se requiere realizar la convolución de una i a en utilizando el étodo propuesto de co binación de kernels.

- **C lculo de diferencias.** Es necesario ta bién tener una edida de qué tanto se parecen los resultados obtenidos, en este caso de uso se calculan diferencias, estas se detallan en la tabla

5.5.2. Dia ra a de actividades[16]

Para ostrar el orden en el que se deben ejecutar las acciones se realizó el dia ra a de actividades que detalla las acciones que debe realizar el usuario, dicho dia ra a es ostrado en la fi ura 5.8.

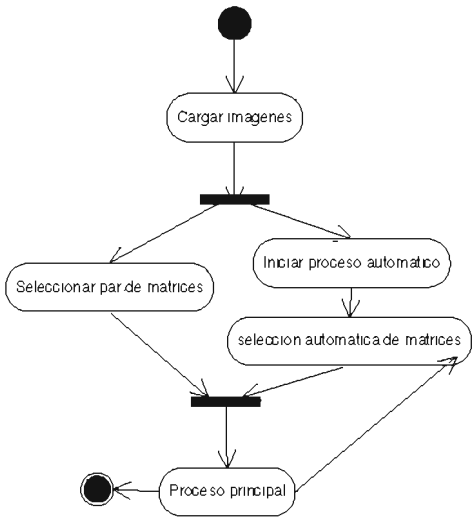


Figura 5.8.- Dia ra a de actividades del software para las pruebas

Todo el proceso se inicia con la actividad de car ar una o varias i enes, lo si uiente es opcional, puede ele irse la opción de seleccionar anual ente un par de atrices para realizar el proceso principal o se puede iniciar el proceso auto tico, este últi o seleccionar auto tica ente todas las co binaciones de las atrices y para cada par realiza el proceso principal; en a bos casos se realiza la actividad del proceso principal, es ahí donde se uestran los resultados, lue o se puede finalizar.

5.6. Dise o del software para realizar las pruebas

Se dise o el software de acuerdo a los requeri ientos especificados anterior ente, se to o en cuenta el paradi a orientado a objetos.

5.6.1. Dia ra a de Clases.

Para ostrar el dise o del software para realizar las pruebas, se uestra el dia ra a de clases que contiene las clases que se utilizaron. Ver fi ura 5.9

[16] Muestra el flujo de trabajo

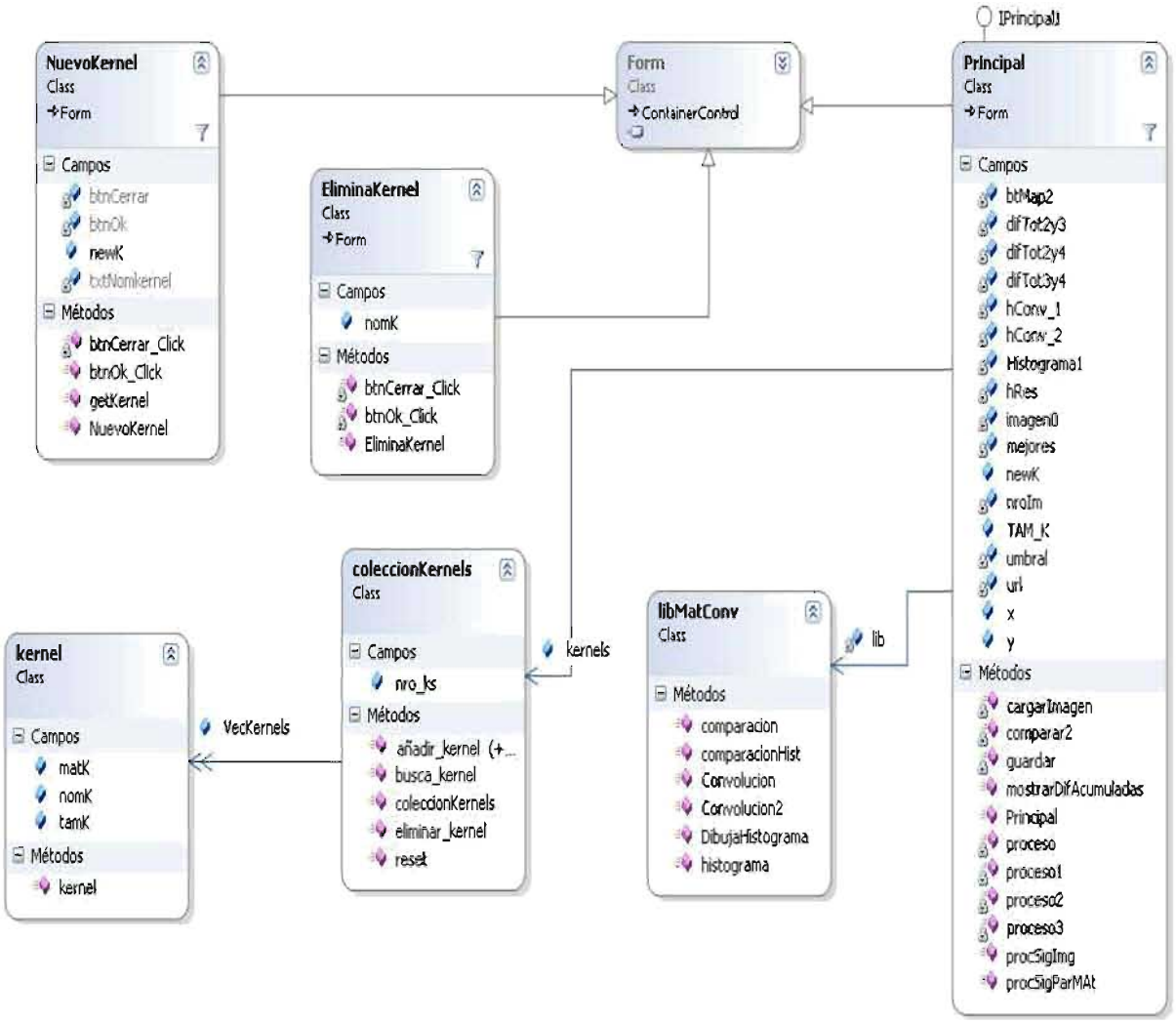


*Figura 5.9.*Dia ra a de clases del software para las pruebas

5.7. I ple entación

La i ple entación se realizó en el len uaje de pro ra ación C con el entorno de desarrollo de Visual Studio 2008, se describir a continuación co o se i ple entó el software el dia ra a de co ponentes y ostrando la interfaz de usuario.

5.7.1. Dia ra a de co ponentes

A continuación se uestran el dia ra a de co ponentes del software desarrollado, con esto se pretende ostrar la estructura del códi o y sus dependencias. (Ver fi ura 5.14)

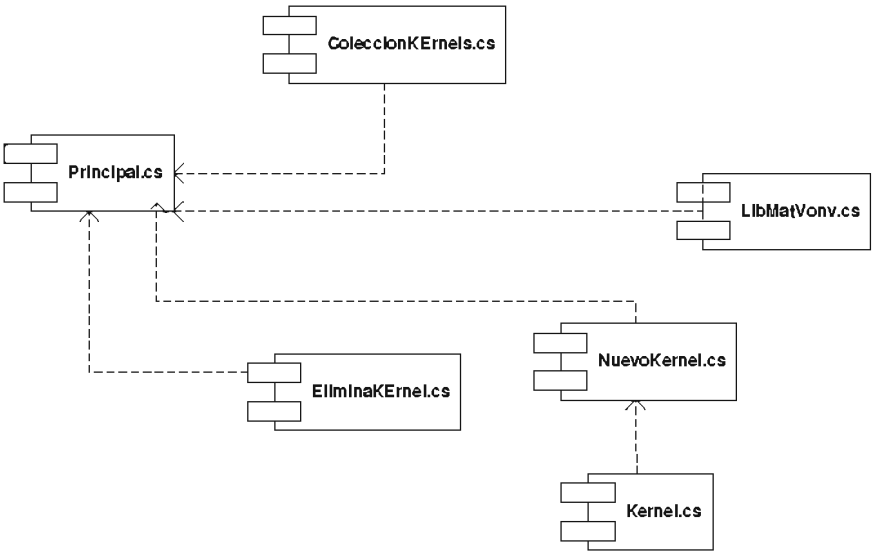


Figura 5.14. Dia ra a de co ponentes

El software consta de 6 archivos de códi o, cada archivo de códi o corresponde a cada una de las clases expuestas en el dia ra a de clases. Es i portante encionar que en el dia ra a de co ponentes de la fi ura anterior contiene sola ente los archivos que se i ple entaron, no contiene los archivos de códi o que Visual Studio enera auto tica ente co o los archivos de confi uración, archivos de dise o, etc.

A continuación se hace una explicación del códi o enerado:

5.7.1.1. Clase kernel. Co o el software debe trabajar con varios kernels de convolución se co enzó i ple entando la clase Kernel, esta contiene los atributos b sicos de una atriz de convolución, su no bre, su ta a o y la atriz de coeficientes.

5.7.1.2. Clase coleccionKernel. A partir de la clase base kernel, se creó la clase colecciónKernel que es un objeto que contiene entre sus atributos un vector de kernels y el nú ero de kernels que contiene, se tiene ade s étodos para insertar un nuevo kernel a la colección, eli inar un kernel y buscar los coeficientes de un kernel dado su no bre, ade s la opción de resetear la colección (vaciarla).

5.7.1. . Clase Principal. La interfaz de usuario est asociada a la clase Principal, contiene un objeto de tipo colecciónKernels para al acenar los kernels a utilizar y un objeto libMAtConv que contiene las funciones y procedi ientos utilizados. La clase principal brinda la opción de car ar i enes individuales o por carpetas; en esta clase se tienen variables bidi ensionales que al acenar n las i enes a procesar y las i enes resultado, variables que contienen las características de los procesos, co o por eje plo cu les kernels est n actual ente en uso, cu ntos

procesos se realizaron hasta el o ento, cu l es la diferencia entre los resultados, la cantidad de operaciones, etc. Todo lo referente a la interfaz de usuario se expondr posterior ente.

5.7.1.4. Clase libMatConv. Ta bién se i ple entó una librería lla ada libMatConv donde existen funciones y procedi ientos utilizados en la clase Principal, son los si uientes:

- **Proceso de convolución.** Es una función que realiza la convolución de una i a en, devuelve co o resultado un apa de bits con el resultado y recibe co o ar u entos lo si uiente:

  Imagen: Una atriz de enteros que contiene los valores de los pixeles de la i a en.

  hC: Una atriz que contiene los coeficientes del kernel.

  x e *y:* Enteros, representan el ancho y alto de la i a en respectiva ente.

  TAM_K: un entero que to a los valores de o 5 que si nifica el ta a o del kernel.

  A continuación en la fi ura 5.10. ostra os el códi o para este proceso:

```
Bitmap b = new Bitmap(x, y, PixelFormat.Format16bppGrayScale);
if (tipo == 0)      //con tipo=0, se utiliza el 4o factor de imagen, el pormediado de RGB
{
  double valor;
  if (TAM_K == 3)
  {
     for (int i = 1; i < y; i++)            //todas las filas
     {
        for (int j = 1; j < x; j++)         //todas las celdas de la fila i
        {
          valor = 0;
          valor =
                    imagen[i-1,j-1,4]*hC[1,1]+imagen[i-1,j,4]*hC[1,2]+imagen[i-1,j+1,4]*hC[1,3]+
                    imagen[i,j-1,4]*hC[2,1]  +imagen[i,j,4]*hC[2,2]  +imagen[i,j+1,4]*hC[2,3]  +
                    imagen[i+1,j-1,4]*hC[3,1]+imagen[i+1,j,4]*hC[3,2]+imagen[i+1,j+1,4]*hC[3,3];
        if (valor < 0) valor = 0;
        if (valor > 255) valor = 255;
        b.SetPixel(j, i, Color.FromArgb(Convert.ToInt16(valor),Convert.ToInt16(valor),
                                        Convert.ToInt16(valor)));
        }
      }
   }
   else if (TAM_K == 5)
  {       . . . . .     }
}
return b;
```

Figura 5.10. Fra ento de códi o para el proceso de convolución en el len uaje C

- **C lculo de la si ilitud entre i enes (distancia euclideana).** Esta función calcula la diferencia entre dos i enes. Tiene co o ar u entos de entrada:

  a y *b:* Dos atrices que representan a las i enes a co parar, a bas son del is o ta a o

  cols y *fils:*El ancho y alto de las i enes respectiva ente.

Se hace la diferencia de todos los pixeles y se acu ulan en una variable, final ente se pondera este valor para calcular la diferencia de toda la i a en. En la fi ura 5.11 se tiene la función que realiza lo encionado.

```
public double comparacion(int[, ,] a, int[, ,] b, int cols, int fils)
{
    double val = 0;
    double metrica;
    for (int i = 1; i < cols; i++)
        for (int j = 1; j < fils; j++)
        {
            val = val + Math.Sqrt(Math.Pow((a[i, j, 4] - b[i, j, 4]), 2));
        }
    metrica = (val) / (cols * fils * 256);
    return (metrica);
}
```

Figura 5.11. Fra ento de códi o para el c lculo de la si ilitud entre dos i enes.

- **C lculo del histo ra a de la i a en.** Obtiene el histo ra a de una i a en, co o entradas se tienen:

  a: Una atriz que representa a los pixeles de la i a en

  cols y fils: El ancho y alto de las i enes respectiva ente.

Se recorren todos los pixeles de la i a en y se van acu ulando todos los colores en un vector de salida lla ado *hist*, es decir, se cuenta la cantidad de pixeles por cada color existente en la i a en; en este caso en particular, co o se trata con i enes en escala de rises, lo que en realidad se est contando es la cantidad de pixeles por cada nivel de ris. En la fi ura 5.12 se observa el fra ento de códi o de esta función:

```
public int[] histograma(int[, ,] a, int cols, int fils)
{
    int[] hist = new int[261];
    int val = 0;
    for (int i = 1; i < cols; i++)
        for (int j = 1; j < fils; j++)
        {
            val = a[i, j, 4];
            hist[val] = hist[val] + 1;
        }
    return hist;
}
```

Figura 5.12. Fra ento de códi o para el c lculo del histo ra a de una i a en

- **C lculo de la si ilitud del histo ra a de la i a en.** El histo ra a es una aproxi ación del contenido de las i enes (ver sección 2.9.1), por ello se i ple entó una función para co parar la si ilitud entre histo ra as. Tiene co o entradas dos vectores conteniendo el histo ra a de las i enes a co parar; se hace la diferencia para cada nivel de ris de la i a en y final ente se ponderan los resultados para devolver la diferencia edia del histo ra a de las i enes. Ver fi ura 5.1 .

```
public double comparacionHist(int[] hist_a, int[] hist_b)
{
        double val = 0;
        double metrica;
        for (int i = 1; i < 256; i++)
        {
                val = val + Math.Pow((hist_a[i] - hist_b[i]), 2);
        }
        metrica = Math.Sqrt((val))/256;
        return (metrica);
}
```

Figura 5.13. Fra ento de códi o para el c lculo de la diferencia del histo ra a

5.7.2. Interfaz de usuario

El software se presenta en una sola pantalla principal, la cual contiene las opciones necesarias para realizar los experi entos y contrastar la hipótesis planteada. A continuación se uestra la pantalla principal del software después de iniciarse, ver fi ura 5.15.

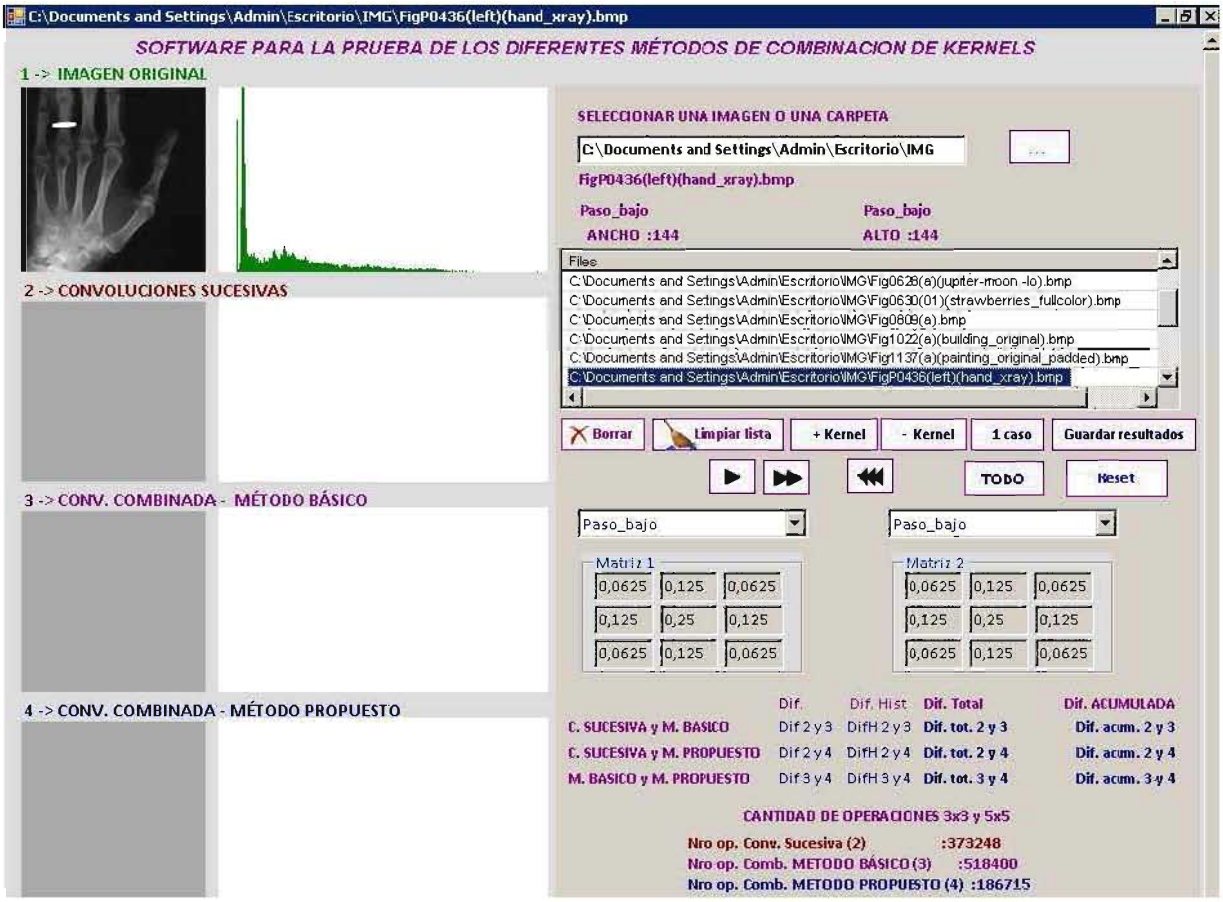


Figura 5.15. Interfaz de usuario del software para las pruebas, pantalla principal

La pantalla est dividida vertical ente en dos partes, en la parte izquierda los resultados de los diferentes procesos se uestran r fica ente en cuatro picturebox[17], estos est n nu erados de acuerdo a su aparición de arriba hacia abajo; en la parte derecha se tienen los controles que per iten realizar las diferentes pruebas. En lo posterior se har referencia a los tres étodos analizados, esto quiere decir:

Método 1. Aplicación de dos kernels sucesiva ente sobre una i a en, su resultado en el picturebox 2.

Método 2. Convolución con la atriz obtenida producto de utilizar el étodo b sico de co binación de kernels, su resultado en el picturebox .

Método . Convolución con la atriz obtenida producto de utilizar el étodo propuesto de co binación de kernels, su resultado en el picturebox 4.

La parte derecha superior contiene controles anipulables por el usuario, esto se uestra en la fi ura 5.16 y se detalla a continuación.

[17] Picturebox es el nombre que se le da en el lenguaje C#.NET a los cuadros de dibujo

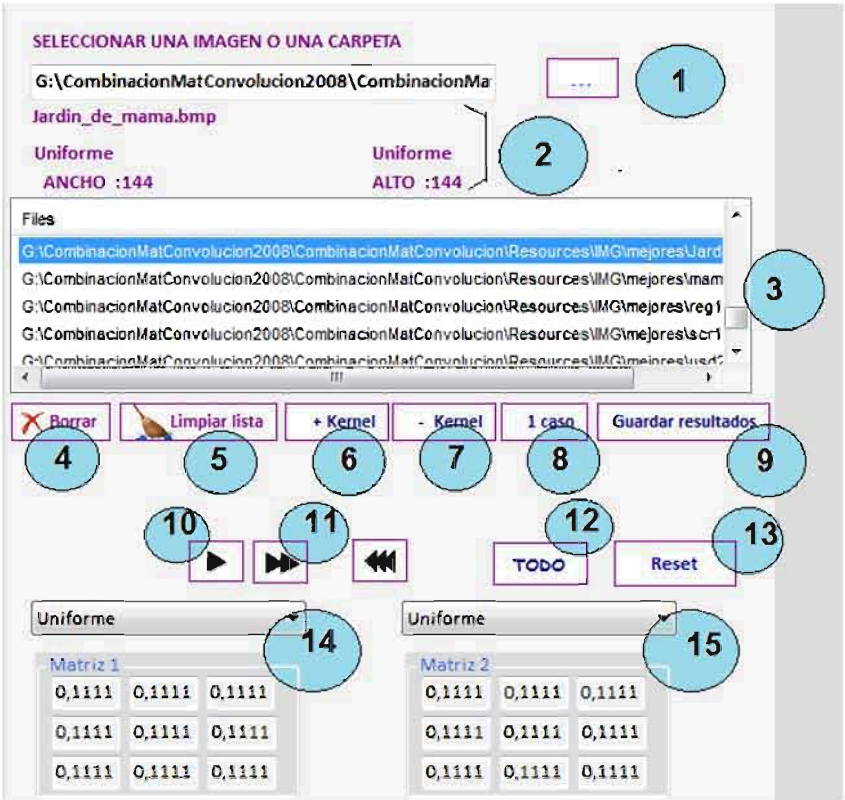


Figura 5.16. Controles del usuario

- Botón car ar i a en(es) (1). El usuario tiene la opción de car ar i enes individuales o un rupo de i enes, las i enes car adas se uestran en la lista
- Detalles de la i a en (2). Se uestran los detalles de la i a en seleccionada y las atrices que se usan actual ente.
- Listado de i enes ( ). Se uestra una lista de las i enes car adas, cada vez que se selecciona una i a en de la lista, se obtiene el no bre de la i a en, su ta a o y ade s en la parte de resultados en el picturebox1 se car a la i a en y se calcula su histo ra a
- Borrar (4). Este control per ite borrar un ele ento del listado de i enes, sie pre y cuando se lo seleccione de la lista.
- Li piar lista (5). Eli ina todos los ele entos de la lista de i enes.
- A adir kernel (6), car ando otro for ulario (ver fi ura 5.17) brinda la opción de car ar una nueva atriz de convolución para realizar las pruebas.

Figura 5.17. Cuadro de di lo o para la inserción de un nuevo kernel

- Eli inar kernel (7). Este control abre un cuadro de di lo o (Ver fi ura 5.18) donde el usuario puede in resar el no bre del kernel que desea eli inar, al salir de este cuadro de di lo o se actualizan los listados de kernels para realizar las pruebas.

Figura 5.18. Cuadro de di lo o para eli inar un kernel

- 1 caso (8). Con este botón el usuario puede realizar un proceso de convolución con la i a en actual y las atrices actuales, se uestran los resultados de los tres étodos y se calculan las diferencias entre los resultados.
- Guardar resultados (9). Los resultados mostrados en los tres picturebox's pueden ser uardados co o archivos en apa de bits con este control, se crea auto tica ente una carpeta lla ada resultados que contendr estos archivos, la carpeta se crea en el is o directorio de donde se abren las i enes ori inales.
- Si uiente par de atrices (10). Esta opción per ite realizar los tres procesos a partir de las atrices seleccionadas y la i a en seleccionada; posterior ente, al accionar otra vez este botón los kernels se actualizan auto tica ente, es decir, se pasa al si uiente par de atrices de convolución; per itiendo de esta anera hacer el procesa iento para varios pares de atrices y ver los resultados.

- Todas las atrices (11). Al seleccionar esta opción se realizan los tres procesos con la i a en seleccionada actual ente y con todos los pares de kernels posibles, es decir auto tica ente hace las co binaciones de todos los kernels y se hace el procesa iento, esto per ite ostrar los resultados acu ulados.
- Todo (12). Existe ta bién la opción de procesar todas las i enes con todos los pares de atrices, esta opción recorre todas las i enes car adas en la lista y realiza los tres procesos con todos los pares de atrices, los resultados de las diferencias entre las i enes obtenidas se acu ulan para obtener una diferencia edia final.
- Reset (1). Con esta opción se inicializan todos los controles, esta opción es útil para e pezar un nuevo proceso con una nueva i a en.
- Matriz 1 (14). Con este control el usuario puede seleccionar la pri era atriz para realizar los tres proceso de convolución, sin e bar o esta opción solo es v;alida para las opciones "1 caso" y "siguiente par de matrices". Se muestran los coeficientes de la atriz de convolución seleccionada.
- Matriz 2 (15). Ide al anterior pero para la se unda atriz.

La parte inferior izquierda contiene los resultados de realizar los tres procesos, las diferencias y la cantidad de operaciones, esto se uestra en la fi ura 5.19 y se detalla a continuación.

Figura 5.19. Resultados de los procesos realizados por el software

- Diferencia entre i enes (16). La colu na *Dif* es la diferencia entre las i enes resultado, se calcula utilizando la distancia euclidiana entre i enes.

- Diferencia entre histo ra as (17). *Dif. Hist.* es la diferencia entre los histo ra as de las i enes resultado.
- Diferencia total (18). La colu na *Dif Total* es el pro edio de las dos diferencias anteriores, este es el valor que se to a en cuenta al o ento de analizar los resultados.
- Diferencia acu ulada (19). *Dif ACUMULADA* es la diferencia acu ulada en los diferentes procesos realizados con diferentes kermel's, se calcula realizando un pro edio de todos los valores de la diferencia total obtenidos en los diferentes procesos.
- Cantidad de operaciones (20). Se desplie an los datos de la cantidad de operaciones necesarias para realizar la convolución por los tres étodos, esté c lculo se hace in ediata ente después de seleccionar la i a en; se puede saber este dato a priori, no es necesario realizar el procesa iento pues este valor solo depende del ta a o de la i a en.
- U bral de diferencia (21). Este dato se utiliza para seleccionar las i enes y los pares de atrices que ser n catalo adas. El valor por defecto es 5 .
- Mejores i enes (22). Co o en eneral se realizar n los experi entos con varias i enes, se seleccionan las i enes que cu plan la condición de que la diferencia total entre los resultados del étodo propuesto con la convolución sucesiva y el étodo b sico, sean enores que un valor dado por el control del u bral. Las i enes seleccionadas se ponen en la lista, adicional ente se al acenan en un directorio lla ado ejores.
- Mejores pares de atrices (2). De la is a for a que en el punto anterior, se seleccionan los pares de atrices que hayan producido, después del procesa iento, una diferencia por debajo del u bral de diferencia en sus resultados, estos pares de atrices se ponen en la lista.

5.8. Selección de i enes de uestra

Para realizar las pruebas son necesarias i enes de uestra que representen al universo de todas las posibles i enes, un proble a en esta selección es que no se puede saber f cil ente qué i enes pueden ser representativas, puesto que el universo de i enes es infinito. Ante esta situación se plantea seleccionar i enes de dos diferentes fuentes, se trata de dos bancos de i enes que fueron creadas con fines investi ativos.

- Fuente 1
    - Proveedor: I a e processin Learnin Resources
    - Autor(es): (Fisher, Perkins, Walker, Wolfat)
    - URL: http://ho epa es.inf.ed.ac.uk

- Fuente 2
    - Proveedor: I a e processin Place
    - Autor(es): (Gonzales Woods)
    - URL: http://www.i a eprocesin place.co

Para el c lculo del ta a o de la uestra requerida se debería to ar en cuenta la si uiente ecuación to ada de (Obre on Herrera, 2011):

$$n = Z^2 * p * (1 - p) / E^2 \qquad \text{(ec. 5.9)}$$

Donde

N, es ta a o de uestra

Z, es el valor de las desviaciones est ndar conte pladas

P, es el porcentaje de población que tiene la característica buscada

E, es el rado de error que se conte pla

Para este c lculo es necesario tener el dato de la desviación est ndar de la población, para ello se debería tener una variable, de las i enes, sobre la cual se pueda calcular los estadísticos descriptivos b sicos co o la edia y la desviación est ndar, co o no es posible obtener una edia de las i enes ni su varianza, no se puede utilizar la ec 5.9., por lo que se recurre a un uestreo no probabilístico de tipo casual o incidental. Se trata de un proceso en el que el investi ador selecciona directa e intencionada ente al unos individuos de la población para que sean parte de la uestra.

De los bancos de i enes consultados se tiene un total de 285 i enes, se seleccionaran 0 para for ar la uestra de i enes, esto corresponde al 10.5 del total de las i enes disponibles.

En los bancos de i enes consultados existen i enes en escala de rises, onocro ticas y a color; para la selección no se to aron en cuenta los criterios de color, ya que el software desarrollado para las pruebas procesa interna ente todas las i enes co o si estuvieran en escala de rises, pro edia los valores correspondientes a los bits de color. Se desea seleccionar i enes variadas tanto en su color co o en su contenido; para ase urar esto se obtuvo el histo ra a de las i enes, porque (co o se explico en el punto 2.9) el histo ra a uestra la dispersión de los colores en la i a en, así al seleccionar i enes con histo ra as variados lo que esta os haciendo es seleccionar i enes de diferentes distribuciones de color. Por eje plo en la fi ura 5.20 se uestran i enes con sus respectivos histo ra as.

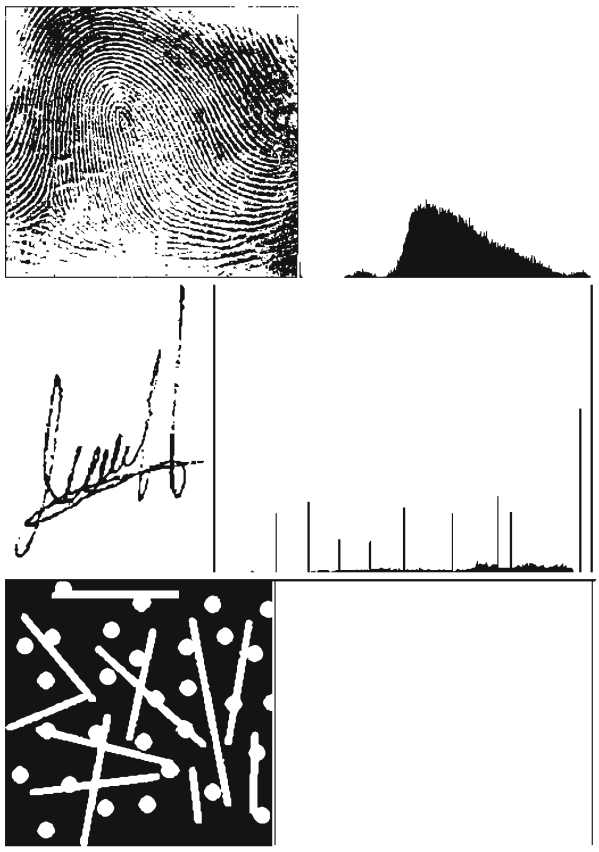


Figura 5.20. Tres i enes diferentes con sus respectivos histo ra as

En el anexo B se detallan todas las i enes de uestra seleccionadas con sus histo ra as, es interesante notar que ade s de existir i enes con histo ra as variados ta bién existen i enes que corresponden a diferentes bitos de aplicación del procesa iento di ital de i enes.

5.9. Selección de las atrices de convolución de uestra

Existe una ran variedad de atrices de convolución, un co pendio de estas se puede ver en el apéndice C de (Paquette Pratt, 2011), ahí se detallan 105 kernels de convolución con diferentes propósitos y de diferentes ta a os, de entre estos se seleccionó una uestra.

De la is a for a que se realizó el uestro de i enes, ta bién los kernels de uestra fueron seleccionados con un uestreo no probabilístico de tipo casual o incidental. En este caso el universo es finito y su ta a o es 105; lo ideal sería experi entar con todos los individuos de la población, sin e bar o, existen uchos kernels que en su estructura son uy parecidos o hasta idénticos. Se eli ieron los kernels de uestra de tal anera que no existan kernels parecidos en su estructura; por eje plo las atrices de Prewitt_vertical y Robert_ _nivel_norte son uy parecidas, sola ente se eli ió para la uestra la pri era, ade s existen kernels que estructural ente son los is os pero est n rotados cada 45º, estos kernels ta bién se eli inaron de la uestra. (Ver fi ura 5.21)

41. ROBERTS_3_LEVEL_N

$$\frac{1}{3}\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

18. PREWITT_VERTICAL

$$\frac{1}{3}\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Fig 5.21. Ejemplo de kernel's que se eligieron para la muestra
Fuente: (Paquette Pratt, 2011)

Los kernel's que forman parte de la muestra se detallan en el anexo C, sin embargo, se listan a continuación en la tabla 5.4, el orden que se observa es el orden de aparición en el software desarrollado para las pruebas.

Tabla 5.4. Lista de las atrices de convolución utilizadas para las pruebas.

No	Matriz de convolución
1	Unifor e
2	Pira idal
	Relieve
4	Paso_bajo
5	Pro edio_ocho_vecinos
6	Pro edio_cuatro_vecinos
7	Paso_alto_1(Nitidez)
8	Paso_alto_2
9	Paso_alto_
10	Diferencia_pix_horizontal
11	Diferencia_pix_vertical
12	Roberts_horizontal
1	Roberts_vertical
14	Prewitt_horizontal
15	Prewitt_vertical
16	Kirch_este
17	Kirch_oeste
18	Kirch_norte
19	Kirch_sur
20	Wei hted_line2
21	Wei hted_line4
22	Laplacian_1
2	Laplacian_2
24	Laplacian_

CAPÍTULO 6

PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Introducción

En este capítulo se presentan los resultados de las pruebas experi entales realizadas, se analiza esta infor ación y se realiza una prueba de estadística para contrastar la hipótesis planteada.

6.1. Dise o Experi ental

Después de haber desarrollado el software para las pruebas experi entales se pasa a la etapa experi ental. Para contrastar la hipótesis se si uió el si uiente procedi iento:

- En una **pri era fase** se ha experi entado con todas las i enes y con todos los pares de kernels de la uestra. Se observar n los resultados acu ulados obtenidos y para ellos se calculan los estadísticos descriptivos de la edia y la desviación est ndar.
- El software auto tica ente detectó los casos en los que la diferencia entre las i enes es enor que 5 , se uardó la infor ación de las i enes que cu plen esta condición y para qué pares de atrices.
- Posterior ente, seleccionando sola ente las i enes que después del procesa iento con los tres étodos presentaron una diferencia enor al 5 y sola ente los kernels que cu plen esta is a condición se realizó una **se unda fase** de pruebas experi entales
- Se analizaron los resultados obtenidos en la se unda fase y se buscó al una característica particular en este rupo de i enes y de kernels.

6.2. Pri era fase, todos los casos de estudio

Una prueba o experi ento consiste en car ar una i a en, seleccionar las atrices de convolución (anual ente por el usuario o auto tica ente) y ejecutar el botón que realiza los tres procesos de convolución y enera las diferencias. A continuación se analiza un eje plo de experi ento: Esco e os pri ero la i a en a procesar, para el eje plo *flor.bmp* y selecciona os las atrices anual ente *Piramidal y Uniforme* a continuación ejecuta os el botón *Play*. Ver fi ura 6.1.

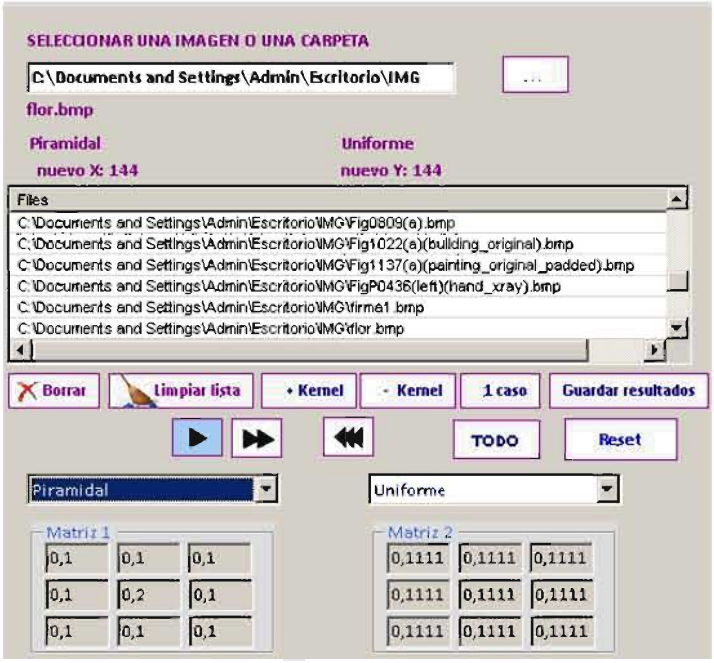


Figura 6.1. Selección de una i a en de prueba y dos kenels de prueba

Hecho lo anterior se obtiene:

- En el pri er picturebox la i a en ori inal y su histo ra a.
- En el se undo el resultado de hacer la convolución aplicando sucesiva ente las dos atrices seleccionadas.
- En el tercero se tiene el resultado de aplicar una sola atriz que es producto de utilizar el étodo b sico de co binación de kernels.
- En el últi o picturebox se tiene el resultado de aplicar el étodo propuesto de co binación de kernels.

Al realizar un experi ento se calcula ade s la diferencia entre los resultados obtenidos con dos criterios, la distancia euclidiana entre i enes y la diferencia entre sus histo ra as, estas diferencias se uestran por separado, pero ta bién se calcula una diferencia total pro ediando las diferencias ya encionadas. Ver fi ura 6.2 y tabla 6.1.

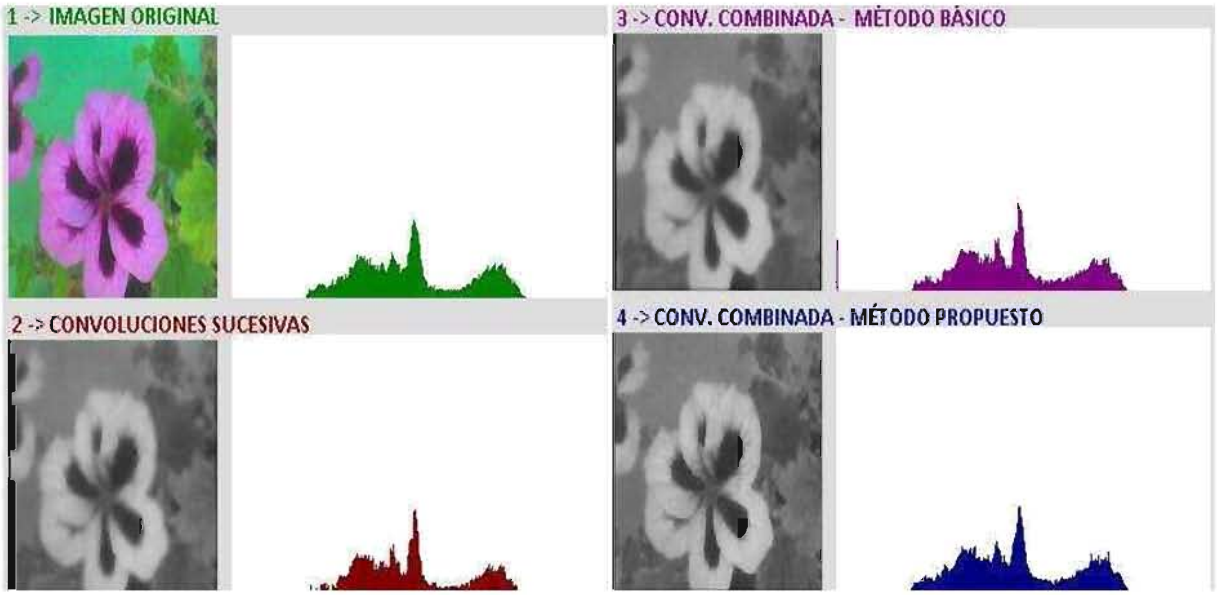


Figura 6.2. Resultados obtenidos con la i a en *flor.bmp* y los kernels *Piramidal* y *Uniforme*

Tabla 6.1. Resultados de la pri era prueba experi ental

	Diferencia entre pixeles	**Diferencia del histo ra a**	**Diferencia total**	**Diferencia acu ulada**
Conv. Sucesiva y étodo b sico	0.09	1.5	2.81	2.81
Conv. Sucesiva y étodo propuesto	1.16	0.89	1.02	1.02
Método b sico y étodo propuesto	1.56	0.89	1.22	1.22

Se puede notar que los histo ra as de los resultados anteriores no varían si nificativa ente, lo que quiere decir que la distribución de color se antiene. A si ple vista se puede decir que los histo ra as son si ilares, esto se confir a con los resultados de la tabla.

Los resultados de una se unda prueba para la i a en air1.b p y los kernels paso-bajo y unifor e son los ostrados en la fi ura 6. , note que el histo ra a al lado de cada i a en per ite apreciar la distribución de rises.

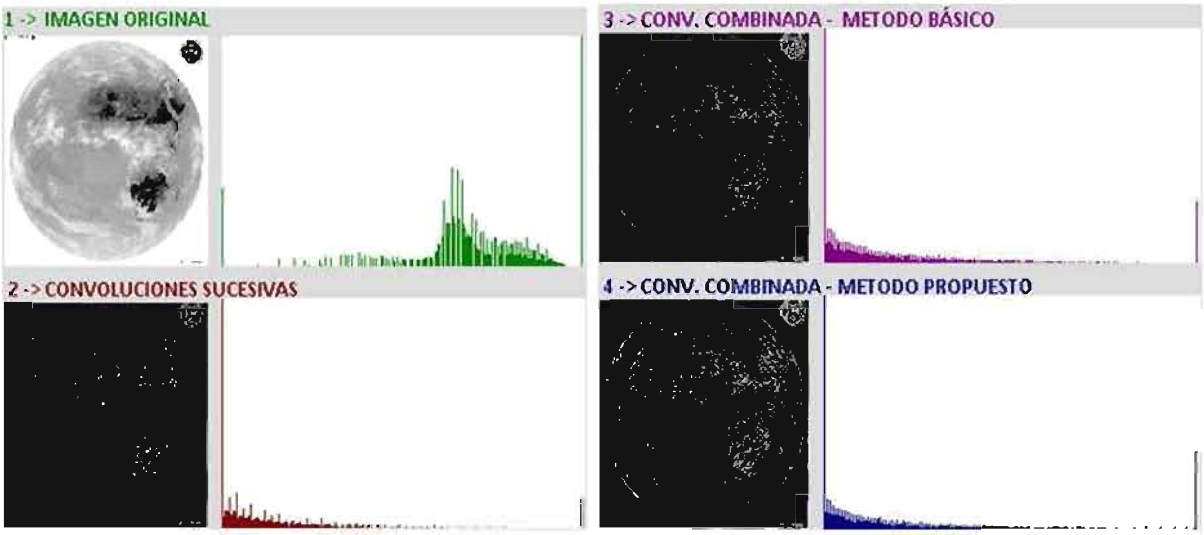


Figura 6.3. Resultados obtenidos de la i a en air1.*bmp* y kernels Paso-bajo y Unifor e

Las diferencias entre los resultados anteriores se uestran a continuación en la tabla 6.2.

Tabla 6.2. Resultados de la se unda prueba experi ental

	Diferencia entre pixeles	**Diferencia del histo ra a**	**Diferencia total**	**Diferencia acu ulada**
Conv. Sucesiva y étodo b sico	0.48	0.	0.40	0.40
Conv. Sucesiva y étodo propuesto	5.18	1.67	.42	.42
Método b sico y étodo propuesto	1.98	0.68	1.	1.

Para los experi entos se trabajó con 0 i enes y con 24 atrices de convolución, por cada prueba se uestran tres i enes resultado, lue o el total de i enes resultado es:

i enes resultado = atrices * atrices * i enes *

i enes resultado = 24 * 24 * 0 *

i enes resultado = 51840

En total se tienen 51840 i enes resultado, es por este otivo que no se uestran todas las i enes resultado, en el anexo D se uestran si ple ente al unos de los resultados obtenidos. Tras haber realizado todas las pruebas con todas las atrices se tienen los si uientes resultados acu ulados, tabla 6.

Tabla 6.3. Resultados totales después de procesar todas las i enes y todos los kernels

IMAGEN	D1	D2	D
air1.b p	,95	4,45	,12
art .b p	5,56	5,46	5,29
art4.b p	4,27	4,58	,98
bab4.b p	,	4,19	,1
bld1.b p	5,12	5,69	,6
br 2.b p	,94	4,54	2,79
ca era an.b p	,71	4,45	2,91
cel2.b p	,79	4,28	2,42
Fi 0115(a)(thu -print-loop).b p	5,47	6,26	,75
Fi 0117(a)(MRI-of-knee-Univ-Mich).b p	4,91	5,9	4, 4
Fi 0219(rose1024).b p	,02	,4	2,28
Fi 0220(a)(chrono eter_ 692x2812_inch_1250dpi).b p	,98	4,8	,
Fi 02 2(a)(partial_body_scan).b p	2,41	,	2,54
Fi 02 7(a)(characters_test_pattern).b p	,79	4,6	,69
Fi 050 _(ori inal_pattern).b p	1,22	1,55	1,58
Fi 0628(a)(jupiter- oon.-lo).b p	2,24	2,9	2,1
Fi 06 0(01)(strawberries_fullcolor).b p	,08	4,24	,17
Fi 0809(a).b p	,54	4,78	,58
Fi 1022(a)(buildin _ori inal).b p	,58	4,15	2,92
Fi 11 7(a)(paintin _ori inal_padded).b p	2,29	2,91	2,21
Fi P04 6(left)(hand_xray).b p	2,61	, 4	2,54
fir a1.b p	2,98	,55	2,8
hse1.b p	8,67	10,84	7,52
flor.b p	,01	4,1	,04
a 2-1.b p	2,12	2,77	2,1
pcb1.b p	5,62	6,78	5, 1
re 1.b p	2, 9	2,6	2,7
scr1.b p	,	4,41	,02
usd2.b p	4,	4,97	,47
wr 1.b p	,4	4,0	2,4
SUMA	**111,6**	**1 ,91**	**97,72**
PROMEDIO	**,721**	**4,46 667**	**,257**
DESV. ESTANDAR	**1,426264**	**1,651811**	**1,172718**

De todas las i enes procesadas, en pro edio la diferencia entre los resultados de aplicar dos atrices sucesiva ente y el étodo b sico es .72 , la diferencia entre las

convoluciones sucesivas y el étodo propuesto es 4.46 y la diferencia entre el étodo b sico y el étodo propuesto es .26 . De lo anterior pode os decir que nin una de las tres diferencias sobrepasa el 10 , o dicho de otro odo, en todos los casos los resultados son al enos 90 si ilares. El valor que se to ar en cuenta es el de la diferencia dos, pues lo que se pretende es ase ejar los resultados a los resultados de aplicar dos kernels sucesiva ente, los otros servir n para hacer al unas observaciones enos relevantes.
Si bien los resultados de la uestra cu plen la condición de la hipótesis [18], no se sabe con certeza (aún) si estos datos son representativos del universo de i enes. Esto se probar posterior ente con la prueba estadística del Test de Student.

6. . Se unda fase de pruebas experi entales

Se inició la se unda fase seleccionando las i enes y kernels que durante las pruebas en la pri era fase presentaron una diferencia enor o i ual al 5

6. .1.l enes en las que la diferencia es íni a

Las i enes seleccionadas por el software, si uiendo el criterio encionado, se uestran a continuación en la tabla 6.4.

Tabla 6.4. l enes que se ajustan ejor al étodo propuesto

IMAGEN
air1.b p
art4.b p
bab4.b p
br 2.b p
ca era an.b p
cel2.b p
Fi 0219(rose1024).b p
Fi 0220(a)(chrono eter_ 692x2812_inch_1250dpi).b p
Fi 02 2(a)(partial_body_scan).b p
Fi 02 7(a)(characters_test_pattern).b p
Fi 050 _(ori inal_pattern).b p
Fi 0628(a)(jupiter- oon.-lo).b p
Fi 06 0(01)(strawberries_fullcolor).b p
Fi 0809(a).b p
Fi 1022(a)(buildin _ori inal).b p
Fi 11 7(a)(paintin _ori inal_padded).b p

[18] Hip 3: "La imagen resultado obtenida al aplicar la matriz combinada (con el método propuesto) es muy similar a la imagen que resulta de aplicar sucesivamente las matrices originales, con una diferencia menor al 10%

Fi P04 6(left)(hand_xray).b p
fir a1.b p
flor.b p
a 2-1.b p
re 1.b p
scr1.b p
usd2.b p
wr 1.b p

Todas las i enes de la tabla anterior tienen una diferencia D2<=5 y ta bién una diferencia D <=5. Si analiza os estas i enes notare os que no existe un patrón deter inante, no se puede decir por eje plo, todas las i enes est n for adas por i enes en escala de rises, o todas las i enes son claras, etc. Sin e bar o este rupo de i enes junto con el conjunto de kernels que produjeron ejores resultados se utilizaron para la se unda fase de pruebas experi entales. El software al o ento de seleccionar una i a en co o ejor, crea una copia de la i a en en un directorio lla ado ejores.

6. .2.Matrices para las cuales la diferencia es íni a

Una vez realizadas todas las pruebas de la pri era fase, se hizo el conteo de cu ntas veces los pares de atrices de convolución producen diferencias enores al 5 , estos resultados se pueden observar en el anexo E. De entre todos los pares de kernels se seleccionaron aquellas que aparecen la ayor cantidad de veces, en las pruebas se pudo evidenciar que la ayor cantidad es 0, los pares de kernels que cu plen esta condición se uestran en la tabla 6.5

Tabla 6.5. Nú ero de veces que una atriz produce una diferencia enor al 5

Matriz1	**Matriz 2**	**ejor par de atrices**
Pro edio_cuatro_vecinos	Diferencia_pix_horizontal	0
Diferencia_pix_vertical	Diferencia_pix_horizontal	0
Prewitt_vertical	Diferencia_pix_horizontal	0
Pro edio_cuatro_vecinos	Diferencia_pix_vertical	0
Diferencia_pix_horizontal	Diferencia_pix_vertical	0
Diferencia_pix_vertical	Diferencia_pix_vertical	0
Roberts_horizontal	Diferencia_pix_vertical	0
Wei hted_line2	Diferencia_pix_vertical	0
Wei hted_line4	Diferencia_pix_vertical	0

Prewitt_vertical	Kirch_este	0
Prewitt_horizontal	Kirch_norte	0
Prewitt_vertical	Kirch_oeste	0
Prewitt_horizontal	Kirch_sur	0
Diferencia_pix_vertical	Prewitt_horizontal	0
Prewitt_vertical	Prewitt_horizontal	0
Kirch_norte	Prewitt_horizontal	0
Kirch_sur	Prewitt_horizontal	0
Wei hted_line2	Prewitt_horizontal	0
Wei hted_line4	Prewitt_horizontal	0
Diferencia_pix_horizontal	Prewitt_vertical	0
Prewitt_horizontal	Prewitt_vertical	0
Kirch_este	Prewitt_vertical	0
Kirch_oeste	Prewitt_vertical	0
Wei hted_line2	Prewitt_vertical	0
Wei hted_line4	Prewitt_vertical	0
Diferencia_pix_vertical	Roberts_horizontal	0
Prewitt_horizontal	Roberts_horizontal	0
Diferencia_pix_vertical	Roberts_vertical	0
Prewitt_horizontal	Roberts_vertical	0
Paso_bajo	Wei hted_line2	0
Diferencia_pix_vertical	Wei hted_line2	0
Prewitt_horizontal	Wei hted_line2	0
Prewitt_vertical	Wei hted_line2	0
Paso_bajo	Wei hted_line4	0
Diferencia_pix_vertical	Wei hted_line4	0
Prewitt_horizontal	Wei hted_line4	0
Prewitt_vertical	Wei hted_line4	0

Con las atrices de la lista anterior y con las i enes seleccionadas en el punto anterior se procedió a la se unda fase de pruebas experi entales, los resultados por cada i a en se uestran en la tabla 6.6.

Tabla 6.6. Resultados totales después de procesar todas las i enes y todos los kernels seleccionados co o ejores

IMAGEN	D1	D2	D
air1.b p	2,4	2,2	1,7
art4.b p	2,8	2,96	2,65
bab4.b p	2,49	2,56	1,76
br 2.b p	2,97		1,97
ca era an.b p	2,47	2,59	1,5
cel2.b p	,19	2,95	1,67
Fi 0219(rose1024).b p	1,89	1,72	1,07
Fi 0220(a)(chrono eter_ 692x2812_inch_dpi).b p	2,1	2,02	1,45
Fi 02 2(a)(partial_body_scan).b p	2,1	2,26	1,5
Fi 02 7(a)(characters_test_pattern)_POST.b p	2,09	2,11	1,95
Fi 050 (ori inal_pattern).b p	0,72	0,94	0,95
Fi 0628(a)(jupiter- oon.-lo).b p	1,67	1,85	1,41
Fi 06 0(01)(strawberries_fullcolor).b p	2,22	2,69	1,82
Fi 0809(a).b p	2,5	2,8	2,05
Fi 1022(a)(buildin _ori inal).b p	2,45	2, 4	1,58
Fi 11 7(a)(paintin _ori inal_padded).b p	1,54	1,56	1,18
Fi P04 6(left)(hand_xray).b p	1,89	1,91	1, 5
fir a1.b p	1,7	1,64	1,44
Jardin_de_ a a.b p	2,54	2,67	1,85
a 2-1.b p	1,6	1,78	1,
re 1.b p	1,61	1,95	2,0
scr1.b p	2,51	2,54	1,6
usd2.b p	2,91	2,98	1,95
wr 1.b p	2,55	2,52	1,59
SUMA	**5 ,0**	**54,57**	**9,44**
PROMEDIO	**2,2096**	**2,27 8**	**1,64**

Co o se puede observar, los resultados pro edio son ejores que los resultados de procesar todas las i enes con todos los kernel´s, esto quiere decir que en al unos casos los resultados del étodo propuesto se parecen s a los resultados de aplicar dos convoluciones sucesivas y a los resultados de aplicar el étodo b sico.

6. . . Prueba de hipótesis

Se utilizó el Test de Student para deter inar la veracidad de la Hipótesis , la variable que se analizó es la diferencia D , es decir, la diferencia entre los resultados de aplicar dos kernels sucesiva ente y utilizar un kernel producto del étodo propuesto. Se quiere saber si la

diferencia pro edio del universo es enor o i ual al 10 teniendo co o únicos datos los datos de la uestra

Inicial ente se establece la hipótesis nula H_0 y la Hipótesis alternativa H_1

$$H_0 : \mu = 10$$
$$H_1 : \mu < 10$$

Los datos de la uestra son:

n= 0

$\bar{x} = 4.464$

$s = 1.652$

Valor crítico de t con 29 rados de libertad y un nivel de confianza del 95

$\alpha = 0.05$

$t_\alpha = 1.6991$

Habiendo calculado ya el valor crítico, con la tabla de la distribución t, pode os definir las zonas de aceptación y rechazo de la hipótesis nula (Ver fi ura 6.4).

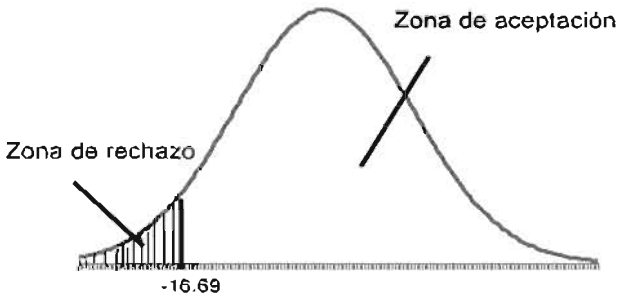


Figura 6.4. Zonas de rechazo y aceptación para la hipótesis planteada

El estadístico de contraste es:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n-1}}} \qquad \text{(ec 6.1)}$$

Sustituyendo los valores en la ec. 6.1 se tiene:

$$t = \frac{4.464 - 10}{\frac{1.652}{\sqrt{30-1}}}$$
$$t = -18{,}0461697$$

El valor calculado de t es enor del valor crítico, es decir cae en la zona de rechazo de la hipótesis nula, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa H_1 co o verdadera.

CAPÍTULO 7

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

7.1. Conclusiones

Una vez finalizada la exposición del étodo propuesto para la co binación de atrices de convolución, desarrollado el software para las pruebas, realizadas las pruebas experi entales y presentado los resultados de las is as, se concluye lo si uiente:

- El ta a o del kernel influye en el tie po de ejecución de un proceso de convolución, sin e bar o no influye en el orden de co plejidad para su al orit o. Es posible conocer cu nto tardar un proceso de convolución sin realizarlo (a priori), teniendo co o datos el ta a o de la i a en y el ta a o del kernel (ver tabla 5.1).

- Es posible procesar el kernel obtenido con el étodo b sico para reducir su ta a o de tal for a que sea de i ual ta a o que los kernels ori inales, este proceso se explica detallada ente en la sección 5.2, con lo cual la hipótesis 1 queda co probada.

- Con dos atrices de convolución, en tér inos de tie po, es s conveniente realizar dos convoluciones sucesivas que realizar una sola convolución con un kernel co binado con el étodo b sico, pero es s conveniente aún realizar una sola convolución utilizando el kernel obtenido con el étodo propuesto; todo lo encionado se puede observar r fica ente en l a fi ura 5.6.

- El tie po de ejecución del étodo propuesto se reduce al 50 con respecto a realizar dos procesos de convolución sucesiva ente y se reduce en un 64 con respecto a utilizar el étodo b sico; por lo expuesto la hipótesis 2 queda co probada.

- La diferencia entre los resultados del étodo propuesto con los resultados de la aplicación sucesiva de dos kernels (en la uestra) es en pro edio 4.46 lo que si nifica que la si ilitud con los resultados deseados es del 95.54 >=90 . Una vez realizada la prueba de hipótesis con el test de student, se pudo evidenciar que los datos obtenidos de la uestra representan al universo con un nivel de confianza del 95 ; esto quiere decir que aplicar el étodo propuesto ofrece resultados uy si ilares a los resultados de aplicar dos kernels sucesiva ente, por lo tanto la hipótesis queda co probada.

- Los resultados de aplicar el étodo b sico de co binación de kernels (en la uestra) difieren en .25 de los resultados obtenidos al utilizar el étodo propuesto; es decir, son 96.75 si ilares, s del 90 .

- Si se trata de proble as donde el tie po es una variable crítica y no se requieren resultados 100 precisos, es reco endable utilizar el étodo propuesto, sin e bar o, es i portante analizar previa ente que tipo de atrices se co binar n, puesto que existen pares de atrices que se ajustan ejor al étodo propuesto, por eje plo los ostrados en la tabla 6.5.

7.2. Reco endaciones

- En esta investi ación se trabajaron con atrices ori inales de ta a o tres, puede resultar interesante experi entar con atrices de ta a o 5 y verificar si se cu ple el étodo propuesto de co binación.

- Se estudió el caso de co binar dos atrices de convolución, puede resultar útil ta bién analizar los resultados de co binar s de dos kernels y analizar si el étodo propuesto si ue siendo v lido.

- Proponer otra alternativa para la co binación de kernels y co pararla con la propuesta presentada en este trabajo para co parar resultados.

Bibliografía

CISC, Gabinete de infor ación. (2007). *Captación Digital de imágenes, Formatos, tipos y calidades.* (M. y. i enes, Ed.) Recuperado el 14 de junio de 2011, de http://pesquerias.ii .csic.es/fckeditor/docu entos/File/di ital_analisis_i a en.pdf

Corrales, H. A. (200). *Sonificación de imágenes en 2-D.* Universidad Rey Juan Carlos, In enieria Técnica en Infor tica de Siste as.

Datta, R., Dirah, J., Li, J. (2008). *Image retrieval: Ideas, influences and trends of the new age.* ACM co putin surveys.

De la Torre, L. (2002). *Curso de extadística I.* (I. i. Instituto Tecnoló ico de Chihuahua, Ed.) Recuperado el 2002, de http://www.itch.edu. x/acade ic/industrial/estadistica1/cap0 .ht l

Do in uez Torrez, A. (1996). *Procesmiento Digital de Imágenes.* México DF.: Universidad Nacional Autóno a de México.

Dr' Claude C' Chibelushi. (2011). Recuperado el 28 de Septie bre de 2011, de http://www.soc.staffs.ac.uk/PPT – Dr' Claude C' Chibelushi – PowerPoint presentation.ht

Fisher, R., Perkins, S., Walker, A., Wolfat, E. (s.f.). *Image Processing Learning.* Recuperado el 21 de 11 de 2011, de ho epa es.inf.ed.ac.uk

Fra a, L. G. (2001). *Procesamiento Digital de Imágenes.*

Ga ino Carranza, A. (2004). *Operaciones morfológicas rápidas por descomposición del elemento de estructura mediante discos.* México D.F.: Centro de investi ación y de estudios avanzados del instituto politécnico nacional.

Garcia, M. G. (2011). Recuperado el 14 de junio de 2011, de http://dis.u .es/profesores/ ines

Garcia, R. S. (2008). *Comparacion de histogramas de color.* Buenos Arires, Ar entina: Instituto tecnoló ico de Buenos Arires.

Gonzales, M. A., Martinez, d. P., Pernias, E. A., Alba, E. F., Castejon, L. M. (2006). *Técnicas y algoritmos básicos de Visión Artificial.* (U. d. Rioja, Ed.) Espa a: EDMANS.

Gonzales, R. C., Woods, R. (2008). *Digital Image Processing* (a ed., Vol.). Prentice Hall.

Gonzales, Woods, Eddins. (2009). *Digital Image Processing Using MATLAB* (2a ed.). Prentice Hall.

Gordillo Erazo, L. E., Yanez Roca, J. L. (2009). *Aplicación de visión con LabVIEW para la detección de frascos con turbiedades*. Guayaquil, Ecuador: ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL.

Hayet, J. B. (2010). *Visión por computadora: procesamiento básico de imágenes*. Centro de investi ación en ate ticas.

Iza uirre Z., A., Martin G., J. L. (1998). *Visión artificial dinámica, determinación de movimiento a partir de secuencias de imágenes*. Bilbao: Universidad del Pais Vasco, Euskal Erico Unibersitatea, Doctorado en tecnolo ias de la infor acion.

Ji enez, J. M. (2008). *Introducción al tratamiento digital y clustering de imàgenes*. Alcal : Universidad de Alcal .

Jose Juan. (2009). *El trastero de Jose Juan*. Recuperado el 2 de 12 de 2011, de http://jose-juan.co puter- ind.co /jose-juan/Co paracion-eficiente-de-i a enes.php

La Serna, N., Alvarado Ra irez, L. (2010). *Recuperación de imágenes basado en contenido (CBIR): Técnicas de representación visual actuales y aplicaciones* (Vol. 1). (P. U. Perú, Ed.) Perú: Revista de In eniería Infor tica PUCP.

Loyda La os, L. (2007). *Sistemas de compresión de imágenes*. Veracruz: Universidad veracruzana, Facultad de Electrónica y co unicaciones.

Maldonado Bautista, J. O. (2008). *Estudio de métodos de recuperación e indexación en bases de datos de imágenes*. San Sebasti n: Universidad del Pais Vasco.

Ma as, J. A. (1997). *Análisi de algoritmos: Complejidad*.

Mi uel B., D. (2005). *Deteccion automática del color de la piel en imágenes bidimensionales basado en el análisi de regiones*. Espa a: Universidad Rey Juan CArlos.

National Instruments Corporation, Concepts Manual. (s.f.). Recuperado el 28 de A osto de 2011, de http://foru s.ni.co /ni/board/ essa e?board.id=170 view=by_date_ascendin essa e. id= 26246

Nozal, L., Lorenzo, S. (199). Arquitectura para procesa iento di ital de i enes. *Mundo electrónico, No 236* .

Obre on Herrera, E. (2011). *Desarrollo de un estudio de demanda de agua*. Monterrey: Tecnoló ico de onterrey.

Ordo ez, S. C. (10 de ayo de 2005). *Formatos de imagen digital*. (R. D. Universitaria, Ed.) Recuperado el 14 de junio de 2011, de http://www.revista.una . x/vol.6/nu 5/art50/art50.ht

Paquette, G., Pratt, W. (2011). *PIKS Scientific Image Processing Software*. Los Altos, California: PixelSoft Inc.

Pratt, W. K. (2007). *Digital Image Processing*. Los Altos, California: John Wiley Sons, Inc. Publication.

Ray ond. (2011). *Web del profesor*. Recuperado el 10 de junio de 2011, de http://webdelprofesor.ula.ve/hu anidades/ray ond/co putacion2/archivos/For atos_l a en.pdf

Rojas, R. (2005). *Ciclos de vida de ingenieria del software*.

Rosenfeld, A., Kak, A. C. (1982). *Digital Picture Processing*. Acade ic Press.

Schowen erdt, R. (199). *Techniques for Image Processing and Classification in Remote Sensing*. New York: Acade ic Press,.

Spie el, M. (1992). *Estadística*. Mexico DF: McGraw Hill.

Torres, C. (1992). *Diseño y Análisis de Algoritmos*. Paraninfo.

Urbina, J. (7 de 11 de 2010). *Jilber-Economia*. Recuperado el 8 de 12 de 2100, de Distribuciones Relacionadas con la Distribución Nor al: http://jilber-econo ia.blo spot.co /2010_11_01_archive.ht l

Velez, J., Sanxhez, A., Moreno, Esteban, J. L. (200). *Visión por computador*. Dykinson S. L.

Wainschenker, R., Massa, J. M., Tristan, P. (2011). *Procesamiento Digital de Imágenes*.

ANEXOS

ANEXO A

REPASO DE LOS CONCEPTOS DE MÉTRICA

(Ga ino Carranza, 2004)

De aquí en adelante $Y \subseteq R$. Recorde os pri ero el concepto bien sabido de étrica.

Definición. Sea Y un conjunto. Una étrica sobre Y (ta bién lla ada distancia) es una función $d : Y \times Y \longrightarrow R+ \cup 0$ tal que:

a) $d(x, y)=0 \longleftrightarrow x = y$ con $x, y \in Y$.

b) $d(x, y)= d(y,x)\ \forall x, y \in Y$.

c) $d(x, y) \leq d(x, z)+ d(z,y)\ \forall x, y, z \in Y$ (desi ualdad del tri n ulo).

La dupla (Y,d) es lla ada espacio étrico.

Ahora se presentan al unas propiedades i portantes de las étricas:

Teore a 1. Dadas d1,d2 étricas en Y se si ue que:

$$d\ (x, y)= \alpha \cdot d1(x, y)+ \beta \cdot d2(x, y);\text{con } \alpha, \beta \in R+$$

es una étrica en Y .

Definición 2. Sea d una étrica en Y tal que para cualquier $x, y, c \in Y$ se tiene que:

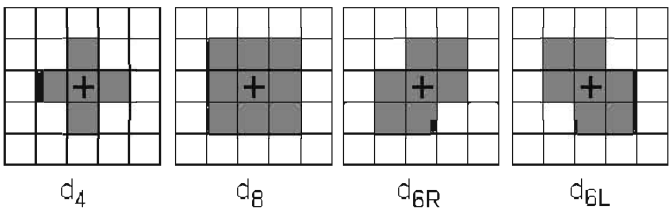
$$d(x, y)= d(x + c, y + c).$$

Entonces d se lla a invariante bajo traslación.

Las étricas usadas co ún ente en Z^2, se definen co o si ue. Sean p1 =(x, y), p2 =(u, v) dos puntos sobre Z^2

$d4(p1,p2)= |u - x| + |v - y|$,
$d8(p1,p2)= \max\{|u - x|, |v - y|\}$,
$d6L(p1,p2)= \max\{|u - x|, |v - y|, |u - x + v - y|\}$,
$d6R(p1,p2)= \max\{|u - x|, |v - y|, |u - x - v + y|\}$.

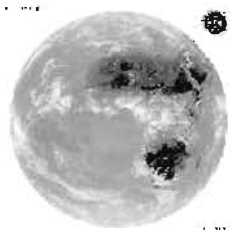
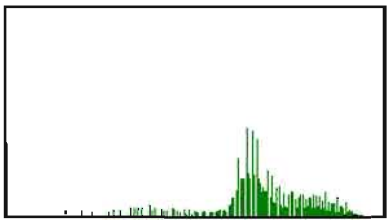
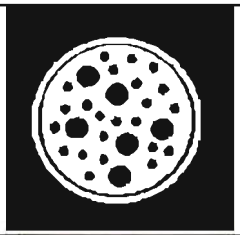
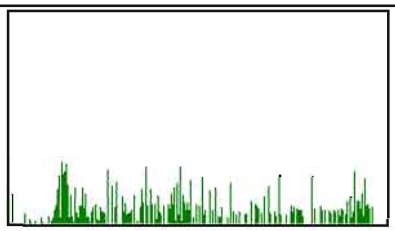
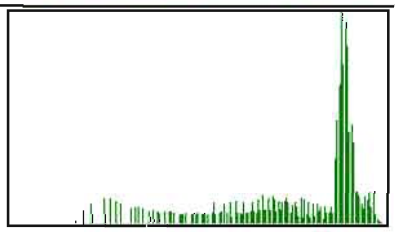
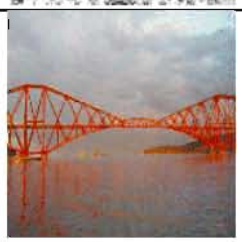
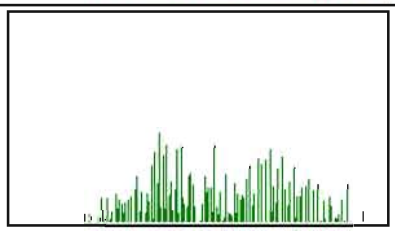
En la fi ura 1 se pueden observar las bolas de radio unitario para estas étricas.

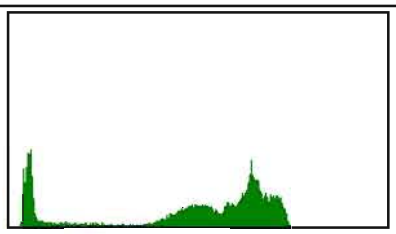
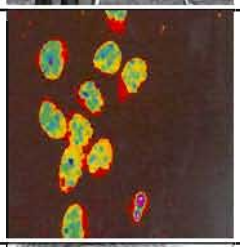
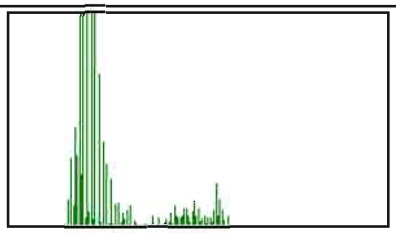
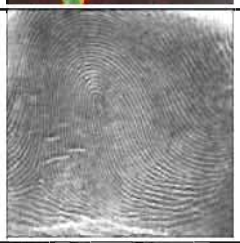
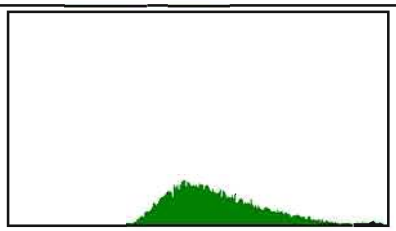
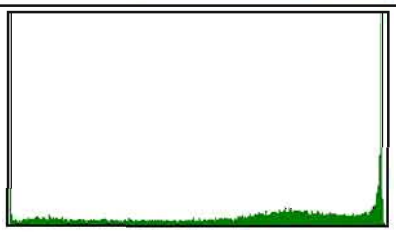
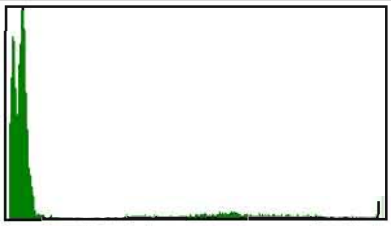
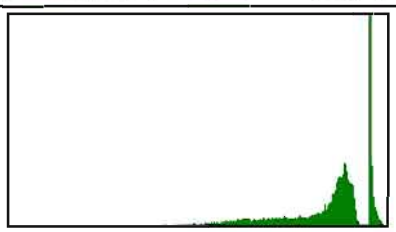
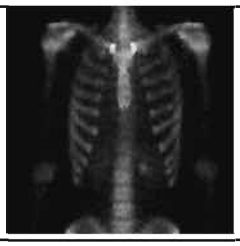
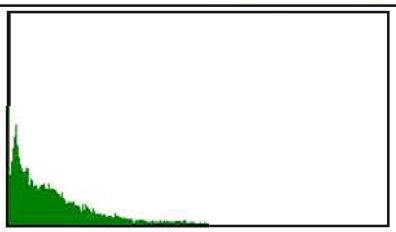


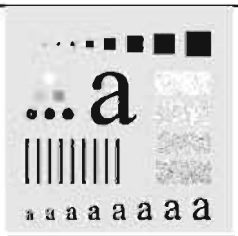
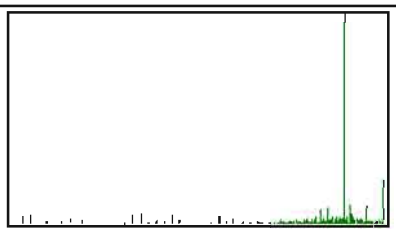
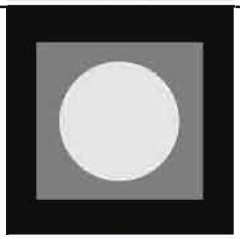
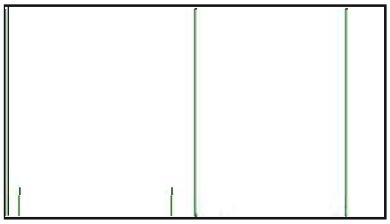
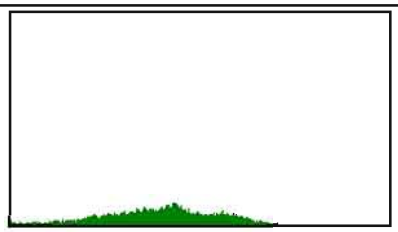
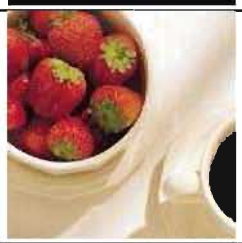
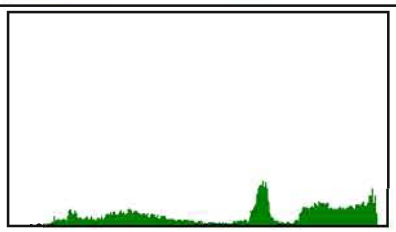
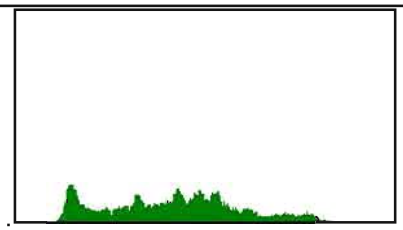
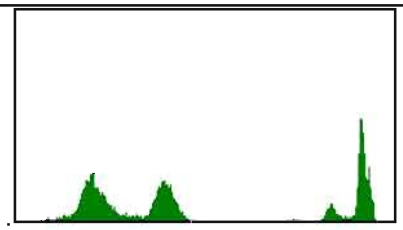
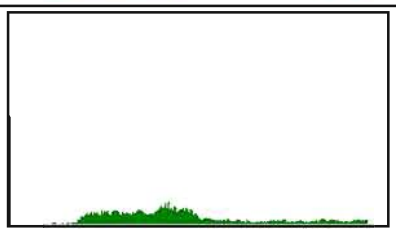
Fi ura 1: Bolas de radio unitario para étricas discretas.

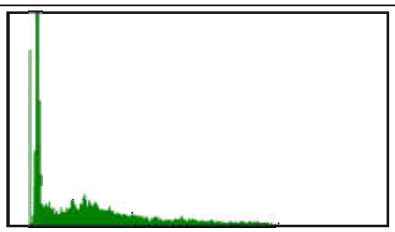
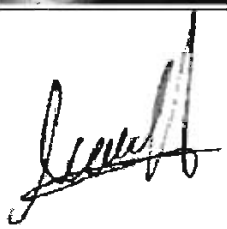
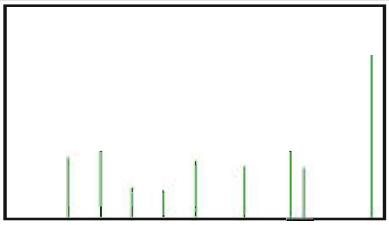
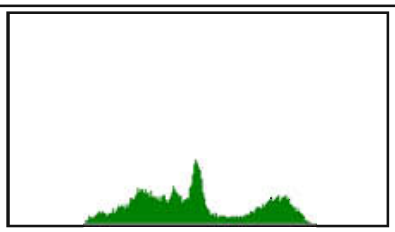
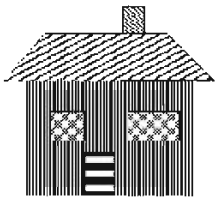
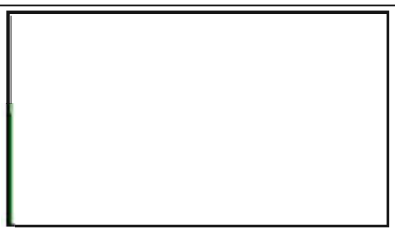
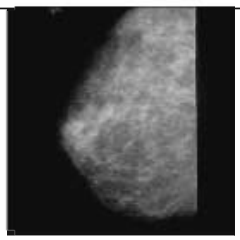
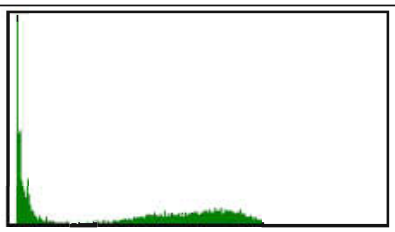
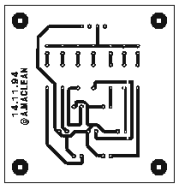
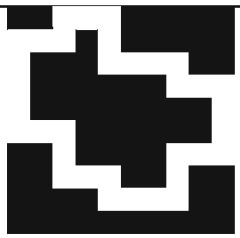
ANEXO B

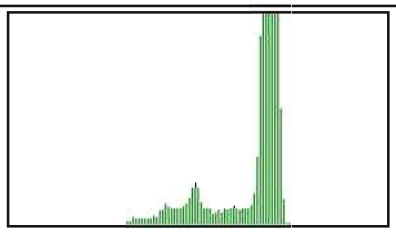
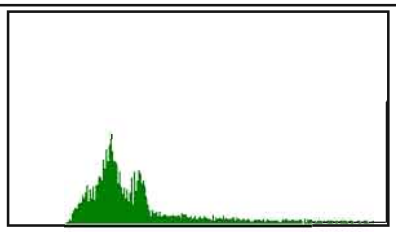
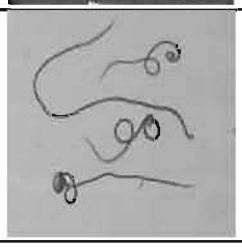
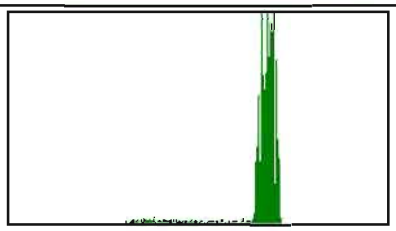
IMÁGENES DE MUESTRA Y SUS RESPECTIVOS HISTOGRAMAS

No	No bre	I a en	Histo ra a
1	air1.b p		
2	art .b p		
	art4.b p		
4	bab4.b p		
5	bld1.b p		
6	br 2.b p		

7	ca era an.b p		
8	cel2.b p		
9	Fi 0115(a)(thu -print-loop).b p		
10	Fi 0117(a)(MRI-of-knee-Univ-Mich).b p		
11	Fi 0219(rose1024).b p		
12	Fi 0220(a)(chrono eter_ 6 92x2812_inch_1250dpi).b p		
1	Fi 02 2(a)(partial_body_scan).b p		

14	Fi 02 7(a)(characters_test_ pattern).b p		
15	Fi 050 _(ori inal_pattern).b p		
16	Fi 0628(a)(jupiter- oon.- lo).b p		
17	Fi 06 0(01)(strawberries_ful lcolor).b p		
18	Fi 0809(a).b p		
19	Fi 1022(a)(buildin _ori inal) .b p		
20	Fi 11 7(a)(paintin _ori inal _padded).b p		

21	Fi P04 6(left)(hand_xray).b p		
22	fir a1.b p		
2	hse1.b p		
24	flor.b p		
25	a 2-1.b p		
26	pcb1.b p		
27	re 1.b p		

28	scr1.b p		
29	usd2.b p		
0	wr 1.b p		

ANEXO C

KERNELS DE MUESTRA

No	No bre	Matriz
1	Unifor e	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$
2	Pira idal	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$
	Relieve	$\begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$
4	Paso_bajo	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$
5	Pro edio_ocho_vecinos	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$
6	Pro edio_cuatro_vecinos	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
7	Paso_alto_1(Nitidez)	$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

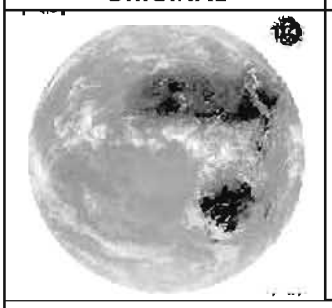
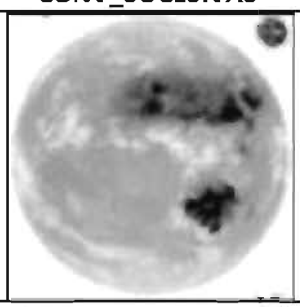
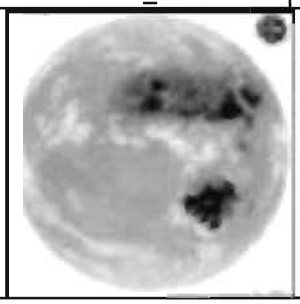
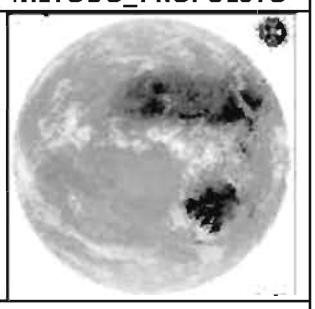
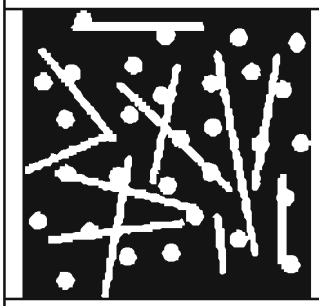
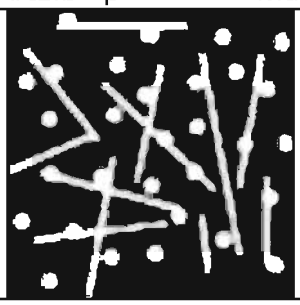
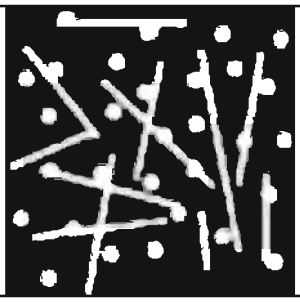
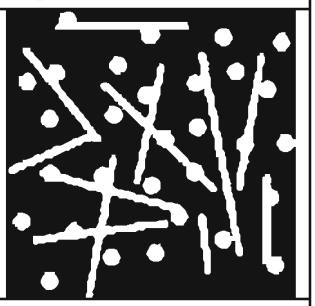
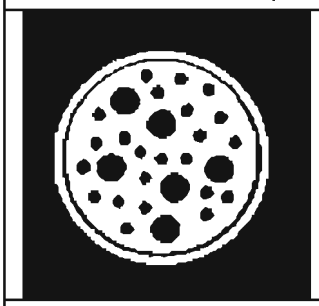
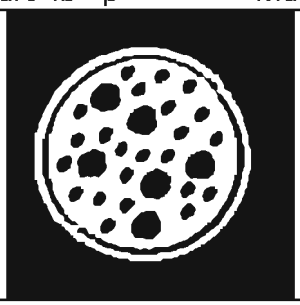
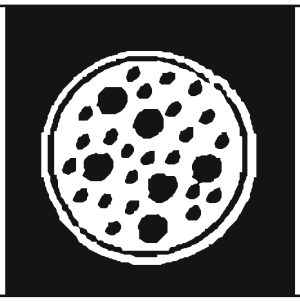
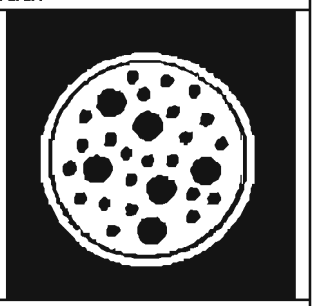
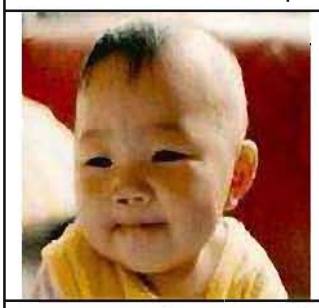
No	No bre	Matriz
1	Roberts_vertical	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$
14	Prewitt_horizontal	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$
15	Prewitt_vertical	$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$
16	Kirch_este	$\begin{bmatrix} 5 & -3 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ 5 & -3 & -3 \end{bmatrix}$
17	Kirch_oeste	$\begin{bmatrix} -3 & -3 & 5 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & -3 & 5 \end{bmatrix}$
18	Kirch_norte	$\begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ -3 & 0 & -3 \\ 5 & 5 & 5 \end{bmatrix}$
19	Kirch_sur	$\begin{bmatrix} 5 & 5 & 5 \\ -3 & 0 & -3 \\ -3 & -3 & -3 \end{bmatrix}$

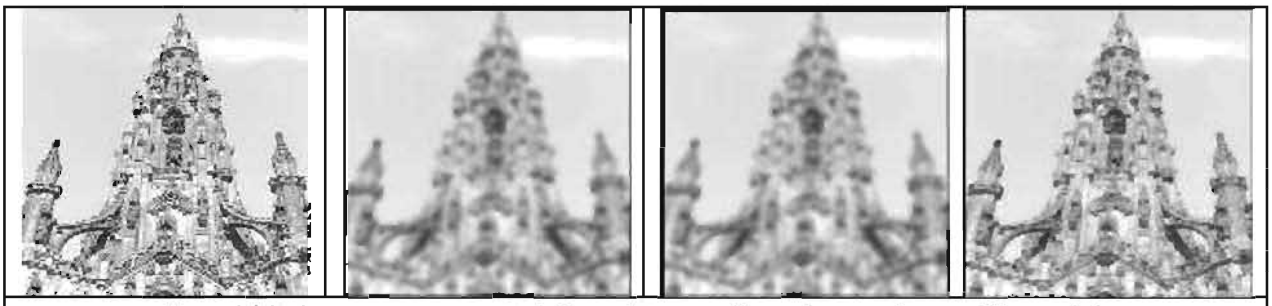
8	Paso_alto_2	$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$
9	Paso_alto_	$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$
10	Diferencia_pix_horizontal	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
11	Diferencia_pix_vertical	$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
12	Roberts_horizontal	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

20	Wei hted_line2	$\begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ -1 & 4 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$
21	Wei hted_line4	$\begin{bmatrix} -2 & -1 & 2 \\ -1 & 4 & -1 \\ 2 & -1 & -2 \end{bmatrix}$
22	Laplacian_1	$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$
2	Laplacian_2	$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$
24	Laplacian_	$\begin{bmatrix} -2 & 1 & -2 \\ 1 & 4 & 1 \\ -2 & 1 & -2 \end{bmatrix}$

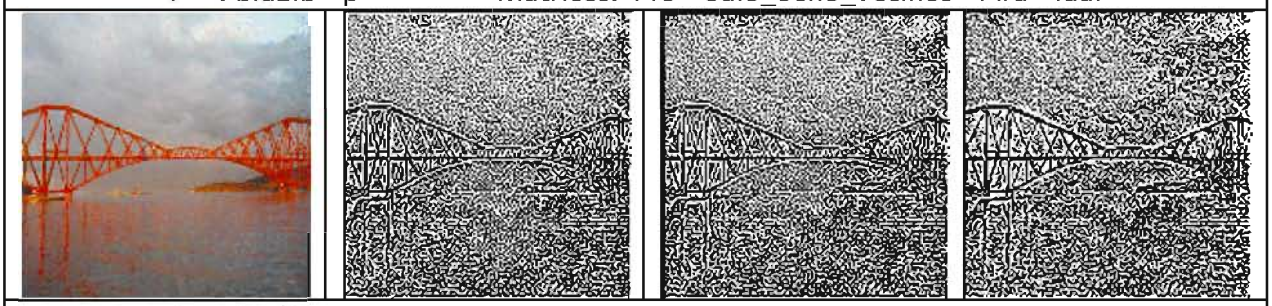
ANEXO D

IMÁGENES RESULTADO PRODUCTO DE APLICAR LOS TRES MÉTODOS:

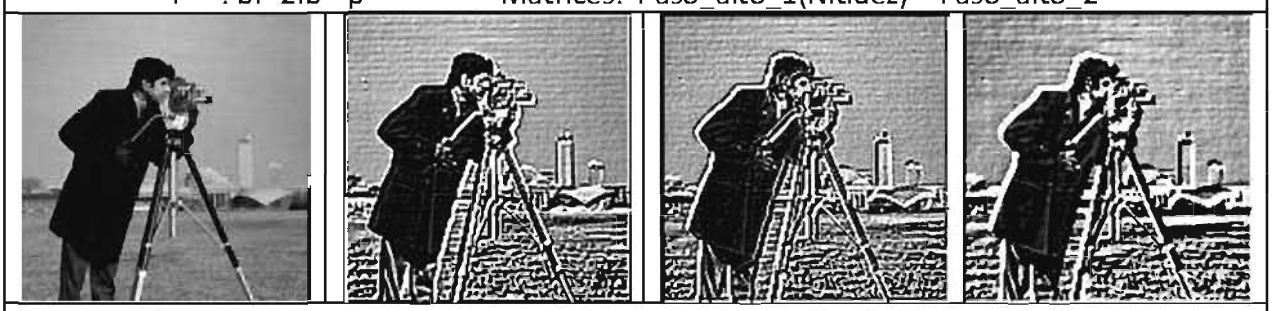
ORIGINAL	CONV_SUCESIVAS	MÉTODO_BÁSICO	MÉTODO_PROPUESTO
			
I : Art1.b p		Matrices: Unifor e - Unifor e	
			
I : art .b p		Matrices: Unifor e - Pira idal	
			
I : art4.b p		Matrices: Unifor e - Relieve	
			
I : bab4.b p		Matrices: Paso_bajo - Pro edio_ocho_vecinos	



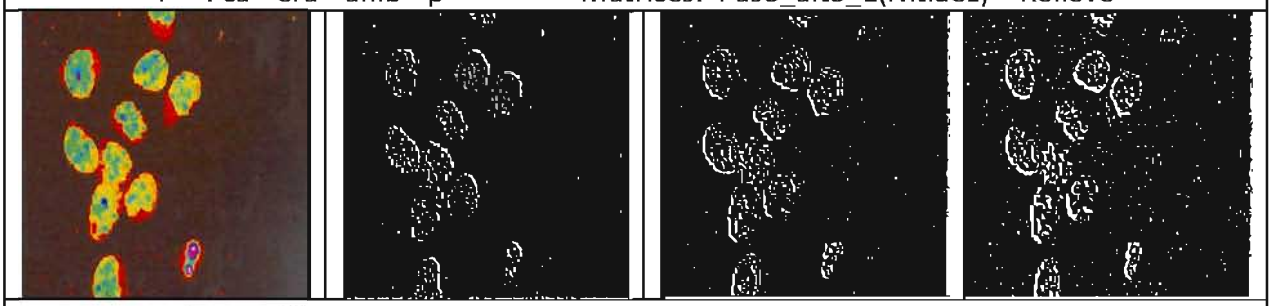
I : bld1.b p Matrices: Pro edio_ocho_vecinos - Pira idal



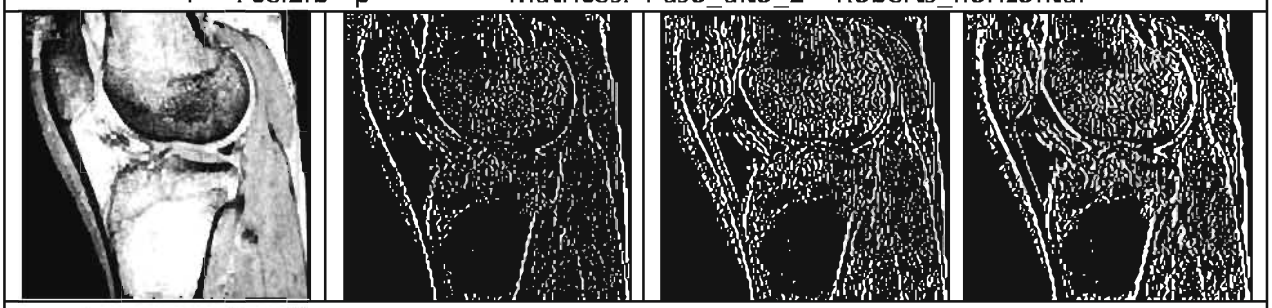
I : br 2.b p Matrices: Paso_alto_1(Nitidez) – Paso_alto_2



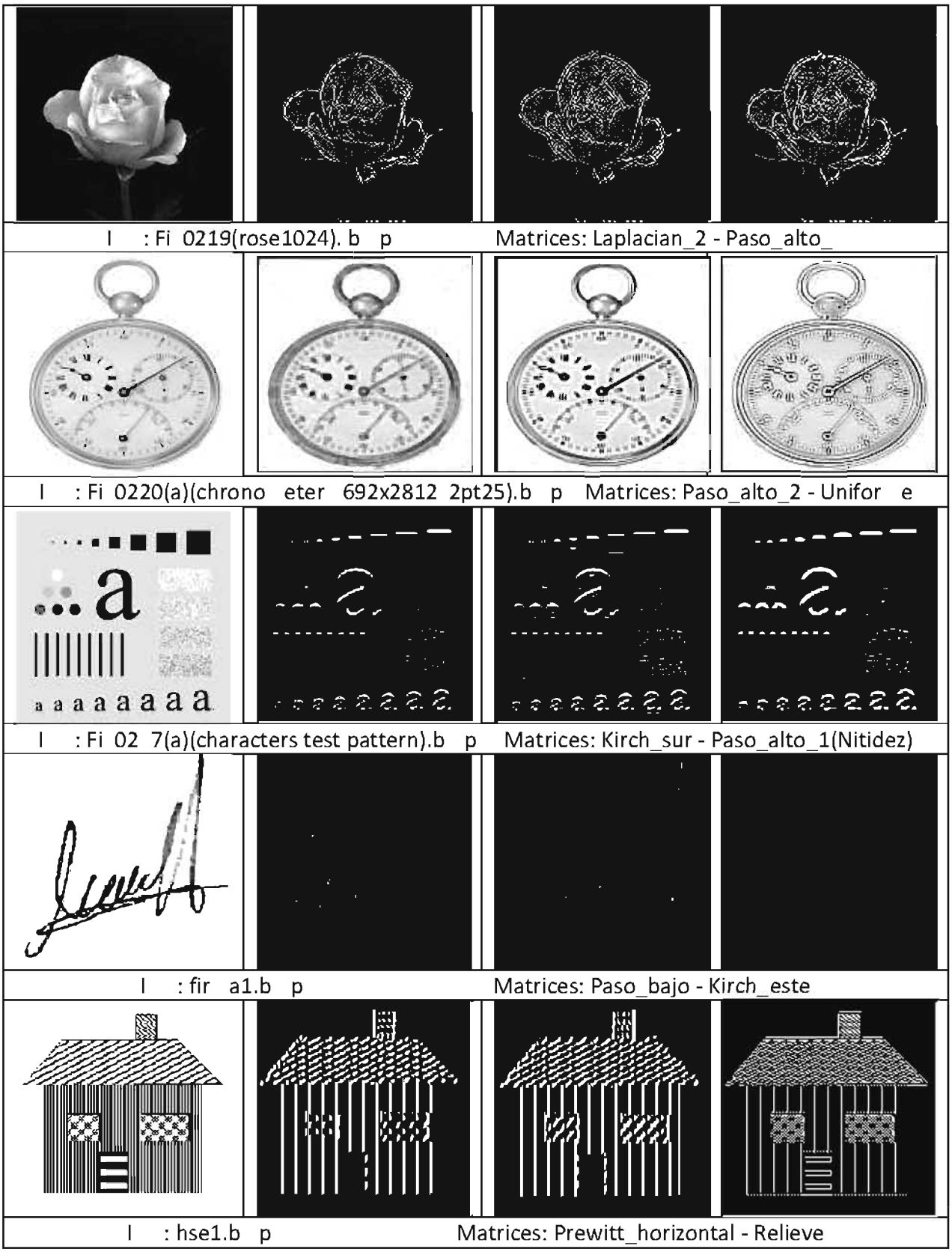
I : ca era an.b p Matrices: Paso_alto_1(Nitidez) – Relieve



I : cel2.b p Matrices: Paso_alto_2 – Roberts_horizontal



I : Fi 0117(a)(MRI-of-knee-Univ-Mich). B p Matrices:Diferencia_pix_horizonatal - Paso_alto


I : Fi 0219(rose1024). b p
Matrices: Laplacian_2 - Paso_alto_
I : Fi 0220(a)(chrono eter 692x2812 2pt25).b p
Matrices: Paso_alto_2 - Unifor e
I : Fi 02 7(a)(characters test pattern).b p
Matrices: Kirch_sur - Paso_alto_1(Nitidez)
I : fir a1.b p
Matrices: Paso_bajo - Kirch_este
I : hse1.b p
Matrices: Prewitt_horizontal - Relieve

ANEXO E

CONTEO DE LOS PARES DE MATRICES QUE PRODUCEN DIFERENCIAS D2 Y D MENORES O IGUALES A 5

PARES DE MATRICES	CONTEO	PARES DE MATRICES	CONTEO
Paso_bajo-Wei hted_line2	0	Kirch_este-Laplacian_	24
Paso_bajo-Wei hted_line4	0	Kirch_oeste-Kirch_oeste	24
Pro edio_cuatro_vecinos-Diferencia_pix_horizontal	0	Kirch_oeste-Laplacian_	24
Pro edio_cuatro_vecinos-Diferencia_pix_verticall	0	Kirch_norte-Laplacian_	24
Diferencia_pix_horizontal-Diferencia_pix_verticall	0	Kirch_sur-Pira idal	24
Diferencia_pix_horizontal-Prewitt_vertical	0	Kirch_sur-Paso_bajo	24
Diferencia_pix_verticall-Diferencia_pix_horizontal	0	Wei hted_line2-Paso_alto_1(Nitidez)	24
Diferencia_pix_verticall-Diferencia_pix_verticall	0	Wei hted_line2-Paso_alto_	24
Diferencia_pix_verticall-Roberts_horizontal	0	Wei hted_line2-Laplacian_1	24
Diferencia_pix_verticall-Roberts_vertical	0	Wei hted_line4-Paso_alto_1(Nitidez)	24
Diferencia_pix_verticall-Prewitt_horizontal	0	Wei hted_line4-Paso_alto_	24
Diferencia_pix_verticall-Wei hted_line2	0	Wei hted_line4-Laplacian_1	24
Diferencia_pix_verticall-Wei hted_line4	0	Unifor e-Pro edio_ocho_vecinos	2
Roberts_horizontal-Diferencia_pix_verticall	0	Paso_alto_1(Nitidez)-Paso_alto_	2
Prewitt_horizontal-Roberts_horizontal	0	Roberts_vertical-Pro edio_cuatro_vecinos	2
Prewitt_horizontal-Roberts_vertical	0	Roberts_vertical-Paso_alto_1(Nitidez)	2
Prewitt_horizontal-Prewitt_vertical	0	Prewitt_horizontal-Pro edio_cuatro_vecinos	2
Prewitt_horizontal-Kirch_norte	0	Prewitt_vertical-Pira idal	2
Prewitt_horizontal-Kirch_sur	0	Prewitt_vertical-Pro edio_ocho_vecinos	2
Prewitt_horizontal-Wei hted_line2	0	Kirch_este-Pira idal	2
Prewitt_horizontal-Wei hted_line4	0	Kirch_este-Laplacian_1	2
Prewitt_vertical-Diferencia_pix_horizontal	0	Kirch_oeste-Pira idal	2
Prewitt_vertical-Prewitt_horizontal	0	Kirch_oeste-Laplacian_1	2
Prewitt_vertical-Kirch_este	0	Kirch_norte-Paso_bajo	2
Prewitt_vertical-Kirch_oeste	0	Wei hted_line2-Paso_alto_2	2
Prewitt_vertical-Wei hted_line2	0	Wei hted_line2-Laplacian_	2
Prewitt_vertical-Wei hted_line4	0	Pro edio_ocho_vecinos-Unifor e	22
Kirch_este-Prewitt_vertical	0	Pro edio_ocho_vecinos-Pro edio_ocho_vecinos	22
Kirch_oeste-Prewitt_vertical	0	Paso_alto_1(Nitidez)-Pro edio_cuatro_vecinos	22

Kirch_norte-Prewitt_horizontal	0	Paso_alto_1(Nitidez)-Diferencia_pix_horizontal	22
Kirch_sur-Prewitt_horizontal	0	Paso_alto_ -Diferencia_pix_horizontal	22
Wei hted_line2-Diferencia_pix_verticall	0	Paso_alto_ -Diferencia_pix_verticall	22
Wei hted_line2-Prewitt_horizontal	0	Paso_alto_ -Kirch_sur	22
Wei hted_line2-Prewitt_vertical	0	Roberts_horizontal-Pro edio_cuatro_vecinos	22
Wei hted_line4-Diferencia_pix_verticall	0	Roberts_horizontal-Paso_alto_1(Nitidez)	22
Wei hted_line4-Prewitt_horizontal	0	Roberts_horizontal-Laplacian_1	22
Wei hted_line4-Prewitt_vertical	0	Roberts_vertical-Laplacian_1	22
Unifor e-Diferencia_pix_horizontal	29	Prewitt_horizontal-Paso_bajo	22
Unifor e-Diferencia_pix_verticall	29	Prewitt_horizontal-Pro edio_ocho_vecinos	22
Paso_bajo-Paso_alto_	29	Prewitt_horizontal-Prewitt_horizontal	22
Paso_bajo-Diferencia_pix_horizontal	29	Prewitt_vertical-Unifor e	22
Pro edio_ocho_vecinos-Diferencia_pix_horizontal	29	Kirch_este-Paso_bajo	22
Pro edio_ocho_vecinos-Diferencia_pix_verticall	29	Kirch_este-Pro edio_ocho_vecinos	22
Pro edio_ocho_vecinos-Prewitt_vertical	29	Kirch_oeste-Unifor e	22
Pro edio_cuatro_vecinos-Prewitt_vertical	29	Kirch_norte-Pira idal	22
Paso_alto_ -Paso_alto_2	29	Kirch_sur-Unifor e	22
Diferencia_pix_horizontal-Diferencia_pix_horizontal	29	Kirch_sur-Laplacian_	22
Diferencia_pix_horizontal-Roberts_horizontal	29	Wei hted_line2-Laplacian_2	22
Diferencia_pix_horizontal-Roberts_vertical	29	Wei hted_line4-Paso_alto_2	22
Diferencia_pix_horizontal-Kirch_norte	29	Pro edio_ocho_vecinos-Laplacian_1	21
Diferencia_pix_horizontal-Kirch_sur	29	Pro edio_cuatro_vecinos-Paso_alto_1(Nitidez)	21
Diferencia_pix_horizontal-Wei hted_line2	29	Paso_alto_ -Kirch_norte	21
Diferencia_pix_horizontal-Wei hted_line4	29	Roberts_vertical-Unifor e	21
Diferencia_pix_verticall-Kirch_este	29	Roberts_vertical-Pira idal	21
Diferencia_pix_verticall-Kirch_oeste	29	Roberts_vertical-Pro edio_ocho_vecinos	21
Roberts_horizontal-Diferencia_pix_horizontal	29	Prewitt_horizontal-Unifor e	21
Roberts_horizontal-Roberts_vertical	29	Prewitt_horizontal-Pira idal	21
Roberts_horizontal-Wei hted_line2	29	Kirch_este-Unifor e	21
Roberts_horizontal-Wei hted_line4	29	Kirch_oeste-Pro edio_ocho_vecinos	21
Roberts_vertical-Diferencia_pix_horizontal	29	Kirch_oeste-Paso_alto_2	21
Roberts_vertical-Diferencia_pix_verticall	29	Kirch_norte-Unifor e	21
Roberts_vertical-Roberts_horizontal	29	Kirch_norte-Pro edio_ocho_vecinos	21
Roberts_vertical-Wei hted_line2	29	Kirch_norte-Paso_alto_2	21

Roberts_vertical-Wei hted_line4	29	Kirch_norte-Laplacian_2	21
Prewitt_horizontal-Diferencia_pix_horizontal	29	Wei hted_line4-Laplacian_2	21
Prewitt_horizontal-Diferencia_pix_verticall	29	Wei hted_line4-Laplacian_	21
Prewitt_vertical-Diferencia_pix_verticall	29	Laplacian_1-Kirch_sur	21
Prewitt_vertical-Roberts_horizontal	29	Paso_alto_1(Nitidez)-Paso_bajo	20
Prewitt_vertical-Roberts_vertical	29	Paso_alto_1(Nitidez)-Diferencia_pix_verticall	20
Kirch_este-Paso_alto_	29	Paso_alto_ -Kirch_este	20
Kirch_este-Diferencia_pix_horizontal	29	Paso_alto_ -Kirch_oeste	20
Kirch_este-Diferencia_pix_verticall	29	Diferencia_pix_verticall-Pro edio_ocho_vecinos	20
Kirch_este-Roberts_horizontal	29	Roberts_horizontal-Pira idal	20
Kirch_este-Roberts_vertical	29	Roberts_vertical-Paso_bajo	20
Kirch_este-Kirch_norte	29	Kirch_este-Paso_alto_2	20
Kirch_este-Kirch_sur	29	Kirch_sur-Pro edio_ocho_vecinos	20
Kirch_este-Wei hted_line2	29	Laplacian_ -Wei hted_line2	20
Kirch_este-Wei hted_line4	29	Laplacian_ -Wei hted_line4	20
Kirch_oeste-Paso_alto_	29	Unifor e-Paso_alto_1(Nitidez)	19
Kirch_oeste-Diferencia_pix_verticall	29	Pira idal-Paso_alto_1(Nitidez)	19
Kirch_oeste-Roberts_horizontal	29	Relieve-Diferencia_pix_verticall	19
Kirch_oeste-Roberts_vertical	29	Paso_bajo-Paso_alto_1(Nitidez)	19
Kirch_oeste-Kirch_norte	29	Pro edio_ocho_vecinos-Paso_alto_1(Nitidez)	19
Kirch_oeste-Kirch_sur	29	Paso_alto_1(Nitidez)-Unifor e	19
Kirch_oeste-Wei hted_line2	29	Paso_alto_1(Nitidez)-Pira idal	19
Kirch_oeste-Wei hted_line4	29	Paso_alto_ -Pro edio_cuatro_vecinos	19
Kirch_norte-Paso_alto_	29	Diferencia_pix_horizontal-Pro edio_ocho_vecinos	19
Kirch_norte-Diferencia_pix_horizontal	29	Roberts_horizontal-Pro edio_ocho_vecinos	19
Kirch_norte-Roberts_horizontal	29	Prewitt_vertical-Laplacian_	19
Kirch_norte-Roberts_vertical	29	Kirch_este-Laplacian_2	19
Kirch_norte-Kirch_este	29	Laplacian_1-Paso_alto_1(Nitidez)	19
Kirch_norte-Kirch_oeste	29	Laplacian_1-Roberts_horizontal	19
Kirch_norte-Wei hted_line2	29	Laplacian_1-Roberts_vertical	19
Kirch_norte-Wei hted_line4	29	Laplacian_2-Wei hted_line2	19
Kirch_sur-Paso_alto_	29	Relieve-Paso_bajo	18
Kirch_sur-Diferencia_pix_horizontal	29	Paso_alto_1(Nitidez)-Pro edio_ocho_vecinos	18
Kirch_sur-Roberts_horizontal	29	Paso_alto_2-Wei hted_line2	18
Kirch_sur-Roberts_vertical	29	Paso_alto_2-Wei hted_line4	18
Kirch_sur-Kirch_este	29	Diferencia_pix_horizontal-Pira idal	18

Kirch_sur-Kirch_oeste	29	Diferencia_pix_horizontal-Paso_bajo	18
Kirch_sur-Wei hted_line2	29	Diferencia_pix_verticall-Unifor e	18
Kirch_sur-Wei hted_line4	29	Roberts_horizontal-Paso_bajo	18
Wei hted_line2-Diferencia_pix_horizontal	29	Kirch_oeste-Laplacian_2	18
Wei hted_line2-Roberts_horizontal	29	Wei hted_line4- Pro edio_cuatro_vecinos	18
Wei hted_line2-Kirch_este	29	Laplacian_1-Kirch_este	18
Wei hted_line2-Kirch_oeste	29	Laplacian_2-Wei hted_line4	18
Wei hted_line2-Kirch_norte	29	Diferencia_pix_horizontal-Unifor e	17
Wei hted_line2-Kirch_sur	29	Diferencia_pix_verticall-Pira idal	17
Wei hted_line4-Diferencia_pix_horizontal	29	Diferencia_pix_verticall-Paso_bajo	17
Wei hted_line4-Roberts_horizontal	29	Roberts_horizontal-Unifor e	17
Wei hted_line4-Roberts_vertical	29	Kirch_sur-Paso_alto_2	17
Wei hted_line4-Kirch_este	29	Kirch_sur-Laplacian_2	17
Wei hted_line4-Kirch_norte	29	Relieve-Kirch_norte	16
Wei hted_line4-Kirch_sur	29	Paso_alto_1(Nitidez)-Laplacian_2	16
Unifor e-Roberts_horizontal	28	Paso_alto_ -Prewitt_horizontal	16
Unifor e-Roberts_vertical	28	Diferencia_pix_horizontal-Paso_alto_2	16
Unifor e-Prewitt_vertical	28	Diferencia_pix_horizontal-Laplacian_2	16
Unifor e-Kirch_oeste	28	Kirch_norte-Relieve	16
Unifor e-Wei hted_line2	28	Wei hted_line2- Pro edio_cuatro_vecinos	16
Unifor e-Wei hted_line4	28	Laplacian_1-Kirch_norte	16
Pira idal-Roberts_vertical	28	Unifor e-Laplacian_	15
Pira idal-Prewitt_vertical	28	Relieve-Diferencia_pix_horizontal	15
Pira idal-Kirch_sur	28	Relieve-Kirch_oeste	15
Pira idal-Wei hted_line2	28	Diferencia_pix_verticall-Paso_alto_2	15
Pira idal-Wei hted_line4	28	Diferencia_pix_verticall-Laplacian_2	15
Paso_bajo-Diferencia_pix_verticall	28	Prewitt_horizontal-Laplacian_	15
Pro edio_ocho_vecinos-Roberts_horizontal	28	Kirch_oeste-Relieve	15
Pro edio_ocho_vecinos-Roberts_vertical	28	Laplacian_ -Diferencia_pix_horizontal	15
Pro edio_ocho_vecinos-Kirch_oeste	28	Relieve-Roberts_horizontal	14
Pro edio_ocho_vecinos-Kirch_norte	28	Paso_alto_1(Nitidez)-Kirch_sur	14
Pro edio_ocho_vecinos-Kirch_sur	28	Diferencia_pix_horizontal-Laplacian_	14
Pro edio_ocho_vecinos-Wei hted_line2	28	Wei hted_line2- Pro edio_ocho_vecinos	14
Pro edio_ocho_vecinos-Wei hted_line4	28	Wei hted_line4-Paso_bajo	14
Pro edio_cuatro_vecinos-Roberts_vertical	28	Laplacian_1-Kirch_oeste	14
Pro edio_cuatro_vecinos-Wei hted_line2	28	Laplacian_1-Laplacian_1	14
Pro edio_cuatro_vecinos-Wei hted_line4	28	Relieve-Kirch_sur	1
Diferencia_pix_verticall-Kirch_sur	28	Paso_alto_ -Roberts_horizontal	1
Roberts_horizontal-Roberts_horizontal	28	Prewitt_vertical-Paso_alto_2	1

Roberts_horizontal-Kirch_sur	28	Wei hted_line2-Paso_bajo	1
Roberts_vertical-Roberts_vertical	28	Wei hted_line4-Pro edio_ocho_vecinos	1
Roberts_vertical-Kirch_sur	28	Laplacian_1-Prewitt_horizontal	1
Prewitt_horizontal-Paso_alto_	28	Laplacian_ -Diferencia_pix_verticall	1
Prewitt_vertical-Pro edio_cuatro_vecinos	28	Laplacian_ -Roberts_vertical	1
Prewitt_vertical-Paso_alto_	28	Relieve-Pira idal	12
Kirch_oeste-Diferencia_pix_horizontal	28	Relieve-Pro edio_cuatro_vecinos	12
Kirch_norte-Diferencia_pix_verticall	28	Paso_alto_1(Nitidez)-Kirch_este	12
Kirch_sur-Diferencia_pix_verticall	28	Paso_alto_1(Nitidez)-Kirch_oeste	12
Wei hted_line2-Roberts_vertical	28	Paso_alto_1(Nitidez)-Kirch_norte	12
Wei hted_line2-Wei hted_line2	28	Paso_alto_ -Roberts_vertical	12
Wei hted_line2-Wei hted_line4	28	Paso_alto_ -Prewitt_vertical	12
Wei hted_line4-Kirch_oeste	28	Prewitt_horizontal-Paso_alto_2	12
Wei hted_line4-Wei hted_line2	28	Prewitt_horizontal-Laplacian_2	12
Wei hted_line4-Wei hted_line4	28	Prewitt_vertical-Laplacian_2	12
Unifor e-Kirch_norte	27	Kirch_sur-Relieve	12
Unifor e-Kirch_sur	27	Wei hted_line2-Pira idal	12
Pira idal-Diferencia_pix_horizontal	27	Wei hted_line4-Unifor e	12
Pira idal-Diferencia_pix_verticall	27	Wei hted_line4-Pira idal	12
Pira idal-Roberts_horizontal	27	Laplacian_2-Paso_alto_	12
Pira idal-Kirch_oeste	27	Laplacian_2-Diferencia_pix_horizontal	12
Pira idal-Kirch_norte	27	Laplacian_ -Roberts_horizontal	12
Relieve-Wei hted_line2	27	Pira idal-Laplacian_	11
Paso_bajo-Roberts_vertical	27	Relieve-Prewitt_horizontal	11
Paso_bajo-Kirch_oeste	27	Pro edio_ocho_vecinos-Laplacian_	11
Pro edio_cuatro_vecinos-Roberts_horizontal	27	Paso_alto_1(Nitidez)-Roberts_horizontal	11
Pro edio_cuatro_vecinos-Kirch_oeste	27	Paso_alto_2-Laplacian_2	11
Paso_alto_1(Nitidez)-Laplacian_1	27	Diferencia_pix_verticall-Laplacian_	11
Paso_alto_ -Laplacian_2	27	Roberts_horizontal-Laplacian_	11
Diferencia_pix_horizontal-Paso_alto_	27	Wei hted_line2-Unifor e	11
Diferencia_pix_horizontal-Kirch_oeste	27	Laplacian_1-Prewitt_vertical	11
Roberts_horizontal-Kirch_este	27	Unifor e-Laplacian_2	10
Roberts_horizontal-Kirch_oeste	27	Pira idal-Laplacian_2	10
Roberts_vertical-Prewitt_horizontal	27	Relieve-Paso_alto_	10
Roberts_vertical-Kirch_este	27	Relieve-Roberts_vertical	10
Roberts_vertical-Kirch_norte	27	Relieve-Kirch_este	10
Prewitt_vertical-Paso_alto_1(Nitidez)	27	Paso_bajo-Laplacian_	10
Prewitt_vertical-Laplacian_1	27	Pro edio_ocho_vecinos-Laplacian_2	10
Kirch_este-Paso_alto_1(Nitidez)	27	Paso_alto_1(Nitidez)-Roberts_vertical	10

Kirch_este-Kirch_oeste	27	Diferencia_pix_verticall-Relieve	10
Kirch_oeste-Prewitt_horizontal	27	Prewitt_horizontal-Relieve	10
Kirch_norte-Paso_alto_1(Nitidez)	27	Kirch_este-Relieve	10
Kirch_norte-Kirch_sur	27	Laplacian_1-Paso_alto_	10
Kirch_sur-Paso_alto_1(Nitidez)	27	Relieve-Prewitt_vertical	9
Kirch_sur-Kirch_norte	27	Paso_alto_1(Nitidez)-Laplacian_	9
Laplacian_1-Diferencia_pix_horizontal	27	Paso_alto_2-Pro edio_cuatro_vecinos	9
Laplacian_1-Diferencia_pix_verticall	27	Roberts_horizontal-Paso_alto_2	9
Unifor e-Prewitt_horizontal	26	Roberts_horizontal-Laplacian_2	9
Pira idal-Laplacian_1	26	Roberts_vertical-Laplacian_	9
Paso_bajo-Roberts_horizontal	26	Prewitt_vertical-Relieve	9
Paso_bajo-Kirch_este	26	Wei hted_line4-Relieve	9
Paso_bajo-Kirch_norte	26	Laplacian_1-Pro edio_cuatro_vecinos	9
Paso_bajo-Kirch_sur	26	Laplacian_2-Diferencia_pix_verticall	9
Pro edio_ocho_vecinos-Paso_alto_	26	Laplacian_ -Kirch_sur	9
Pro edio_ocho_vecinos-Kirch_este	26	Relieve-Unifor e	8
Pro edio_cuatro_vecinos-Kirch_norte	26	Paso_bajo-Laplacian_2	8
Pro edio_cuatro_vecinos-Kirch_sur	26	Pro edio_cuatro_vecinos-Laplacian_2	8
Pro edio_cuatro_vecinos-Laplacian_1	26	Pro edio_cuatro_vecinos-Laplacian_	8
Paso_alto_1(Nitidez)-Wei hted_line2	26	Paso_alto_1(Nitidez)-Paso_alto_2	8
Paso_alto_1(Nitidez)-Wei hted_line4	26	Paso_alto_1(Nitidez)-Prewitt_horizontal	8
Paso_alto_ -Paso_bajo	26	Paso_alto_1(Nitidez)-Prewitt_vertical	8
Diferencia_pix_horizontal-Pro edio_cuatro_vecinos	26	Paso_alto_2-Paso_alto_1(Nitidez)	8
Diferencia_pix_horizontal-Paso_alto_1(Nitidez)	26	Paso_alto_2-Laplacian_1	8
Diferencia_pix_horizontal-Kirch_este	26	Diferencia_pix_horizontal-Relieve	8
Diferencia_pix_horizontal-Laplacian_1	26	Roberts_horizontal-Relieve	8
Roberts_horizontal-Paso_alto_	26	Laplacian_ -Paso_alto_1(Nitidez)	8
Roberts_horizontal-Prewitt_horizontal	26	Laplacian_ -Kirch_este	8
Roberts_horizontal-Prewitt_vertical	26	Relieve-Paso_alto_1(Nitidez)	7
Roberts_horizontal-Kirch_norte	26	Paso_alto_2-Pira idal	7
Roberts_vertical-Paso_alto_	26	Paso_alto_2-Paso_bajo	7
Roberts_vertical-Prewitt_vertical	26	Paso_alto_ -Paso_alto_	7
Roberts_vertical-Kirch_oeste	26	Roberts_vertical-Paso_alto_2	7
Prewitt_horizontal-Kirch_este	26	Roberts_vertical-Laplacian_2	7
Prewitt_horizontal-Kirch_oeste	26	Laplacian_1-Pira idal	7
Prewitt_vertical-Paso_bajo	26	Laplacian_1-Paso_alto_2	7
Prewitt_vertical-Kirch_norte	26	Laplacian_2-Paso_alto_1(Nitidez)	7
Prewitt_vertical-Kirch_sur	26	Laplacian_2-Roberts_horizontal	7
Kirch_este-Prewitt_horizontal	26	Laplacian_ -Kirch_norte	7

Kirch_oeste-Kirch_este	26	Relieve-Pro edio_ocho_vecinos	6
Kirch_norte-Pro edio_cuatro_vecinos	26	Paso_bajo-Paso_alto_2	6
Kirch_norte-Prewitt_vertical	26	Pro edio_ocho_vecinos-Paso_alto_2	6
Kirch_norte-Laplacian_1	26	Pro edio_cuatro_vecinos-Paso_alto_2	6
Kirch_sur-Prewitt_vertical	26	Paso_alto_2-Unifor e	6
Laplacian_1-Wei hted_line2	26	Paso_alto_2-Paso_alto_2	6
Laplacian_1-Wei hted_line4	26	Laplacian_2-Paso_alto_2	6
Unifor e-Kirch_este	25	Laplacian_2-Roberts_vertical	6
Pira idal-Paso_alto_	25	Laplacian_2-Laplacian_1	6
Pira idal-Prewitt_horizontal	25	Laplacian_2-Laplacian_2	6
Pira idal-Kirch_este	25	Laplacian_ -Paso_alto_2	6
Paso_bajo-Paso_bajo	25	Laplacian_ -Kirch_oeste	6
Paso_bajo-Pro edio_cuatro_vecinos	25	Laplacian_ -Laplacian_1	6
Paso_bajo-Prewitt_horizontal	25	Laplacian_ -Laplacian_	6
Paso_bajo-Prewitt_vertical	25	Unifor e-Paso_alto_2	5
Pro edio_ocho_vecinos-Prewitt_horizontal	25	Pira idal-Paso_alto_2	5
Pro edio_cuatro_vecinos-Paso_bajo	25	Relieve-Laplacian_1	5
Pro edio_cuatro_vecinos- Pro edio_cuatro_vecinos	25	Paso_alto_2-Pro edio_ocho_vecinos	5
Pro edio_cuatro_vecinos-Paso_alto_	25	Paso_alto_2-Diferencia_pix_horizontal	5
Pro edio_cuatro_vecinos- Prewitt_horizontal	25	Paso_alto_2-Diferencia_pix_verticall	5
Pro edio_cuatro_vecinos-Kirch_este	25	Paso_alto_2-Laplacian_	5
Paso_alto_ -Unifor e	25	Paso_alto_ -Laplacian_	5
Paso_alto_ -Pira idal	25	Laplacian_1-Unifor e	5
Paso_alto_ -Pro edio_ocho_vecinos	25	Laplacian_1-Pro edio_ocho_vecinos	5
Paso_alto_ -Paso_alto_1(Nitidez)	25	Laplacian_1-Laplacian_	5
Paso_alto_ -Wei hted_line2	25	Laplacian_2-Pira idal	5
Paso_alto_ -Wei hted_line4	25	Laplacian_2-Pro edio_cuatro_vecinos	5
Paso_alto_ -Laplacian_1	25	Laplacian_2-Kirch_sur	5
Diferencia_pix_horizontal- Prewitt_horizontal	25	Laplacian_2-Laplacian_	5
Diferencia_pix_verticall- Pro edio_cuatro_vecinos	25	Laplacian_ -Pira idal	5
Diferencia_pix_verticall-Prewitt_vertical	25	Laplacian_ -Paso_bajo	5
Diferencia_pix_verticall-Kirch_norte	25	Laplacian_ -Pro edio_cuatro_vecinos	5
Prewitt_horizontal-Paso_alto_1(Nitidez)	25	Laplacian_ -Paso_alto_	5
Prewitt_horizontal-Laplacian_1	25	Laplacian_ -Laplacian_2	5
Kirch_oeste-Paso_bajo	25	Paso_alto_2-Kirch_sur	4
Kirch_oeste-Pro edio_cuatro_vecinos	25	Laplacian_1-Paso_bajo	4
Kirch_oeste-Paso_alto_1(Nitidez)	25	Laplacian_1-Laplacian_2	4
Kirch_norte-Kirch_norte	25	Laplacian_2-Unifor e	4

Kirch_sur-Pro edio_cuatro_vecinos	25	Laplacian_2-Kirch_oeste	4
Kirch_sur-Kirch_sur	25	Laplacian_2-Kirch_norte	4
Kirch_sur-Laplacian_1	25	Laplacian_ -Unifor e	4
Wei hted_line2-Relieve	25	Laplacian_ -Pro edio_ocho_vecinos	4
Unifor e-Unifor e	24	Relieve-Paso_alto_2	
Unifor e-Pira idal	24	Relieve-Laplacian_	
Unifor e-Paso_bajo	24	Paso_alto_2-Kirch_este	
Unifor e-Pro edio_cuatro_vecinos	24	Paso_alto_2-Kirch_norte	
Unifor e-Paso_alto_	24	Laplacian_2-Paso_bajo	
Unifor e-Laplacian_1	24	Laplacian_2-Pro edio_ocho_vecinos	
Pira idal-Unifor e	24	Laplacian_2-Kirch_este	
Pira idal-Pira idal	24	Relieve-Laplacian_2	2
Pira idal-Paso_bajo	24	Paso_alto_2-Roberts_horizontal	2
Pira idal-Pro edio_ocho_vecinos	24	Paso_alto_2-Roberts_vertical	2
Pira idal-Pro edio_cuatro_vecinos	24	Paso_alto_2-Prewitt_horizontal	2
Relieve-Wei hted_line4	24	Paso_alto_2-Prewitt_vertical	2
Paso_bajo-Unifor e	24	Paso_alto_2-Kirch_oeste	2
Paso_bajo-Pira idal	24	Paso_alto_ -Relieve	2
Paso_bajo-Pro edio_ocho_vecinos	24	Roberts_vertical-Relieve	2
Paso_bajo-Laplacian_1	24	Laplacian_2-Prewitt_horizontal	2
Pro edio_ocho_vecinos-Pira idal	24	Laplacian_2-Prewitt_vertical	2
Pro edio_ocho_vecinos-Paso_bajo	24	Laplacian_ -Prewitt_horizontal	2
Pro edio_ocho_vecinos- Pro edio_cuatro_vecinos	24	Laplacian_ -Prewitt_vertical	2
Pro edio_cuatro_vecinos-Unifor e	24	Laplacian_1-Relieve	1
Pro edio_cuatro_vecinos-Pira idal	24	Laplacian_2-Relieve	1
Pro edio_cuatro_vecinos- Pro edio_ocho_vecinos	24	Laplacian_ -Relieve	1
Paso_alto_1(Nitidez)-Paso_alto_1(Nitidez)	24	Unifor e-Relieve	0
Paso_alto_2-Paso_alto_	24	Pira idal-Relieve	0
Diferencia_pix_verticall- Paso_alto_1(Nitidez)	24	Relieve-Relieve	0
Diferencia_pix_verticall-Paso_alto_	24	Paso_bajo-Relieve	0
Diferencia_pix_verticall-Laplacian_1	24	Pro edio_ocho_vecinos-Relieve	0
Prewitt_vertical-Prewitt_vertical	24	Pro edio_cuatro_vecinos-Relieve	0
Kirch_este-Pro edio_cuatro_vecinos	24	Paso_alto_1(Nitidez)-Relieve	0
Kirch_este-Kirch_este	24	Paso_alto_2-Relieve	0