# UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRÉS

## FACULTAD DE HUMANIDADES Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

## CARRERA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

## UNIDAD DE POSTGRADO

**TESIS DE MAESTRÍA**

# ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA DEL CALCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL EN EL NIVEL DE PREGRADO DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA DE LA UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRÉS EMPLEANDO EL SOFTWARE MATEMÁTICO

**MAESTRANTE:** ING. JUAN CARLOS QUISPE APAZA

**TUTORA:** DRA. WILMA AMUSQUIVAR CABALLERO PhD.

**LA PAZ – BOLIVIA**

**2018**

# ÍNDICE

## ÍNDICE DE TABLAS

## ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

# *AGRADECIMIENTOS*


A Dios, por ser mi guía y su infinita misericordia.

A mis padres y mis hermanas, por su apoyo incondicional en las buenas y en las malas.

A mi compañera de vida Carla Gabriela Aruquipa Zambrana, por su amor, compañía, confianza y apoyo.

A la Ing. Wilma Amusquivar Caballero, por la paciencia, la enseñanza y apoyo incondicional brindado desde el primer momento de mi formación, por sus palabras de aliento y tiempo dedicado para que la presente tesis llegue a su culminación.

A la Universidad Mayor de San Andrés, casa de estudios que tiene la noble labor de formar futuros profesionales al servicio del país.

A los docentes de la Facultad de Ingeniería, por haberme transmitido todo el bagaje de conocimientos con el que actualmente me desempeño profesionalmente.

A la Carrera de Ciencias de la Educación, que mediante su Departamento de Post Grado, me permitió formarme desde el Diplomado hasta la Maestría en Ciencias de la Educación.

*Ing. Juan Carlos Quispe Apaza*

**ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA DEL CALCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL EN EL NIVEL DE PREGRADO DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA DE LA UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRÉS EMPLEANDO EL SOFTWARE MATEMÁTICO**


## ABSTRACT

The present thesis work describes the current way in which Calculus I is taught in the Engineering Faculty of the Universidad Mayor de San Andrés, a subject of the first semester whose topics are concentrated in the teaching of differential calculus and comprehensive calculation studies concerning the branch of higher mathematics, chapter 1 discusses the importance of differential and integral calculus in science and engineering, as well as the need to find new strategies for teaching this subject, which demands rigor and ability of abstraction, the objectives and justification of the study are presented at the end of the chapter, chapter 2 describes the teaching method of the subject currently in the Faculty of Engineering, a history of student performance is presented the last 10 semesters, It also describes the experiences of foreign universities using the active teaching method a of the higher mathematics focused on the student, its successes and recommendations, it is also described to the mathematical software as teaching strategy in this active teaching model, in chapter 3 the methodology that will be followed for the implementation of the Geogebra programs is described , Wólfram Mathematica and Matlab whose purpose is to carry out 6 practical activities that students must complete. Chapter 4 presents the results of the implementation of the software strategy on two samples: sample 1 and sample 2, where in the first the strategy was not implemented and in the second where the strategy was implemented, it is shown if it exists significant difference between the average grade in both groups or samples, being statistically shown that the average grade in the second group is higher than the average grade of the first group, with a significance of 95%, in chapter 5 the conclusions are presented and study recommendations, which are totally favorable in the teaching of the subject of Calculus I, achieving to increase the significant learning in the student as well as the performance and percentage of approved in the management.

## RESUMEN

El presente trabajo de tesis de maestría, describe la forma actual en la que se enseña la materia de Calculo I en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Mayor de San Andrés, materia de primer semestre cuyos tópicos se concentran en la enseñanza del cálculo diferencial y calculo integral estudios concernientes a la rama de la matemática superior, en el capítulo 1 se expone la importancia del Cálculo diferencial e integral en las ciencias e ingeniería, así como la necesidad de encontrar nuevas estrategias de enseñanza de esta materia, que demanda rigurosidad y capacidad de abstracción, al final del capítulo se exponen los objetivos y justificación del estudio, en el capítulo 2 se describe el método de enseñanza de la materia actualmente en la Facultad de Ingeniería, se presenta un historial del rendimiento de los estudiantes los últimos 10 semestres, también se describe las experiencias de universidades del extranjero empleando el método de enseñanza activa de la matemática superior enfocada en el estudiante, sus aciertos y recomendaciones, también se describe al software matemático como estrategia de enseñanza en este modelo de enseñanza activa, en el capítulo 3 se describe la metodología que se seguirá para la implementación de los programas Geogebra, Wólfram Mathematica y Matlab cuya finalidad es la realización de 6 actividades prácticas que los estudiantes deben realizar. En el capítulo 4 se presentan los resultados de la implementación de la estrategia del software sobre dos muestras: muestra 1 y muestra 2, donde en la primera no se implementó la estrategia y en la segunda donde sí se implementó la estrategia, se muestra si existe diferencia significativa entre la promedio de nota en ambos grupos o muestras, demostrándose estadísticamente que el promedio de notas en el segundo grupo es mayor al promedio de notas del primer grupo, con una significancia del 95%, en el capítulo 5 se presentan las conclusiones y recomendaciones del estudio, que son totalmente favorables en la enseñanza de la materia de Calculo I, logrando incrementar el aprendizaje significativo en el estudiante así como el rendimiento y porcentaje de aprobados en la gestión.

# CAPITULO I INTRODUCCIÓN

La matemática al ser una rama muy abstracta, generalmente siempre gozó de una reputación nada amigable desde la época escolar, la idiosincrasia llevo a crear un concepto erróneo de la matemática como una ciencia complicada y de difícil comprensión.

El MINISTERIO DE EDUCACIÓN (2004) señala que:

> En el año 2000, las pruebas de rendimiento en primaria, en las escuelas que aplicaron el programa de reforma educativa mostraron los niveles más bajos en rendimiento en Matemática, los factores asociados a este nivel son los recursos pedagógicos empleados, la organización del aprendizaje y los recursos humanos. (pág. 26).

La transición de la escuela secundaria a la universidad presenta grandes dificultades para una parte importante de los estudiantes con cursos de matemáticas. Se analizaron varias razones de estas dificultades entre ellas, los exámenes de ingreso a la universidad, los exámenes parciales una vez que el estudiante ingresa, muchos entendidos señalan que el conocimiento matemático no se está midiendo de forma adecuada. Buscando una respuesta a esta realidad las universidades han planificado y desarrollado diferentes tipos de actividades para reducir las tasas de fracaso en estudiantes que cursan materias de matemática superior, y proporcionar a los estudiantes habilidades matemáticas para superar sus cursos y su futuro aprendizaje.

En el nivel del pregrado de la Universidad, la matemática sigue siendo una materia muy dogmatizada, en parte a esta concepción errónea en las universidades existe una gran cantidad de estudiantes reprobados en estas materias.

Muchas Universidades están haciendo cambios, en 2012, el departamento de matemáticas en la Universidad de Nebraska Lincoln, amplió el tiempo de clase, capacitó a los asistentes de enseñanza con técnicas de aprendizaje activo.

Parafraseando con la investigadora Karen Shakerdge, la universidad de Nebraska Lincoln consiguió tablas propicias para que los estudiantes trabajen juntos. Inicialmente la tasa de aprobación de los alumnos disminuyó del 62 al 59 por ciento. Pero luego, después de algunos retoques y ajustes, subió al 80 por ciento en el año 2013 y no ha bajado desde entonces. (SHAKERDGE, 2016)

Interpretando el informe mundial para la educación de la (UNESCO, 1998) , expresa que las clases magistrales pueden coexistir con otras técnicas y actividades pedagógicas: seminarios, experimentaciones, vídeos, foros de debate, recursos tecnológicos, etc.

Éstas innovaciones no representan una alteración o modificación sustantiva en el modelo clásico de enseñanza universitaria: los apuntes, los libros y las clases magistrales del o la docente tutor(a), junto con el examen, siguen siendo los elementos o componentes centrales del proceso didáctico que se desarrolla en las aulas universitarias.

En la actualidad las nuevas exigencias de la educación están cambiando, el uso de la tecnología en el campo educativo cada vez toma más importancia. En esta era llamada "Era de la Información", nos enfrentamos con la necesidad de introducir innovaciones en el proceso enseñanza aprendizaje con el fin de mejorar la calidad educativa, la cultura digital por la que atravesamos permite utilizar más y mejores recursos como bases de datos, bibliotecas digitales, multimedia, buscadores, tutoriales, plataformas educativas y programas (software) que apoyan en la construcción de conocimientos.

En Matemáticas el buen uso de los paquetes informáticos (programas de cálculos y análisis) representan para el docente una opción didáctica complementaria, así como para los estudiantes, pero que sin embargo requiere de un cierto tiempo para su utilización y adaptación, que actualmente ha mejorado en gran medida, ya que la mayoría de estos programas se emplean en forma intuitiva, superando así la barrera que existía a finales de los años 90, en los cuales se exigía un conocimiento relativamente avanzado en programación, para la utilización de la mayoría de los programas matemáticos.

Según (MARYIANELA, 2016)

> En esta nueva sociedad basada en el conocimiento, en la que se reconoce que la rapidez, seguridad y acceso a la información juegan un papel trascendental, la incorporación de las computadoras en los diferentes ámbitos del quehacer humano es inevitable y su radio de acción pareciera no detenerse, incluyendo la Educación en todos los niveles. La utilización de herramientas informáticas en la Educación puede potenciar una nueva concepción de los procesos de enseñanza y aprendizaje, en la que el docente y el estudiante se benefician. (pág. 39).

En el modelo pedagógico tradicional “aprender consiste en memorizar y repetir en forma fidedigna la información transmitida por el profesor, valorándose la capacidad del estudiante de reproducir los conocimientos, narrados y expuesto por el docente, que aluden a la realidad como un algo estático sin dinámica” (HERBAS, 2013, pág. 12). El docente es el protagonista de este esquema transmisivo, el desarrolla todo el ciclo de enseñanza, actuando como transmisor de datos e información, en muchos casos, ajenos a la realidad y conocimientos de los estudiantes, el aprendizaje es un acto de autoridad y disciplina. La evaluación es de carácter sumativo y se sustenta en pruebas diseñadas con el propósito de promover a los estudiantes al grado superior en caso de que se demuestre la suficiencia.

Sin embargo las nuevas tendencias desde ya hacia algunos años promueven que la educación debe evolucionar al igual que la sociedad, pero esta evolución no es posible si está anclada solamente en métodos tradicionales que aportan seguridad al profesorado por su larga trayectoria de utilización, seguir una explicación de un maestro en la pizarra, un libro de texto realizar unos ejercicios, no consiguen en la mayoría de los casos que se interioricen los contenidos. Vivir en matemáticas debería conllevar ver números naturales en las calles, entender el consumo de energía eléctrica en una factura, encontrar una utilidad real es el enfoque que se pretende dar en Ingeniería a las Matemáticas.

La presente tesis tiene como propósito el de investigar la contribución del software de aplicación en el proceso de enseñanza aprendizaje en la materia de Cálculo I, asignatura perteneciente a la currícula de primer año de la Carrera de Ingeniería, estudiando cuan beneficioso o nulo es la incorporación de este recurso tecnológico en el proceso de enseñanza aprendizaje de la materia.

Actualmente se cuentan con diversos medios tecnológicos, para la enseñanza y aprendizaje del ***Cálculo diferencial e integral***, existe una diversidad de software (Programas Matemáticos), ya sea para un ordenador de escritorio, computadora portátil y actualmente aplicaciones para celular, el proyecto implementara este recurso tecnológico como estrategia de enseñanza y aprendizaje de la materia.

## 1.1 Planteamiento del Problema de Investigación

Los cursos directamente relacionados con las matemáticas en los primeros años de estudios universitarios concentran un alto porcentaje de fallas en los nuevos estudiantes. Las universidades han planificado y desarrollado diferentes tipos de actividades con estudiantes y profesores a fin de reducir estas tasas de fracaso y por otro lado, proporcionar a los estudiantes las habilidades matemáticas que son necesarias en los estudios en materias posteriores de pregrado.

Muchos estudiantes experimentan las matemáticas como un obstáculo para otros campos, como la ciencia, la tecnología y la ingeniería. De hecho, alrededor del 50 por ciento de los estudiantes no aprueba Álgebra y Calculo con una calificación superior a la mínima, esta situación es alarmante para las Universidades, que predispone a que los estudiantes pueden quedarse atrapados varios semestres u años en esas materias, como consecuencia provocan que el estudiante deje la universidad.

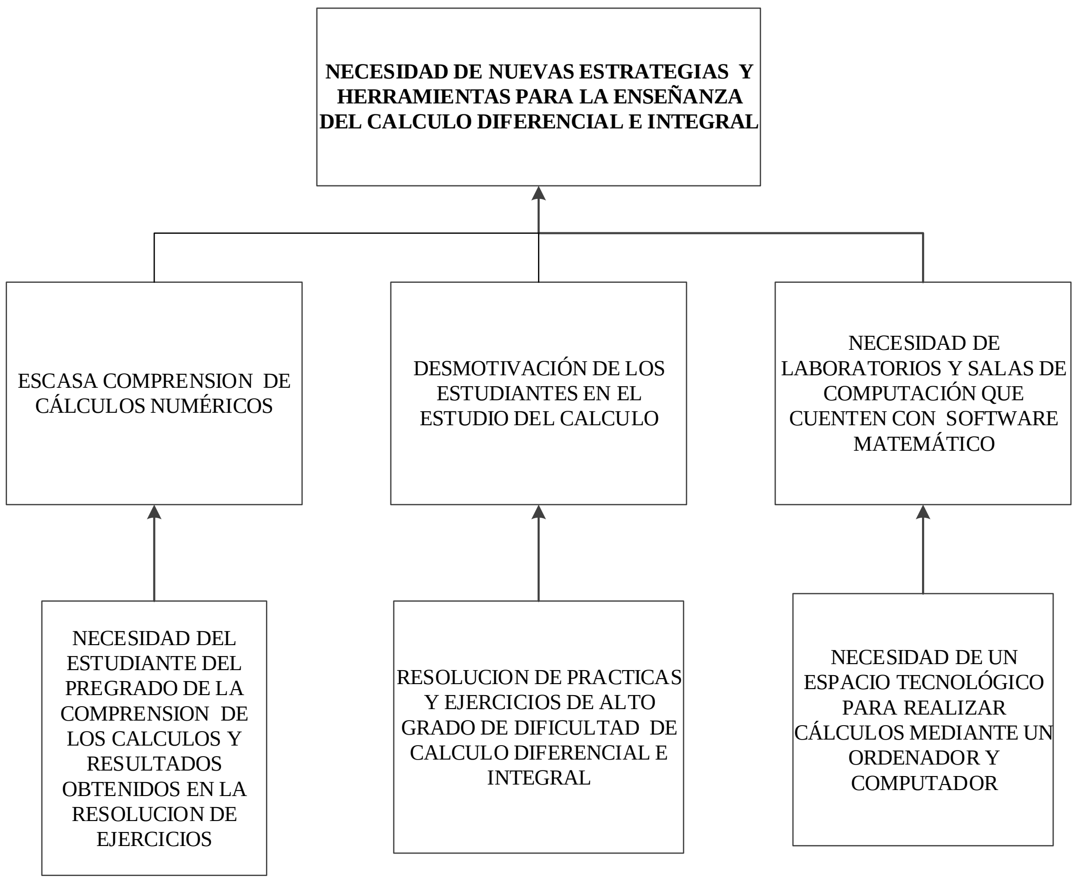
### 1.1.1 Formulación del Problema de Investigación

El problema se enuncia en una pregunta de investigación:

¿Es posible mejorar el proceso de aprendizaje de los estudiantes de la materia de ***Cálculo I*** de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Mayor de San Andrés empleando Programas Matemáticos (Software)?

## 1.2 Árbol de Problemas

*Ilustración 1: Árbol de Problemas*




**Fuente:** Elaboración propia

## 1.3 Justificación

La investigación es de suma importancia para el cumplimiento de la misión de la facultad de ingeniería la cual es "la formación con calidad, de Ingenieros idóneos de reconocida calidad y excelencia académica en todos sus niveles" (INGENIERIA, 2018, pág. 1), es de relevancia para los estudiantes de primer año que cursan la materia de Calculo I, con un valor practico ya que se quiere que el aprendizaje sea significativo de la asignatura, con base a una enseñanza centrada en el estudiante empleando como recurso el uso de programas matemáticos (software).

## 1.4 Alcance y Delimitación

La presente investigación se llevara a cabo en el primer año de carrera de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Mayor de San Andrés, en el Paralelo M de la Asignatura de Calculo I (MAT-101), perteneciente al curso básico de esta casa de estudios.

## 1.5 Objetivo General

Determinar una estrategia didáctica para fortalecer el proceso de aprendizaje de los estudiantes en la materia de Cálculo I de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Mayor de San Andrés, mediante el uso de software matemático (Matlab, Wolfram Mathematica y Geogebra).

### 1.5.1 Objetivos Específicos

- ✓ Realizar un diagnóstico de la situación actual de la enseñanza de la materia de Cálculo I en la Facultad de Ingeniería de la UMSA.

- ✓ Identificar los medios y elementos necesarios para la implementación del software, así como los canales de comunicación entre docente y estudiante para un óptimo rendimiento de la estrategia.

- ✓ Implementar los Programas Matemáticos (Software): Matlab, Wolfram Mathematica y Geogebra, en el paralelo M de la materia de Calculo I.

- ✓ Efectuar una comparación entre los resultados obtenidos en el paralelo M en el cual se aplicará la estrategia del software y otro paralelo del Calculo I, en el cual no se aplicará la estrategia del software, midiendo el rendimiento de los estudiantes en ambos paralelos, empleando un estudio estadístico con la distribución probabilidad t de student, para pruebas de significancia.

- ✓ Identificar las variables independientes que sean más significativas para un óptimo rendimiento de la estrategia.

# CAPITULO II MARCO TEÓRICO

## 2.1 Conceptos y Definiciones

**Software**

“El Software son los programas de aplicación y los sistemas operativos que permiten que la computadora pueda desempeñar tareas inteligentes, dirigiendo a los componentes físicos o hardware con instrucciones y datos a través de diferentes tipos de programas” (MILENIUM, 2017)

Se forma por un conjunto de instrucciones o programas. Los programas son una secuencia de órdenes que se le dan una computadora u ordenador para la realización de un fin. Todos los juegos de video, sistemas operativos y programas de aplicación, programas de internet, son software.

El software de aplicación nos ayuda a realizar una tarea específica, como crear un documento, manipular una imagen, crear juegos, música, juegos. Al software de aplicación también se le llama paquetes, paquetería o simplemente aplicaciones, tenemos por ejemplo:

- Software de entretenimiento
- Software de procesamiento de textos
- Software de diseño grafico
- Software de cálculo y análisis
- Software de Información
- Software de comunicación y conectividad
- Software financiero.

**Estrategia de Enseñanza**

“Las estrategias de enseñanza  se definen como los procedimientos o recursos utilizados por los docentes para lograr aprendizajes significativos en los alumnos” (NOLASCO DEL ANGEL, 2017).

## 2.2 La Enseñanza Tradicional de la Matemática

### 2.2.1 El Problema de la Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática

Uno de los problemas trascendentales en el proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática tienen que ver con el desarrollo mental del educando, en otras palabras, tanto al estudiante como al docente no se le facilita la comprensión lógica de esta ciencia exacta, ya que no es de ninguna manera fácil hacer que fluya el pensamiento abstracto en el estudiante y se nota más cuando el docente no tiene fuertes fundamentos analíticos deductivos y de análisis que se requiere en la matemática para hacer de ella una práctica científica habitual.

Según (GIL PEREZ & DE GUZMAN OZAMIZ, 1993)

> La complejidad de la matemática y de la educación sugiere que los teóricos de la educación matemática, y no menos los agentes de ella, deban permanecer constantemente atentos y abiertos a los cambios profundos que en muchos aspectos la dinámica rápidamente mutante de la situación global venga exigiendo. (pág. 64).

También influyen de una manera particular la metodología y las estrategias didácticas que el docente utilice para pretender enseñar las matemáticas, ya que de ello dependerá en cierta forma que se aprenda correctamente la matemática y sobre todo la aplicación de esta en la resolución de problemas concernientes al ámbito de la Ingeniería.

La matemática como ciencia exacta en el universo del conocimiento científico, tiene los más claros resultados, con todos los fundamentos comprobables y por ello es necesario que en su enseñanza se apliquen los métodos didácticos para que se pueda comprender y sobre todo interpretar cada resultado expuesto en el orden matemático, es claro que como ciencia exacta no puede darse margen al error, la exactitud existe y lo importante es que al aplicar matemática a la vida diaria y cotidiana muestre la misma fidelidad de lo que es ella.

La enseñanza de la matemática implica una simbolización adecuada que permita al estudiante presentar de manera eficaz la teoría que emplea, la operaciones y manipulaciones matemáticas de una manera racional y rigurosa que permitan manejar un conocimiento nuevo y combinarlo con el que ya tiene, un buen dominio de la realidad a la que se dirigen estas enseñanzas, primero de manera racional, del modelo mental que se construye en cada estudiante y después de la realidad exterior. Cada docente tiene su forma de enseñanza, pero lo que no puede cambiar es la autenticidad de esta ciencia, sus fundamentos y leyes seguirán siendo los mismos, no importando el lugar en que se aplique, son cualidades que identifican claramente a las matemáticas.

### 2.2.2 La matemática en la Educación Escolar y Universitaria

La educación en primaria representa un espacio cognoscitivo y sociocultural para el estudiante, en estos primeros años escolares que el estudiante se encuentra de frente con la ciencia de las matemáticas, en este nivel se debe apropiar incipientes conocimientos que le servirán en la posterioridad para poder desarrollar un pensamiento lógico abstracto.

La enseñanza de la matemática implica, además del conocimiento profundo del tema, una búsqueda sistemática y constante de estrategias tendientes a satisfacer los propósitos educativos. El conocimiento o dominio, por parte del maestro, de una disciplina, aunque fundamental, no es suficiente para comunicar, convencer, motivar, encausar y propiciar actitudes positivas en los estudiantes.

La utilización de nuevas tecnologías en la enseñanza esta, sin duda plenamente justificada, si tenemos en cuenta que uno de los objetivos básicos de la educación ha de ser la preparación de personas para ser ciudadanos de una sociedad plural, democráticamente y tecnológicamente formada, por todo esto es imperativo, que en las escuelas y universidades los medios tecnológicos sean incorporados para este propósito y resolver el problema que representa la presencia de la matemática en la formación de recurso humano.

Se trata de poner al estudiante en contacto con la realidad matemática, el acercamiento inicial a la enseñanza y aprendizaje de la matemática puede darse a través de una modelización de la realidad, diseño de juegos, etc. Este propósito puede conseguirse con la utilización de software (Programas) Matemáticos. La matemática es una ciencia muy importante, utilizada en todo momento en la vida cotidiana, no es exclusiva de algunas carreras profesionales, toda persona con o sin estudios emplea matemáticas en su cotidiano vivir desde operaciones básicas hasta los más complejos diseños como en Ingeniería.

Se busca que a través de nuevas estrategias de enseñanza aprendizaje como el software, los conocimientos matemáticos sean de fácil comprensión, y se entienda a esta como herramienta flexible y adaptable, para enfrentar problemáticas reales del entorno actual, desarrollando habilidades que permitan aplicar en forma independiente e integrada aritmética, algebra y geometría, ramas de la matemática que se conjuncionan en otra rama muy importante “”***El análisis matemático (El Cálculo Infinitesimal)”.***

## 2.3 Características de la Enseñanza Tradicional

Básicamente la enseñanza tradicional está encargada y centrada más que nada en el contenido y en el profesor o maestro y no así en el alumno o estudiante, debido a esto existe mucho tiempo destinado a que el estudiante aprenda en forma memorística conocimientos enciclopedistas; aquí el conocimiento memorístico de contenidos elementales que se encuentran consignados en el programa de estudios son relevantes para el docente. Por esto no se toma en cuenta al estudiantado, según esta teoría no se puede perder tiempo en el dialogo con los alumnos, pues consumirían mucho tiempo que impedirían acabar el programa de estudios. Este tipo de enseñanza que se enfoca en cumplir todos los contenidos de una asignatura ha permeado de alguna forma un aprendizaje significativo de los estudiantes.

La enseñanza tradicional del siglo XVII, significaba método y orden, a continuación se describen características de esta forma de enseñanza.

- **Magistrocentrismo**

El maestro es la base y condición del éxito de la educación, al él le corresponden organizar el conocimiento, elaborar los contenidos de la materia que ha de ser aprendida, trazar el camino que sus estudiantes han de recorrer. El docente es el modelo y el guía, al que se debe imitar y obedecer. La disciplina y el cumplimiento se consideran fundamentales, las tareas son suficientes para desarrollar las virtudes humanas de los alumnos. El castigo, el reproche son estimulantes para el progreso de los estudiantes.

- **Enciclopedismo**

La clase y la vida colectiva son organizadas, ordenadas y programadas, existe un contenido o programa de la asignatura que debe ser cumplido en su totalidad, esta es la expresión de esta organización y orden, el estudiante desarrolla sus actividades de acuerdo a un texto base que contiene los contenidos a avanzarse en el curso.

- **Verbalismo y Pasividad**

El método de enseñanza será el mismo para todos los estudiantes, el repaso y repetición de lo que el docente enseño tienen un papel fundamental en este método.

La enseñanza verbalista en matemática tiene una larga tradición y los alumnos están acostumbrados a ella. Por tradición los alumnos toman notas de apuntes que después trataran de memorizar al momento de estudiar para los exámenes.

El docente está acostumbrado a cubrir en su totalidad los extensos programas y no se da el tiempo para generar el dialogo y fomentar las intervenciones de los estudiantes. La enseñanza tradicional es un proceso de continuidad deliberada, sin embargo puede demostrarse que la continuidad necesaria de los contenidos es más significativa que una continuidad total de los contenidos, pues en ambos las formas de aprendizaje son diferentes.

Dentro de los sistemas educativos tradicionales se ha buscado que el estudiante adquiera el dominio de los conceptos, signos y simbología matemática, aun antes de que pueda ponerlos en la práctica, antes que este pueda comprenderlos.

La filosofía de la escuela tradicional, considera que la mejor forma de preparar al estudiante, es formar su inteligencia, su capacidad de atención y de esfuerzo. Se le da gran importancia a la transmisión de los conocimientos y de la cultura, se les considera de gran utilidad para el progreso del estudiantado, es una filosofía que aún perdura en la educación de la matemática actual.

La filosofía de la enseñanza tradicional perdura, quizás porque generaciones han delegado el mismo currículo, según entrevistas con los docentes esto demuestra que las nuevas generaciones de docentes enseñan de la misma forma en que sus docentes les enseñaron a ellos, limitando de esta forma el aprovechamiento de las nuevas tecnologías de enseñanza que se generaron en las últimas décadas, predisponiendo a que el proceso educacional quede estancado a comparación de la forma en la que se enseña en países desarrollados en los que se aprovecha al máximo todos los recursos tecnológicos en educación.

## 2.4 Teorías que sustentan la enseñanza tradicional

Desde principios del siglo XX, se generó una preocupación por identificar las dificultades que obstaculizan el aprendizaje, las teorías de desarrollo humano se ocupan de la persona desde el punto de vista moral, emocional, racional, entre otro aspectos que aportan al conocimiento de los factores que afectan el aprendizaje. A lo largo de la historia, el estudio de la matemática se ha realizado desde perspectivas diferentes.

Existen partidarios de un aprendizaje de las habilidades matemáticas basadas en la práctica, el ejercicio y la aplicación; y los partidarios que defienden que es necesario comprender los conceptos los matemáticos teóricos o fundamentalistas, estos últimos indican que la enseñanza debía centrarse principalmente en la significación y comprensión de los conceptos.

### 2.4.1 Teorías Conductistas

- **Teoría del Aprendizaje de Thorndike**

El aprendizaje se realiza a través de asociaciones entre estímulos y respuestas, el establecimiento de las conexiones depende esencialmente de la proximidad en el tiempo entre estímulo y la respuesta, una larga dilatación temporal impide la conexión.

- **El condicionamiento clásico de Pavlov**

El condicionamiento clásico es un tipo de aprendizaje y comportamiento que consiste en aparear un estímulo natural con su respuesta natural y conectarlo con un segundo estímulo para generar una respuesta que no se da naturalmente, de otra manera el condicionamiento clásico es el mecanismo más simple por el cual los organismos pueden aprender acerca de las relaciones entre estímulos y cambiar su conducta en conformidad con las mismas. Permite a los seres humanos y animales aprovecharse de la secuencia ordenada de eventos de su ambiente y aprender qué estímulos tienden a ir con qué eventos. Igualmente señala que la interferencia, es decir, la confusión producida por estímulos similares como ser la distracción es un fenómeno que frecuentemente sucede en el aprendizaje humano.

Se enfoca en el aprendizaje de respuestas emocionales o psicológicas involuntarias, temor, incremento de ritmo cardiaco, salivación, sudoración, etc. En ocasiones llamados respondientes porque son respuestas automáticas o estímulos. A través del proceso del condicionamiento clásico es posible capacitar a animales y a humanos para reaccionar de manera involuntaria a un estímulo que antes no tenía ningún efecto. El estímulo llega a producir o generar la respuesta en forma automática.

- **El Condicionamiento operante de Skinner**

El término de condicionamiento operante hace referencia al proceso por el que la frecuencia de presentación de una conducta queda modificada por sus consecuencias.

Así, la probabilidad de aparición de una conducta operante está determinada, principalmente, por los hechos que sucedieron después de realizar esta conducta en el pasado. Skinner introdujo el término de conducta operante para definir todas aquellas respuestas que tienen el mismo efecto sobre el ambiente. En este sentido, la conducta operante de pulsar la palanca puede ser ejecutada por una rata realizando diferentes respuestas, como por ejemplo, pulsar con una pata, con el morro o con la cola. Todas estas respuestas constituyen el mismo operando.

Este aparato permitía que un animal como una rata aprendiera una conducta arbitraria como es pulsar una palanca, siempre que la realización de esta conducta fuera seguida de la presentación inmediata de comida que reforzaría esta conducta operante.

El condicionamiento operante es una forma de enseñanza, mediante la cual un sujeto tiene más probabilidades de repetir las formas de conducta que conllevan consecuencias positivas y menos probabilidad de repetir las que conllevan problemas negativos. Es un tipo de aprendizaje asociativo, este tiene que ver con el desarrollo de nuevas conductas en función de sus consecuencias, y no con la asociación entre estímulos y conductas como ocurre en el condicionamiento clásico.

### 2.4.2 Teorías Constructivistas

- **Teoría de la Gestalt**

Explica que somos parte de algo mayor, un campo que se autorregula, se autogenera, de adapta, aprende, se desarrolla y en el que existen innumerables conexiones de todo con las partes, si bien por un lado nos ciñe al funcionamiento de la totalidad, nos permite completarlo a partir de nuestras acciones. La determinación de este campo surge de un movimiento de influencia recíproca entre la parte y el todo. Afirma que cuando registramos nuestros pensamientos sobre nuestras sensaciones en el primer momento no nos fijamos en los detalles, pero luego lo colamos en nuestra mente formando parte de entidades o patrones organizados y con significados, el pensamiento de ser parte de una unidad con el todo de tal forma que la mente agrupa objetos similares para llegar a una conclusión del todo, esta relación como puede verse es recíproca entre el todo y la parte.

- **Teoría de Piaget**

El aprendizaje consiste en el conjunto de mecanismo que el organismo pone en movimiento para adaptarse al medio ambiente, se entiende el aprendizaje como una reorganización de las estructuras cognitivas existentes en cada momento. Es decir para él, los cambios en nuestro conocimiento, esos saltos cualitativos que nos llevan a interiorizar nuevos conocimientos a partir de nuestra experiencia, se explican por una recombinación que actúa sobre los esquemas mentales que tenemos a disposición.

La teoría de Piaget afirma que el aprendizaje se da mediante dos movimientos simultáneos o integrados, pero de sentido contrario la asimilación y la acomodación. Por asimilación el organismo explora el ambiente y adquiere conocimiento que después transforma y las incorpora a sí mismo. Por acomodación el organismo transforma su propia estructura para adecuarse a la naturaleza de los objetos que serán aprendidos.

En conclusión se puede decir que la teoría cognitiva es la que se encarga de los procesos a través de los cuales el individuo obtiene conocimiento del mundo y toma conciencia de su entorno y los resultados que obtiene.

- **Teoría de enseñanza intuitiva**

Esta teoría ofrece elementos sensibles a la percepción y a la observación de los estudiantes. Según (PIAGET, PSICOLOGIA Y PEDAGOGIA, 1973)

> Se insiste en el papel de las presentaciones intuitivas y ocurre a menudo que pedagogos bien intencionados imaginan que la ventaja principal de los métodos activos es reemplazar la abstracción por contactos concretos mientras que existe una construcción activa de lo abstracto.

Esta teoría también se calificó como sensorial-empírica, la cual hallaba su origen en todas las ideas, la experiencia sensible y le atribuía al sujeto un papel mínimo en la adquisición de conocimientos. En un principio el alumno era considerado como un material sobre el cual se imprimían conocimientos suministradas por los sentidos, lo único que variaba entre alumnos era su grado de sensibilidad que cada uno poseía, es decir la capacidad de recibir impresiones y la aptitud de extraer los elementos comunes a las diferentes imágenes comúnmente dominadas por la facultad de la abstracción.

El análisis de los procedimientos de la enseñanza intuitiva, muestra que es necesario acudir a técnicas didácticas que no derivan en manera alguna de la psicología sensual-empirista. El valor que se le atribuye a la teoría intuitiva se funda en efecto, en que satisface una de las condiciones indispensables para adquirir la mayor parte de las nociones y operaciones, la utilización de la enseñanza de ciertos datos intuitivos (figuras geométricas, objetos, ilustraciones, modelos, relieves, etc.), solo con estos materiales las nociones y operaciones pueden ser elaboradas.

- **Teoría Social Cognoscitiva**

Es una teoría conductista de la imitación basada en la premisa de que el aprendizaje más importante requiere modelos de varias clases que actúen como influencias sociales en el alumno. En otro nivel es una teoría cognoscitiva ya que conoce la importancia de nuestra capacidad de pensar, simbolizar, representar relaciones causa-efecto, para anticipar los resultados de la conducta. Sustenta que el aprendizaje y el comportamiento humano proceden de observar e imitar la conducta de modelos.

Cada una de estas teorías refleja diferencia en la naturaleza del conocimiento, como se adquiere este y que significa aprender, y que estrategias se deben emplear para atraer la atención de los estudiantes en las actividades, estas teorías insisten en la modificación de la conducta. Después de haber analizado la conducta observable en función de la interacción entre herencia y ambiente, consideran que la mayor parte de la conducta humana es aprendida y por lo tanto susceptible de ser modificada mediante técnicas adecuadas de trabajo (reforzamiento, modelado, etcétera).

Hay que destacar que en su momento el método tradicional, fue óptimo y eficazmente aplicable, pero el avasallamiento de los recursos tecnológicos en la didáctica, así como la apertura de los medios electrónicos en la educación permitieron desarrollar novedosos modelos de enseñanza que vienen a ser una solución interesante al problema educativo.

Si en estos tiempos actuales en los que la ciencia va diariamente en aumento y la gran innovación mundial sigue su curso, se sigue sosteniendo que la enseñanza tradicional sin ningún tipo de adaptación tecnológica es correcta, las potencias mundiales sobrepasaran en demasía a los países que siguen con el modelo tradicional de enseñanza empleando su gran capacidad de aprendizaje, al cual llegaron empleando todos los recursos tecnológicos a su alcance.

## 2.5 La enseñanza Activa de la Matemática

La enseñanza activa de la matemática busca que el estudiante adquiera el dominio de los conceptos, signos, símbolos y leyes matemáticas, el cual se puede entender como el manejo abstracto de resoluciones matemáticas, aun antes de ponerlos en práctica. Se busca que el docente cambie su forma de enseñanza en la cual se han propuesto diversas alternativas, en este método activo la tarea del profesor es la dirigirse fundamentalmente hacia el estudiante para su desarrollo personal y social.

Actualmente la matemática ha recibido un sin número de críticas injustificadas, entre las cuales se le acusa de demasiada abstracción y falta de práctica, por parte del profesorado. La amplitud del contenido de la nueva enseñanza de la matemática se debe a que entre el paso de la matemática tradicional a la matemática activa se han descubierto muchos conceptos nuevos, como fruto de la evolución del tiempo. Se puede afirmar que el contenido actual de la matemática es el mismo de ayer señalando que se incorporó una nueva ordenación de los contenidos y una nueva estructura. La simbología usada se adecuo al cambio generacional, el lenguaje actual de los ordenadores y la teoría de la información posibilitan una oportunidad para el aprendizaje de la matemática.

La matemática activa toma en cuenta al profesorado como un agente fundamental para el desarrollo educativo, que debe brindar una formación continua y fomentar un desarrollo educativo compartido, la matemática activa se relaciona con diversas disciplinas como la psicología y educación, ciencias exactas y ciencias sociales aplicadas. El estudiante aprende dentro y fuera de la institución educativa, la matemática es una forma de actividad humana.

Interpretando el texto de David Carraher y Analucia Schliemann el aprendizaje de las matemáticas en el salón de clases es un momento de interacción entre las matemáticas organizada por la comunidad científica, es decir las matemáticas formales y las actividades matemáticas (CARRAHER & SCHLIEMANN, 2002).

Los diferentes programas de investigación ponen de manifiesto que no se dispone de un solo modelo de enseñanza y que estos dependen de gran parte de los objetivos de la institución y de las habilidades y conocimientos que posea cada estudiante. Para obtener un mejor aprovechamiento en la enseñanza de la matemática es necesario, replantear los objetivos, donde se le permita al profesorado la reconstrucción del conocimiento didáctico de la matemática a partir de situaciones problemáticas abordables desde diferentes perspectivas.

- ✓ Modelos de estrategias específicas, cuando estas no son directamente accesibles por el profesorado sin ninguna preparación explicita.

- ✓ Uso de conocimientos informales, de estrategias intuitivas para la resolución de problemas.

- ✓ Construcción del conocimiento a partir de la cultura y el contexto, además de las interacciones con otras personas.

Muchos docentes tienen ilusiones de que si ellos enseñan bien los conceptos matemáticos, los estudiantes tienen que aprenderlos bien, sin embargo el proceso de aprendizaje requiere cierto tiempo que en ocasiones suele ser largo, ya que los estudiantes no poseen el mismo nivel de entendimiento y no siempre aunque se explique bien se aprende bien.

### 2.5.1 La matemática activa en el currículo

La matemática es una ciencia que está ligada a todas las demás ciencias, es saber hacer (habilidades), saber (conocimientos), saber ser (valores y actitudes), es una ciencia en la que los métodos predominan sobre los contenidos, que se desean que los alumnos adquieran durante su formación académica.

La integración del currículum ha sido parte de la escena educativa americana, el objetivo al enseñar matemáticas es ayudar a que todos los estudiantes desarrollen una capacidad matemática. Los estudiantes deben desarrollar la comprensión de los conceptos y procedimientos matemáticos, desarrollar una conciencia racional de la importancia de esta ciencia y la utilidad de la misma en todos los ámbitos del desarrollo humano. Docentes y estudiantes deben adquirir la habilidad matemática como parte normal de la habilidad mental de toda persona.

Enseñar matemática requiere experiencias que estimulen la curiosidad de los alumnos y construyan confianza en la investigación, la solución de problemas y comunicación. Se debe motivar a formular y resolver problemas relacionados con su entorno para que puedan ver las diferentes partes de la matemática en cada ámbito de aplicación. “Buscar experiencias y materiales concretos que ayuden a entender el concepto y se puedan construir significados nuevos, para que cada individuo cree sus propias formas de interpretación de la idea matemática que está relacionada con sus propias experiencias” (GARCÍA HIPÓLITO, 2011, pág. 52).

La comprensión de las ideas matemáticas es actualmente más importantes que el número de habilidades que puedan adquirir, el docente universitario tiene una labor muy importante en la de ayudar a sus estudiantes a desarrollar su capacidad matemática, con actividades que promuevan la participación activa de los mismos y que apliquen lo aprendido en el ámbito de su carrera, para ello existen: materiales concretos, preguntas que promuevan la exploración, la discusión, el cuestionamiento, las explicaciones de cómo se encontró el resultado y su interpretación. Para ello los contenidos en carreras de ciencias exactas se organizan para que el estudiante adquiera:

- Sentido numérico y pensamiento algebraico, que son los fines de asignaturas que emplean estas dimensiones (Aritmética y Álgebra).

- Modelación de sistemas físicos reales, empelando el lenguaje matemático correspondiente.

- Exploración de las propiedades de los argumentos matemáticos.

- Desarrollo del análisis intangible, geométrico, espacio y forma de la medición.

- Manejo y discriminación de la información.

- Generar en los estudiantes características deductivas e inductivas.

- Formulación, representación y resolución de los modelos matemáticos.

- Vincular el estudio de las matemáticas con otras asignaturas de la malla curricular.

La solución de problemas es parte esencial de toda actividad matemática, la solución de problemas matemáticos no debe ser una actividad aislada, esta se debe considerar como un proceso que atraviesa el currículo, el cual proporciona contextos en los que se aprenden conceptos y habilidades nuevas. Los estudiantes necesitan muchas oportunidades de usar el lenguaje matemático para discutir, escribir, transmitir y escuchar las ideas matemáticas de diferentes maneras, consiguiendo con esto una manera activa del aprendizaje de la matemática, a través de imágenes, diagramas, reflexión, discriminación y clarificación de su propio pensamiento, abriendo de esta manera un espacio a la discusión de ideas entre compañeros y el propio docente.

Continuando con la referencia citada, el currículo de la matemática activa debe de contener las siguientes caracterizas para un mejor aprendizaje.

#### 2.5.1.1 Prácticas de Enseñanza

Dentro de esta característica se busca propiciar el uso de materiales manipulables, trabajo de grupo cooperativo, discusiones sobre la matemática abordada en clases, justificación del método de resolución de problemas, solución de problemas con un enfoque de enseñanza, integración de contenidos, uso de las calculadoras y computadoras, el docente debe ser un facilitador del aprendizaje y evaluar el aprendizaje como parte de la enseñanza.

#### 2.5.1.2 Matemática como solución de problemas

Esta característica contiene los siguientes aspectos, planeamiento verbal de problemas con variedad de estructuras y de formas de solución, problemas y aplicaciones de la vida diaria, estrategias de solución de problemas, problemas abiertos y proyectos de solución de problemas ampliados e investigación, formulación de preguntas provenientes de problemas o situaciones reales.

#### 2.5.1.3 Matemática como comunicación

Se pretende propiciar el debate y la discusión de las lecturas matemáticas abordadas en el contenido, exploración auditiva y visual de las ideas formuladas.

#### 2.5.1.4 Matemática como razonamiento

Se busca conclusiones lógicas, justificación respuestas y procesos de solución, con razonamiento inductivo y deductivo.

#### 2.5.1.5 Conexiones Matemáticas

Conectar las matemáticas a otras materias, dentro del mismo campo matemático, en el sentido práctico, sin descuidar el aspecto abstracto teórico fundamental.

#### 2.5.1.6 Habilidad numérica

Se busca desarrollar el sentido numérico, apoyado y fundamentado en las leyes y operaciones matemáticas, en el aspecto numérico, algebraico, geométrico.

#### 2.5.1.7 Evaluación

Se busca una evaluación, valoración como parte integral de la enseñanza, enfocarse en una amplia gama de tareas matemáticas y optar por una visión integral de la matemática, desarrollar situaciones de problemas para que su solución requieran las actividades en líneas precedentes explicadas, implementar el uso de múltiples formas de evaluación haciendo uso de pruebas escritas, orales, aplicaciones con software matemático y demostraciones.

Los docentes deben tomar conciencia del rol tan importante que desempeñan en la formación de los estudiantes, la enseñanza debe ser significativa para el estudiantado, el docente también debe ser formado para el desarrollo de la matemática activa y enfocarse en los verdaderos valores formativos.

### 2.5.2 Estrategias para la enseñanza y aprendizaje activa de la matemática en la Universidad

#### 2.5.2.1 El papel del docente

La actividad central del docente en la enseñanza de la matemática va mucho allá de la transmisión de conocimientos, definiciones y algoritmos matemáticos.

El docente busca y diseña problema matemáticos adecuados para propiciar el aprendizaje de los distintos contenidos. Elige actividades para favorecer que los alumnos pongan en juego los conocimientos matemáticos que poseen, aplicándola en forma gradual.

Propone situaciones que contradigan las hipótesis convencionales, favoreciendo la reflexión, nuevas explicaciones, nuevos procedimientos que los acerquen hacia la formalización de los conocimientos matemáticos.

Promueve y coordina la discusión sobre las ideas individuales de cada estudiante, que mediante preguntas adecuadas se logre el debate del por qué de las respuestas presentadas.

El docente debe tomar en cuenta que su papel no se limita a ser un facilitador de las actividades de los estudiantes, respetando la creatividad y actividad de los mismos debe intervenir con su orientación, explicación, ejemplificación ilustrativa y practica cuando así lo requiera el avance de grupo.

#### 2.5.2.2 El papel de los problemas en la enseñanza de la matemática

Los problemas se han utilizado desde la escuela para que los estudiantes apliquen los conocimientos que les han enseñado previamente, sin embargo la experiencia nos dice que a pesar que se dedican muchas horas de trabajo con este propósito, cuando los alumnos se enfrentan a la resolución de problemas, la mayoría presenta serias dificultades para aplicar dichos conocimientos.

Una de las principales causas de estas dificultades reside en que los exámenes contenidos se han trabajado de manera aislada, es decir fuera de un contexto que le permita al estudiante descubrir su significado, sentido y funcionalidad.

La manera en que se plantean los problemas no permite que los estudiantes se enfrenten realmente a ellos. Se le dice cómo resolverlos o se les proponen problemas modelos en los que se debe aplicar el conocimiento que se le ha enseñado previamente. No se estimula la búsqueda personal y la creación de procedimientos propios.

Para la resolución de problemas sea una constante se promueve el aprendizaje matemático y el desarrollo de la capacidad de razonamiento de los estudiantes, es necesario invertir el orden en el que tradicionalmente se ha procedido, la resolución de problemas y la adquisición de conocimientos significativos y duraderos son procesos que deben avanzar en estrecha relación.

En la carrera de Ingeniería, los alumnos deben resolver, numerosos problemas, aunque no interpreten el significado de cada resultado todavía, para esto el docente debe plantearles escrita, visual y oralmente el problema desde varios enfoques, para que de acuerdo a las cualidades y capacidades individuales los estudiantes, estos puedan abordarlos desde distintas perspectivas, actividad que permitirá la construcción de conocimientos propios en cada estudiante.

## 2.6 El Cálculo diferencial e Integral

El cálculo es una materia fundamental para carreras del campo de ciencias exactas e ingeniería, proporciona una sólida teoría y se dividirse en dos ramas muy importantes:

- Cálculo diferencial
- Cálculo integral

Según (ZILL & WRIGHT, 2011)

> El cálculo diferencial investiga las propiedades de las razones de cambio comparativas de variables que están vinculadas por medio de ecuaciones, resulta que cuando se usa la intuición para pensar en ciertos fenómenos, movimiento de los cuerpos, cambios en la temperatura, crecimiento de poblaciones (demografía) y muchos otros fenómenos, se llega a postular ciertas relaciones entre estas variables y sus razones de cambio. Estas relaciones se escriben en una forma conocida como ecuaciones diferenciales. Así, el objetivo principal de estudiar cálculo diferencial consiste en comprender qué son las

> razones de cambio, como se vinculan las variables de un sistema y finalmente poder escribir las ecuaciones diferenciales que modelan (simulan) este fenómeno. El cálculo integral proporciona métodos para recuperar las variables originales conociendo sus razones de cambio. La técnica para hacer esto se denomina integración, y el objetivo fundamental del estudio del cálculo integral es aprender a resolver las ecuaciones diferenciales proporcionadas por el cálculo diferencial. (pág. xix).

Diversos problemas pueden resolverse usando cálculo, las técnicas fundamentales que hacen de esta disciplina una herramienta de análisis mucho más poderosa que el álgebra y la geometría. Estas técnicas implican el uso de lo que alguna vez se denominó análisis infinitesimal.

El cálculo obtuvo una cantidad impresionante de triunfos en sus ya tres siglos presentes, resultó que decenas de fenómenos físicos previamente de difícil estudio, que implican cantidades como, calor, fluidez, mecánica celeste, elasticidad, luz, electricidad y magnetismo poseían propiedades mensurables cuyas relaciones podían describirse como ecuaciones diferenciales, notación cuya solución se encuentra en técnicas del cálculo diferencial e integral.

La utilización completa del cálculo usando todas las propiedades y teoremas implica una teoría más bien complicada que debe presentarse de manera gradual; entre tanto, al estudiante debe enseñársele a la par de la teoría algún uso de las técnicas que se vayan a avanzar, esta última mención es importantísima en la carrera de ingeniería.

## 2.7 Experiencias en otros países de la metodología propuesta.

### 2.7.1 Activo versus pasivo

Las sesiones de aprendizaje activo en la Universidad Estatal de San Diego California ubicada en Estados Unidos de América son ruidosas es dinámica, existe mucho movimiento, los maestros dan vueltas. Las proyecciones son dinámicas, se mueven hacia arriba y hacia abajo. Los estudiantes hablan entre ellos excepcionalmente, lo que permite que se concentren y usen sus teléfonos iPhone esta vez no para la distracción, sino empleando el software matemático, esta forma de enseñanza lanza la siguiente pregunta ¿por qué? ¿Por qué hacen esto? ¿Cómo nos beneficiaria saber? ¿Es importante para nosotros?, según algunos profesores existe un compromiso profundo en matemáticas por parte del docente y de los estudiantes y se observó que existe interacción entre estudiantes de conocimientos similares. Los estudiantes están construyendo ideas para sí mismos en lugar de sentarse pasivamente y escuchar a otra persona pensar por ellos.

En la Universidad de Washington, se propuso investigar si el aprendizaje activo o la conferencia "maximiza el aprendizaje", posterior a la aplicación se descubrieron que en promedio el 66 por ciento de los estudiantes pasan un curso de pregrado basado en conferencias, mientras que casi el 80 por ciento aprueba un curso basado en el aprendizaje activo.

Parafraseando con María del Mar García López, se considera que los experimentos de diseño cuya finalidad es la de convertir las aulas en entornos de aprendizaje, propician una práctica reflexiva entre estudiantes, profesores e investigadores (GARCÍA LÓPEZ , 2018).

Cuando se enseña, se trata de crear un entorno en el que todos los alumnos puedan tener éxito, se crea un alto nivel, pero se le da al estudiante todas las herramientas que necesitan para sobresalir y superarlo. ¿Qué pasa con los estudiantes rezagados?, se observó que los estudiantes con poca preparación o dificultades explotan su sentido de supervivencia y buscan por todos los medios superar sus dificultades, asemejan esto con la analogía de arrojar a un estudiante al fondo de una piscina.

En 2015 David Bressoud y Chris Rasmussen instructores de la Universidad de Pennsylvania, después de que visitaron cinco universidades (de diferentes tamaños y tipos) que ejecutan modelos exitosos de enseñanza de cálculo, produjeron lo que equivale a un régimen de siete pasos para lograr el éxito en la enseñanza del cálculo.

Según (BRESSOUD & RASMUSSEN, 2018)

> En estos días de presupuestos ajustados y presiones para mejorar, muchos departamentos de matemáticas quieren saber qué funciona para mejorar la eficacia de la enseñanza del Cálculo, este fue el impulso detrás del estudio de características de programas exitosos. El estudio consistió en una encuesta nacional en otoño de 2010, seguida de visitas a diecisiete instituciones que fueron identificadas como exitosas, llegando a la conclusión que en estas instituciones se efectuaban actividades similares, llegando a identificar y sintetizar estas en siete actividades. (pág. 1)

1. Uso regular de ambientes para orientación y asistencia.
2. Atención especial con los estudiantes que más necesitan la colaboración en el aprendizaje de la asignatura de Cálculo.
3. Coordinación entre los instructores de la materia (docentes y auxiliares), incluyendo la construcción de comunidades de prácticas y la inclusión de un coordinador general.
4. Construcción de desafíos y compromiso con el curso, implementación de exposición a soluciones a problemas propuestos, implementar el debate entre estudiantes.
5. Uso de pedagogías centradas en el estudiante y estrategias de aprendizaje activo.
6. La formación efectiva de los asistentes.
7. Servicios proactivos de apoyo al estudiante, incluyendo el fomento del alumnado en el aspecto académico y social, generar trabajo integral.

El estudiante aprende más cuando participa intensamente en su educación, cuando aplica su conocimiento, aprendiendo en diferentes contextos. El estudiante debe participar de las matemáticas pero la mayoría toma un papel muy pasivo. Las estrategias activas obligan a los estudiantes a participar en la matemática, a confrontar sus propios conceptos acertados y erróneos a la vez, apoyados en las sesiones de recitación o exposición.

A partir de ese año, en la Universidad de San Diego han implementado los siete pasos, los profesores están contentos de que las notas de mitad de período de Cálculo II de estos últimos semestres hayan aumentado de cinco a ocho por ciento en comparación con años anteriores.

Las ideas de Rasmussen y Bressoud parecen estar ganando terreno. En una encuesta de seguimiento reciente, su investigación reveló que el 44 por ciento de las instituciones (que ofrecen grados avanzados de matemáticas) encuestadas consideran que las técnicas de aprendizaje activo son "muy importantes" en el precálculo a través de cursos de cálculo. Sin embargo, Wilfried Schmid, profesor de matemáticas en la Universidad de Harvard, advierten contra el pensamiento de que cualquier técnica es la respuesta. Se debería enseñar el cálculo no totalmente por conferencias como tradicionalmente se hacía indica, se cree que  al menos en muchos casos, el cambio a prácticas centradas en los estudiantes ha aportado en gran medida a la mejora del rendimiento, la sólida enseñanza y la comprensión de que las necesidades de los estudiantes son únicas y diferentes en cada institución contribuyen a los resultados exitosos.

### 2.7.2 Una historia de reforma

Existe preocupación, el rendimiento en matemáticas en los EE. UU. Se han estancado durante décadas y necesitan renovarse para que el país siga siendo competitivo. William McCallum, profesor de matemáticas en la Universidad de Arizona, y miembro fundador del Harvard Calculus Consortium, apoya fuertemente la enseñanza activa de la matemática. La reforma de la enseñanza en  cálculo impulsó un progreso significativo en algunas universidades, especialmente en la Universidad de Michigan, que varios expertos consideran que lidera el camino.

En 2014  Karen Saxe profesora de matemáticas en el Macalester College  y Linda Braddy directora ejecutiva adjunta de la Asociación Matemática de América, se propusieron investigar el estado de la educación matemática de pregrado. Sus investigaciones llevaron al informe de "Visión común",  en él destacan formas específicas de mejorar las matemáticas de pregrado. También señalan que la mayoría de los estudiantes que ingresan a las universidades comunitarias necesitan clases de matemática correctiva, es decir se trata de uniformizar los conocimientos de los estudiantes en matemáticas, sin embargo siempre existirán sesgos ya que esta no es una tarea fácil, ya que el tiempo es un factor limitante indican.

Hay cuestiones profundamente arraigadas en juego que deben abordarse, desde el segundo grado, las matemáticas se utilizan como una especie de punto de referencia para todos los estudiantes, sin importar lo que vayan a hacer. Para cuando la gente llega a la universidad, existen enormes disparidades en sus antecedentes.

### 2.7.3 De vuelta a lo básico

*Ilustración 2: Clase método de enseñanza activa Universidad Estatal de San Diego EE.UU.*

En la fotografía Robert Hanna, profesor que lidera una sesión de aprendizaje activo para estudiantes de precalculo en la Universidad Estatal de San Diego.

El profesor rebota alrededor del aula cuestionando cada respuesta con "¿por qué?". Brinda a la clase problemas de interés científica, el problema que aborda es sobre los grillos de campo y si pican más rápido o más lento según la temperatura. Una función de $f(t) = 4t - 150$ está destinada a medir el número de chirridos por minuto, dependiendo de la temperatura ($t$).

Él explica que hay una necesidad de graduados en ciencia e ingeniería debido al demanda técnica, tecnológica de la actualidad, esta estrategia de aprendizaje activo es interactivo, amigable, desinhibe a los estudiantes, por ejemplo a la pregunta del número de chirridos que emiten los grillos ya se empiezan a escuchar resultados, y más que eso a generar debate en función a una lógica que logra establecer conceptos y resultados solidos coherentes, entre risas de algunas respuestas alejadas de la realidad.

Sin embargo lograr que los estudiantes se involucren, de esta manera, es complicado. Están acostumbrados a poner énfasis en las respuestas y no así en el análisis, entonces ¿cómo logras que los estudiantes estén a bordo?

La respuesta a esta problemática viene a ser que no es necesariamente obtener la respuesta correcta de los estudiantes, el objetivo es que piensen y articulen razones. El docente debe alimentar la confianza de sus estudiantes.

Los administradores evidenciaron que antes de la implementación del programa basado en enseñanza activa más de 9,000 estudiantes tomaban el programa semestral de 15 a 18 semanas de cálculo. De ellos, el 76 por ciento de los estudiantes que necesitaban ayuda con las matemáticas abandonaban el curso. Actualmente los estudiantes estudian en un ambiente más agradable de estudios, modelan sin dificultad por decir la propagación de enfermedades infecciosas, otro se encarga de la elaboración de la gráfica de los resultados.

Los auxiliares que son egresados y se preparan para convertirse en maestros son los que lideran las sesiones, los estudiantes miran cuidadosamente e interrumpen con preguntas sin ningún tipo de temor o inhibición.

Sobre la evaluación del curso, los docentes y los estudiantes, existe la evaluación por el trabajo colaborativo de acuerdo al tamaño de los grupos, actividades presenciales, virtuales y el examen escrito.

Los cursos básicos han sido una de las herramientas más extendidas que se utilizan con los estudiantes que ingresan en las universidades, pero muchos de ellos se han extinguido o se han transformado en cursos virtuales, la razón ha sido que en muchos casos solo desarrollaron los mismos contenidos utilizando la misma metodología que a veces no fueron útiles, pero se ha encontrado que los cursos básicos todavía funcionan como en el pasado, pero otros han cambiado su forma de enseñar y algunos contenidos para adaptarlos y así reducir el fracaso de los estudiantes nuevos.

En otras universidades, cuando transformaron los cursos preliminares en cursos básicos regulares dentro del plan de estudios, se diseñaron cuidadosamente los contenidos para proporcionar a los estudiantes las herramientas suficientes para adquirir las competencias matemáticas deseadas para tener éxito en su carrera.

Las universidades españolas prestan atención a las dificultades matemáticas de los estudiantes que ingresan y han desarrollado diferentes actividades para mejorar el aprendizaje y reducir las tasas de fracaso. Los resultados académicos pueden diferir y no se ha prestado demasiada atención al estudio si el rendimiento de los estudiantes que reciben cursos especiales mejora la actuación de los que no asisten. Por otro lado, los grupos de trabajo colaborativos han hecho posible aumentar la autoconfianza de los profesores y estudiantes.

## 2.8 El software como método de enseñanza activa

La enseñanza basada en metodologías activas es una enseñanza centrada en el estudiante, donde se concibe el aprendizaje como un proceso constructivo y no solamente receptivo. La psicología cognitiva ha mostrado consistentemente, que una de las estructuras más importantes de la memoria es su estructura asociativa. El conocimiento está estructurado en redes de conceptos relacionados que se denominan redes semánticas. La nueva información se acopla a la red ya existente. Dependiendo de cómo se realice esta conexión la nueva información puede ser utilizada o no, para resolver problemas o reconocer situaciones. Esto implica la concepción del aprendizaje como proceso y no únicamente como una recepción y acumulación de información.

En la actualidad universidades del exterior que contienen en su malla curricular matemáticas superiores y aplicadas, están reconsiderando la forma en que enseñan matemáticas. Los cambios en las clases de matemática de las universidades, han adoptado nuevas formas de la enseñanza de la Matemática Superior y también un énfasis en pedirles a los estudiantes que comuniquen su razonamiento y construyan argumentos. Los educadores dicen que las universidades no siguen los estándares comunes, pero reconocen que las reformas matemáticas actuales en la educación superior se basan en investigaciones que demuestran que los estudiantes pueden prosperar en entornos de aprendizaje atractivos.

"Los métodos activos tienen que dirigirse hacia el aprovechamiento del potencial que brinda este proceso, para que en el curso se pueda incidir en determinados valores sin marginar el desarrollo del pensamiento lógico del educando". (PUGA PEÑA & JARAMILLO NARANJO, 2018, pág. 299).

Para un ingeniero, la matemática constituye una herramienta para resolver problemas de ingeniería, sin olvidar que esta sirve como:

a) Herramienta de cálculo
b) Para lograr el desarrollo del pensamiento lógico, algorítmico y heurístico
c) Como lenguaje universal capaz de contribuir al conocimiento y desarrollo de otras disciplinas propias de su perfil profesional.

Así, la matemática es una herramienta de trabajo y, además es una disciplina fundamental en la formación de un profesional en ingeniería. Por ello, se debe lograr que su enseñanza sea efici*ente, para que el alumno y la alumna adquieran los aprendizajes que los conduzcan a un mejor desenvolvimiento académico y profesional.

Se debe convertir al estudiantado en personas creativas, con capacidad de raciocinio, sentido crítico, intuición y recursos matemáticos que les puedan ser útiles. Por lo tanto, el profesorado está obligado a buscar herramientas que permitan la utilización de tecnologías para crear y proporcionar un ambiente de trabajo dinámico e interactivo. Herramientas, que permitan cambiar las metodologías de trabajo para la enseñanza y el aprendizaje, desarrollar habilidades del pensamiento propias del área de matemática y mejorar el aprendizaje en los estudiantes.

“La enseñanza de la matemática, comienza a caracterizarse por el uso de software como una herramienta didáctica. La evolución que ha experimentado el software, nos ofrece nuevas formas de enseñar, aprender y hacer matemática, brindando amplias posibilidades didácticas” (ÁNGEL & BAUTISTA, 2018, pág. 2).

Así mismo, destacan el potencial de esta tecnología tanto para lograr la interacción del alumnado con situaciones de aprendizaje que lo conduzcan a construir conocimientos, como para tener una visión más amplia del contenido matemático. De allí, el interés de investigar sobre la aplicación de estrategias donde se usa el software como herramienta cognitiva, con el objeto de contribuir al desarrollo de habilidades del pensamiento. Específicamente, se investiga sobre cómo innovar el proceso de aprendizaje en la materia de Calculo I, incorporando los programas MATLAB, WOLFRAM MATHEMATICA Y GEOGEBRA al trabajo intelectual del docente con el objeto de mejorar la comprensión y el aprendizaje de la materia en estudiantes del primer año de la Carrera de Ingeniería de la Universidad Mayor de San Andrés.

Según varios investigadores la enseñanza tradicional no proporciona al alumno herramientas para indagar, analizar y discernir la información, los conocimientos impartidos son más bien automatizados, memorísticos y no fomentan el desarrollo de la iniciativa, la creatividad, ni la capacidad de comunicación. La importancia del aprendizaje está en que el alumnado construya significados y atribuya sentido a lo que aprende; pues para un ingeniero, no basta adquirir conocimiento matemático, es determinante comprenderlo y aplicarlo.

Atendiendo a estos planteamientos, en el proceso de enseñanza en el área de matemática específicamente en la materia de Calculo I, es necesario trabajar métodos adecuados en la dirección del aprendizaje, que no solo se centren en trasmisión de contenidos, sino en el desarrollo de procesos del pensamiento propios de la matemática. Pues es claro que los procesos eficaces del pensamiento que no se vuelven obsoletos con rapidez, constituyen lo más valioso que les podemos proporcionar a las personas jóvenes. El docente debe usar estos programas como herramientas cognitivas con el objeto de contribuir a desarrollar habilidades del pensamiento, con el fin de mejorar la comprensión y aprendizaje del Cálculo diferencial e integral de la población estudiantil, la capacitación del uso de estos programas tienen como objetivo que el estudiante aprenda con ellas, no así de ellas.

Los conocimientos conceptuales se construyen a partir del aprendizaje de conceptos, principios y explicaciones; no tienen que ser aprendidos en forma literal, sino abstrayendo su significado esencial e identificándolo con las características definitorias o reglas que lo componen.

"Se justifica la importancia de ofrecer al docente una formación que incluya fundamentos conceptuales, pero que no se restrinja a éstos, sino que incluya una reflexión sobre su propia práctica docente y la posibilidad de generar alternativas de trabajo efectivas" (DÍAZ BARRIGA & HERNÁNDEZ ROJAS, 2002, pág. 8).

Para Díaz y Hernández, los conocimientos de procedimientos son de tipo práctico y están basados en acciones ordenadas, dirigidas hacia la consecución de una meta determinada, la ejecución de procedimientos, estrategias, técnicas, métodos, etc. Para dicho propósito se orienta a la comprensión conceptos, símbolos o términos básicos; uso de algoritmos; manejo de técnicas, realización de representaciones gráficas.

Interpretando el texto de David Jonassen, el constructivismo abre posibilidades para promover estrategias que, incorporando tecnología informática, favorezcan la creación de nuevas formas de aprendizaje centradas en el estudiante (enseñanza activa). Pues el empleo de las tecnologías, conectándolas con experiencias significativas, pueden constituir herramientas cognitivas que el docente utiliza para estimular y desarrollar habilidades del pensamiento en el estudiante. Así, aprender con el computador supone el efecto de la tecnología en el aprendiz que participa intelectualmente con dicha herramienta, la cual permite al estudiante organizar las ideas con mayor soltura para actuar posteriormente con ellas apoyando su proceso de aprendizaje (JONASSEN, 1998) .

Las herramientas cognitivas son dispositivos usados para visualizar, organizar, automatizar, complementar las técnicas del pensamiento, es decir, la idea es que el alumnado use la tecnología como herramienta para:

a) Representar el problema
b) Promover sus conocimientos
c) Consolidar esquemas preexistentes mediante la automatización de ejercicios de un nivel inferior.
d) Reagrupar la información pertinente y necesaria al resolver un problema. Así, en esta modalidad de herramienta cognitiva la tecnología se hace cargo de las actividades trabajosas y rutinarias (calcular, graficar).

Esto permite que el estudiantado se centre en conceptos esenciales y ayuda al docente a evitar actividades que aportan poco o nada a la tarea educativa pero que hace falta realizar. El uso del computador como herramienta mental se concentra en la calidad de la idea, ya que con este se pueden realizar manipulaciones (calcular, graficar, trasladar, ordenar) permitiendo generar y organizar las ideas más fácilmente, apoyando el proceso de aprender. “Bajo esta perspectiva el profesor debe encarar un rol de facilitador de saberes y desarrollador de habilidades que permitan a los estudiantes utilizar el análisis crítico y reflexivo” (CATALDI, 2017, pág. 16).

“La introducción de nuevas tecnologías informáticas ha enriquecido y revolucionado su enfoque en el procesos enseñanza aprendizaje” (FERNÁNDEZ NODARSE, LIMA MONTENEGRO, & IZQUIERDO ROQUE, 2015, pág. 1).

La tecnología en la enseñanza de la matemática permite en el alumnado el desarrollo de habilidades del pensamiento como: explorar, inferir, hacer conjeturas, justificar, argumentar y de esta forma construir su propio conocimiento. Para estos autores, estas habilidades pueden ser desarrolladas integrando al trabajo intelectual del alumno el software matemático. Además, dicha relación puede generar variadas “experiencias y aplicaciones orientadas a producir, calcular, graficar, modelar, explorar, visualizar, clasificar, comparar, aplicar, informar, simular o aplicaciones en que se integra la matemática a otras disciplinas". En tal sentido, con el uso del software la atención se enfoca en facilitar que el estudiante aprenda a procesar la información de la materia, así como, en la transferencia y generalización de los aprendizajes a otros aspectos académicos, estos aspectos son primordiales para el desarrollo de las habilidades del pensamiento de orden superior.

## 2.9 Descripción del Software empleado

### 2.9.1 Matlab

MATLAB es el nombre abreviado de "MATrix LABoratory". MATLAB es un programa que realiza cálculos numéricos con vectores y matrices. Como caso particular puede también trabajar con números escalares, reales, complejos, con cadenas de caracteres y con otras estructuras de información más complejas. Una de sus capacidades más atractivas es la de realizar una amplia variedad de gráficos en dos y tres dimensiones, el programa tiene también un lenguaje de programación propio. Es un programa interactivo orientado para llevar a cabo proyectos en donde se encuentren implicados elevados cálculos matemáticos y la visualización gráfica de los mismos. Matlab es una herramienta interactiva basada en matrices para cálculos científicos y de ingeniería, como su nombre lo indica, desde el punto de vista del control, Matlab se puede considerar un entorno matemático de simulación que puede utilizarse para modelar y analizar sistemas. Permite el estudio de sistemas continuos, discretos, lineales y no lineales, mediante descripción interna y externa. Matlab constituye un entorno abierto para el cual existen más complementos y desarrollos.

**Ventajas**

- En el entorno MATLAB no hay que definir el tipo de las variables que se van a utilizar, ni el tamaño de las mismas, esta es una ventaja frente a otros lenguajes de programación.

- No hay que compilar los programas, como ocurre en los entornos de programación.
- Se pueden utilizar muchas funciones ya definidas.
- Presenta un manejo muy práctico de vectores y matrices.

“Frente a un lenguaje de programación no presenta inconvenientes destacables. Además las sentencias y las estructuras que se manejan son muy similares a las que se usan en el entorno de C” (MATLAB, 2017, pág. 1)

**Usos**

- Cálculos numéricos
- Desarrollo de algoritmos
- Modelado y Simulación
- Análisis de datos, exploración y visualización
- Graficación de datos con fines científicos y de ingeniería
- Desarrollo de aplicaciones que requieran de una interfaz gráfica de usuario.

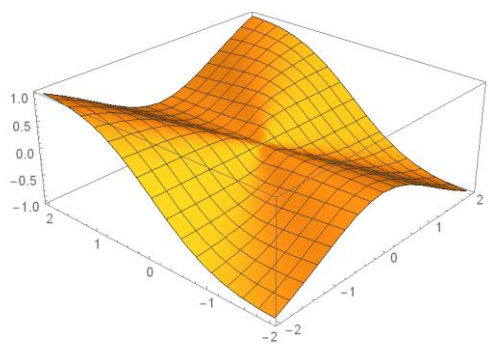
### 2.9.2 Wolfram Mathematica

Mathematica es un programa utilizado en áreas científicas, de ingeniería, matemática y áreas computacionales. Originalmente fue concebido por Stephen Wolfram, quien continúa siendo el líder del grupo de matemáticos y programadores que desarrollan el producto en Wolfram Research, compañía ubicada en Champaign, Illinois. Comúnmente considerado como un sistema de álgebra computacional, Mathematica es también un poderoso lenguaje de programación de propósito general.

La primera versión de Mathematica se puso a la venta en 1988. La versión 10.3, fue lanzada el 15 de octubre de 2015, se encuentra disponible para una gran variedad de sistemas operativos. Mathematica se divide en dos partes, el "kernel" o núcleo (en informática) que desempeña los cálculos. Y el "front end" o interfaz, que despliega los resultados y permite al usuario interactuar con el núcleo como si fuera un documento. En la comunicación entre el kernel y la interfaz Mathematica usa el protocolo MathLink, a menudo sobre una red. "Es posible que diferentes interfaces se conecten al mismo núcleo, y también que una interfaz se conecte a varios núcleos" (MATHEMATICA DE WOLFRAM, 2017, pág. 1).

La interfaz preseleccionada por Mathematica tiene extensas características y capacidades gráficas, ofreciendo analogías a un cuaderno de trabajo: la entrada de datos por parte del usuario y los resultados enviados por el núcleo (incluyendo gráficas y sonidos), son colocados en forma de celdas jerárquicas, lo cual permite seguir con facilidad la secuencia de las manipulaciones algebraicas o cálculos que se están desarrollando en una sesión. Comenzando con la versión 3.0 del software, los cuadernos se representan como expresiones que puedan ser manipuladas, a su vez, por el núcleo.

*Ilustración 3: Superficie en R3 en Wólfram Mathematica*




### 2.9.3 Geogebra

GeoGebra es un Programa Dinámico para la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas para educación en todos sus niveles. Combina dinámicamente, geometría, álgebra, análisis y estadística en un único conjunto tan sencillo a nivel operativo como potente. Ofrece representaciones diversas de los objetos desde cada una de sus posibles perspectivas: vistas gráficas, algebraicas, estadísticas y de organización en tablas y planillas, y hojas de datos dinámicamente vinculadas. Geogebra es en su origen la tesis de Markus Hohenwarter, con el objeto de crear una calculadora de uso libre para trabajar el Álgebra y la Geometría.

La gratuidad y la facilidad de aprendizaje, es la característica más destacable de GeoGebra, es la doble percepción de los objetos, ya que cada objeto tiene dos representaciones, una en la Vista Gráfica (Geometría) y otra en la Vista Algebraica (Álgebra). De esta forma, se establece una permanente conexión entre los símbolos algebraicos y las gráficas geométricas. A todos los objetos que vayamos incorporando en la zona gráfica le corresponderá una expresión en la ventana algebraica y viceversa. Posee características propias de los programas de Geometría Dinámica, pero también de los programas de Cálculo Simbólico (CAS). Incorpora su propia Hoja de Cálculo, un sistema de distribución de los objetos por capas y la posibilidad de animar manual o automáticamente los objetos.

Facilidad para crear una página web dinámica a partir de la construcción creada con Geogebra, sin más que seleccionar la opción correspondiente en los menús que ofrece. Permite abordar la geometría y otros aspectos de las matemáticas, a través de la experimentación y la manipulación de distintos elementos, facilitando la realización de construcciones para deducir resultados y propiedades a partir de la observación directa. Es gratuito y de código abierto (GNU GPL). Ofrece una wiki en donde compartir las propias realizaciones con los demás. Usa la multiplataforma de Java, que garantiza su portabilidad a sistemas de Windows, Linux, Solaris o MacOS X.

GeoGebra permite abordar la geometría desde una forma dinámica e interactiva que ayuda a los estudiantes a visualizar contenidos matemáticos que son más complicados de afrontar desde un dibujo estático. También permite realizar construcciones de manera fácil y rápida, con un trazado exacto y real, que además, revelarán las relaciones existentes entre la figura construida; también permitirá la transformación dinámica de los objetos que la componen. Debido a estas dos características el profesorado y el alumnado pueden acercarse a GeoGebra de varias maneras, no excluyentes entre sí pero que a menudo están relacionadas con el nivel de capacitación que se tenga del programa.

Fue un proyecto que se inició en el 2001 en un curso de Matemática en la Universidad de Salzburgo (Austria). Actualmente, Geogebra continúa su desarrollo en la Universidad de Boca Raton, Florida Atlantic University (USA). Pero no tenemos que olvidar que GeoGebra está diseñado con mentalidad colaborativa. Desde la página oficial dispone de acceso a ayudas, recursos, foros y wikis que usuarios de todo el mundo mantienen en constante renovación.

### Herramienta del profesor

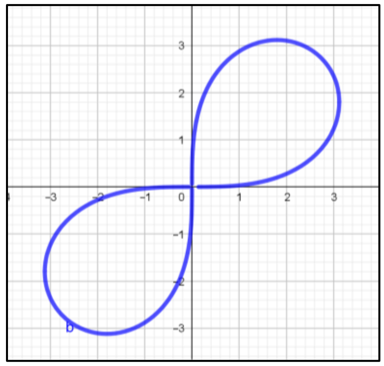
Se pueden utilizar construcciones ya creadas por otras personas o las realizadas por nosotros mismos para:

- Crear materiales educativos estáticos (imágenes, protocolos de construcción) o dinámicos (demostraciones dinámicas locales, applets en páginas web), que sirvan de apoyo a las explicaciones de la materia.
- Crear actividades para que los estudiantes manipulen dichas construcciones y así deduzcan relaciones, propiedades y resultados a partir de la observación directa.

### Herramienta del estudiante

> "Permite manipular construcciones realizadas por otras personas y deducir relaciones, resultados y propiedades de los objetos que intervienen. Para realizar construcciones desde cero, ya sean dirigidas o abiertas, de resolución o de investigación". (GEOGEBRA, 2017, pág. 1)

*Ilustración 4: Grafico en R2 en Geogebra*



## 2.10 Calculo I en la Facultad de Ingeniería de la UMSA

El objetivo central de materia es comprender el concepto de derivada e integral, a la que se examina como una entidad matemática fundamental, que permite comprender muchos conceptos matemáticos, fenómenos físicos químicos, la asignatura está enfocada a la resolución de problemas relacionados con la ingeniería. El propósito de la misma, que el estudiante logre conocer con claridad los conceptos fundamentales de: limite, derivada, integral para su uso en la derivación e integración de funciones, graficación de curvas para pronostico, estudio de comportamientos y tendencias, problemas de optimización (máximos y mínimos), cálculo de áreas volúmenes, longitud de curva y manejo de otros sistemas de coordenadas.

### 2.10.1 Contenido Analítico de la Materia

***CAPITULO 1 FUNCIONES***

Definición, dominio, rango, algebra de funciones, función inyectiva, función inversa, clases de funciones, función par impar, función periódica, composición de funciones, función algebraica, función exponencial, función logarítmica, funciones trigonométricas y trigonométricas inversas, funciones hiperbólicas, funciones especiales, absoluto, parte entera, signo, paso unitario.

***CAPITULO 2 LÍMITES Y CONTINUIDAD***

Definición, teoremas, cálculo de límites, límites algebraicos, límites al infinito, limites trigonométricos, limites exponenciales y logarítmicos, limites laterales, continuidad, tipos de discontinuidad, teoremas de continuidad.

***CAPITULO 3 LA DERIVACIÓN***

Definición, interpretación geométrica, teoremas de derivación, derivadas de funciones polinómicas, trigonométricas, exponenciales, logarítmicas, trigonométricas inversas, derivación paramétrica, derivadas de orden superior, derivación enésima, derivación lateral

***CAPITULO 4 APLICACIONES DE LA DERIVADA***

Recta tangente y normal, teorema de rolle, teorema del valor medio, extremos de una función, máximos y mínimos, funciones decrecientes y crecientes, funciones cóncavas y convexas, puntos de inflexión, criterio de la primera y segunda derivada, aplicaciones la trazado de gráficas, problemas de optimización de máximos y mínimos, variaciones en el tiempo, regla de L´Hopital.

***CAPITULO 5 INTEGRALES***

Integral definición, propiedades, integral indefinida teorema fundamental del cálculo, métodos de integración, sustitución, por partes, trigonométricas, sustitución trigonométrica, fracciones parciales, racional trigonométrica, integración binómico.

***CAPITULO 6 APLICACIONES DE LA INTEGRAL***

Integral definida, sumas de Riemann, propiedades, segundo teorema fundamental del cálculo, teorema del valor medio, cálculo de áreas, volúmenes, método del anillo, corteza cilíndrica, cálculo de longitud de curva, centros de gravedad y momentos de inercia, integrales impropias.

***CAPITULO 7 SERIES DE POTENCIAS***

Sucesiones y series, convergencia y divergencia, series infinitas, suma de una serie, series de términos positivos, criterios de convergencia, comparación, integral del cociente, series alternas, criterio de Cauchy, convergencia absoluta y condicional, criterios de la razón, de la raíz, de Raabe, series de potencias, serie de Taylor, serie de Maclaurin, derivada e integral de una serie, aplicaciones de series de potencia.

### 2.10.2 Método de Enseñanza en la Facultad de Ingeniería de la UMSA

La enseñanza de cálculo actual en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Mayor de San Andrés que se lleva a cabo es la enseñanza tradicional, es decir la basada en el docente, que posee grandes cualidades, con base en la clase teórica magistral.

#### 2.10.2.1 La clase magistral

En el caso de las clases teóricas de Cálculo, la docencia se imparte fundamentalmente mediante la lección magistral, con ciertos matices. La lección magistral presenta y desarrolla de un modo sistemático los temas, con rigor científico y claridad expositiva, caracterizándose por la participación dominante del profesor, sustentada en la forma clara expositiva, demostrativa e instructiva. La lección magistral tiene como finalidades:

- La exposición con y breve para facilitar la comprensión de la materia a los estudiantes
- Aportar información de utilidad
- Madurez de ideas que despierte la motivación de los alumnos, de modo que se logre una clase agradable, soportable y fructífera.

Un modelo completo de los procesos que se llevan a cabo en una clase magistral debería considerar tanto la personalidad y forma de pensar del profesor como la del estudiante, así como los modos de comunicación, de atención y el contenido de la asignatura. En cuanto a la interacción con los alumnos en la clase magistral domina una lección para un grupo grande de alumnos controlado y dirigido principalmente por el profesor y que incluye, además del caudal de información del profesor, cierto grado de variedad de participación de los estudiantes. Es decir existe un intercambio de palabras, ideas y conceptos entre algunos estudiantes y docentes, con la clase magistral se pretende desarrollar los siguientes procesos cognitivos.

*Tabla 1: Estrategias docentes y procesos cognitivos de la Clase Teórica*

| **Procesos cognitivos a activar en el Estudiante** | **Estrategias metodológica docente** |
| --- | --- |
| Percepción, atención y motivación hacia el aprendizaje | • Efectuar una buena introducción<br>• Presentar un esquema/guion de la sesión.<br>• Despertar interés por el tema.<br>• Contextualizar y relacionar el contenido. |
| Adquisición y procesamiento adecuado de la información facilitada | • Estructurar el contenido a impartir.<br>• Claridad, expresividad y ritmo.<br>• Utilización de pausas y nexos.<br>• Facilitar la toma de apuntes<br>• Enfatizar conceptos y hacer resúmenes |
| Desarrollo del pensamiento propio del estudiante y personalización de la información | • Formular preguntas y problemas<br>• Estimular el razonamiento personal<br>• Sugerir actividades a realizar<br>• Facilitar esquemas integradores |

**Fuente:** (ANGLES AGUIRRE F. , 2015, pág. 6)

## 2.11 Evolución histórica del rendimiento en la Materia

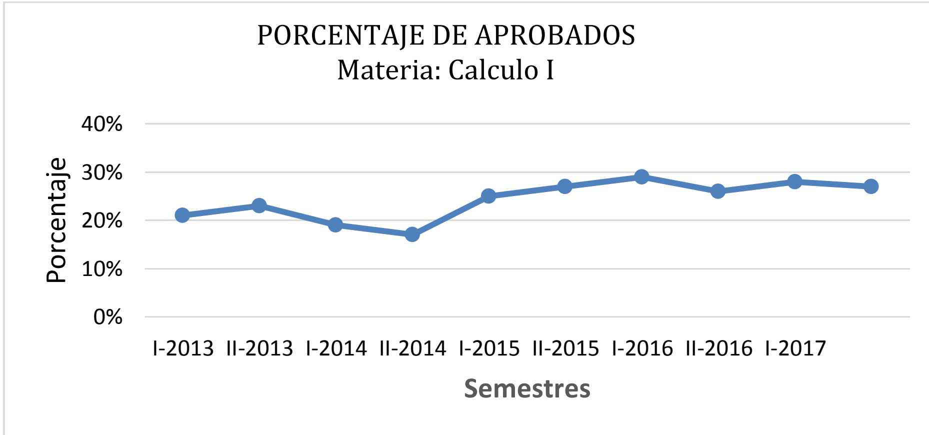
En la siguiente tabla se presenta el historial del porcentaje de estudiantes aprobados en la materia de Cálculo I, en los últimos 10 semestres en la Facultad de Ingeniería de UMSA.

*Tabla 2: Porcentaje de aprobados en Cálculo I Periodos 2012-2017*

| GESTIÓN | PORCENTAJE DE APROBADOS |
|---|---|
| II-2012 | 21% |
| I-2013 | 23% |
| II-2013 | 19% |
| I-2014 | 17% |
| II-2014 | 25% |
| I-2015 | 27% |
| II-2015 | 29% |
| I-2016 | 26% |
| II-2016 | 28% |
| I-2017 | 27% |

**Fuente:** Departamento de curso básico (Facultad de Ingeniería UMSA)

*Ilustración 5: Evolución histórica de aprobados gestión 2012-2017*




**Fuente:** Elaboración en base a tabla 2

Puede evidenciarse que los rendimientos son relativamente bajos, que es el 24 % situación que origina hacinamiento en las aulas, debido a la excesiva cantidad de inscritos de un semestre para otro. La evaluación se lleva a cabo de la siguiente manera: 3 exámenes parciales, cada uno de 25 puntos desglosado de la siguiente manera: 22 puntos del examen escrito y 3 puntos como nota del auxiliar, los tres parciales acumulan un total de 75 puntos, para finalmente dar un examen final de 25 puntos, que solo tiene valoración para el examen escrito como se aprecia en el siguiente cuadro.

*Tabla 3: Ponderación y Calificación de Materia de Calculo I*

| | **CANTIDAD** | **PONDERACIÓN UNITARIA** | **TOTAL** |
|---|---|---|---|
| PARCIALES | 3 | 22 | 66 |
| AUXILIATURA | 3 | 9 | 9 |
| EXAMEN FINAL | 1 | 25 | 25 |
| **TOTAL** | | | **100** |

**Fuente:** Departamento de curso básico (Facultad de Ingeniería UMSA)

*Tabla 4: Contenidos materia de Calculo I*

| **PARCIALES** | **CONTENIDOS** |
|---|---|

| | |
|---|---|
| **PRIMER PARCIAL** | ***CAPITULO I*** FUNCIONES<br>***CAPITULO II*** LIMITES Y CONTINUIDAD |
| **SEGUNDO PARCIAL** | ***CAPITULO III:*** DERIVACIÓN<br>***CAPITULO IV:*** APLICACIONES DE LA DERIVADA |
| **EXAMEN FINAL** | ***CAPITULO VI:*** INTEGRACIÓN<br>***CAPITULO VII:*** APLICACIONES DE LA INTEGRACIÓN<br>***CAPITULO VIII:*** SERIES |

**Fuente:** Departamento de curso básico (Facultad de Ingeniería UMSA)

## 2.12 Implementación del Software en la enseñanza de la materia de Cálculo I

La interacción con los alumnos, enriquece enormemente los procesos de enseñanza aprendizaje en el aula cuando se utilizan estrategias metodológicas expositivas de forma provechosa y sirve de base a la mejora de los procesos de enseñanza aprendizaje como guía en el desarrollo de la clase magistral, sin embargo la masificación y crecimiento de la población estudiantil, cada vez más cada año limita esta interacción entre docente y estudiantes.

Cálculo es uno de los cursos iniciales de matemáticas superior, es un curso fundamental para estudiantes de ingeniería y ciencias. Todos los estudiantes de ingeniería y ciencias estudian un curso de Cálculo diferencial e integral. Los objetivos principales del curso son proporcionar a los estudiantes conceptos y teorías del cálculo, hacer que entiendan las ideas matemáticas, desarrollar habilidades para pensar de manera lógica, profunda y creativa empleando estas capacidades en problemas de optimización, razones de cambio, cálculo de áreas y volúmenes entre los más importantes.

Las capacidades intelectuales e imaginativas se espera que aumenten una vez se aplique la estrategia del software y deberían obtenerse también habilidades de computación, herramientas útiles para las necesidades de comprensión, visualización e interpretación de los resultados. Pero pocos estudiantes aprenden ideas matemáticas a fondo la primera vez que las encuentran. El uso de software matemático cobro gran interés sobre la comunidad docente en los últimos años, que va más allá de uso como herramienta, sino que actualmente se aplica la misma como estrategia didáctica, para la comprensión de temáticas tan abstractas como las que se abordan en materias de matemáticas superior en la universidad, su implementación permite al nivel Universitario apropiarse de nuevos paradigmas e innovar el proceso enseñanza-aprendizaje. Mediante el marco teórico y metodológico veremos la forma de llegar y cumplir los objetivos del proyecto.

El software educativo orientado a matemática, se aplica de diversas formas, siempre enfocados a lograr un fin didáctico, esta posee cinco características fundamentales:

- ✓ Poseen una finalidad didáctica.
- ✓ Utilizan la computadora como soporte.
- ✓ Son interactivos, contestan inmediatamente las acciones de los estudiantes y permiten un intercambio de informaciones entre el ordenador y los estudiantes.
- ✓ Individualizan el trabajo de los estudiantes, ya que se adaptan al ritmo de cada uno y pueden modificar sus actividades según las actuaciones de los alumnos.
- ✓ Son fáciles de usar, los conocimientos informáticos necesarios para utilizar la mayoría de estos programas son similares a los conocimientos de programación básica en el caso de Matlab y Mathematica, en cambio en el caso de Geogebra es intuitivo, pero de igual forma si se quiere estar en un nivel más avanzado también se puede programar en Geogebra, aunque cada programa tiene sus propias reglas de funcionamiento que es necesario conocer, todos son de asimilación sencilla.

El software educativo pueden ser clasificados según diversos aspectos, como ser: Contenidos, destinatarios, estructuras, bases de datos, medios que integra inteligencia, procesos cognitivos en la base a la función del aprendizaje, diseño de estrategias didácticas entre las más importantes.

Los aspectos claves que se debe considerar en el uso de software educativo, es el referido a las características de la interface de comunicación, que a su vez deben coincidir con la teoría comunicacional aplicada y con las estrategias que se desarrollan para el logro de determinados procesos mentales.

Al momento de incorporar un software en nuestra clase para desarrollar actividades de enseñanza - aprendizaje, se elige en forma directa o indirecta diferentes estrategias. Se busca, que los alumnos se ejerciten y practiquen, desarrollen actividades de simulación, las que a su vez se pueden planificar en forma individual o grupal.

- **Características**

Parafraseando con Skinner, B.F., el conductismo, considera que la asociación es uno de los mecanismos centrales del aprendizaje teniendo en cuenta la secuencia básica estímulo respuesta. El condicionamiento operativo del software genera un hábito conductista. (SKINNER, 1992).

Las primeras aplicaciones educativas de las computadoras se basan en la enseñanza programada de Skinner Esta enseñanza consiste en la formulación de preguntas y la sanción correspondiente de la respuesta de los alumnos. Así, se constituyó la enseñanza asistida por ordenador (EAO). Este tipo de instrucción adquirió un gran auge en la década del 60. Esta enseñanza se centra en programas de ejercitación muy precisos y basados en la repetición.

Interpretando el texto de David Ausubel, la teoría del Aprendizaje Significativo se centra en el aprendizaje previo de las materias por parte del estudiante, el término significativo se opone al término memorístico, pero son sumamente importantes los conocimientos previos del estudiante; para que un nuevo contenido sea significativo, el estudiante los incorpora a los que ya posee previamente. (AUSUBEL, 2002).

La enseñanza asistida por computadora constituye un medio eficaz para proponer situaciones de descubrimiento, pero no reemplaza a la interacción entre docente y estudiante sino debe usarse como una estrategia del proceso enseñanza-aprendizaje.

La acción del aprendizaje es importante, de ella nace la expresión: Aprendizaje por descubrimiento, oponiéndose a la postura en la cual el aprendiz es sólo receptor del contenido a aprender. En esta teoría es importante en la enseñanza de los conceptos básicos que se ayude a los estudiantes a pasar de un pensamiento concreto a un estado de representación conceptual y simbólica, de lo contrario, sólo se lograría la memorización sin establecer ningún tipo de relación, y por ende un aprendizaje significativo.

El aprendizaje por descubrimiento, ahonda en la forma en que se adquieren conceptos o contenidos mediante un método activo, sin tener una información primaria acerca del contenido de aprendizaje. La enseñanza o aprendizaje por descubrimiento, ubica en un primer plano el desarrollo de las destrezas de investigación en el estudiante fundamentándose particularmente en el método inductivo, ya este último facilita el desarrollo de este tipo de aprendizaje. Aquí el maestro hace la presentación de una serie de problemas, después, el alumno hará el esfuerzo suficiente para encontrar los criterios o reglas necesarias para resolver un problema, considerando los materiales para el aprendizaje, se propone la estimulación entrenando las operaciones lógicas básicas, se pretende el objetivo de reorganizar la evidencia, para poder obtener a partir de ella nuevos conocimientos.

Parafraseando con Richard Hamming, la asignatura cálculo es de suma importancia en el campo de la ingeniería, ahora surgen las preguntas: ¿es difícil de aprender?, ¿cómo debería ser enseñado y aprendido? Varios investigadores han estudiado este problema. Los resultados son útiles para identificar cómo se debe enseñar y aprender el cálculo, sin embargo estamos distantes de resolver el problema. Las estrategias de enseñanza centradas en el estudiante empleando programas matemáticos pueden ser útiles en la enseñanza de cálculo, la pregunta es cómo usar estas estrategias de enseñanza centradas en el estudiante para mejorar las cualidades de  la enseñanza del cálculo diferencial e integral. (HAMMING, 2003)

### 2.12.1 Estrategia de implementación

El curso de ***Calculo I*** se desarrolla bajo la dirección y coordinación del Curso Básico  de la Facultad de Ingeniería de la UMSA, curso cuya duración son de 20 semanas incluyendo semana de exámenes, bajo el siguiente esquema:

*Tabla 5: Programación horaria materia de Calculo I*

| **ACTIVIDAD** | **DURACIÓN** |
|---|---|
| Clase de cátedra | 2 clases semana<br>Cada una de dos horas |
| Clase de auxiliatura | 1 clase semana<br>De dos horas |

**Fuente:** Departamento de curso básico (Facultad de Ingeniería UMSA)

En la facultad el curso de cálculo generalmente se enseña de la manera tradicional, el docente es el que transmite todos sus conocimientos en su clase conformada generalmente por poco más de 100 estudiantes, los profesores imparten su clase o conferencia  y los estudiantes observan, escuchan y toman notas, sin embargo estos últimos reciben la información pasivamente. Después de las clases, los estudiantes deben completar las prácticas que el docente y el auxiliar de docencia preparan para la resolución de ejercicios prácticos y teóricos. Si los estudiantes tienen preguntas, pueden consultar las mismas en la clase, y  en la sala de docentes, sin embargo la masificación estudiantil en las aulas impide asistir las dudas de todos los estudiantes.

Los métodos de enseñanza actuales en la Facultad de Ingeniería son tradicionales están centrados en el profesor. El maestro juega un papel principal y transfiere información. Es considerado como el experto y autorizado, la principal fuente de conocimiento de la materia, en la materia de Cálculo no es la excepción, el docente es el punto focal de las actividades. El estudiante es el destinatario pasivo de la información ya adquirida por el profesor.

En la transmisión de información, el objetivo está en las habilidades personales, pero no en las relaciones entre los estudiantes. En la enseñanza tradicional el conocimiento de los estudiantes no se considera importante y se supone que los estudiantes no necesitan estar activos en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Las investigaciones han mostrado que el método de enseñanza centrado en el docente tiene algunas desventajas, como no proporcionar un activo ambiente de aprendizaje para los estudiantes, disminuyendo el interés de los estudiantes y en la mayoría de los casos generando en los estudiantes un enfoque de aprendizaje superficial (centrándose en la memorización, memoria y reproducción). Pero este método tradicional de enseñanza también tiene muchas ventajas, tales como la capacidad de entregar una gran cantidad de información rápidamente. Es una forma fácil y segura para que los maestros enseñen, la mayoría de los estudiantes están acostumbrados a este método. El método tradicional de enseñanza todavía se considera una enseñanza preferible por muchos profesores, y muchas veces exitosa por su efectividad.

En relación al aspecto del aprendizaje no funciona bien, los estudiantes raramente van a la sala de docentes en busca de ayuda. Las razones pueden ser que los estudiantes son tímidos, tienen temor a ser criticados, o que asumen que ya tienen bien claro lo aprendido, o que los estudiantes tienen demasiadas dificultades para que no sepan cómo pedir ayuda. En clases numerosas como es el caso de la Asignatura de Calculo I, solo unos pocos estudiantes pueden obtener ayuda para sus consultas.

**La enseñanza centrada en el estudiante**

La enseñanza centrada en el estudiante se centra en el estudiante y, en particular, en el desarrollo cognitivo del estudiante. El objetivo del docente es ayudar a los alumnos a comprender el desarrollo de la materia, generar conocimiento como un proceso en lugar de un producto. El centro de las actividades y tareas en aula están centradas en el estudiante, es un proceso de investigación en sí mismo, no en los productos de investigación. Los estudiantes crean sus propios conceptos y modelos cognitivos. El contenido, el estilo de enseñanza y los métodos están adaptados a ayudar al crecimiento cognitivo e intelectual de los estudiantes. La enseñanza centrada en el estudiante combina la comprensión en el modo en que las personas procesan la información con otros factores que afectan el aprendizaje como ser: las actitudes, valores, creencias. La enseñanza centrada en el estudiante puede aumentar participación de los estudiantes atrayéndolos hacia el aprendizaje, el proceso de ayudar a los estudiantes a hacer la transición de pasivos oyentes a participantes activos en su propio aprendizaje.

Los estudiantes aprenden mejor si están involucrados en el aprendizaje activo, si se ven obligados a tratar con observaciones y conceptos, antes de los términos y hechos, y si tienen la sensación de que son parte de una comunidad de alumnos en un aula ambiente que es un gran apoyo para su aprendizaje. Los estudios han demostrado que la enseñanza centrada en el estudiante conduce a una fuerte tendencia de los estudiantes a adoptar un enfoque de aprendizaje profundo (centrándose en el significado y comprensión) que luego da como resultado una buena enseñanza y los resultados del aprendizaje buscado.

# CAPITULO III MARCO METODOLÓGICO

## 3.1 Tipo de investigación

El tipo de estudio es explicativo se trata de identificar la interrelación entre variables independientes y dependientes. A través de la investigación se identificaran los elementos que influyen en el aprendizaje de la materia de Calculo, se definirán las variables independientes y dependientes del problema abordado, con la investigación se tratara de explicar la relación y vínculo entre las variables estudiadas así como la cuantificación de las variables estudiadas.

## 3.2 Enfoque de la Investigación

Se empleara un enfoque mixto, en la investigación se hace uso de los enfoques cualitativo y cuantitativo. El enfoque cuantitativo permite examinar los datos obtenidos de evaluaciones, actividades, nivel de aprendizaje en forma numérica, especialmente a través de las gráficas, cuadros estadísticos, que permiten cuantificar los indicadores empleados.

El enfoque cualitativo permite afirmar el objeto de estudio; se empleara herramientas como la entrevista personal y en grupos focales, para percibir en forma cualitativa el grado de asimilación, comprensión teórica, comprensión práctica y satisfacción del estudiante al emplear el software como herramienta y estrategia de aprendizaje de la materia de Cálculo.

La interpretación holística del presente proyecto permite identificar los elementos pedagógicos: interacciones comunicativas, autogestión, capacidades críticas, creativas que favorecen un aprendizaje significativo, fundamentada en un proceso inductivo, que permiten explorar, describir y generar perspectivas teóricas.

La investigación es mixta cuando se trabajan con los dos aspectos mencionados, la dimensión cuantitativa y cualitativa, en el presente proyecto de investigación se usaron de la siguiente manera:

***En el enfoque cuantitativo,*** se recopilo información del porcentaje de aprobados de los diez últimos semestres en la materia de Calculo I. Se tabularon y graficaron los mismos, para ver si existe un tipo de tendencia a través del tiempo. También se estudió el porcentaje de aprobados en la materia del paralelo M, que es el paralelo en el cual se aplicó la estrategia del software matemático.

***En el enfoque cualitativo,*** se recopiló información del grado de comprensión de los conceptos teóricos de la materia, así como la interpretación de los resultados hallados en la resolución de ejercicios de la materia; esta información se obtuvo a través de entrevistas, cuestionarios a estudiantes, que reflejen el grado de aprendizaje interpretativo en los estudiantes, así como la aplicación de una escala Likert para la valoración del grado de aceptación del software, en referencia a su funcionalidad, usabilidad, mantenimiento y disponibilidad.

### 3.3 Diseño de la investigación

El diseño del estudio es cuasi experimental ya que se trata de ver relaciones entre variables (Independientes-causa; Dependiente-efecto), el estudio es transversal debido a que se realizó en un tiempo determinado.

Con el propósito de responder a la pregunta de investigación planteada y cumplir con los objetivos del estudio, seleccionamos el siguiente diseño de investigación: Se trabajaran con un diseño cuantitativo cuasi experimental.

Se trabajaran con las variables independiente y dependiente, para apreciar las variaciones generadas por una fluctuación de la variable independiente, sobre la variable dependiente.

CAUSA
(Variable Independiente)

EFECTO
(Variable Dependiente)

En la presente tesis de investigación, se sometió a los estudiantes del paralelo M de la materia de Cálculo I, a la perturbación del sistema, que viene a ser la aplicación del software.

*Ilustración 6: Diagrama Causa Efecto*


Un experimento, en un sentido científico, se refiere a un estudio en el que se manipulan intencionalmente una o más variables independientes (supuestas causas-antecedentes), para analizar las consecuencias que la manipulación tiene sobre una o más variables dependientes (supuestos efectos-consecuentes), dentro de una situación de control para el investigador. En el caso particular de las Ciencias de la Educación existen variables no controlables, situación que da lugar a un diseño cuasi experimental.

## 3.4 Técnicas de investigación

Tomando en cuenta los objetivos propuestos, las técnicas de investigación desarrolladas para el presente estudio, fueron las siguientes:

- ✓ **Revisión documental**

Para el marco teórico, referencial se realizó la revisión de la literatura, recopilación de información, bibliografía referente a las estadísticas del rendimiento académico de la materia en gestiones pasadas para el diagnóstico, se estudió situaciones similares Universidades del exterior, experiencias pasadas con el uso software en la enseñanza de la Matemática Superior Universitaria, la revisión permitió identificar aplicaciones en línea para celulares, que permiten la aplicación sumamente cómoda de estas tecnologías para el docente y el estudiante.

- ✓ **Encuesta a estudiantes**

Este instrumento nos permitió conocer si la enseñanza tradicional del **Cálculo** es suficiente para la comprensión y aprendizaje de esta materia de la rama de la matemática superior y cuál es el grado de satisfacción académica del estudiante una vez implementado el software matemático como estrategia de enseñanza y aprendizaje.

- ✓ **Entrevista a docentes**

Estas entrevistas a los docentes, permitió describir desde su punto de vista cual el beneficio de usar los programas y aplicaciones matemáticos para computadoras y celulares, la consulta de cuántos de ellos usan estas herramientas tecnológicas y a los que usan si es o no es de ayuda en su labor docente, la utilización de los mismos.

- ✓ **Identificar los elementos pedagógicos-didácticos**

Se identificaron los elementos pedagógicos didácticos entre docente y estudiante, que se presentan en este caso particular de la enseñanza mediante el uso un software como herramienta de enseñanza.

## 3.5 Hipótesis

Se describen la siguiente hipótesis de investigación, en base al planteamiento del problema, se trabajara la $\boldsymbol{H_i}$ la hipótesis de investigación y $\boldsymbol{H_a}$ la hipótesis alterna, de la investigación como se describe a continuación:

$\boldsymbol{H_i}$**:** El uso del software matemático (Aplicaciones para ordenador y aplicaciones para celular) mejora el proceso Aprendizaje en la materia de Calculo diferencial e integral, en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Mayor de San Andrés; aplicando elementos pedagógicos relevantes, interacciones dinámicas comunicativas entre docente y estudiante, con apoyo de los programas: Matlab, Wolfram Mathematica y Geogebra.

$\boldsymbol{H_a}$**:** El uso del software matemático (Aplicaciones para ordenador y aplicaciones para celular) no mejora el proceso Aprendizaje en la materia de Calculo diferencial e integral, en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Mayor de San Andrés; aplicando elementos pedagógicos relevantes, interacciones dinámicas comunicativas entre docente y estudiante, con apoyo de los programas: Matlab, Wolfram Mathematica y Geogebra.

## 3.6 Población muestra

La Facultad de Ingeniería tiene en su currícula la materia de ***Cálculo I*** perteneciente al primer semestre, cuyos tópicos enmarcan el desarrollo de la teoría y práctica del Cálculo diferencial e integral, la materia es administrada por el departamento de Curso Básico, existiendo 7 paralelos por semestre, de 105 estudiantes por grupo como promedio.

### 3.1.1 Muestra

En la presente investigación por sus características se estudiaran un paralelo conformado por ***105 estudiantes que se asumirá como población***, para el cálculo de la muestra, se emplea un método estadístico, en función al tamaño de la población, en este caso se trata de una investigación universitaria, de una población finita, trabajando con un nivel de confianza del 95 % el cual determina $z = 1.96$ y un error de muestreo de 10%, el cálculo del tamaño de la muestra es:

$$n = \frac{pq}{\frac{\varepsilon^2}{z^2} + \frac{pq}{N}}$$

Donde: $n = \text{Tamaño de la Muestra}$

$p = \text{Probabilidad a favor}$

$\varepsilon = \text{Error de Muestreo}$ (Se asumirá un 10 % $\varepsilon = 0.10$)

$z = 1{,}96$ (A un nivel de confianza del 95 %)

$N = \text{Tamaño de la población}$

$$\mathrm{n} = \frac{\mathrm{pq}}{\frac{\varepsilon}{\mathrm{z}^2} + \frac{\mathrm{pq}}{\mathrm{N}}} = \frac{0.5 * 0.5}{\frac{(0.10)^2}{(1.96)^2} + \frac{0.5 * 0.5}{105}} =\cong 50 \text{ estudiantes}$$

Los resultados de la muestra indican que el ***tamaño de la muestra es de 50 estudiantes*** los cuales extraerán en forma aleatoria, en esta muestra se implementa la estrategia del software matemático.

## 3.7 Metodología de Implementación

Existe una variedad de estrategias o métodos de enseñanza. No es sencillo decir cuál es la forma más efectiva para enseñar a los estudiantes de la Asignatura de Calculo diferencial e integral. En la mayoría de los casos, una combinación de diferentes estrategias de enseñanza, conducen generalmente a unos buenos resultados de aprendizaje. Los profesores deben determinar qué estrategias son adecuados para ellos y sus estudiantes en el curso, el orden de los contenidos. Hay muchas ideas útiles y buenos métodos que son parte de las estrategias de enseñanza tradicionales y las centradas en el estudiante. Las estrategias de enseñanza son muy útiles para lograr buenos resultados de enseñanza y aprendizaje. El curso de Cálculo es un curso lleno de significado, conceptos y aplicación. Entonces el objetivo deberá ser combinar estrategias de enseñanza tradicionales y centradas en el estudiante. El curso para el presente proyecto se llevara a cabo con las siguientes estrategias:

El docente dispone de cuatro horas semana, que se trabajaran de la siguiente manera:

1. Dos clases magistrales cada una de (1hora y media) (Método Tradicional)
2. Una clase en sala se computación (1 hora) (Estrategia del Software Matemático)

El método tradicional de enseñanza es vital para el proceso de enseñanza aprendizaje de materias de ciencias exactas como ser la materia de cálculo, el formalismo y rigurosidad matemática necesita exponerse por el docente en pizarra y conferencia magistral, conceptos de simbolismo abstracto como los capítulos de límite de una función, la derivada y la integral, van acompañados de simbología que debe explicarse formalmente, en cuanto a la interpretación de los resultados, la comprensión de conceptos e ideas que son difíciles de entender, se trabajaran con la estrategia del software matemático.

Esta es una estrategia de enseñanza centrada en el estudiante, esta estrategia no se usara todo el tiempo, ya que el tiempo se divide en dos actividades: el desarrollo de la clase magistral y el trabajo con el software matemático, en la primeras dos sesiones será necesario trabajar en la sala de computación para la capacitación del software, posteriormente gracias al avance tecnológico, es posible usar los programas en sus versiones lite para celulares en la misma aula donde se lleva a cabo la clase magistral, el objetivo si es que los resultados son favorables, es que esta estrategia se convierta en proceso de aprendizaje activo, que permita a los estudiantes interactuar con el docente, entre estudiantes, y de forma autodidacta, para mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje.

¿Cómo se pueden usar la estrategia de enseñanza apoyada en el uso de software matemático?

Algunas respuestas a esta cuestiónate son:

- ✓ Haciendo preguntas, dando a los estudiantes tiempo para pensar.
- ✓ Realizar el seguimiento con los indicadores de aprendizaje.

Estas actividades generaran sinergia entre los estudiantes, son técnicas que se emplean para que los estudiantes estén activos en clase y poco a poco se conviertan en aprendices activos ya que los estudiantes aprenden mejor cuando participan en los procesos de aprendizaje.

## 3.8 Actividades a desarrollarse en la muestra

Se trabajara de acuerdo a una estructura de 6 actividades acordes a los 6 capítulos que la asignatura desarrolla durante el curso. Estas actividades se efectuarán en el grupo en el cual se implementara la estrategia del software matemático, acerca de la codificación en cada uno de estos programas, los comandos o librerías se explican en el ANEXO C.

### 3.8.1 Actividad 1

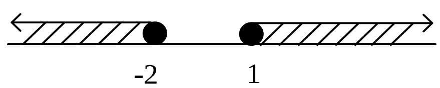
Con la primera actividad se busca conducir a un aprendizaje internalizado del **Capítulo 1** ***Funciones*** de la asignatura, en el cual se trabajó con el software Geogebra, para hallar dominios e imagen, algebraicamente es un problema de exigencia operativa, sin embargo con la interpretación geométrica que ofrece la geometría analítica puede visualizarse y darle sentido al cálculo algebraico, en la actividad 1 se trabajó con el siguiente ejercicio.

**Ejercicio 1.** Halle dominio e imagen, de la siguiente función: $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2 + x - 2}}{x - 3}$

***Solución tradicional***

La solución algebraica, viene por el cálculo de los siguientes elementos de la función: dominio, intersecciones, asíntotas, simetrías.

- **Dominio** $\quad x^2 + x - 2 \geq 0 \quad \rightarrow \quad (x+2)(x-1) \geq 0$




- **Intersecciones** $\quad y = 0 \quad \rightarrow \quad \sqrt{x^2 + x - 2} = 0 \quad \rightarrow \quad (x+2)(x-1) = 0$

  $P(-2, 0) \quad , \quad P(1, 0)$

  $x = 0 \quad \rightarrow \quad \dfrac{\sqrt{-2}}{-3} = \nexists$

- **Asíntotas**: Vertical $\quad x - 3 = 0$

  Horizontal

$$y = \frac{\sqrt{x^2 + x - 2}}{x - 3} \quad \rightarrow \quad y^2 (x-3)^2 = x^2 + x - 2 \quad \rightarrow \quad (y^2 - 1)x^2 - (6y + 1)x + 9y^2 + 2 = 0$$

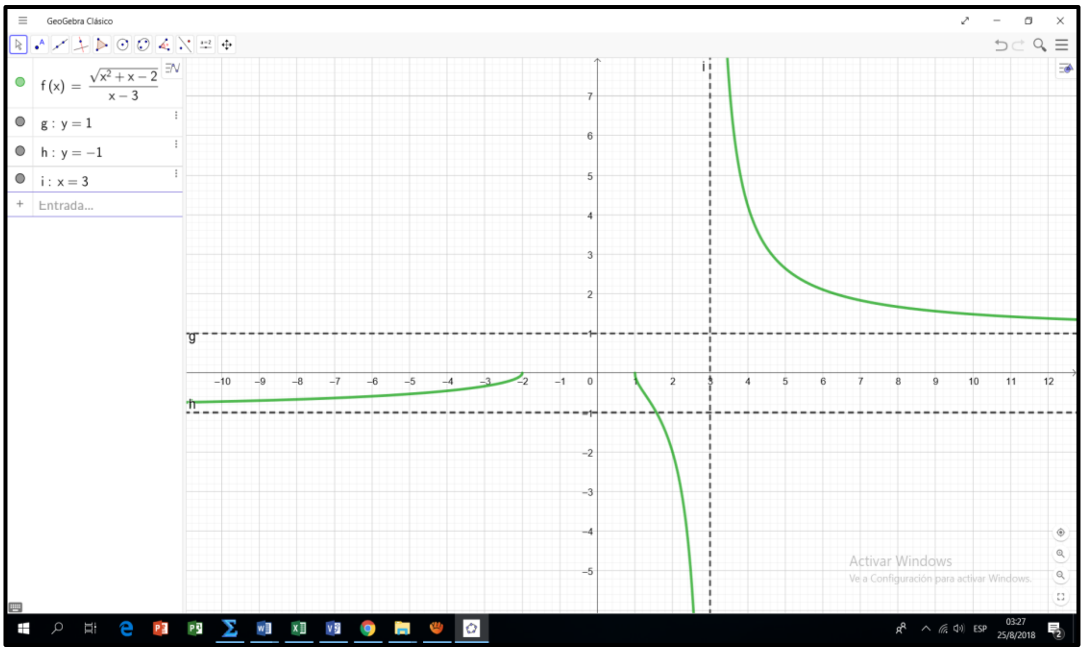
$$y - 1 = 0 \quad , \quad y + 1 = 0$$

- **Simetrías** $\nexists$
- **Signo de la Función**

| | -2 | 1 | 3 | |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-$ | $\nexists$ | $-$ | $+$ |
| $\uparrow \downarrow$ | $\downarrow$ | $\nexists$ | $\downarrow$ | $\uparrow$ |

- **Visualización grafica PROGRAMA GEOGEBRA**

*Ilustración 7: Grafico Actividad 1 en Geogebra*




- **Beneficios del programa:**

✓ Visualización de la gráfica, identificando dominios, imagen, intersecciones y asíntotas.

✓ Visualización de la ecuación algebraica en la ventana algebraica del programa.

✓ Interpretación grafica de los elementos calculados en forma algebraica.

### 3.8.2 Actividad 2

La segunda actividad busca conducir a un aprendizaje significativo del **Capítulo 2 *Limites*** de la asignatura, el cual se trabajó primeramente de forma convencional aplicando el desarrollo algebraico, seguidamente se implementó la resolución del ejercicio con el software Wolfram Mathematica, así hallar la solución numérica del problema, explicando la codificación para el cálculo de límites en el programa. Indicando que también se ejecuta el comando graficador del programa para la interpretación geométrica del ejercicio.

**Ejercicio 2.** Calcule el Siguiente Límite:

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{sen\,5x} - e^{sen\,x}}{ln\left(1 + 2x\right)}$$

***Solución algebraica tradicional***

La solución algebraica, se presenta con el procedimiento de levantamiento de la indeterminación, empleando las formulas:

$$\lim_{x \to 0} \left(1 + f(x)\right)^{\frac{1}{f(x)}} = e \quad , \quad \lim_{x \to 0} \frac{a^{f(x)} - 1}{f(x)} = \ln a \quad , \quad \lim_{x \to 0} \frac{\sin\left(f(x)\right)}{f(x)} = 1$$

Evaluando el límite para identificar el tipo de indeterminación:

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{sen\,5x} - e^{sen\,x}}{ln\left(1 + 2x\right)} = \frac{1 - 1}{ln(1)} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{sen\,5x}-1+1-e^{sen\,x}}{ln\left(1+2x\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{\left(e^{sen\,5x}-1\right)-\left(e^{sen\,x}-1\right)}{ln\left(1+2x\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{\dfrac{\left(e^{sen\,5x}-1\right)-\left(e^{sen\,x}-1\right)}{x}}{\dfrac{ln\left(1+2x\right)}{x}}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\dfrac{\left(e^{sen\,5x}-1\right)}{x}-\dfrac{\left(e^{sen\,x}-1\right)}{x}}{\dfrac{1}{x}\cdot ln\left(1+2x\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{\dfrac{\left(e^{sen\,5x}-1\right)}{sen\,5x}\cdot\dfrac{sen\,5x}{5x}\cdot 5-\dfrac{\left(e^{sen\,x}-1\right)}{sen\,x}\cdot\dfrac{sen\,x}{x}}{ln\left[\left(1+2x\right)^{\frac{1}{2x}}\right]^{2}}=$$

$$\frac{ln\,e\,(1)(5)-ln\,e\,(1)}{ln\,e^{2}}=\frac{4}{2}$$

$$\therefore\quad \boxed{\lim_{x\to 0}\frac{e^{sen\,5x}-1+1-e^{sen\,x}}{ln\left(1+2x\right)}=2}$$

- **Apoyo y complemento del software Wolfram Mathematica**

Se presenta la asistencia del software en la solución del problema, primeramente se presenta la forma de introducción de la función empleando los comandos correspondientes, para la introducción de la función, posteriormente su gráfica y finalmente el cálculo del límite.

**Codificación**

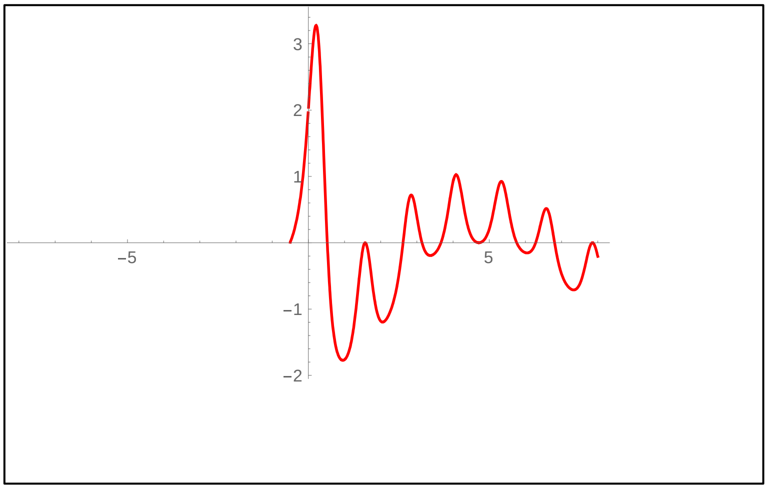
In[1]= $f[\text{x\_}]:=\frac{e^{\text{Sin}[5x]}-e^{\text{Sin}[x]}}{\text{Log}[1+2x]}$

In[2]= $f[x]$

Out[2]= $\frac{-e^{\text{Sin}[x]}+e^{\text{Sin}[5x]}}{\text{Log}[1+2x]}$

In[3]= Plot[$\frac{-e^{\text{Sin}[x]}+e^{\text{Sin}[5x]}}{\text{Log}[1+2x]}$, $\{x,-8,8\}$, PlotStyle $\rightarrow$ Red]

*Ilustración 8: Grafico Actividad 2 en Wólfram Mathematica*




In[4]= Limit $\left[\frac{-e^{\mathrm{Sin}[x]}+e^{\mathrm{Sin}[5x]}}{\mathrm{Log}[1+2x]}, x \to 0\right]$

Out[4]= 2

- **Beneficios del programa:**

✓ Entorno practico, intuitivo y con herramientas (paletas de comandos) de fácil manejo y manipulación.

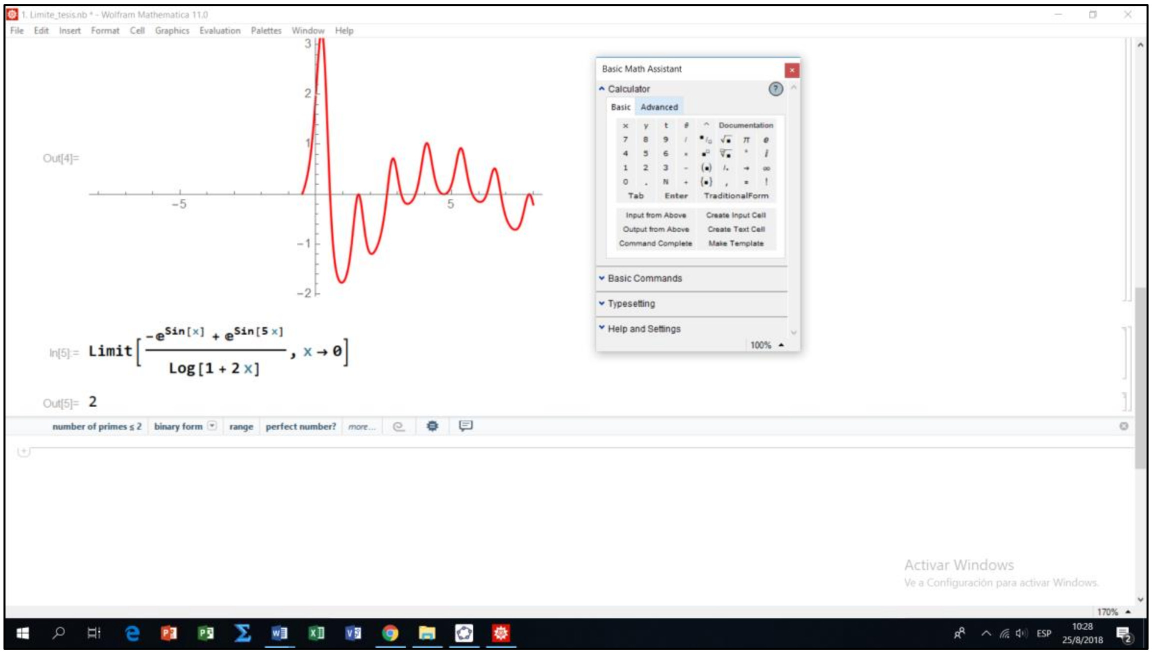
✓ Introducción de la función bajo las mismas características de la escritura convencional.

✓ Calculo del límite con un comando de fácil uso.

✓ Graficación del identificación del resultado, claramente se ve que la función se acerca a **2** en el eje Y, esto cuando en X se tiende al valor **0**.

- **Visualización real del entorno:**

*Ilustración 9: Interfaz programa Wólfram Mathematica*




### 3.8.3 Actividad 3

La tercera actividad busca reforzar la confianza del estudiante en cuanto los cálculos operacionales algebraicos, que se efectúan con gran intensidad en el **Capítulo 3** ***La derivada***, de la asignatura, se deriva a una función explicita, mediante las reglas de derivación habituales en la materia, para posteriormente efectuar la reducción y simplificación del resultado. Esta actividad se trabajara con el programa Matlab de uso universal, en el ejercicio se explica la codificación para la introducción, derivación de funciones, así como el comando para la simplificación de expresiones algebraicas.

**Ejercicio 3.** Calcule la derivada de primer orden $y'$, y simplifique el resultado al máximo posible:

$$y = l\,\mathrm{n}\left(\frac{x^4 - x^2 + 1}{x^4 + 2x^2 + 1}\right) + 2\sqrt{3}\,arctg\left(\frac{\sqrt{3}}{1 - 2x^2}\right)$$

***Solución algebraica tradicional***

La solución algebraica, se presenta mediante el uso de las reglas de derivación:

$$\left(ln\ u\right)' = \frac{1}{u}\cdot u' \qquad \left(arctg\,u\right)' = \frac{1}{1+u^2}\cdot u'$$

$$y = ln\left(x^4 - x^2 + 1\right) - ln\left(x^4 + 2x^2 + 1\right) + 2\sqrt{3}\,arctg\left(\frac{\sqrt{3}}{1-2x^2}\right)$$

$$y' = \frac{4x^3 - 2x}{x^4 - x^2 + 1} - \frac{4x^3 + 4x}{x^4 + 2x^2 + 1} + 2\sqrt{3}\ \frac{1}{1+\left(\frac{\sqrt{3}}{1-2x^2}\right)^2}\cdot\frac{4\sqrt{3}x}{(1-2x^2)^2}$$

$$y' = \frac{(4x^3 - 2x)(x^4 + 2x^2 + 1) - (4x^3 + 4x)(x^4 - x^2 + 1)}{(x^4 - x^2 + 1)(x^4 + 2x^2 + 1)} + 2\sqrt{3}\ \frac{(1-2x^2)^2}{(1-2x^2)^2 + 3}\cdot\frac{4\sqrt{3}x}{(1-2x^2)^2}$$

$$y' = \frac{6x^5 - 6x}{(x^4 - x^2 + 1)(x^4 + 2x^2 + 1)} + 2\sqrt{3}\ \frac{4\sqrt{3}x}{4x^4 - 4x^2 + 4}$$

$$y' = \frac{6x(x^2 - 1)(x^2 + 1)}{(x^4 - x^2 + 1)(x^2 + 1)^2} + 6\frac{x}{(x^4 - x^2 + 1)}$$

$$y' = \frac{6x(x^2 - 1) + 6x(x^2 + 1)}{(x^4 - x^2 + 1)(x^2 + 1)} = \frac{12x^3}{x^6 + 1} \quad\rightarrow\quad \boxed{y' = \frac{12x^3}{x^6 + 1}}$$

- **Apoyo del software MATLAB Codidicacion:**

```
>> syms x

>> y=log((x^4-x^2+1)/(x^4+2*x^2+1))+2*sqrt(3)*atan((sqrt(3))/(1-2*x^2))

 y =

 log((x^4 - x^2 + 1)/(x^4 + 2*x^2 + 1)) - 2*3^(1/2)*atan(3^(1/2)/(2*x^2 - 1))

 >> diff(y)
```

ans =

(24*x)/((2*x^2 - 1)^2*(3/(2*x^2 - 1)^2 + 1)) - (((- 4*x^3 + 2*x)/(x^4 + 2*x^2 + 1) + ((4*x^3 + 4*x)*(x^4 - x^2 + 1))/(x^4 + 2*x^2 + 1)^2)*(x^4 + 2*x^2 + 1))/(x^4 - x^2 + 1)

>> simplify(ans)

ans =

(12*x^3)/(x^6 + 1)

- **Beneficios del programa:**
- ✓ Matlab goza, de una librería suficiente de herramientas para el análisis matemático, como el que se necesita en la materia de Cálculo, simplemente introduciendo a la función y con el comando diferenciador ***diff()*** es posible hallar la derivada de la función, y también la simplificación del resultado mediante el comando ***simplify()***
- ✓ Estas herramientas fortalecen la con fianza del estudiante al resolver problemas de una práctica, puesto que con el software se hallan los resultados exactos, libres de error y ambigüedad al que el estudiante debe llegar mediante el método algebraico.

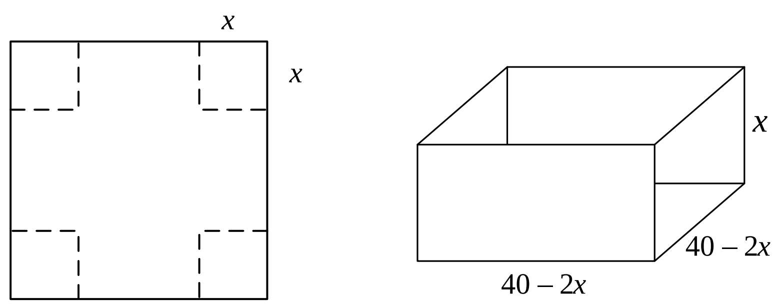
### 3.8.4 Actividad 4

La cuarta actividad se enfoca al reforzamiento del **Capítulo 4** ***Aplicaciones de la derivada***, se resuelve un problema de optimización, específicamente uno de máximo y mínimos, en el cual se busca el máximo de la función. Esta actividad se trabajara con el programa Wolfram Mathematica, en el ejercicio se explica la codificación para la introducción, derivación de funciones, así como el comando para la obtención del máximo de una función. Esta actividad busca desarrollar en el estudiante su capacidad de análisis, para discriminar soluciones efectivas al problema y poder discriminar las soluciones triviales.

**Ejercicio 4.** De una lámina cuadrada de 40 cm de lado se desea formar una caja rectangular sin tapa, recortando de sus esquinas segmentos cuadrados iguales. Hallar las dimensiones de la caja de volumen máximo.

***Solución algebraica tradicional***

*Ilustración 10: Esquema grafico de la actividad 4*




- **Volumen de la caja**

$$V = x \cdot (40 - 2x)^2$$

- **Derivada de la función**

$$\frac{dV}{dx} = (40 - 2x)^2 + x \cdot 2(40 - 2x)(-2) = (40 - 2x)(40 - 2x - 4x)$$
$$\frac{dV}{dx} = (40 - 2x)(40 - 6x)$$

- **Calculo del valor extremo**

$$\frac{dV}{dx} = 0 \quad \rightarrow \quad (40 - 2x)(40 - 6x) = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\begin{array}{c} x = 20 \\ x = \frac{40}{6} = \frac{20}{3} \end{array}}$$

- **Criterio de la segunda derivada**

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -2(40 - 6x) + (40 - 2x)(-6) = 24x - 320$$

$$\frac{d^2V}{dx^2}\Big|_{x=20} = 160 > 0 \;\rightarrow\; x = 20 \; punto\ de\ mínimo$$

$$\frac{d^2V}{dx^2}\Big|_{x=\frac{20}{3}} = -160 < 0 \;\rightarrow\; \boxed{x = \tfrac{20}{3}} \; punto\ de\ máximo$$

- **El máximo**

$$V\left(\tfrac{20}{3}\right) = \tfrac{20}{3} \cdot \left(40 - 2 \cdot \tfrac{20}{3}\right)^2 = \tfrac{128000}{27} = 4740,74\,cm^3$$

- **Apoyo con el Software Wólfram Mathematica (Codificación )**

In[1]= $V[x\_] := x * (40 - 2x)^2$

In[2]= $V[x]$

Out[2]= $(40 - 2x)^2 x$

In[3]= Maximize[$\{x * (40 - 2x)^2, x \geq 0, x \leq 20\}, \{x\}$]

Out[3]= $\{\frac{128000}{27}, \{x \rightarrow \frac{20}{3}\}\}$

In[4]= $V[20/3]$

Out[4]= $\frac{128000}{27}$

In[19]= $N[V[20/3]]$= 4740.74

### 3.8.5 Actividad 5

La quinta actividad busca reforzar nuevamente la confianza del estudiante en cuanto los cálculos operacionales algebraicos, que se efectúan en el Capítulo 5 La integral, para este propósito se resuelve un problema de integral indefinida, la cual se integrará mediante reglas de integración. Esta actividad se trabajara con el programa Matlab.

**Ejercicio 5.** Calcule la siguiente integral

$$\int \frac{dx}{x^3 - 2x^2 + 2x}$$

***Solución algebraica tradicional***

Integrando por el método de fracciones parciales

$$\int \frac{dx}{x^3 - 2x^2 + 2x} = \int \frac{dx}{x(x^2 - 2x + 2)} = \int \left( \frac{A}{x} + \frac{Bx + C}{x^2 - 2x + 2} \right) dx$$

$$\frac{1}{x(x^2 - 2x + 2)} = \frac{A}{x} + \frac{Bx + C}{x^2 - 2x + 2} \rightarrow 1 = A(x^2 - 2x + 2) + \mathrm{B}x^2 + Cx$$

$$1 = \left(A + B\right)x^2 + \left(-2A + C\right)x + 2A \rightarrow \begin{array}{l} A = \frac{1}{2} \\ B = -\frac{1}{2} \\ C = 1 \end{array}$$

$$\int \left( \frac{\frac{1}{2}}{x} + \frac{-\frac{1}{2}x + 1}{x^2 - 2x + 2} \right) dx = \int \left( \frac{\frac{1}{2}}{x} + \frac{-\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}}{x^2 - 2x + 2} \right) dx = \int \left( \frac{\frac{1}{2}}{x} + \frac{-\frac{1}{2}\left(x - 1\right)}{x^2 - 2x + 2} + \frac{\frac{1}{2}}{x^2 - 2x + 2} \right) dx$$

$$= \int \left( \frac{\frac{1}{2}}{x} + \frac{-\frac{1}{2}\left(x - 1\right)}{x^2 - 2x + 2} + \frac{\frac{1}{2}}{\left(x - 1\right)^2 + 1} \right) dx = \tfrac{1}{2} ln \left|x\right| - \tfrac{1}{4} ln \left(x^2 - 2x + 2\right) + \tfrac{1}{2} arctg \left(x - 1\right) + c$$

$$\int \frac{dx}{x^3 - 2x^2 + 2x} = \tfrac{1}{2} ln \left|x\right| - \tfrac{1}{4} ln \left(x^2 - 2x + 2\right) + \tfrac{1}{2} arctg \left(x - 1\right) + c$$

- **Apoyo con el Software Matlab**

```
>> syms x
>> f(x)=1/(x^3-2*x^2+2*x)
 f(x) =
 1/(x^3 - 2*x^2 + 2*x)
 >> int(f,x)
 ans(x) =
```

$$-\frac{1}{2}\mathrm{ArcTan}[1 - x] + \frac{\mathrm{Log}[x]}{2} - \frac{1}{4}\mathrm{Log}[2 - 2x + x^2]$$

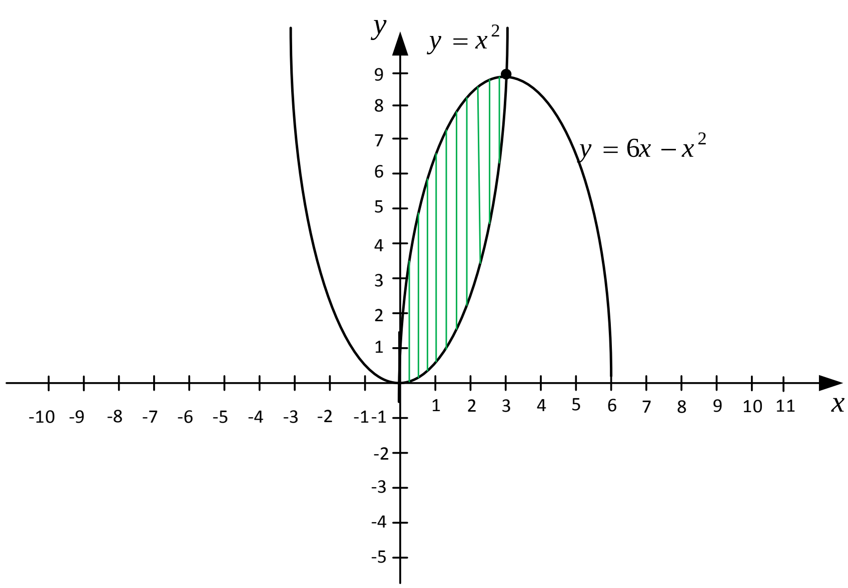
### 3.8.6 Actividad 6

La sexta y última actividad está dedicada a la aplicación del software a beneficio de la visualización y calculo numérico del **Capítulo 6** ***Aplicaciones de la integral***, para este propósito se resuelve un problema de cálculo de áreas. Esta actividad se trabajara con el programa Geogebra.

**Ejercicio 6.** Calcular el área encerrada por las curvas: $y = 6x - x^2$ ; $y = x^2$

***Solución algebraica tradicional***

*Ilustración 11: Esquema grafico actividad 6*



La solución algebraica, se presenta mediante el uso de la fórmula del cálculo de áreas entre dos curvas: $A = \int_a^b \left(y_{sup} - y_{inf}\right)dx$

Intersectando las curvas:

$$\begin{cases} y = 6x - x^2 \\ y = x^2 \end{cases} \rightarrow \quad 6x - x^2 = x^2 \quad \rightarrow 2x^2 - 6x = 0 \quad \rightarrow \quad 2x\left(x - 3\right) = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\begin{matrix} x = 0 \\ x = 3 \end{matrix}}$$

$$A = \int_0^3 \left(6x - x^2 - x^2\right)dx = \int_0^3 \left(6x - 2x^2\right)dx = 6\frac{x^2}{2} - \frac{2}{3}x^3\Big|_0^3$$

$$A = 3(3^2 - 0) - \frac{2}{3}(3^3 - 0^3) \quad \rightarrow \quad \boxed{\mathrm{A} = 9\left[u^2\right]}$$

- **Apoyo con el Software Geogebra**

Asistencia gráfica y cálculo numérico con el software:

**Codificación:**

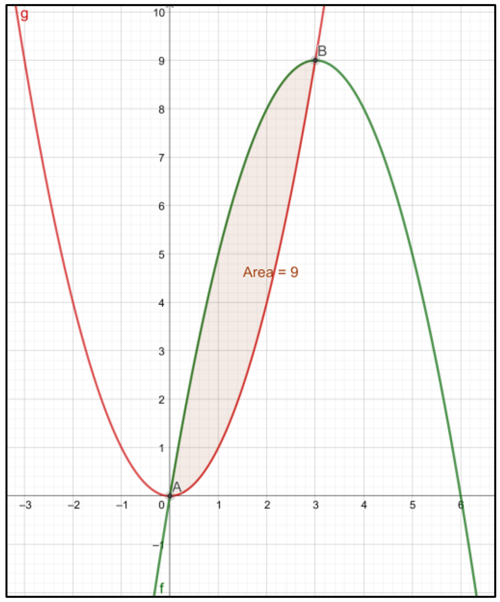
$f(x) = 6x - x^2$

$g(x) = x^2$

$Interseca(f, g) \quad \rightarrow \quad A(0,0) \quad B(3,9)$

$Area = IntegralEntre(f, g, 0{,}3) = 9$

*Ilustración 12: Esquema grafico actividad 6 en el programa Geogebra*




### 3.9 Variables

Una variable es un atributo que posee una característica que puede fluctuar y cuya variación es susceptible de medirse u observarse. Ejemplos de variables son el género, la motivación intrínseca hacia el trabajo, el atractivo físico, el aprendizaje de conceptos, la religión, la resistencia de un material. Una variable posee la propiedad que tiene una variación que puede medirse u observarse. (HERNANDEZ SAMPIERI, 2005).

#### 3.9.1 Variable Independiente y Dependientes

La variable independiente es la que se considera como supuesta causa en una relación entre variables, es la condición antecedente, y al efecto provocado por dicha causa se le denomina variable dependiente (consecuente).

El proyecto presenta tres variables independientes y una variable dependiente

*Tabla 6: Presentación de variables independientes y dependientes*

| **VARIABLES INDEPENDIENTES** | **Indicador** | **VARIABLE DEPENDIENTE** | **Indicador** |
|---|---|---|---|
| $X_1$: Capacitación del estudiante en el uso de programas matemáticos | Numero de sesiones de capacitación del manejo y uso del software | $\boldsymbol{Y}$: *Nota de los estudiantes de la muestra en la que se implementa la estrategia del software en la materia de Calculo I* | Registro de notas de estudiantes del curso. |
| $X_2$: Prácticas de laboratorio aplicando el software avocados exclusivamente a la interpretación de resultados | Numero de prácticas aprobadas, que incluyan la explicación de los resultados | | |
| $X_3$: Consultas del estudiantado al docente, enfocados a la materia y uso del software | Número de consultas del estudiantado al docente por clase y/o sesión. | | |

**Fuente:** Elaboración propia

**Variables independientes**

$\boldsymbol{X_1}$: Capacitación del estudiante en el uso de programas matemáticos

Esta variable se medirá en número de sesiones, que el estudiante le brinda a la dedicación de aprender el uso y manejo del software matemático, que serán 6 de acurdo a las actividades planificadas.

$\boldsymbol{X_2}$: (Prácticas enfocadas al uso del software), la calificación de estas prácticas serán del tipo ordinal.

Esta variable medirá el grado de comprensión teórica que el estudiante logra con ayuda del software de la materia, medición que se efectuará mediante el uso de una escala Likert, que el docente calificará de la siguiente manera:

*Tabla 7: Presentación escala Likert para evaluación de las actividades*

| **ATRIBUTO** | **ESCALA LIKERT** | | | | | **PROMEDIO** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | |
| **Nivel de Exposición Interpretativa del Capitulo** | Nula | Insuficiente | Regular | Suficiente | Excelente | |
| | | | | | | |

**Fuente:** Elaboración propia

$\boldsymbol{X_3}$: Consultas del estudiantado al docente, enfocados a la materia y uso del software

Esta variable se medirá en número de consultas, que el estudiante efectúa por clase referente la aplicación del software.

*Tabla 8: Cuadro  resumen: objetivos, hipótesis, variables, metodología, técnica y muestra*

| FORMULACIÓN DEL PROBLEMA | OBJETIVO GENERAL Y ESPECIFICO | HIPÓTESIS DE LA INVESTIGACIÓN | VARIABLES | INDICADORES | DISEÑO METODOLÓGICO | MÉTODO Y TÉCNICA | POBLACIÓN Y MUESTRA |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ¿Podría el uso de software matemático MATLAB, GEOGEBRA MATHEMATICA Mejorar el nivel de enseñanza aprendizaje en la materia de Calculo Diferencial e Integral en Facultad de Ingeniería de la Universidad Mayor de San Andrés? | **OBJETIVO GENERAL**<br>Implementar una estrategia didáctica para fortalecer el Proceso de Enseñanza Aprendizaje de la materia de Cálculo I en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Mayor de San Andrés, que favorezcan un aprendizaje significativo, mediante el uso de software matemático. | **Hi:** El uso del software matemático (Aplicaciones Para ordenador y aplicaciones para celular), contribuyen a mejorar los Procesos de Enseñanza-Aprendizaje en la materia de Calculo diferencial e integral, en la Facultad de Ingeniería de la UMSA, aplicando elementos pedagógicos relevantes, interacciones dinámicas comunicativas entre docente y estudiante, con apoyo de los programas: Matlab, Wolfram Mathematica y Geogebra, favoreciendo un aprendizaje significativo<br>**Ha:** El uso del software matemático (Aplicaciones Para ordenador y aplicaciones para celular), | **Variable Independiente**<br>$x_1$: Capacitación del estudiante en el uso de programas matemáticos<br><br>$x_2$: Prácticas enfocadas al uso del software), la calificación de estas prácticas serán del tipo ordinal.<br><br>$x_3$: Consultas del estudiantado al | Numero de sesiones de capacitación en laboratorio de computación.<br><br>Nota sobre de la práctica , nota asignada de acuerdo al nivel de interpretación de resultados de los ejercicios propuestos<br><br>Número de consultas del estudiantado al docente por clase y/o | Cuantitativo<br><br>Cualitativo Tipo ordinal<br><br>Cuantitativo | Registro de asistencia, de los participantes por sesión. Cantidad de estudiantes capacitados en el manejo de software matemático<br><br>Elaboración del test en escala Likert concerniente al tema avanzado, solicitando el cálculo numérico algebraico y la interpretación del resultado en forma gráfica y descriptiva.<br><br>Registro individual del estudiantado que efectúe consultas y | **Población**<br>Estudiantes de primer año de la Facultad de Ingeniería de la UMSA<br>(735)<br><br>**Muestra**<br><br>Estudiantes de Cálculo del paralelo M de primer año de la Facultad de Ingeniería de la UMSA<br>(50) |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | O**BJETIVOS ESPECIFICO** Implementar programas matemáticos MATLAB, MATHEMATICA Y GEOGEBRA en el desarrollo de materias de matemática superior. | no contribuyen a mejorar los Procesos de Enseñanza-Aprendizaje en la materia de Calculo diferencial e integral, en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Mayor de San Andrés; aplicando elementos pedagógicos relevantes, interacciones dinámicas comunicativas entre docente y estudiante, con apoyo de los programas: Matlab, Wolfram Mathematica y Geogebra, favoreciendo un aprendizaje significativo<br>. | docente, enfocados a la materia y uso del software.<br>**Variable Dependiente**<br><br>Número de estudiantes aprobados en calculo diferencial e integral en la gestión | sesión.<br><br>Nota de los estudiantes de la muestra en la que se implementa la estrategia del software | | preguntas, por parte del docente.<br><br>Obtención del registro de notas de estudiantes del curso | |

# CAPITULO IV ANÁLISIS Y RESULTADOS

Usando cuestionarios, se recopilo información que se centra en las características de las 6 actividades propuestas, las habilidades matemáticas adquiridas en esas actividades y la evaluación de las mismas. Los resultados más relevantes se presentan en el presente capitulo.

## 4.1 Prueba de importancia y desempeño

Se realizó la encuesta con ayuda del cuestionario A (Valoración de la implementación del software) presente en el ANEXO A, en la cual se indagó y posteriormente se determinó los atributos más importantes que la población estudiantil tiene en cuenta al momento de usar un software, estos atributos fueron: Funcionalidad Usabilidad, Fiabilidad, Compatibilidad. Con esta encuesta explicamos cuales son atributos o preferencias que son más relevantes para el grupo de estudiantes donde se implementó la estrategia del software matemático.

**Funcionalidad.-** El programa cumple las especificaciones para las que se construyó, es decir existe una seguridad, confiabilidad y fiabilidad, que el mismo no fallara, o se colgara en el proceso de cómputo y calculo.

**Usabilidad.-** Fácil de usar, interfaz adecuada, intuitiva, sencillo, autosuficiencia de manejo, de fácil entrada y salida, de codificación simple, de visualización imagen y sonido interactivo.

**Mantenimiento.-** Adecuación del software tal que pueda evolucionar para satisfacer las necesidades cambiantes de los clientes. Éste es un atributo crítico porque el cambio del software es un requerimiento inevitable de un entorno cada día cambiante.

**Compatibilidad.-** El programa es compatible con otros programas similares y programas universales como el Microsoft Word y Excel.

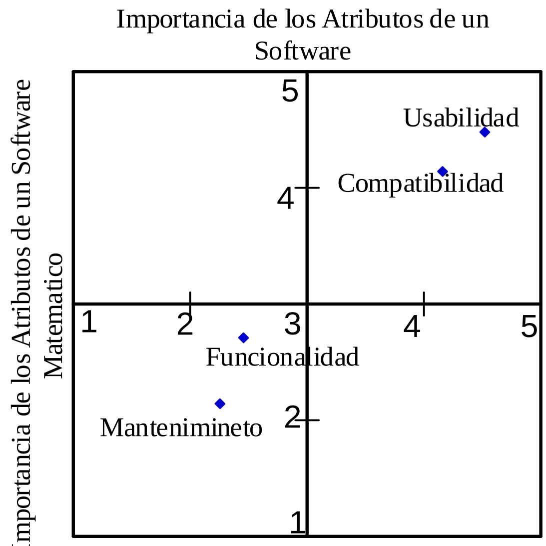
*Tabla 9: Importancia de Atributos de un Software Matemático*

| ATRIBUTO | Nada importante 1 | Poco importante 2 | Indiferente 3 | Es importante 4 | Muy importante 5 | PROMEDIO |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Compatibilidad | 0 | 0 | 7 | 27 | 16 | **4,18** |
| Funcionalidad | 4 | 22 | 12 | 12 | 0 | **2,64** |
| Usabilidad | 0 | 0 | 0 | 22 | 28 | **4,56** |
| Mantenimiento | 13 | 12 | 17 | 8 | 0 | **2,37** |

**Fuente:** Elaboración en base a encuestas realizadas a estudiantes de la Materia de Calculo I

En estos resultados pueden evidenciar que para un estudiante al momento de valuar a un software los atributos más importantes son la usabilidad y compatibilidad.

*Ilustración 13: Mapa de posicionamiento de importancia de un Software Matemático*




Puede apreciarse que un programa tiene mayor aceptación o preferencia si es fácil de usar y además es compatible con otros programas de uso cotidiano, sobre todo los de uso común como Microsoft Word y Excel, para los usuarios guardan relativa importancia los atributos de mantenimiento y funcionalidad, frente a los dos ya mencionados.

*Tabla 10: Valoración de atributos de los tres Programas MATLAB, GEOGEBRA Y WÓLFRAM MATHEMATICA*

| ATRIBUTO | MATLAB | GEOGEBRA | WOLFRAM MATHEMATICA |
|---|---|---|---|
| Compatibilidad | 4,0 | 4,2 | 4,2 |
| Funcionalidad | 3,9 | 4,2 | 4,0 |
| Usabilidad | 4,0 | 4,8 | 4,5 |
| Mantenimiento | 4,2 | 4,5 | 3,9 |
| **PROMEDIO** | **4,03** | **4,43** | **4,15** |

**Fuente:** Elaboración en base a encuestas realizadas a estudiantes de la Materia de Calculo I

Con este primer resultado se evidencia que los estudiantes tienen una gran inclinación por el programa Geogebra, que se explica por varias razones, el cuadro refleja que cumple con los requisitos ideales en un software de carácter académico, es compatible, de gran funcionalidad, de uso intuitivo, el software que le sigue es el Wólfram Mathematica y finalmente el Matlab, de este último se pudo recoger la información que su entorno, interfaz y programación no cuentan con un asistente o corrector, situación que muchos tengan problemas al momento de hacer correr los cálculos en este programa.

## 4.2 Prueba de diferencias de medias atribuidas a las muestras

Para esta prueba se estudiaron dos muestras, de la población, la primera muestra en la cual no se aplica la estrategia del software, la segunda en la cual si se aplica la estrategia del software.

***Muestra 1.*** Muestra en la cual no se aplica la estrategia del software, se recopilan las notas de los 84 estudiantes del paralelo E de Calculo I.

***Muestra 2.*** Muestra en la cual si se aplica la estrategia del software, se recopilan las notas de los 50 estudiantes del paralelo M de Calculo I.

Calculo del tamaño de muestras:

Donde: $n =$ Tamaño de la Muestra

$p =$ Probabilidad a favor

$\varepsilon =$ Error de Muestreo (Se asumirá un 10 % $\varepsilon = 0.10$)

$z = 1{,}96$ (A un nivel de confianza del 95 %)

$N =$ Tamaño de la población

**Muestra 1**

$$n = \frac{pq}{\frac{\varepsilon^2}{z^2} + \frac{pq}{N}}$$

$$\mathrm{n} = \frac{0.5 * 0.5}{\frac{(0.10)^2}{(1.96)^2} + \frac{0.5 * 0.5}{735}} =\cong 84 \text{ estudiantes}$$

**Muestra 2**

$$n = \frac{pq}{\frac{\varepsilon^2}{z^2} + \frac{pq}{N}}$$

$$\mathrm{n} = \frac{0.5 * 0.5}{\frac{(0.10)^2}{(1.96)^2} + \frac{0.5 * 0.5}{105}} =\cong 50 \text{ estudiantes}$$

*Tabla 11: Notas de Obtenidas sobre el 100%*

*(Grupo sin implementación del Software)*

| **Muestra 1** | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 41 | 30 | 36 | 53 | 26 | 25 | 22 |
| 54 | 36 | 55 | 52 | 25 | 28 | 23 |
| 39 | 56 | 55 | 20 | 56 | 56 | 35 |
| 38 | 63 | 62 | 53 | 24 | 41 | 32 |
| 54 | 53 | 64 | 20 | 44 | 52 | 61 |
| 53 | 52 | 42 | 59 | 21 | 40 | 42 |
| 56 | 34 | 69 | 38 | 30 | 56 | 33 |
| 39 | 55 | 34 | 56 | 38 | 53 | 55 |
| 25 | 33 | 54 | 54 | 36 | 55 | 68 |
| 54 | 36 | 38 | 28 | 54 | 40 | 37 |
| 35 | 22 | 55 | 56 | 53 | 54 | 34 |
| 36 | 35 | 35 | 35 | 23 | 24 | 26 |
| ***n=84*** | | | | | | |

**Fuente:** Registro de notas departamento de Curso Básico (Facultad de Ingeniería UMSA)

*Tabla 12: Notas de Obtenidas sobre 100 %*

*(Grupo con implementación del Software)*

| Muestra 2 | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 51 | 73 | 42 | 41 | 56 |
| 43 | 57 | 26 | 51 | 54 |
| 63 | 42 | 53 | 42 | 32 |
| 66 | 37 | 31 | 56 | 35 |
| 51 | 41 | 51 | 56 | 62 |
| 57 | 41 | 65 | 45 | 51 |
| 43 | 44 | 33 | 27 | 70 |
| 56 | 40 | 52 | 35 | 67 |
| 46 | 41 | 38 | 67 | 45 |
| 67 | 67 | 22 | 38 | 52 |
| ***n=50*** | | | | |

**Fuente:** Registro de notas departamento de Curso Básico (Facultad de Ingeniería UMSA)

- **Estadísticos Descriptivos**

| Muestra 1 | Muestra 2 |
|---|---|
| $n_1 = 84$ | $n_2 = 50$ |
| $\overline{x}_1 = 42,57$ | $\overline{x}_2 = 48,41$ |
| $s_1 = 13,175$ | $s_2 = 12,397$ |

- **Hipótesis**

$H_0$: No existe diferencia significativa entre el promedio de notas de los estudiantes en el grupo en el cual se implementó la estrategia del software matemático y los estudiantes del grupo en el cual no se implementó la estrategia de la implementación del software matemático.

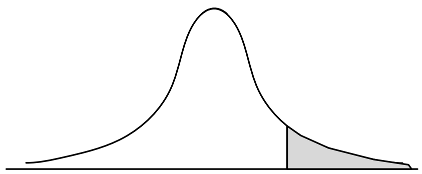
$H_1$: El promedio de notas de los estudiantes en el grupo en el cual se implementó la estrategia del software matemático es mayor que el promedio de notas de los estudiantes en el grupo en el cual no se aplicó la estrategia del software matemático

$$H_0: \ \overline{x_1} = \overline{x_2}$$
$$H_1: \ \overline{x_2} > \overline{x_1}$$

Para un nivel de significancia $\alpha = 0.05$, el número de grados de libertad será:

$$gl = n_1 + n_2 - 2 = 84 + 50 - 2 \rightarrow \boxed{gl = 132}$$

*Tabla 13: TABLA DE LA DISTRIBUCIÓN t - Student*



| Grados de Libertad | 0.25 | 0.20 | 0.15 | 0.10 | 0.05 | 0.025 | 0.01 | 0.005 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 1.000 | 1.376 | 1.963 | 3.078 | 6.314 | 12.706 | 31.821 | 63.657 |
| **2** | 0.816 | 1.061 | 1.386 | 1.886 | 2.920 | 4.303 | 6.965 | 9.925 |
| **3** | 0.765 | 0.978 | 1.250 | 1.638 | 2.353 | 3.182 | 4.541 | 5.841 |
| **4** | 0.741 | 0.941 | 1.190 | 1.533 | 2.132 | 2.776 | 3.747 | 4.604 |
| **5** | 0.727 | 0.920 | 1.156 | 1.476 | 2.015 | 2.571 | 3.365 | 4.032 |
| **6** | 0.718 | 0.906 | 1.134 | 1.440 | 1.943 | 2.447 | 3.143 | 3.707 |
| **7** | 0.711 | 0.896 | 1.119 | 1.415 | 1.895 | 2.365 | 2.998 | 3.499 |
| **8** | 0.706 | 0.889 | 1.108 | 1.397 | 1.860 | 2.306 | 2.896 | 3.355 |
| **9** | 0.703 | 0.883 | 1.100 | 1.383 | 1.833 | 2.262 | 2.821 | 3.250 |
| **10** | 0.700 | 0.879 | 1.093 | 1.372 | 1.812 | 2.228 | 2.764 | 3.169 |
| **20** | 0.687 | 0.860 | 1.064 | 1.325 | 1.725 | 2.086 | 2.528 | 2.845 |
| **30** | 0.683 | 0.854 | 1.055 | 1.310 | 1.697 | 2.042 | 2.457 | 2.750 |
| **40** | 0.681 | 0.851 | 1.050 | 1.303 | 1.684 | 2.021 | 2.423 | 2.704 |
| **60** | 0.679 | 0.848 | 1.046 | 1.296 | 1.671 | 2.000 | 2.390 | 2.660 |
| **120** | 0.677 | 0.845 | 1.041 | 1.289 | 1.658 | 1.980 | 2.358 | 2.617 |
| **∞** | 0.674 | 0.842 | 1.036 | 1.282 | 1.645 | 1.960 | 2.326 | 2.576 |

Obtenemos la **t** de tablas que resulta ser:

$$t_{tablas} = t_{0.05} = 1.645$$

La tabla completa de la distribución t de student se presenta en el ANEXO B.

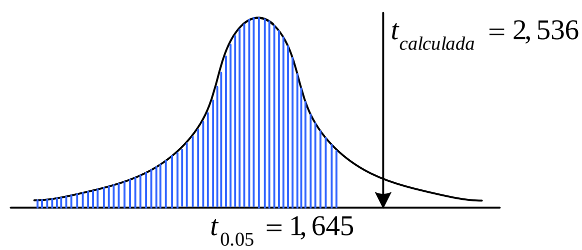
$$t_{calculado} = \frac{\overline{x}_2 - \overline{x}_1}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$$s_p = \sqrt{\frac{\left(n_1 - 1\right)s_1^{\,2} + \left(n_2 - 1\right)s_2^{\,2}}{n_1 + n_2 - 2}}$$

$$s_p = \sqrt{\frac{\left(84 - 1\right)\left(13,175\right)^2 + \left(50 - 1\right)\left(12,397\right)^2}{84 + 50 - 2}} = 12,892$$

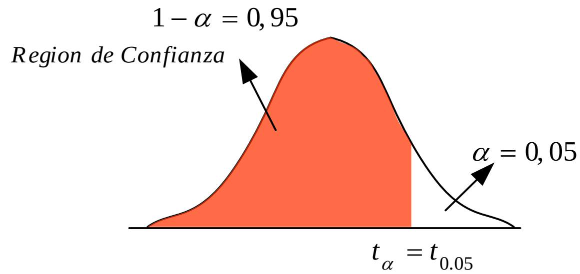
$$t_{calculado} = \frac{\overline{x}_2 - \overline{x}_1}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{48,41 - 42,57}{12,892\sqrt{\frac{1}{84} + \frac{1}{50}}} = 2,536$$

*Ilustración 14: **t** calculada versus **t** de tablas*




*Decisión: el valor de la "$t$" calculada se encuentra fuera de la región de confianza, por tanto se rechaza la hipótesis nula $H_0$, la decisión es la de aceptar la hipótesis alterna $H_a$*

*Ilustración 15: Zona de confianza de la distribución **t** de student*




***Conclusión:***

Por los cálculos realizados y el resultado hallado la $t_{calculado} = 2,536$ es mayor a la $t_{tablas} = 1.645$ se concluye, que el promedio de notas de los estudiantes en el grupo en el cual se implementó la estrategia del software matemático es mayor que el promedio de notas de los estudiantes en el grupo en el cual no se aplicó la estrategia del software matemático.

## 4.3 Análisis de correlación entre las variables independientes $X_1, X_2, X_3$ y la variable dependiente $Y$

Una vez que ya se demostró estadísticamente en el anterior punto, que el promedio de notas es mayor en el grupo en el cual se implementó y trabajo con la estrategia del software, es importante identificar cuáles son las variables independientes que aportan más en el desempeño del estudiante. Para esta prueba de correlación entre la variable dependiente e independientes se tomaron los registros de los datos a los 50 estudiantes de la muestra en la que se aplicó la estrategia del software matemático.

*Tabla 14: Tabla de variables independientes y variable dependiente*

| **VARIABLES INDEPENDIENTES** | **Indicador (Unidad)** | **VARIABLE DEPENDIENTE** | **Indicador (Unidad)** |
|---|---|---|---|
| $X_1$: Capacitación del estudiante en el uso de | Numero de sesiones de capacitación del manejo y uso | $\boldsymbol{Y}$: *Nota obtenida por los estudiantes en la* | Calificación sobre el 100 % |

| | | | |
|---|---|---|---|
| programas matemáticos | del software. | *materia de **cálculo I** en la muestra en la cual se implementó la estrategia del software.* | gestión semestral |
| $X_2$: Prácticas de laboratorio aplicando el software avocados exclusivamente a la interpretación de resultados | Número de actividades aprobadas, que incluyan la explicación de los resultados, su calificación será del tipo ordinal empleando la escala Likert. | | |
| $X_3$: Consultas del estudiantado al docente, enfocados a la materia y uso del software | Número de consultas del estudiantado al docente por clase y/o sesión, las mismas serán registradas individualmente. | | |

**Fuente:** Elaboración propia

*Tabla 15: Datos obtenidos variables independientes y dependiente (n=50 muestra 2)*

| Observación | X1 | X2 | X3 | Y |
|---|---|---|---|---|
| **1** | 5 | 5 | 24 | 51,3 |
| **2** | 4 | 5 | 23 | 43,5 |
| **3** | 7 | 7 | 31 | 63,1 |
| **4** | 7 | 7 | 35 | 66 |
| **5** | 3 | 5 | 29 | 51,3 |
| **6** | 6 | 6 | 28 | 56,8 |
| **7** | 5 | 4 | 25 | 43,4 |
| **8** | 5 | 5 | 33 | 55,6 |
| **9** | 2 | 5 | 35 | 46 |
| **10** | 7 | 6 | 29 | 66,8 |
| **11** | 5 | 6 | 41 | 72,7 |
| **12** | 6 | 6 | 30 | 56,5 |
| **13** | 4 | 5 | 23 | 42,1 |
| **14** | 2 | 4 | 19 | 37,5 |
| **15** | 5 | 4 | 25 | 41,4 |
| **16** | 5 | 4 | 20 | 40,5 |
| **17** | 4 | 5 | 25 | 43,6 |
| **18** | 2 | 4 | 20 | 39,5 |
| **19** | 3 | 5 | 22 | 41 |
| **20** | 7 | 6 | 36 | 66,5 |
| **21** | 5 | 5 | 18 | 41,9 |
| **22** | 5 | 2 | 16 | 26,3 |
| **23** | 3 | 5 | 30 | 53,2 |
| **24** | 4 | 4 | 12 | 31,5 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **25** | 7 | 6 | 29 | 51 |
| **26** | 7 | 7 | 21 | 64,8 |
| **27** | 2 | 5 | 18 | 32,9 |
| **28** | 5 | 5 | 27 | 51,5 |
| **29** | 5 | 5 | 21 | 38,4 |
| **30** | 4 | 2 | 15 | 22,3 |
| **31** | 5 | 4 | 20 | 41,1 |
| **32** | 5 | 6 | 26 | 51,1 |
| **33** | 4 | 5 | 19 | 42,5 |
| **34** | 6 | 5 | 29 | 55,7 |
| **35** | 6 | 6 | 27 | 55,9 |
| **36** | 5 | 6 | 26 | 45,4 |
| **37** | 3 | 3 | 15 | 27 |
| **38** | 3 | 4 | 20 | 34,5 |
| **39** | 7 | 7 | 34 | 67,3 |
| **40** | 5 | 5 | 11 | 37,8 |
| **41** | 6 | 7 | 30 | 56,4 |
| **42** | 6 | 6 | 25 | 54 |
| **43** | 5 | 4 | 15 | 32,2 |
| **44** | 3 | 2 | 15 | 34,7 |
| **45** | 5 | 6 | 30 | 61,8 |
| **46** | 4 | 5 | 25 | 51,1 |
| **47** | 6 | 7 | 35 | 70,4 |
| **48** | 5 | 7 | 38 | 66,7 |
| **49** | 4 | 5 | 26 | 45,3 |
| **50** | 5 | 5 | 30 | 51,6 |

**Fuente:** Elaboración en base a notas de Calculo I de los 50 estudiantes participantes de la estrategia

Los resultados de la regresión empleando el programa estadístico SPSS, se muestra a continuación:

*Tabla 16: R ajustada regresión lineal en programa estadístico SPSS*

| Model | R | R Square | Adjusted R Square | Std. Error of the Estimate |
|---|---|---|---|---|
| 1 | ,947[a] | ,897 | ,890 | 4,1042 |

Como puede apreciarse el coeficiente de correlación estimado es $R = 0.947$, que nos muestra que existe una buena correlación lineal entre las variables independientes con relación a la variable dependiente, cuya interpretación es la siguiente:

**"***El 94,7% de variación en la nota obtenida por un estudiante se debe a las variaciones en el número de sesiones de capacitación en el software asistidas, el número de* *actividades prácticas efectuadas y al número de consultas efectuadas relacionadas con el uso del software en clases*"

La ecuación ajustada se calcula en base a los coeficientes estimados en la siguiente ecuación: $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3$

Los resultados obtenidos del ajuste son:

*Tabla 17: Coeficientes de la regresión en programa estadístico SPSS*

| Model | | Unstandardized Coefficients | | Standardized Coefficients | t | Sig. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | B | Std. Error | Beta | | |
| 1 | (Constante) | -1,634 | 2,602 | | -1,628 | ,033 |
| | Numero Sesiones | 1,734 | ,510 | ,200 | 3,397 | ,001 |
| | Numero Actividades | 3,694 | ,739 | ,377 | 4,997 | ,000 |
| | Numero Consultas | ,912 | ,118 | ,515 | 7,741 | ,000 |

La ecuación ajustada resulta:

$$\boxed{Y = -1.634 + 1.734X_1 + 3.694X_2 + 0.912X_3}$$

Podemos apreciar en la anterior tabla que todos los coeficientes $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ son significativos, sus valores de significancia son respectivamente 0.033; 0.001; 0.000; 0.000 que son menores al parámetro 0.05. Lo cual verifica que nuestro modelo es representativo.

*Tabla 18: Matriz de correlaciones entre variables en programa estadístico SPSS*

| | | Nota | Numero Sesiones | Numero Practicas | Numero Consultas |
|---|---|---|---|---|---|
| Nota | Pearson Correlation | 1 | ,640** | ,859** | ,864** |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Sig. (2-tailed) | | ,000 | ,000 | ,000 |
| | N | 50 | 50 | 50 | 50 |
| Numero_Sesiones | Pearson Correlation | ,640** | 1 | ,059 | ,041 |
| | Sig. (2-tailed) | ,000 | | ,000 | ,003 |
| | N | 50 | 50 | 50 | 50 |
| Numero_Practicas | Pearson Correlation | ,859** | ,059 | 1 | ,070 |
| | Sig. (2-tailed) | ,000 | ,000 | | ,000 |
| | N | 50 | 50 | 50 | 50 |
| Numero_Consultas | Pearson Correlation | ,864** | ,041 | ,070 | 1 |
| | Sig. (2-tailed) | ,000 | ,003 | ,000 | |
| | N | 50 | 50 | 50 | 50 |

**. Correlation is significant at the 0.05

Ahora en el mismo estudio se puede averiguar cuál de las 3 variables independientes $X_1(N°Sesiones), X_2(N°Practicas), X_3(N°Consultas)$ aporta más a la explicación de la variable dependiente $Y\left(nota\ del\ estudiante\right)$ que en este caso se estudiara con la matriz de correlaciones.

En la tabla 18 se puede apreciar $X_3(N°Consultas)$ efectuadas por los estudiantes es la que está más correlacionada con la variable dependiente $Y\left(nota\ del\ estudiante\right)$ obtenida al final del semestre, seguida de $X_2(N°Practicas)$ efectuadas en cada actividad definida en la estrategia, La variable $X_1(N°Sesiones)$ de capacitación del uso del software es la que aporta menormente al modelo, sin embargo esto no quiere decir que no sea significativa para explicar la variable dependiente, solamente que lo hace en menor medida.

# CAPITULO V CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

## 5.1 Conclusiones

El estudio efectuado en la presente tesis permitió generar información sumamente útil para primeramente identificar, el grado aprendizaje y situación actual de la asignatura de Calculo I, materia perteneciente al primer semestre de las carreras de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Mayor de San Andrés. Tomando como base de partida esta situación, se describieron nuevas formas de enseñanza del Calculo diferencial e integral, que actualmente se llevan a cabo en Universidades del extranjero, la enseñanza activa y centrada en el estudiante, ha resultado bastante eficiente y productiva, las experiencias en Universidades Españolas y Norteamericanas evidencian que si es posible mejorar el rendimiento de los estudiantes en el pregrado, empleando nuevas estrategias de enseñanza de la matemática superior, en el presente trabajo de tesis, se emplea la estrategia activa de utilización del software matemático, como una herramienta completaría al método que actualmente utilizan los docentes de la materia con su fuerte en la clase magistral que por ser esta materia una materia abstracta, requiere de la rigurosidad expositiva en la clase, la escritura el dictado son fundamentales para la enseñanza de esta materia, pero el software viene a ser una herramienta completaría y es accesible a todos los estudiantes pues los 3 programas que se trabajaron: Geogebra, Wólfram Mathematica y Matlab están disponible para ordenadores fijos , ordenadores portátiles y para sistema operativo Android lo cual permite su instalación en los teléfonos celulares, de esta manera por más que la materia este masificada es posible que todos los estudiantes cuenten con esta herramienta complementaria en la clase, que permite efectuar cálculos algebraicos, cálculos numéricos y representación geométrica gráfica, que es gratamente útil para la verificación de las soluciones desarrolladas por el estudiante y más que todo para la interpretación y significación de los mismos, en base al estudio efectuado en el presente trabajo de tesis se concluye que:

- Se identificó la situación actual de la materia de Calculo I según el historial presentado en la última parte del capítulo 3 ***(página 45)*** de los últimos 10 semestres, se tiene una media el 24 % de aprobados por gestión en la materia.

- La enseñanza activa de la matemática, centrada en el estudiante, ha sido muy efectiva en universidades del extranjero, el rendimiento y porcentaje de aprobados sufrió incrementos positivos en materias de matemática superior. La clase magistral es importante en la asignatura de Cálculo I, pero es posible generar canales de comunicación activos entre docente - estudiante y estudiante - estudiante, con preguntas del docente a los estudiantes, con las respuestas de los estudiantes, y la generación del debate y el análisis de los resultados así como su interpretación analítica.

- La implementación de los 3 programas Geogebra, Wólfram Mathematica y Matlab se efectuó en el laboratorio de computación, cabe señalar que la mayoría de los estudiantes cuentan con un computador portátil, lo cual permitió, que todos los estudiantes de la muestra de 50 estudiantes cuenten con la herramienta del software para la realización de las actividades programadas, yendo más allá en la actualidad la disponibilidad de los medios informáticos es de gran ayuda pues los tres programas están disponibles para sistema operativo Android, Windows y MacOS, que nos faculta tener estos programas en nuestros teléfonos celulares, superando de esta manera la necesidad de contar con un computador y aprovechando con esto el espacio físico al máximo, lo cual permite que en clases acompañemos el desarrollo teórico con la practica usando los programas.

- Se efectuó el estudio con dos muestras: ***la muestra 1*** (Paralelo E) en la no se implementó la estrategia del software y ***la muestra 2*** (Paralelo M) en la que si se implementó la estrategia del software, se obtuvo el promedio de las notas en ambos paralelos $x_1 = 42{,}57\%$, $x_2 = 48{,}41\%$ ***(página 84),*** con 132 grados de libertad a una significancia del 95 % se efectuó el estudio estadístico comparativo de diferencia de medias, con la cual se llegó a la conclusión que el promedio de notas de los estudiantes en el grupo en el cual se implementó la estrategia del software matemático es mayor que el promedio de notas de los estudiantes en el grupo en el cual no se aplicó la estrategia del software matemático, evidenciando con esto la importancia y efectividad de la implementación del software.

- Una vez demostrada estadísticamente mediante la diferencia de medias de notas que el grupo en el cual se implementó la estrategia del software tubo mayor rendimiento que en el grupo en el cual no se implemento fue importante identificar cuáles son las variables independientes significativas que aportan a mejorar el rendimiento de los estudiantes ***(página 90).*** Se estudió la correlación entre las siguientes variables independientes $X_1(N°Sesiones)$ de capacitación del software , $X_2(N°Practicas)$ de la actividades del uso del software, $X_3(N°Consultas)$ concernientes al uso e interpretación de resultados del software y la variable dependiente $Y\ (nota\ del\ estudiante)$ , llegándose a la establecer una correlación lineal entre estas variables, con un coeficiente de correlación $R = 0.947$, que indica que el ***94,7%*** de variación en la nota $Y$ obtenida por un estudiante se debe a las variaciones de las variables independientes $X_1, X_2, X_3$ y el orden de significación entre las variables independientes es la siguientes.

*Tabla 19: Correlación entre las variables independientes y dependiente*

| $Variable\ Independiente\ X$ | $Correlacion\ Variable\ Dependiente\ Y$ |
|---|---|
| $X_1\ Numero\ de\ Sesiones$ | 0.640 |
| $X_2\ Numero\ de\ Practicas$ | 0.859 |
| $X_3\ Numero\ de\ Consultas$ | 0.864 |

Esto nos indica que la variable con más correlación con la nota es el número de consultas y numero de prácticas efectuadas por el estudiante y en un menor grado de correlación el número de sesiones de capacitación del software.

Por todas las conclusiones explicadas se llega a responder la hipótesis de la investigación ***(página 58)***, aceptando la hipótesis de la investigación y rechazando la hipótesis alterna, por consiguientes se concluye que el uso del software matemático (Aplicaciones para ordenador y aplicaciones para celular) si mejora el proceso Aprendizaje en la materia de Calculo diferencial e integral, en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Mayor de San Andrés; con apoyo de los programas: Matlab, Wolfram Mathematica y Geogebra, favoreciendo un aprendizaje significativo.

## 5.2 Recomendaciones

Las recomendaciones una vez vistas las ventajas de la implementación del método de enseñanza activa correspondiente a la materia de Cálculo I, a través de la estrategia del trabajo con software matemático específicamente con los programas Geogebra, Wólfram Mathematica y Matlab, de fácil acceso y obtención, con una disponibilidad para computadores y teléfonos celulares hacen su utilización sumamente cómoda, experiencias en otras universidades del extranjero y la experiencia en la materia de Calculo I de la Facultad de Ingeniería de la UMSA mostraron ya sus logros y congratulaciones, situación que nos motiva a implementar esta estrategia como herramienta de la enseñanza activa en la asignatura, sin embargo se estima que la estrategia puede ser exitosa en otras asignaturas del curso básico, hablando del área de matemática, física y química, se exhorta apropiarse de esta estrategia del uso del software para obtener mejores rendimientos aprovechando todas las herramientas informáticas de las que disponemos en la actualidad.

## 5.3 BIBLIOGRAFÍA


ALONSO, C., GALLEGO, D., & HONEY, P. (1995). LOS ESTILOS DE APRENDIZAJE. ESPAÑA: GESTINGRAF.

ÁNGEL, J., & BAUTISTA, G. (10 de 03 de 2018). DIDACTICAS DE LAS MATEMATICAS EN ENSEÑANZA SUPERIOR. LA UTILIZACIÓN DEL SOFTWARE ESPECIALIZADO. Obtenido de http://www.uoc.edu/web/esp/art/uoc/0107030/mates.html

ANGLES AGUIRRE , F. (2015). METODOLOGIAS Y ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA. En F. F. ANGLES AGUIRRE, METODOLOGIAS Y ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA (pág. 6).

ANGLES AGUIRRE, F. F. (2015). METODOLOGIAS Y ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA. MAESTRIA EN EDUCACION SUPERIOR UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRES TERCERA VERSION. LA PAZ, BOLIVIA.

AUSUBEL, D. (2002). ADQUISICION Y RETENCION DEL CONOCIMIENTO, UNA PERSPECTIVA COGNITIVA. BARCELONA, ESPAÑA: PAIDOS IBERICA.

BRESSOUD, D., & RASMUSSEN, C. (9 de 01 de 2018). Seven Characteristics of Successful Calculus Programs. Obtenido de http://www.ams.org/notices/201502/rnoti-p144.pdf

CANO, N. (7 de 4 de 2016). Vivir la Matematica: Propuesta de Actividades Ludicas y Significativas. Obtenido de https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/2237/Cano-Verge.pdf?sequence=1

CARRAHER, D., & SCHLIEMANN, A. (2002). EN LA VIDA DIEZ, EN LA ESCUELA CERO. MEXICO: SIGLO VEINTIUNO.

CATALDI, Z. (05 de 07 de 2017). METODOLOGIA DE DISEÑO, DESARROLLO Y EVALUACION DE SOFTWARE EDUCATIVO. Obtenido de http://laboratorios.fi.uba.ar/lsi/cataldi-tesisdemagistereninformatica.pdf

DÍAZ BARRIGA, F., & HERNÁNDEZ ROJAS, G. (2002). ESTRATEGIAS DOCENTES PARA UN APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO. McGraw-Hill.

DIAZ PATRICIA, RODRIGUEZ LUIS. (9 de 10 de 2017). www.sciencedirect.com. Obtenido de Experiences in Spanish Universities to Reduce Failure in Mathematics of Incoming Students: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S187704281303601X

EDUCACION, M. D. (2004). LA EDUCACION EN BOLIVIA INDICADORES, CIFRA Y RESULTADOS. LA PAZ: DIRECCION DE COMUNICACION SOCIAL.

FERNÁNDEZ NODARSE, F. A., LIMA MONTENEGRO, S., & IZQUIERDO ROQUE, J. S. (21 de 10 de 2015). EXPERIENCIAS EN LA ESTRUCTURACION DE CLASES DE MATEMATICAS EMPLEANDO ASISTENTES MATEMATICOS Y COLECCION DE TUTORIALES HIPERMEDIALES. Obtenido de http://www.c5.cl/ieinvestiga/actas/ribie2000/papers/106/

GARCÍA HIPÓLITO, M. (6 de 2 de 2011). LA ENSEÑANZA TRADICIONAL DE LA MATEMATICA Y SU INFLUENCIA EN EL APROVECHAMIENTO ESCOLAR EN LOS ALUMNOS DE NIVEL PRIMARIA. Obtenido de http://200.23.113.51/pdf/28757.pdf: http://200.23.113.51/pdf/28757.pdf

GARCÍA LÓPEZ , M. (10 de 02 de 2018). EVOLUCION DE ACTITUDES Y COMPETENCIAS MATEMATICAS EN ESTUDIANTES DE SECUNDARIA AL INTRODUCIR GEOGEBRA EN EL AULA. Obtenido de http://funes.uniandes.edu.co/1768/2/Garcia2011Evolucion.pdf

GEOGEBRA. (11 de JULIO de 2017). Obtenido de https://sites.google.com/site/geogebra1112/caracteristicas-de-geogebra

GIL PEREZ, D., & DE GUZMAN OZAMIZ, M. (1993). ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS Y LA MATEMATICA TENDENCIAS E INNOVACIONES. ORZANIZACION DE ESTADOS IBEROAMERICANOS.

HAMMING, R. (2003). Workshop to develop curriculum and teaching methods for calculus at the college level.

HERBAS, J. C. (2013). PRINCIPIOS PEDAGOGICOS . LA PAZ.

HERNANDEZ SAMPIERI. (2005). Metodologia de la Investigación. Mexico: McGraw Hill.

INGENIERIA, F. D. (10 de 5 de 2018). FACULTAD DE INGENIERIA . Obtenido de http://miing.umsa.edu.bo/index.php/presentacion/mision

JONASSEN, D. (1998). COMPUTERS IN THE CLASSROOM. NEW JERSEY: PRENTICE HALL.

MARYIANELA, M. G. (7 de 11 de 2016). EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES REALES CON EL USO DE SOFTWARE EDUCATIVO: UNA EXPERIENCIA DIDÁCTICA CON ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN DE ULA – TÁCHIRA . Obtenido de http://www.saber.ula.ve/items-by-author?author=Maita+Guedez%2C+Maryianela

MATHEMATICA DE WOLFRAM. (11 de ENERO de 2017). Obtenido de http://www.wolfram.com/mathematica/?source=frontpage-quick-links

MATLAB. (10 de 01 de 2017). Obtenido de ¿QUE ES MATLAB?: https://juancarlosusomatlab2015.weebly.com/definicion-matlab.html

MEDINA, A. (2009). DIDACTICA GENERAL. MADRID: PEARSON.

MILENIUM. (05 de 06 de 2017). SOFTWARE. Obtenido de SOFTWARE: https://www.informaticamilenium.com.mx/es/temas/que-es-software.html

MINISTERIO DE EDUCACION. (2004). La educacion en Bolivia (Indicadores, Cifras y Resultados).

NOLASCO DEL ANGEL, M. (02 de 05 de 2017). ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA EN EDUCACION. Obtenido de ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA EN EDUCACION : https://www.uaeh.edu.mx/scige/boletin/prepa4/n4/e8.html

PIAGET, J. (1973). PSICOLOGIA Y PEDAGOGIA. BUENOS AIRES : KAPELUSZ.

PIAGET, J. (1985). PSICOLOGIA Y PEDAGOGIA. BARCELONA.

PUGA PEÑA, L. A., & JARAMILLO NARANJO, L. (06 de 02 de 2018). METODOLOGIA ACTIVA EN LA CONSTRUCCION DEL CONOCIMIENTO MATEMATICO . Obtenido de http://www.redalyc.org/pdf/4418/441846096015.pdf

SAMPIERI, H. (2009). METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN (5ta ed.).

SHAKERDGE, K. (6 de 5 de 2016). High failure rates spur universities to overhaul math class. Obtenido de http://hechingerreport.org/high-failure-rates-spur-universities-overhaul-math-class/

SKINNER, B. (15 de 3 de 1992). MENTALISMO Y COGNITIVISMO.

SOFTWARE. (s.f.). Recuperado el 7 de Julio de 2016, de www.maple.com

UNESCO. (1998). INFORME MUNDIAL SOBRE LA EDUCACIÓN. MADRID: SANTILLANA.

ZILL, D., & WRIGHT, W. (2011). MATEMATICAS 1 CALCULO DIFERENCIAL. MEXICO: MC GRAW HILL.

## 5.4 ANEXOS

# ANEXO A

**CUESTIONARIO A**

**VALORACIÓN DE LA IMPLEMENTACIÓN DEL SOFTWARE MATEMÁTICO**

**CUESTIONARIO**

1. EVALÚE LO SIGUIENTE, CONSIDERANDO:

MARQUE CON UNA "X" LA OPCIÓN QUE SELECCIONE

| 5(Excelente) 4 (Muy bueno) 3 (Bueno) 2 (Regular) 1 (Pésimo) |
|---|

| | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|
| ¿Cómo califica la implementación de programas matemáticos, en desarrollo de la materia de Cálculo I? | | | | | |
| ¿Cómo califica la aplicación de lo aprendido en las sesiones de implementación del software para la comprensión geométrica e interpretación de resultados en la materia? | | | | | |
| ¿Cómo califica el contenido general del curso de Cálculo sin la implementación del software? | | | | | |
| ¿Cómo califica el manejo o uso didáctico de los programas por parte del docente? | | | | | |
| ¿Cómo califica el grado de asimilación del software por su persona? | | | | | |
| ¿Cómo califica la relación Docente – Estudiantes en las clases de implementación del software? | | | | | |
| ¿Cómo califica las estrategias y métodos empleados por parte del docente en las clases de laboratorio? | | | | | |
| ¿Considera que la metodología didáctica de las clases de implementación fueron adecuadas? | | | | | |
| ¿Considera que los programas empleados le ayudaran en un futuro a comprender mejor las materias de matemática avanzada? | | | | | |

MARQUE CON UNA "X" LA OPCIÓN QUE SELECCIONE

**2.** ¿Las clases de laboratorio del software aportaron conocimientos?

| Complementarios | Nuevos | De reforzamiento | Sin relevancia | Otros (especifique cual) |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

**3.** ¿Considera que el software que se aplicó, en las temáticas de estudio fueron/son…?

| Didácticos y claros | Complejos e indescifrables | Simples y sin relevancia | Sin relevancia | Otros (Especifique cual) |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

**4.** ¿Las respuesta de los tutores fueron/son…?

| Completas y a tiempo | Completas y a destiempo | Incompletas y a tiempo | Incompletas y a destiempo | Otros (especifique cual) |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

**5.** ¿La interacción con sus compañeros fue/es…

| Colaborativa | Individualista | Empática | Indiferente | Otros (especifique cual) |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

11. ¿El uso y accesibilidad a las herramientas del software usted las aprendió?

| | Fácil | Medianamente fácil | Difícil | No se usó |
|---|---|---|---|---|
| - Mediante el docente | | | | |
| - Descarga de contenidos: guías, tutoriales… | | | | |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| - Aplicación a los foros | | | | |
| - Manuales, libros, tutoriales, etc. | | | | |
| - Otros… (especifique) | | | | |

12. ¿El aprendizaje con el software contribuyó a su formación de manera:

| Significativa | Regularmente significativa | No significativa | Otros (especifique) cual |
|---|---|---|---|
| | | | |

13. ¿La construcción del aprendizaje fue/es…?

| Individual | Colaborativa | Tradicional | Otros (especifique cuál? |
|---|---|---|---|
| | | | |

14. ¿Las evaluaciones fueron/son…?

| Cognitiva | Por desempeño | Tradicional | Otros(especifique cual) |
|---|---|---|---|
| | | | |

15. Indique tres limitaciones del uso del software, en este curso.

1………………………….……… 2…………………………… 3…………….………………..

16. Indique Tres oportunidades del uso del software

1…………………………..…… 2………………………………3…………….………………..

17. ¿Indique dos temas que usted desearía se aborden en el curso?

………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………….................................

18. ¿De los programas trabajados en el laboratorio, cual preferiría y por qué?

………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………..................

# ANEXO B

PRUEBA EFECTUADA A LAS DOS MUESTRAS (GRUPOS) DE ESTUDIO

**UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRÉS**

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

EXAMEN DE CALCULO I (MAT-101)

---

AP. PATERNO AP. MATERNO NOMBRES PARALELO

**1.** i) (10%) Analice si la función $f(x)$ es biyectiva, si $f(x):\left[1,4\right]\to\left[0,3\right]$ definida por $f(x)=\sqrt{9-\left(x-1\right)^2}$

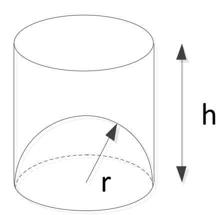
ii) (10%) Pruebe el teorema de Rolle para la función:

$$f(x)=\frac{x^2-3x+2}{x+1} \text{ en } \left[1,2\right]$$

**2.** (20%) Halle el valor reducido de la expresión: $\left(y''\right)^2-2\left(y''\right)y'+3$, según la curva paramétrica:

$$C:\begin{cases} x=\dfrac{\ln t}{2}+\dfrac{3}{4t^2}+5 \\ y=\dfrac{t}{4}+\dfrac{3}{4t^3}+8 \end{cases}$$

**3.** (20%) Se desea construir un envase cerrado como se muestra en la figura, este solido debe tener un área total de $2925\pi\left[cm^2\right]$, determine las dimensiones de este solido si debe tener un volumen máximo.




**4.** (20%) Calcule la integral:

$$\int\frac{dx}{1+e^{\frac{x}{2}}+e^{\frac{x}{3}}+e^{\frac{x}{6}}}$$

**5.** (20%) Calcular el área encerrada por las curvas dadas a continuación:

$$y = x^3 - \frac{x^2}{2} - 4x + 4\,;\ x = 2\,;\ x = \frac{y-4}{2}\,;\ y = x^2 - 4$$

RESULTADOS DE LA FASE DE PRE DISEÑO (Antes de la Implementación)

| **PREGUNTA** | **Promedio Calificación sobre 100% MUESTRA 1** |
|---|---|
| Pregunta 1 | 55 % |
| Pregunta 2 | 43 % |
| Pregunta 3 | 60 % |
| Pregunta 4 | 20 % |
| Pregunta 5 | 35 % |

Muestra 1

$n_1 = 84$

$\overline{x}_1 = 42{,}57$

$s_1 = 13{,}175$

RESULTADOS DE LA FASE DE PRE DISEÑO (Después de la implementación)

| **PREGUNTA** | **Promedio Calificación sobre 100% MUESTRA 2** |
|---|---|
| Pregunta 1 | 54 % |
| Pregunta 2 | 48 % |
| Pregunta 3 | 62 % |
| Pregunta 4 | 30 % |
| Pregunta 5 | 46 % |

Muestra 2

$n_2 = 50$

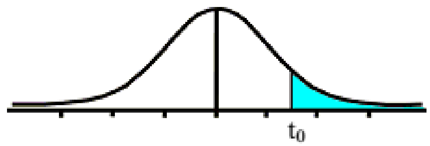
$\overline{x}_2 = 48,41$

$s_2 = 12,397$

# ANEXO C

DISTRIBUCIÓN $t$ DE STUDENT

Tabla t-Student




| Grados de libertad | 0.25 | 0.1 | 0.05 | 0.025 | 0.01 | 0.005 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1.0000 | 3.0777 | 6.3137 | 12.7062 | 31.8210 | 63.6559 |
| 2 | 0.8165 | 1.8856 | 2.9200 | 4.3027 | 6.9645 | 9.9250 |
| 3 | 0.7649 | 1.6377 | 2.3534 | 3.1824 | 4.5407 | 5.8408 |
| 4 | 0.7407 | 1.5332 | 2.1318 | 2.7765 | 3.7469 | 4.6041 |
| 5 | 0.7267 | 1.4759 | 2.0150 | 2.5706 | 3.3649 | 4.0321 |
| 6 | 0.7176 | 1.4398 | 1.9432 | 2.4469 | 3.1427 | 3.7074 |
| 7 | 0.7111 | 1.4149 | 1.8946 | 2.3646 | 2.9979 | 3.4995 |
| 8 | 0.7064 | 1.3968 | 1.8595 | 2.3060 | 2.8965 | 3.3554 |
| 9 | 0.7027 | 1.3830 | 1.8331 | 2.2622 | 2.8214 | 3.2498 |
| 10 | 0.6998 | 1.3722 | 1.8125 | 2.2281 | 2.7638 | 3.1693 |
| 11 | 0.6974 | 1.3634 | 1.7959 | 2.2010 | 2.7181 | 3.1058 |
| 12 | 0.6955 | 1.3562 | 1.7823 | 2.1788 | 2.6810 | 3.0545 |
| 13 | 0.6938 | 1.3502 | 1.7709 | 2.1604 | 2.6503 | 3.0123 |
| 14 | 0.6924 | 1.3450 | 1.7613 | 2.1448 | 2.6245 | 2.9768 |
| 15 | 0.6912 | 1.3406 | 1.7531 | 2.1315 | 2.6025 | 2.9467 |
| 16 | 0.6901 | 1.3368 | 1.7459 | 2.1199 | 2.5835 | 2.9208 |
| 17 | 0.6892 | 1.3334 | 1.7396 | 2.1098 | 2.5669 | 2.8982 |
| 18 | 0.6884 | 1.3304 | 1.7341 | 2.1009 | 2.5524 | 2.8784 |
| 19 | 0.6876 | 1.3277 | 1.7291 | 2.0930 | 2.5395 | 2.8609 |
| 20 | 0.6870 | 1.3253 | 1.7247 | 2.0860 | 2.5280 | 2.8453 |
| 21 | 0.6864 | 1.3232 | 1.7207 | 2.0796 | 2.5176 | 2.8314 |
| 22 | 0.6858 | 1.3212 | 1.7171 | 2.0739 | 2.5083 | 2.8188 |
| 23 | 0.6853 | 1.3195 | 1.7139 | 2.0687 | 2.4999 | 2.8073 |
| 24 | 0.6848 | 1.3178 | 1.7109 | 2.0639 | 2.4922 | 2.7970 |
| 25 | 0.6844 | 1.3163 | 1.7081 | 2.0595 | 2.4851 | 2.7874 |
| 26 | 0.6840 | 1.3150 | 1.7056 | 2.0555 | 2.4786 | 2.7787 |
| 27 | 0.6837 | 1.3137 | 1.7033 | 2.0518 | 2.4727 | 2.7707 |
| 28 | 0.6834 | 1.3125 | 1.7011 | 2.0484 | 2.4671 | 2.7633 |
| 29 | 0.6830 | 1.3114 | 1.6991 | 2.0452 | 2.4620 | 2.7564 |
| 30 | 0.6828 | 1.3104 | 1.6973 | 2.0423 | 2.4573 | 2.7500 |
| 31 | 0.6825 | 1.3095 | 1.6955 | 2.0395 | 2.4528 | 2.7440 |
| 32 | 0.6822 | 1.3086 | 1.6939 | 2.0369 | 2.4487 | 2.7385 |
| 33 | 0.6820 | 1.3077 | 1.6924 | 2.0345 | 2.4448 | 2.7333 |
| 34 | 0.6818 | 1.3070 | 1.6909 | 2.0322 | 2.4411 | 2.7284 |
| 35 | 0.6816 | 1.3062 | 1.6896 | 2.0301 | 2.4377 | 2.7238 |
| 36 | 0.6814 | 1.3055 | 1.6883 | 2.0281 | 2.4345 | 2.7195 |
| 37 | 0.6812 | 1.3049 | 1.6871 | 2.0262 | 2.4314 | 2.7154 |
| 38 | 0.6810 | 1.3042 | 1.6860 | 2.0244 | 2.4286 | 2.7116 |
| 39 | 0.6808 | 1.3036 | 1.6849 | 2.0227 | 2.4258 | 2.7079 |
| 40 | 0.6807 | 1.3031 | 1.6839 | 2.0211 | 2.4233 | 2.7045 |
| 41 | 0.6805 | 1.3025 | 1.6829 | 2.0195 | 2.4208 | 2.7012 |
| 42 | 0.6804 | 1.3020 | 1.6820 | 2.0181 | 2.4185 | 2.6981 |
| 43 | 0.6802 | 1.3016 | 1.6811 | 2.0167 | 2.4163 | 2.6951 |
| 44 | 0.6801 | 1.3011 | 1.6802 | 2.0154 | 2.4141 | 2.6923 |
| 45 | 0.6800 | 1.3007 | 1.6794 | 2.0141 | 2.4121 | 2.6896 |
| 46 | 0.6799 | 1.3002 | 1.6787 | 2.0129 | 2.4102 | 2.6870 |
| 47 | 0.6797 | 1.2998 | 1.6779 | 2.0117 | 2.4083 | 2.6846 |
| 48 | 0.6796 | 1.2994 | 1.6772 | 2.0106 | 2.4066 | 2.6822 |
| 49 | 0.6795 | 1.2991 | 1.6766 | 2.0096 | 2.4049 | 2.6800 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 50 | 0.6794 | 1.2987 | 1.6759 | 2.0086 | 2.4033 | 2.6778 |
| 51 | 0.6793 | 1.2984 | 1.6753 | 2.0076 | 2.4017 | 2.6757 |
| 52 | 0.6792 | 1.2980 | 1.6747 | 2.0066 | 2.4002 | 2.6737 |
| 53 | 0.6791 | 1.2977 | 1.6741 | 2.0057 | 2.3988 | 2.6718 |
| 54 | 0.6791 | 1.2974 | 1.6736 | 2.0049 | 2.3974 | 2.6700 |
| 55 | 0.6790 | 1.2971 | 1.6730 | 2.0040 | 2.3961 | 2.6682 |
| 56 | 0.6789 | 1.2969 | 1.6725 | 2.0032 | 2.3948 | 2.6665 |
| 57 | 0.6788 | 1.2966 | 1.6720 | 2.0025 | 2.3936 | 2.6649 |
| 58 | 0.6787 | 1.2963 | 1.6716 | 2.0017 | 2.3924 | 2.6633 |
| 59 | 0.6787 | 1.2961 | 1.6711 | 2.0010 | 2.3912 | 2.6618 |
| 60 | 0.6786 | 1.2958 | 1.6706 | 2.0003 | 2.3901 | 2.6603 |
| 61 | 0.6785 | 1.2956 | 1.6702 | 1.9996 | 2.3890 | 2.6589 |
| 62 | 0.6785 | 1.2954 | 1.6698 | 1.9990 | 2.3880 | 2.6575 |
| 63 | 0.6784 | 1.2951 | 1.6694 | 1.9983 | 2.3870 | 2.6561 |
| 64 | 0.6783 | 1.2949 | 1.6690 | 1.9977 | 2.3860 | 2.6549 |
| 65 | 0.6783 | 1.2947 | 1.6686 | 1.9971 | 2.3851 | 2.6536 |
| 66 | 0.6782 | 1.2945 | 1.6683 | 1.9966 | 2.3842 | 2.6524 |
| 67 | 0.6782 | 1.2943 | 1.6679 | 1.9960 | 2.3833 | 2.6512 |
| 68 | 0.6781 | 1.2941 | 1.6676 | 1.9955 | 2.3824 | 2.6501 |
| 69 | 0.6781 | 1.2939 | 1.6672 | 1.9949 | 2.3816 | 2.6490 |
| 70 | 0.6780 | 1.2938 | 1.6669 | 1.9944 | 2.3808 | 2.6479 |
| 71 | 0.6780 | 1.2936 | 1.6666 | 1.9939 | 2.3800 | 2.6469 |
| 72 | 0.6779 | 1.2934 | 1.6663 | 1.9935 | 2.3793 | 2.6458 |
| 73 | 0.6779 | 1.2933 | 1.6660 | 1.9930 | 2.3785 | 2.6449 |
| 74 | 0.6778 | 1.2931 | 1.6657 | 1.9925 | 2.3778 | 2.6439 |
| 75 | 0.6778 | 1.2929 | 1.6654 | 1.9921 | 2.3771 | 2.6430 |
| 76 | 0.6777 | 1.2928 | 1.6652 | 1.9917 | 2.3764 | 2.6421 |
| 77 | 0.6777 | 1.2926 | 1.6649 | 1.9913 | 2.3758 | 2.6412 |
| 78 | 0.6776 | 1.2925 | 1.6646 | 1.9908 | 2.3751 | 2.6403 |
| 79 | 0.6776 | 1.2924 | 1.6644 | 1.9905 | 2.3745 | 2.6395 |
| 80 | 0.6776 | 1.2922 | 1.6641 | 1.9901 | 2.3739 | 2.6387 |
| 81 | 0.6775 | 1.2921 | 1.6639 | 1.9897 | 2.3733 | 2.6379 |
| 82 | 0.6775 | 1.2920 | 1.6636 | 1.9893 | 2.3727 | 2.6371 |
| 83 | 0.6775 | 1.2918 | 1.6634 | 1.9890 | 2.3721 | 2.6364 |
| 84 | 0.6774 | 1.2917 | 1.6632 | 1.9886 | 2.3716 | 2.6356 |
| 85 | 0.6774 | 1.2916 | 1.6630 | 1.9883 | 2.3710 | 2.6349 |
| 86 | 0.6774 | 1.2915 | 1.6628 | 1.9879 | 2.3705 | 2.6342 |
| 87 | 0.6773 | 1.2914 | 1.6626 | 1.9876 | 2.3700 | 2.6335 |
| 88 | 0.6773 | 1.2912 | 1.6624 | 1.9873 | 2.3695 | 2.6329 |
| 89 | 0.6773 | 1.2911 | 1.6622 | 1.9870 | 2.3690 | 2.6322 |
| 90 | 0.6772 | 1.2910 | 1.6620 | 1.9867 | 2.3685 | 2.6316 |
| 91 | 0.6772 | 1.2909 | 1.6618 | 1.9864 | 2.3680 | 2.6309 |
| 92 | 0.6772 | 1.2908 | 1.6616 | 1.9861 | 2.3676 | 2.6303 |
| 93 | 0.6771 | 1.2907 | 1.6614 | 1.9858 | 2.3671 | 2.6297 |
| 94 | 0.6771 | 1.2906 | 1.6612 | 1.9855 | 2.3667 | 2.6291 |
| 95 | 0.6771 | 1.2905 | 1.6611 | 1.9852 | 2.3662 | 2.6286 |
| 96 | 0.6771 | 1.2904 | 1.6609 | 1.9850 | 2.3658 | 2.6280 |
| 97 | 0.6770 | 1.2903 | 1.6607 | 1.9847 | 2.3654 | 2.6275 |
| 98 | 0.6770 | 1.2903 | 1.6606 | 1.9845 | 2.3650 | 2.6269 |
| 99 | 0.6770 | 1.2902 | 1.6604 | 1.9842 | 2.3646 | 2.6264 |
| 100 | 0.6770 | 1.2901 | 1.6602 | 1.9840 | 2.3642 | 2.6259 |
| $\infty$ | 0.6745 | 1.2816 | 1.6449 | 1.9600 | 2.3263 | 2.5758 |

# ANEXO D

D1. COMANDOS EMPLEADOS EN MATLAB

D2. COMANDOS EMPLEADOS EN WÓLFRAM MATHEMATICA

D3. COMANDOS EMPLEADOS EN GEOGEBRA

## D1. COMANDOS DE MATLAB ENFOCADOS AL CALCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

OPERACIONES

| *Operador* | *Utilizacion* | *Ejemplo* |
|---|---|---|
| $+$ | *adicion* | $2+3=5$ |
| $-$ | *sustraccion* | $2-3=-1$ |
| $*$ | *multiplicacion* | $2*3=6$ |
| $/$ | *division* | $2/3=0.6667$ |
| $\wedge$ | *potenciacion* | $2\wedge 3=8$ |

FUNCIONES ELEMENTALES

| *Funciones* | *Utilizacion* | *Ejemplo* |
|---|---|---|
| exp(x) | *exponencial de x* | exp(1) = 2.7183 |
| log(x) | *logaritmo natural* | log(2.7183) = 1 |
| log10(x) | *logaritmo en base* 10 | log10(100) = 2 |
| sin(x) | *seno de x* | sin(pi/ 6) = 0.5 |
| cos(x) | *coseno de x* | cos(0) = 1 |
| tan(x) | *tangente de x* | tan(pi/ 4) = 1 |

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS INVERSAS

| *Funciones* | *Utilizacion* | *Ejemplo* |
|---|---|---|
| asin(x) | *arcoseno de x* | asin(1) = 1.5708 |
| acos(x) | *arcocoseno de x* | acos(1) = 0 |
| atan(x) | *arcotangente de x* | atan(1) = 0.7854 |
| sinh(x) | *seno hiperbolico de x* | sinh(3) = 10.0179 |
| cosh(x) | *coseno hiperbolico de x* | cosh(3) = 10.0677 |
| tanh(x) | *tangente hiperbolico de x* | tanh(3) = 0.9951 |

INTRODUCCIÓN DE VARIABLE

*syms x*

## DEFINICIÓN DE UNA FUNCIÓN

Se debe escribir la ecuación de la función por ejemplo: $f(x)=x^2$

## LIMITE DE UNA FUNCIÓN

El límite de una función cuando la variable $"x"$ *tiende a* $"a"$

$$limit(función,x,a)$$

También para los límites laterales izquierdo y derecho se tiene:

$$limit(función,x,a,'left') \qquad limit(función,x,a,'right')$$

## DERIVADA DE UNA FUNCIÓN

La derivada de orden "n" de una función simbólica respecto de la variable $"x"$

$$diff(f,x,n)$$

## INTEGRAL DE UNA FUNCIÓN

La integral de una función simbólica respecto de la variable $"x"$

$$int(función,variable,LímiteInferior,LímiteSuperior)$$

Ejemplo: $int(1/\ x,x,1,4)$

## SIMPLIFICACIÓN DE UNA FUNCIÓN

$$simplify(f(x))$$

## GRAFICA DE UNA FUNCIÓN

$$ezplot(f(x),[a,b])$$

## D2. COMANDOS DE WÓLFRAM MATHEMATICA ENFOCADOS AL CALCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

### OPERACIONES

| *Operador* | *Utilizacion* | *Ejemplo* |
|---|---|---|
| + | *adicion* | 2 + 3 = 5 |
| − | *sustraccion* | 2 − 3 = −1 |
| * | *multiplicacion* | 2 * 3 = 6 |
| / | *division* | 2 / 3 = 0.6667 |
| ^ | *potenciacion* | 2 ^ 3 = 8 |

### FUNCIONES ELEMENTALES

| *Funciones* | *Utilizacion* | *Ejemplo* |
|---|---|---|
| Exp[x] | *exponencial de x* | Exp[x] = 2.7183 |
| Log[x] | *logaritmo natural* | Log[x] = 1 |
| Sqrt[x] | *raiz cuadrada* | *Sqrt*[9] = 3 |
| Sin[x] | *seno de x* | Sin[pi/ 6] = 0.5 |
| Cos[x] | *coseno de x* | Cos[0] = 1 |
| Tan[x] | *tangente de x* | tan[pi/ 4] = 1 |

### FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS INVERSAS

| *Funciones* | *Utilizacion* | *Ejemplo* |
|---|---|---|
| ArcSin[x] | *arcoseno de x* | ArcSin(1) = 1.5708 |
| Arccos[x] | *arcocoseno de x* | ArcCos(1) = 0 |
| Arctan[x] | *arcotangente de x* | ArcTan(1) = 0.7854 |
| Abs[x] | *valor absoluto de x* | *Abs*[−2] = 2 |
| Cosh[x] | *coseno hiperbolico de x* | Cosh(3) = 10.0677 |
| Tanh[x] | *tangente hiperbolico de x* | Tanh(3) = 0.9951 |

### DEFINICIÓN DE UNA FUNCIÓN

Se debe escribir la ecuación de la función por ejemplo: $f\left[x\_\right] := x^2$

## LIMITE DE UNA FUNCIÓN

El límite de una función cuando la variable $"x"$ *tiende a* $"a"$

$$Limit\left[función, x \to a\right]$$

## DERIVADA DE UNA FUNCIÓN

La derivada de orden "n" de una función simbólica respecto de la variable $"x"$

$$D\left[funcion, x\right]$$

## INTEGRAL DE UNA FUNCIÓN

La integral de una función simbólica respecto de la variable $"x"$

i) Integral indefinida $Integrate\left[f(x), x\right]$

ii) Integral definida $Integrate\left[f(x), \{x, a, b\}\right]$

## SIMPLIFICACIÓN DE UNA FUNCIÓN

$$Simplify\left[f(x)\right]$$

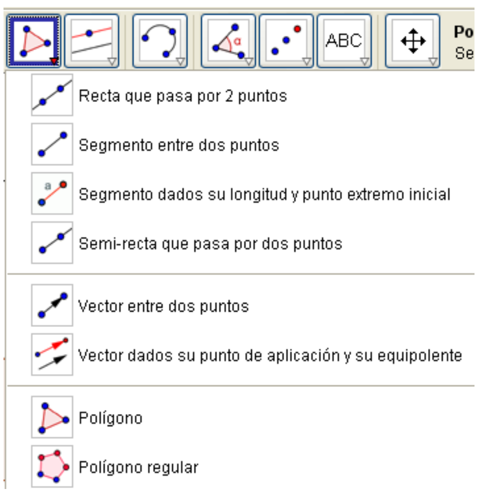
## GRAFICA DE UNA FUNCIÓN

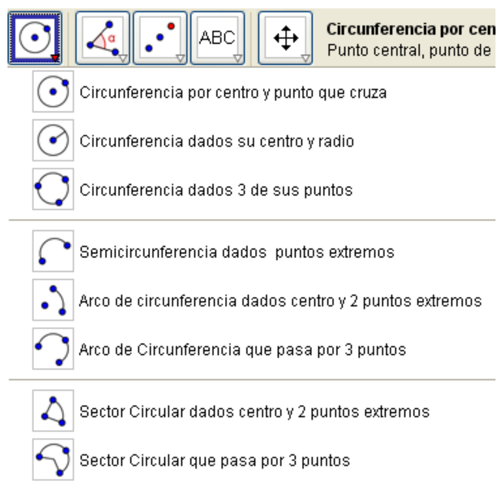
$$Plot\left[f(x), \{x, a, b\}\right]$$

Donde $a$ y $b$ son limites inferior y superior respectivamente

## D3. LIBRERÍA DE HERRAMIENTAS GRAFICAS GEOGEBRA

Para hacer geometría es importante ver las figuras objeto de nuestro estudio y manipularlas. Antes de la invención del papel, los antiguos geómetras dibujaban sobre la arena u otros materiales. Hasta hoy y durante siglos la Geometría se ha servido del papel, el lápiz y otros instrumentos de dibujo. Desde hace unos años es posible sustituir el cuaderno por la pantalla del ordenador y los lápices, reglas, compás, etc. por el ratón y el teclado. Geogebra es uno de los programas diseñados con ese fin. Cuenta con una interfaz amigable en base a botone que se encuentran en sus distintas librerías, mostramos algunas:




Es posible la construcción de tipo de figuras geométricas, como ser: