

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRES

FACULTAD DE TECNOLOGÍA

CARRERA DE CONSTRUCCIONES CIVILES



TRABAJO DE APLICACIÓN

**MODELOS DE REPRESENTACIÓN DE ESFUERZOS PARA LA
APLICACION EN LA ENSEÑANZA DE LA ASIGNATURA DE
RESISTENCIA DE MATERIALES I**

**Examen de Grado, Para Obtener el título
Académico de Licenciatura en Construcciones Civiles**

Presentado por: Brenda Priscila Carrasco Oporto

Tutor: Msc. Ing. Waldo Aliaga

Tribunal: Ing. Javier Poma

Ing. Iris Vasquez

DEDICATORIA

Primeramente a Dios todopoderoso, por darme la oportunidad de vivir y estar a mi lado en todo momento, dándome las fuerzas para luchar día a día y seguir adelante sobrepasando las barreras que se me presentan.

A mi mamá, Abigail Oporto, por ser la guía en mi formación tanto personal como profesional, por cuidar de mi, por horas de consejos y regaños los cuales estoy segura han sido con todo el amor del mundo para formarme como un ser integral y de los que me siento muy orgullosa, por nunca permitir que decayera ante situaciones adversas.

A mi hijito Brendam Mickhael, este logro va dedicado especialmente a ti, porque eres lo más bello e importante en mi vida y es por ti que hoy, mañana y siempre sigo superándome y aprendiendo de nuestras vidas.

AGRADECIMIENTOS

A Dios y a la Virgen por ser mi guía espiritual en el cumplimiento de esta meta.

A mi tutor, por ser mi guía académico y por darme la oportunidad de desarrollar este trabajo.

A cada uno de mis Docentes, por impartir el conocimiento adquirido en su vida profesional y laboral, sin egoísmos, de forma clara y concisa.

INDICE

CAPÍTULO I

1 ASPECTOS GENERALES

1.1 Introducción

1.2 Antecedentes

1.2.1 Objetivo general

1.2.2 Objetivos Específicos

1.3 Alcance del Trabajo de Aplicación

1.4 Justificación del proyecto

1.5 Importancia del Trabajo de Aplicación

CAPÍTULO II

2 MARCO TEÓRICO

2.1 Resistencia de Materiales

2.1.1 Objeto y Finalidad de la Resistencia de Materiales

2.1.2 Concepto de Sólido Elástico

2.1.3 Modelo teórico de sólido utilizado en Resistencia de Materiales. (Prisma mecánico)

2.1.4 Principios generales de la Resistencia de Materiales

2.1.5 Tipos de Cargas exteriores sobre un prisma mecánico

2.1.6 Tipos de Solicitación

2.1.7 Tensiones y Deformaciones

2.1.7.1 Tensión

2.1.7.2 Deformación

2.1.7.2.1 Deformación unitaria

2.1.8 Diagrama Tensión y Deformación

2.1.9 Coeficiente de Seguridad, Tensión Admisible y Carga Admisible

2.2 Tracción y Compresión

2.2.1 Tracción

2.2.2 Compresión.

2.2.3 Cargas, Tensiones y Deformadas debido al Peso Propio

2.2.4 Deformaciones debido a la temperatura

2.2.5 Tracción Compresión Biaxial

2.2.6 Tensiones en Recipientes Cilíndricos de Pequeño Espesor

2.3 Corte

2.3.1 Tensiones y Deformaciones en Corte Puro

2.3.2 Círculo de Mohr

2.3.2.1 Como se usa el círculo de Mohr y cómo funciona

2.3.2.2 Desarrollo de las ecuaciones de círculo de Mohr

2.4 Torsión

2.4.1 Introducción

2.4.2 Ecuación de Cortante y la Deformación Angular debido a la Torsión

2.5 Fuerza Cortante y Momento Flector

2.5.1 Introducción

2.5.1.1 Flexión Pura

2.5.1.2 Flexión Simple

2.5.2 Cargas

2.5.3 Tipos de Apoyos

2.5.4 Tipos de Vigas

2.5.5 Relación entre el momento Flector y la Fuerza Cortante

2.6 Flexión – Tensiones Normales y Cortantes

2.6.1 Introducción

2.6.2 Tensiones Normales en Flexión

2.6.3 Tensiones Cortantes en Flexión

2.6.4 Perfiles Comunes Usados en Vigas

2.7 Pandeo de Columnas

2.7.1 Introducción

2.7.2 Equilibrio Estable, Inestable e Indiferente

2.7.3 Tipos de apoyos y Columnas

2.7.4 Carga Crítica de Euler

2.7.5 Ecuación de la línea elástica:

2.7.6 Límites de Aplicación de la Formula de Euler

CAPÍTULO III

3 MODELOS DE REPRESENTACIÓN DE ESFUERZOS

3.1 Esfuerzo de Compresión

3.1.1 Descripción del Modelo

3.1.2 Objetivo modelo

3.2 Esfuerzo de Tracción

3.2.1 Descripción del Modelo

3.2.2 Objetivo del modelo

3.3 Esfuerzo de Corte

3.3.1 Descripción del Modelo

3.3.2 Objetivo modelo

3.4 Esfuerzo de Flexión

3.4.1 Descripción del Modelo

3.4.2 Objetivo modelo

3.5 Esfuerzo de Torsión

3.5.1 Descripción del Modelo

3.5.2 Objetivo del modelo

3.6 Esfuerzo de Pandeo

3.6.1 Descripción del Modelo

3.6.2 Objetivo modelo

BIBLIOGRAFIA



CAPÍTULO I

ASPECTOS GENERALES

1.1. Introducción

El presente trabajo de aplicación, surge de la necesidad de demostrar de manera física y tangible el contenido de la asignatura de resistencia de materiales, para una mejor asimilación de los conceptos y cálculos realizados a partir de los diferentes esfuerzos a los cuales están sometidos los materiales de construcción y elementos estructurales.

Generalmente, la exposición en aula de diversos temas teóricos y aún técnicos, no resulta suficiente para efectos de una real y completa comprensión del tema estudiado, por lo que es deseable y en ocasiones necesario disponer de ejemplos complementarios y/o experimentales que permitan aplicar, visualizar, identificar y reforzar así la comprensión y el conocimiento a través de una experiencia real o simulada con modelos que demuestren los diferentes temas tratados en el área de estructuras, para esto es necesario buscar métodos complementarios para hacer más asimilables los conceptos.

El poder explicar con modelos físicos los problemas planteados en estas asignaturas, despejaría al alumno cualquier duda sobre la importancia de conocer los problemas reales por los cuales se ha generado un conocimiento teórico en todo el transcurso de la carrera.

1.2. Antecedentes

La idea de crear modelos simplificados y a escala reducida para apoyar la enseñanza de los diferentes esfuerzos y sistemas estructurales aplicables, no es precisamente nueva. Se remonta varios años atrás, cuando interesados en el tema, se inició una investigación de campo con el propósito de identificar los referentes que en esa materia han sido desarrollados en otras instituciones, como por ejemplo: la Escuela Superior de Ingeniería y Arquitectura del Instituto Politécnico Nacional de México, el Laboratorio de Estructuras de la Facultad de Arquitectura de la UNAM de México, donde se tomaron como punto de partida para la elaboración de diversos aparatos varios filmes del Instituto Politécnico

de Virginia, Estados Unidos. (Figura 1 y 2), además de el arquitecto mexicano José Creixell que ha trabajado en la fabricación de este tipo de modelos diseñados por él, para la enseñanza de las estructuras.

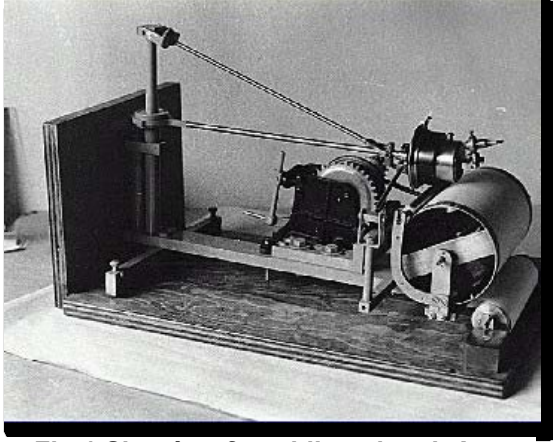


Fig.1 Sismógrafo unidireccional. Arq. José Creixell

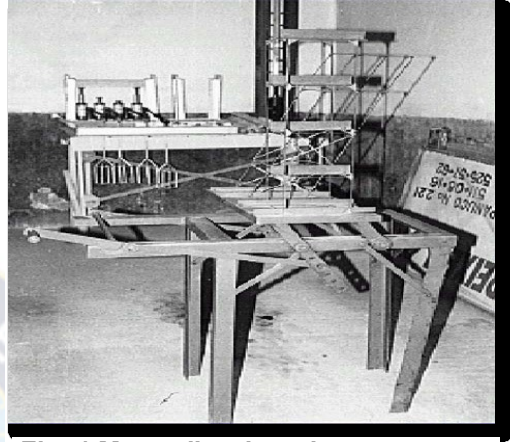


Fig. 1 Mesa vibradora de estructuras. Arq. José Creixell

1.2.1. Objetivo general

Elaborar modelos de representación de esfuerzos en maquetas que permitan demostrar los esfuerzos de: compresión, tracción, corte, torsión, flexión, pandeo, a los que están sometidos los materiales de construcción y sistema constructivos, con la finalidad de ser utilizados como material didáctico para la asignatura de Resistencia de Materiales.

1.2.2. Objetivos Específicos

- Elaborar la maqueta del modelo estructural de un elemento que trabaja a esfuerzo de compresión.
- Elaborar la maqueta del modelo estructural de un elemento que trabaja a esfuerzo de tracción.
- Elaborar la maqueta del modelo estructural de un elemento que trabaja a esfuerzo de corte.
- Elaborar la maqueta del modelo estructural de un elemento que trabaja a esfuerzo de flexión.

- Elaborar la maqueta del modelo estructural de un elemento que trabaja a esfuerzo de torsión.
- Elaborar la maqueta del modelo estructural de un elemento que trabaja a esfuerzo de pandeo.

1.3. Alcance del Trabajo de Aplicación

Con este trabajo de aplicación didáctica, se busca abrir un espacio a la experimentación de las propuestas estructurales con propósitos específicos de la creación de nuevos sistemas constructivos, a través de sencillos modelos relacionados con la temática estructural a así disminuir el índice de reprobación de los alumnos que cursan asignaturas del Área de Estructuras.

1.4. Justificación del proyecto

Se ha considerado de vital importancia contar con herramientas capaces de complementar el proceso tradicional de transmisión del conocimiento vía pizarrón. Uno de los más preocupantes problemas es el alto índice de reprobación en algunas asignaturas del Área de Estructuras (Resistencia de Materiales I y II, Estructuras Isostáticas I y II, Hormigón Armado, Fundaciones I y II, Análisis Estructural).

Teniendo en cuenta la dificultad que frecuentemente tienen los estudiantes para entender esos conceptos a partir de fórmulas y proposiciones teóricas, se ha considerado necesaria la creación de modelos estructurales que pretende operar como un apoyo importante para las asignaturas relacionadas con el tema, donde a través de aparatos y prototipos experimentales se promoverá la mejor comprensión del comportamiento de los materiales, elementos y sistemas estructurales así como los principios y características del trabajo estructural de los edificios

El propósito de la creación de este trabajo de aplicación deriva de la preocupación por la elevación del nivel de calidad en la formación de

egresados de la carrera de Construcciones Civiles, calidad de enseñanza y por la obtención de un perfil de egresado con capacidad y calidad propositiva.

1.5. Importancia del Trabajo de Aplicación

Para la materia de Resistencia de Materiales y toda el área de estructuras es importante que el alumno comprenda cómo trabajan los materiales estructurales, cómo se determinan las propiedades mecánicas de las secciones y qué acciones mecánicas internas producen las fuerzas externas en esas secciones en juntas, losas, columnas, zapatas y muros, en función de su esfuerzo y deformación. Entre estos conceptos se pueden mencionar: elasticidad, plasticidad, ductilidad, límite elástico, módulo de elasticidad, límite de fluencia, centro de gravedad, ejes principales de la sección, momento de inercia, radio de giro, módulo de sección, fuerza cortante, momento flexionante y momento de torsión.

Quizá la característica más importante es que ofrece la posibilidad de concretar, es decir, poder comprobar con nuestros sentidos en términos materiales, visibles, audibles y tangibles, el significado de una fórmula o un planteamiento teórico que, expuesto con anterioridad en el aula puede quizá parecer lógico y factible, pero que mediante la experimentación adquiere una dimensión real y distinta que no deja lugar a dudas sobre la realidad de la teoría. Es por ello la utilidad del presente trabajo de Aplicación por la contundencia y claridad con que refuerza el aprendizaje.

La importancia del tema, su carácter innovador y la factibilidad de su aplicación inmediata como instrumento didáctico permitirá cubrir un vacío importante en la comprensión del comportamiento de las estructuras, conforman argumentos suficientes que lo justifican como objeto de estudio y propuesta que debe afinarse para su aplicación curricular.



CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1. RESISTENCIA DE MATERIALES

2.1.1. Objeto y Finalidad de la Resistencia de Materiales

La Mecánica de Materiales trata del comportamiento de los cuerpos sólidos que se someten a diferentes tipos de cargas.

Como objetivo principal de esta rama aplicada, se encuentra la de determinar los esfuerzos, deformaciones unitarias y desplazamientos en los componentes de una estructura como consecuencia de las acciones de las fuerzas, que actúan sobre ellas. Por lo tanto, tratar de comprender el comportamiento mecánico, se hace necesario para establecer los criterios que nos permitan determinar el material más conveniente, la forma y las dimensiones más adecuadas que hay que dar a los elementos de una estructura para que puedan resistir la acción de las fuerzas y momentos exteriores que los solicitan, así como para obtener este resultado de la forma más económica posible. En cuanto a las deformaciones que experimentan los materiales son distintas. Se llama rigidez a la propiedad que presenta el material de oponerse a las deformaciones.

Otro aspecto de gran importancia es la estabilidad, entendiendo por tal, la capacidad de oposición del elemento a grandes desplazamientos y deformaciones como resultado de las cargas exteriores. El cálculo de la estabilidad de la pieza nos permitirá conocer su capacidad de conservar las formas de equilibrio que adopta en estado deformado.

2.1.2. Concepto de Sólido Elástico

La Estática y la Mecánica Teórica consideran indeformables los cuerpos materiales, ya se encuentren en estado de movimiento o de reposo. Las conclusiones que se obtienen con esta suposición son en gran número de casos buenas aproximaciones de lo que realmente ocurre. Pero para

determinar la resistencia de una pieza y sus deformaciones se deben analizar los cuerpos como deformables.

Según lo indicado se pueden considerar los sólidos como: Sólido rígido, Sólido elástico y Sólido verdadero pero para la materia sólo desarrollaremos el Sólido elástico.

Sólido elástico.- Es aquel que ante una tensión exterior se deforma y recupera su forma original al cesar la causa exterior. A los sólidos elásticos se les supone una serie de cualidades como son las de isotropía, homogeneidad y continuidad. Un cuerpo es isótropo cuando sus propiedades físicas no dependen de la dirección en que se han medido en dicho cuerpo. El sólido es homogéneo si toda región del mismo posee idéntica composición y características que otra cualquiera. Finalmente el cuerpo es continuo si no existen huecos entre partículas ni, por consiguiente, distancias intersticiales

2.1.3. Modelo teórico de sólido utilizado en Resistencia de Materiales. (Prisma mecánico)

La mayoría de las piezas pueden considerarse como uno de los siguientes tipos de prismas:

- a) **Barra.** Se llama así al prisma mecánico cuyas dimensiones de la sección transversal son pequeñas, en comparación con la longitud de la línea media. Pertenecen a este tipo los elementos de estructuras y los cables. Este es tipo de prisma mecánico más usado. La mayor parte de barras son planos, es decir con línea media contenida en un plano, siendo éste, además, plano de simetría del prisma. En estructuras de hormigón armado se emplean sección transversal rectangular y cuadrada, mientras que en estructuras metálicas secciones muy usuales son el perfil laminado doble T, I en vigas, o dos secciones en U soldadas en pilares.



Fig. 3 Barras

- b) Placa.** Es un cuerpo limitado por dos planos, cuyo espesor es pequeño en comparación con las otras dos dimensiones. Pertenecen a este tipo las losas que se fabrican para tapar depósitos subterráneos, como las placas utilizadas como forjados en las edificaciones.

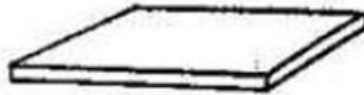


Fig. 4 Placa

- c) Cascara.** Es un cuerpo limitado por dos superficies no planas, cuya distancia es pequeña en comparación con las otras dos dimensiones.

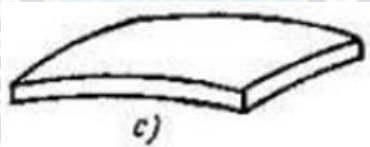


Fig. 5 Cáscara

2.1.4. Principios generales de la Resistencia de Materiales

Como se mencionó anteriormente la Resistencia de Materiales requiere hipótesis simplificativas, en el presente texto se asumen las siguientes hipótesis:

- a) Los materiales se consideran continuos.-** La mayoría de los materiales cumple con esta hipótesis aun cuando existan poros o se considere la discontinuidad de la estructura de la materia, compuesta por átomos que no están en contacto rígido entre sí, ya que existen espacios entre ellos y fuerzas que los mantienen vinculados, formando una red ordenada.
- b) Los materiales se consideran homogéneos.-** Con esta hipótesis se consideran las propiedades idénticas en todos los puntos.

c) Los materiales se consideran isótropos.- Con esta hipótesis se consideran las propiedades idénticas en todas las direcciones. Los metales son materiales homogéneos e isótropos y la madera, el hormigón y la piedra no lo son.

d) Los materiales tienen un comportamiento elástico

Es aquel que ante una tensión exterior se deforma y recupera su forma original al cesar la causa exterior. Las fuerzas interiores entre las partículas del material se oponen al cambio de la forma y dimensiones del cuerpo sometido a cargas.

2.1.5. Tipos de Cargas exteriores sobre un prisma mecánico

Las cargas exteriores sobre una pieza están constituidas por las cargas directamente aplicadas y las reacciones debidas a los apoyos. Las cargas se clasifican en:

a) Fuerzas de volumen y fuerzas de superficie.- Las primeras actúan sobre todos los puntos del sólido y se deben a campos de fuerzas tales como el campo gravitatorio, el campo de fuerzas de inercia, o el campo magnético. Las fuerzas de superficie son las que se aplican a la superficie exterior del prisma. Pueden ser puntuales o repartidas.

b) Cargas puntuales y distribuidas.- Las cargas puntuales son aquellas que se aplican en un punto mientras que las cargas distribuidas las que están aplicadas en porciones de área o volumen, En la naturaleza no existen fuerzas puntuales sino solo distribuidas sin embargo cuando el área o volumen de aplicación son pequeños las cargas pueden considerarse como puntuales. Las cargas distribuidas pueden ser de superficie (presión del viento o del agua sobre una pared) o de volumen (peso propio).

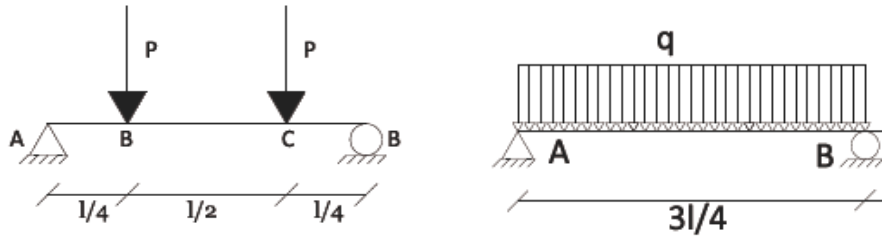


Fig. 6 Cargas Puntuales Cargas Repartidas

c) **Cargas estáticas y dinámicas.**- Las cargas cuya magnitud, punto de aplicación y dirección no varían o lo hacen muy lentamente, se llaman cargas estáticas mismas que no provocan vibraciones de las estructuras o elementos, mientras que las cargas que varían con el tiempo se llaman cargas dinámicas y son las que provocan vibraciones.

2.1.6. Tipos de Solicitación

Considérese un cuerpo en equilibrio sometido a la acción de fuerzas y momentos externos, en cualquier sección interna aparecen una fuerza y un momento resultantes internos que equilibran las cargas externas. Los valores de la fuerza y el Momento internos se hallan generalmente con las ecuaciones de la estática.

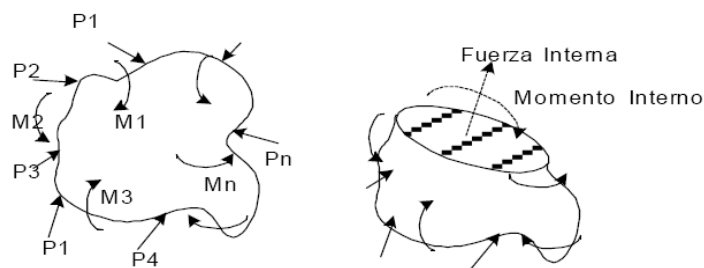


Fig. 7 Fuerza y Momento Internos

La fuerza y el momento internos pueden descomponerse en componentes paralelas y normales a la sección. Del análisis individual de estas componentes definen los diferentes tipos de carga. Así la Fuerza Normal produce cargas Normales de Tracción Compresión, la Fuerza Tangencial produce cargas de

Corte, el Momento Normal produce cargas de Torsión y el Momento Tangencial produce cargas de Flexión.

a) **Tracción - Compresión.**- Un cuerpo está sometido a Sollicitación de Tracción o Compresión, cuando sobre él se apliquen fuerzas paralelas al eje centroidal y perpendiculares a la sección transversal. Dependiendo si la carga tiende a alargar o a comprimir la pieza, la carga será de tracción o compresión.



Fig. 8 Tracción

b) **Corte.**- Un cuerpo está sometido a Sollicitación de Corte cuando sobre él se apliquen fuerzas perpendiculares al eje centroidal y paralelas a la sección transversal.

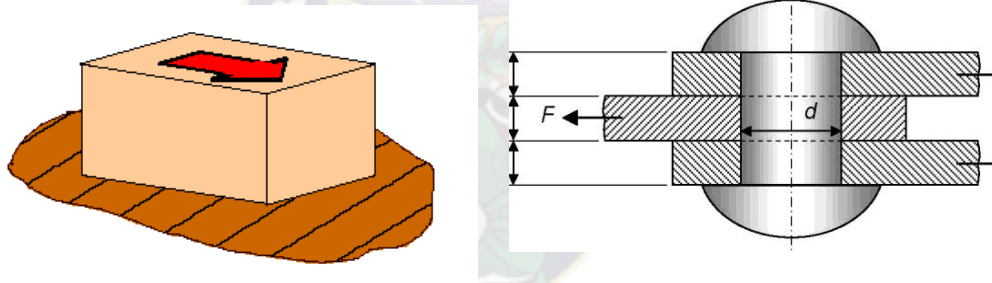


Fig. 9 Corte

c) **Torsión.**- Un cuerpo está sometido a Sollicitación de Torsión cuando sobre él se aplican Momentos paralelos al eje centroidal y perpendiculares a la sección transversal.

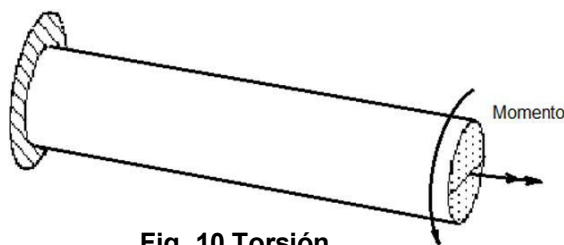


Fig. 10 Torsión

d) **Flexión.**- Un cuerpo está sometido a Sollicitación de Flexión cuando sobre él se aplican Fuerzas y Momentos perpendiculares a su eje centroidal y paralelos a la sección transversal.

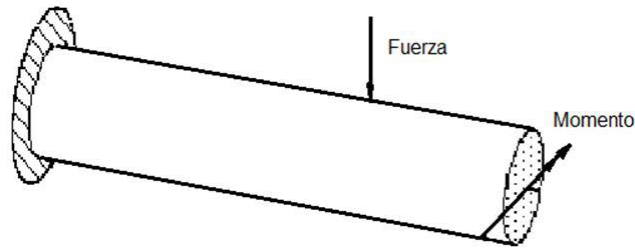


Fig. 11 Flexión

2.1.7. Tensiones y Deformaciones

2.1.7.1. Tensión

Considérese una barra sometida a la acción de dos fuerzas iguales, opuestas y colineales en sus extremos. Se verifica el equilibrio: $P - P = 0$

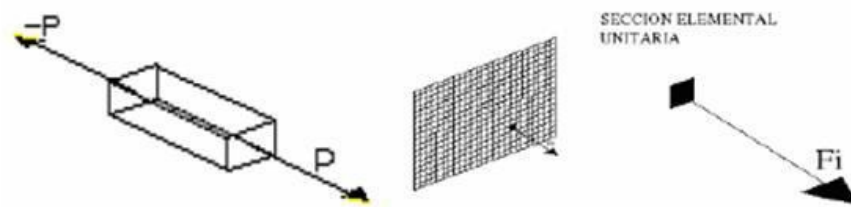


Fig. 12 Fuerzas en las Moléculas

Realizando un análisis molecular, la fuerza externa se distribuye en pequeñas fuerzas tirando de cada molécula, que tratan de separarla de sus vecinas, sin embargo la atracción entre moléculas opone resistencia con una fuerza igual y contraria, lo que impide que las moléculas se alejen entre sí.

Los esfuerzos que se generan dentro del material son las tensiones de este.

Un elemento está tensionado cuando una fuerza está repartida, Por lo tanto, podemos definir a la Tensión como “fuerza repartida en una unidad de Área:

$$\sigma = \frac{\text{Fuerza}}{\text{Area}} = \frac{F}{A} \quad (1.1)$$

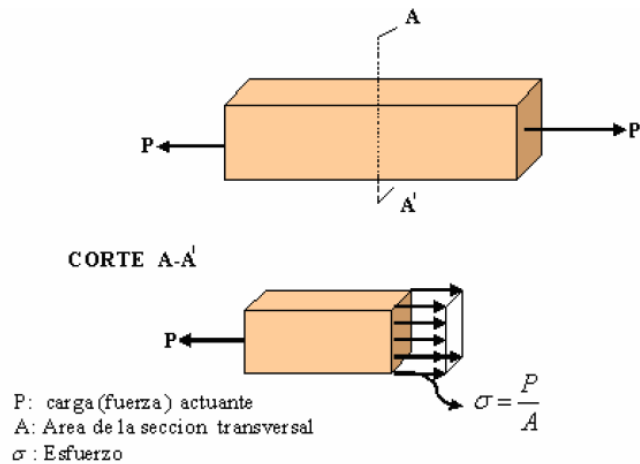


Fig. 13 Tensión Simple

2.1.7.2. Deformación

Los sólidos, bajo la acción de cargas externas se deforman y cambian sus dimensiones o forma, Al cambio de dimensión se le denomina deformación lineal y al cambio de forma deformación angular.

Un material se deforma por presiones, acciones o temperatura, se deformara el material al aplicar una fuerza al eje de simetría.

$$\delta = \frac{Fl}{EA} \quad (1.2)$$

Donde:

δ = Alargamiento, Deformación, (Δl)

E = Modulo de Young

(Material, obtenido de ensayos)

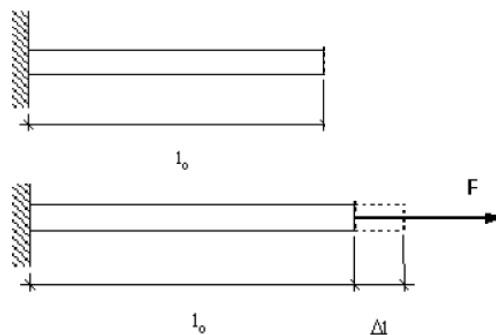


Fig. 14 Deformación Longitudinal

a) Deformación provocada por Cargas de Axiales

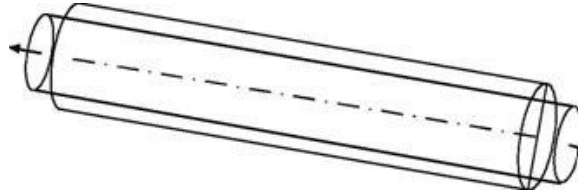


Fig. 15 Deformación por Cargas Axiales

Una barra sometida a cargas axiales además de experimentar una deformación en la dirección de axial también presenta otra deformación en la dirección transversal. Las cargas de tracción provocan alargamiento en la dirección axial y adelgazamiento en la dirección transversal, mientras que las cargas de compresión provocan acortamiento en la dirección axial y ensanchamiento en la dirección transversal.

b) Deformación provocada por Cargas de Corte

Los cuerpos sometidos a cargas de corte no presentan deformaciones significativas (no se verifica cambio de dimensiones) pero si presentan distorsión (se verifica cambio de forma).



Fig.16 Distorsión por Cargas de Corte

La deformación se cuantifica con:

γ *Angulo de inclinación de las caras*

c) Deformación provocada por Cargas de Torsión

Las barras sometidas a cargas de torsión no presentan deformaciones longitudinales sino rotaciones o deformaciones angulares entre secciones. Las secciones transversales giran una respecto a otra.

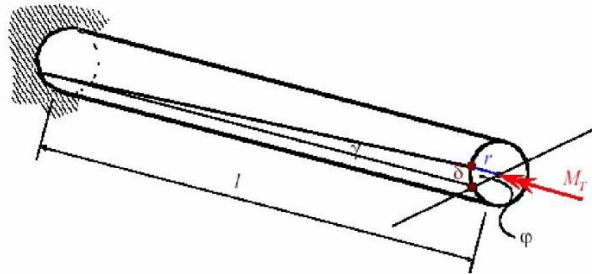


Fig.18 Deformación por Cargas de Torsión

La deformación se cuantifica con:

φ *Angulo de rotación entre secciones de los extremos de la barra*

d) Deformación provocada por Cargas de Flexión

Los cuerpos generalmente rectos sometidos a cargas de Flexión se vuelven curvos por lo que presentan deformaciones lineales y angulares.

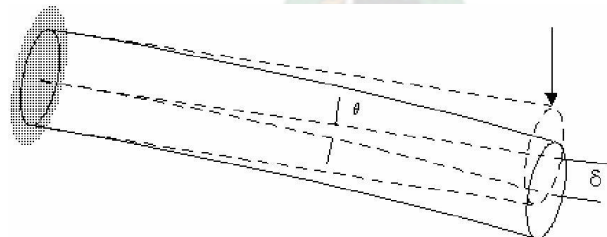


Fig.19 Deformación por Cargas de Flexión

Las deformaciones se cuantifican con:

δ *Deformación lineal;* θ *Deformación angular*

2.1.7.2.1. Deformación unitaria

La deformación unitaria es:

$$\varepsilon = \frac{\delta L}{L} = \frac{\Delta l}{l_0} \quad (1.16)$$

Representa cuan elástico es el material

Si: $\varepsilon = 1 \rightarrow \Delta l = l_0$

Donde todos los materiales deben tener una $\varepsilon > 1$

En la zona elástica, las tensiones son proporcionales a las deformaciones

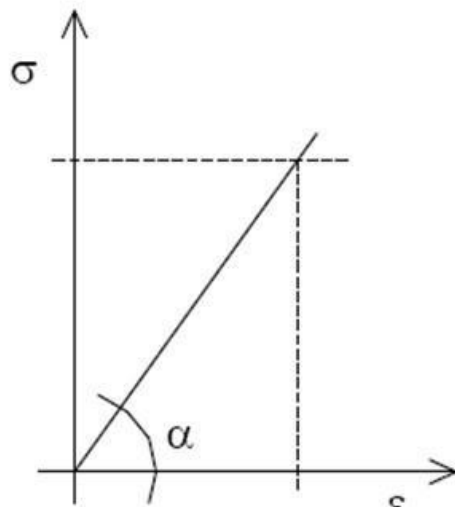


Fig. 20 Proporcionalidad entre $\sigma - \varepsilon$ en la zona elástica

$$\sigma = E\varepsilon \quad (1.18)$$

Ecuación conocida como de Hooke. La constante E, se conoce como módulo de elasticidad longitudinal o módulo de Young.

Ley de Hooke

La mayor parte de las estructuras se diseñan para sufrir pequeñas deformaciones, que involucran solo la parte lineal del diagrama esfuerzo – deformación. Para la parte inicial del diagrama anterior, el esfuerzo σ es directamente proporcional a la deformación ε y puede escribirse

$$\delta = FL/AE \rightarrow (\delta/L) = (F/A) (1/E) \rightarrow \varepsilon = \sigma (1/E) \rightarrow \sigma = E\varepsilon \dots\dots\dots (3.2)$$

Esta relación es la ley de Hooke, llamada así en honor del matemático Inglés Robert Hooke (1635 – 11703). El coeficiente **E** se llama modulo de elasticidad propio de cada material o también llamado modulo de Young en honor del científico Inglés Thomas Young (1773 – 1829).

Como la deformación unitaria ϵ no tiene dimensiones, el modulo E se expresa en las mismas unidades del esfuerzo.

2.1.8. Diagrama Tensión y Deformación

La deformación depende de las cargas externas y consecuentemente de las tensiones y de la estructura interna del material. Para obtener la relación entre tensiones y deformaciones se procede por vía experimental mediante ensayos realizados en el laboratorio, en donde se comprueba, en efecto, que para dos piezas de distintos materiales, de iguales dimensiones y sometidas al mismo estado de cargas, las deformaciones son distintas.

El ensayo más simple que se hace es el de tracción. En este ensayo sometiendo una pieza de dimensiones normalizadas llamada probeta a una carga de tracción que se aumenta gradualmente hasta la rotura.

En la probeta se realizan previamente dos marcas, que determinan una longitud denominada distancia entre puntos, sobre las que se efectúa, por medio de un extensómetro, la medida de los alargamientos.

Si A es la sección de la probeta y P la fuerza aplicada en sus extremos en dirección axial, la fuerza origina en el interior del material un estado de tensiones que se supone constante.

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad (1.11)$$

La probeta, debido a la tensión, se alarga. La deformada unitaria longitudinal es:

$$\epsilon = \frac{l_f - l_o}{l_o} \quad (1.12)$$

Aumentando progresivamente el valor de P, midiendo ϵ y llevando los valores a un gráfico, se obtiene para el acero dulce el diagrama tensión-deformación similar al de la figura.

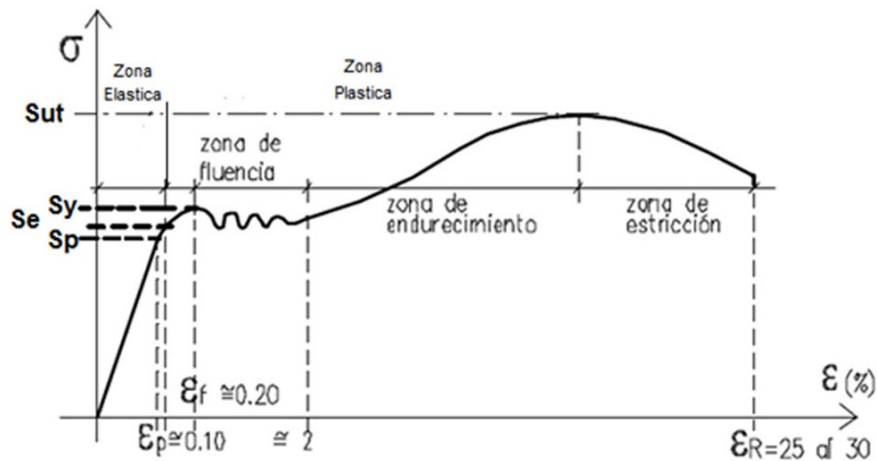


Fig. 21 Diagrama $\sigma - \epsilon$

En este diagrama pueden distinguirse ciertas zonas con determinadas características:

- a) **Período elástico.**- Este período queda delimitado por la tensión Se (límite de elasticidad). El límite de elasticidad se caracteriza porque, hasta llegar al mismo, el material se comporta elásticamente, es decir que producida la descarga, la probeta recupera su longitud inicial. En la práctica, este límite se considera como tal cuando en la descarga queda una deformación específica remanente igual al 0.001 %.

Este período comprende dos zonas: la primera, hasta el Sp (límite de proporcionalidad), donde el material verifica la ley de Hooke. La segunda zona entre Sp y Se , si bien es elástica, no manifiesta proporcionalidad entre tensiones y deformaciones.

En general, los límites de proporcionalidad y de elasticidad difieren muy poco entre sí.

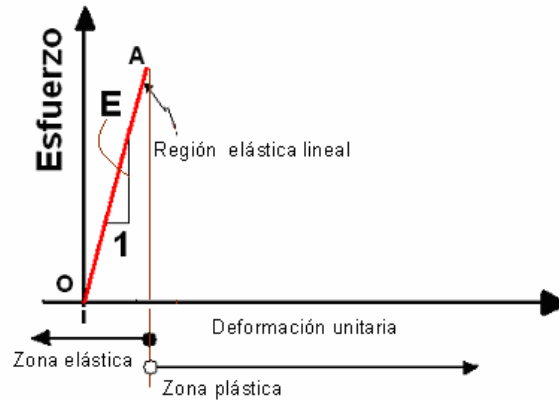


Fig. 22 Diagrama $\sigma - \epsilon$

b) **Período elasto-plástico.**- Para tensiones superiores al límite elástico, la pieza no recobra su dimensión original y la deformación es permanente acorde con la carga aplicada. A medida que aumenta la sollicitación, la gráfica disminuye el valor de su tangente, tendiendo a anularse en el tramo final del período, al cual se llega con un valor de tensión que se indica como S_y (tensión de fluencia).

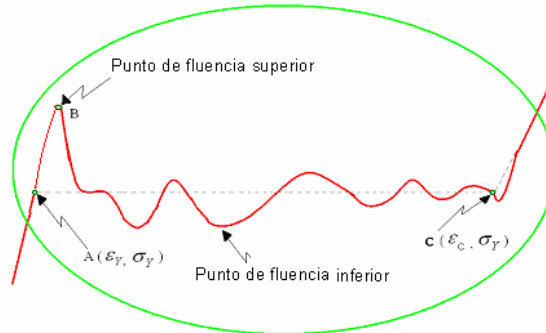


Fig. 23 Período plástico (fluencia)

c) **Período plástico (fluencia).**- Una vez arribado al valor de tensión S_y (límite de fluencia), el material fluye, aumentan las deformaciones sin que existe aumento de tensión. El fenómeno no es tan simple, ya que la tensión oscila entre dos valores cercanos entre sí, denominados límites de fluencia superior e inferior, respectivamente. La tensión de proporcionalidad es aproximadamente 80% la de fluencia

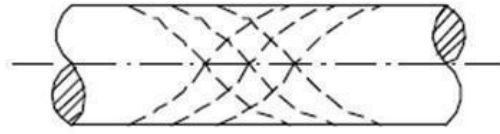


Figura 2 Líneas de Chernov - Lüders

Los experimentos demuestran que durante la fluencia se producen deslizamientos relativos entre los cristales y en la superficie de la probeta aparecen las llamadas líneas de Chernov - Lüders, que forman con el eje de la misma un ángulo de 45°.

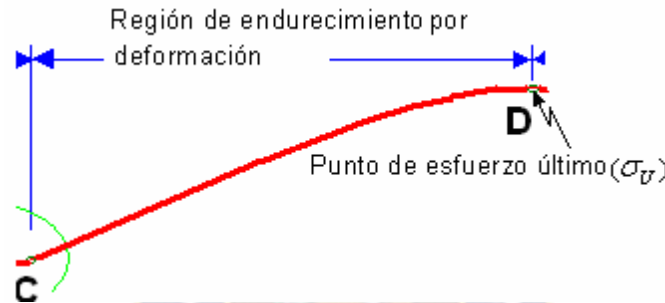


Fig. 24 Período de endurecimiento y de estricción

- d) **Período de endurecimiento y de estricción.**- Luego de la fluencia hay un reacomodamiento cristalográfico y el material se endurece e incrementa su resistencia, es decir, admite un incremento de carga. En este período las deformaciones son muy pronunciadas. La tensión aumenta hasta alcanzar un valor máximo, denominado “tensión de rotura”, a partir del cual la tensión disminuye hasta que alcanza una determinada deformación de rotura, produciéndose la rotura física. La tensión S_{ut} no es en realidad la máxima tensión que se origina en la probeta sometida a carga. En efecto, alcanzado el valor de la deformación específica correspondiente a S_{ut} , comienza a manifestarse en la probeta un fenómeno denominado “estricción”.

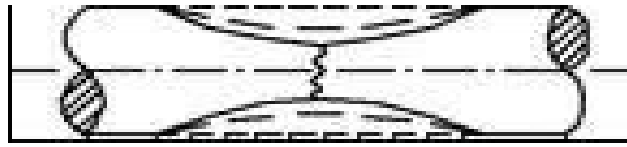


Fig. 25 Fenómeno de estricción

La estricción es la reducción de una sección central de la pieza, misma que hace que las tensiones aumenten y que, en realidad, el diagrama efectivo en lugar de presentar su concavidad hacia abajo muestra un punto de inflexión en las vecindades de S_{ut} y cambia su curvatura presentando una rama creciente hasta alcanzar la deformación de rotura. Entonces el diagrama que anterior suele denominarse “diagrama convencional, ya que los cálculos de las tensiones se realizan siempre sobre la base de suponer la sección transversal constante, con área igual a la inicial.

La estricción se mide por el “coeficiente de estricción lateral” con la siguiente expresión:

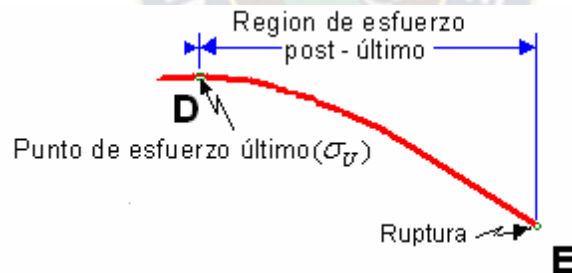


Fig. 26 Punto de esfuerzo ultimo rotura

2.1.9. Coeficiente de Seguridad, Tensión Admisibles y Carga Admisibles

No hay la seguridad absoluta y las piezas están amenazadas por incertidumbres.

Existen numerosas causas de incertidumbres: Las hipótesis de cargas, las hipótesis de cálculo, los errores de cálculos, los defectos del material, los errores de las dimensiones, los errores de ejecución, etc.

La falla de una pieza puede provocar pérdidas económicas y humanas por lo que se debe buscar la máxima seguridad. Para evitar la falla, la tensión máxima en una pieza no debe superar un valor límite. Para materiales dúctiles el valor límite es el límite de fluencia y para de materiales frágiles es el límite de resistencia o tensión de rotura

$$S_{adm} = S_y / \eta \quad \text{Para materiales dúctiles (1.28)}$$

$$S_{adm} = S_{ut} / \eta \quad \text{Para materiales frágiles (1.29)}$$

Donde η es el coeficiente de seguridad. La elección del coeficiente de seguridad es compleja pero disposiciones reglamentarias que tratan sobre construcciones de acero; indican valores que varían entre 1.25 y 1.65, para estructuras de hormigón armado, los coeficientes de seguridad varían entre 1,75 y 2,10 y en la construcción de máquinas el valor varía, entre 1.5 a 2.5.

$$\sigma_t = \frac{\sigma_f}{n}$$

Donde:

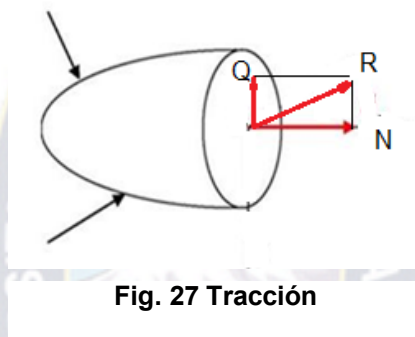
σ_t = Tensión de Trabajo

σ_f = Tensión de Fluencia

n = factor de Seguridad

2.2. Tracción y Compresión

Un elemento está sometido a tracción o compresión cuando al realizar un corte por cualquier sección recta no aparecen momentos internos, tampoco fuerzas de corte y solo se verifica una fuerza normal N en el centro de gravedad de la sección, es decir, en todas las secciones rectas del elemento se anulan el tensión cortante y los momentos torsor y flector. Dependiendo si la carga tiende a estirar o a comprimir la pieza, la carga será de tracción o compresión.



Ejemplos de elementos sometidos a tracción compresión son: Los cables metálicos, los arriostres, los elementos de las vigas armadas y elementos de las estructuras metálicas.

Para la validez de las ecuaciones y resultados de este capítulo se asume la veracidad de las siguientes condiciones:

- 1.- Se cumple la hipótesis de Bernoulli (Conservación de las secciones planas)
- 2.- Los elementos tienen secciones transversales uniformes
- 3.- Los materiales son homogéneos
- 4.- Las cargas están aplicadas en los centros de gravedad de la sección
- 5.- Los miembros sometidos a compresión no son tan esbeltos y no hay pandeo.

2.2.1. Tracción

El elemento de la figura, está sometido a esfuerzo de tracción, cuando la carga **P** tiende a alargar al elemento.

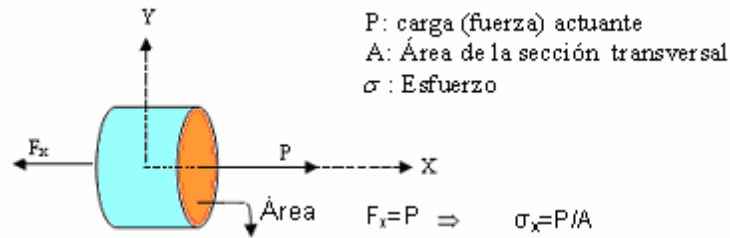


Fig. 28 Elemento sometido a Tracción

2.2.2. Compresión.

El elemento de la figura, está sometido a esfuerzo de compresión, cuando la carga **P** tiende a encoger al elemento.

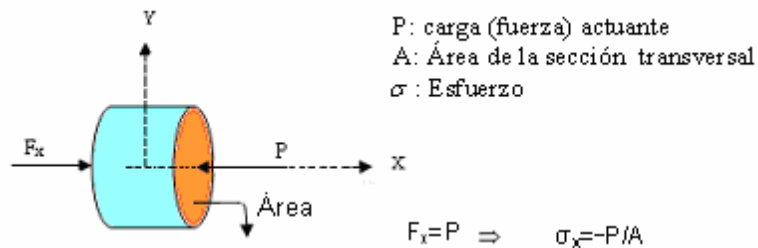


Fig. 29 Elemento sometido a Compresión

El esfuerzo en dicha sección se designa con la letra griega “ σ ” (sigma), se obtiene dividiendo la magnitud de la carga “**P**” entre el área de la sección transversal “**A**”.

Por otra parte teniendo dos elementos 1 y 2 de la figura veremos, de qué depende el esfuerzo, si los elementos son de secciones transversales y cargas diferentes, los mismos sometidos a esfuerzos de tracción.

Por más que $F_2 > F_1$ se ve que $\sigma_1 > \sigma_2$

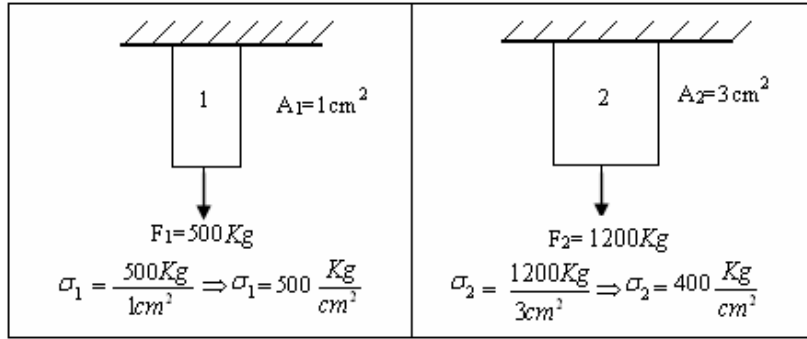


Fig. 30 Elementos sometidos a tracción

El elemento 1 y 2 se rompe o no bajo la carga actuante, depende no sólo del valor encontrado para la fuerza F , también depende del valor de la sección transversal de la barra y del material que está hecho.

2.2.3. Cargas, Tensiones y Deformadas debido al Peso Propio

En objetos de gran altura como por ejemplo edificios, torres y otros, el peso propio es una carga que tiene mucha importancia y debe ser tomada en cuenta. El peso es una carga variable ya que al analizando una sección horizontal a una altura " y ", esta soporta el peso de la porción del objeto que se encuentra encima de ella. Para entender mejor esto se presenta la analogía de una torre humana de 3 personas cada una con un peso de 75 Kg. En ésta torre la persona de arriba no soporta sobre sus hombros ninguna carga, la del medio soporta 75 Kg. y la de abajo soporta 150 Kg. sobre sus hombros.

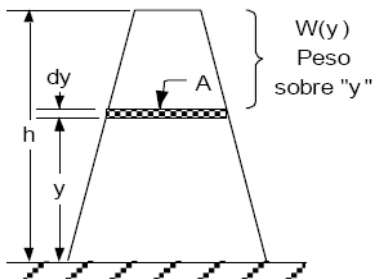


Fig. 31 Peso Propio

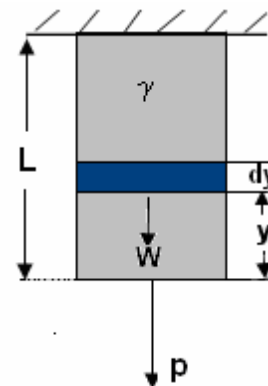


Fig. 32 Peso propio y su deformacion

Si consideramos el peso propio:

$$\gamma = \frac{W}{V} \rightarrow W = \gamma V$$

Reemplazamos en nuestra ecuación principal

$$\sigma = \frac{F + W}{A} \rightarrow \sigma = \frac{F + \gamma V}{A} \rightarrow \sigma = \frac{F + \gamma Al}{A}$$

Deformación:

$$\delta = \frac{Fl}{AE} + \frac{Wl}{2AE}$$

La deformación longitudinal debido al peso propio se halla con la ecuación 2.19 reemplazando en ella el peso como carga.

2.2.4. Deformaciones debido a la temperatura

Además de las deformadas debido a las cargas externas se presentan deformadas originados por cambios de temperatura, conocidas como dilataciones y contracciones. Los cambios de temperatura originan una deformación lineal uniforme en todas las direcciones, que se calcula por:

$$\delta = l \alpha \Delta T \dots \dots \dots (1)$$

$$\Delta T = t_f - t_i$$

$$\delta = \frac{Fl}{AE} \rightarrow \delta = \frac{\sigma l}{e} \dots \dots \dots (2)$$

Igualamos 1 y 2

$$\sigma = E\alpha\Delta T$$

α es el coeficiente de dilatación que es un valor específico de cada material.

Las deformada total es por consiguiente la suma de las deformadas debido a cargas externas y la deformada debido a los cambios de temperatura.

2.2.5. Tracción Compresión Biaxial

a) Tensiones

Considérese un elemento diferencial sometido simultáneamente a cargas de tracción-compresión en dos direcciones

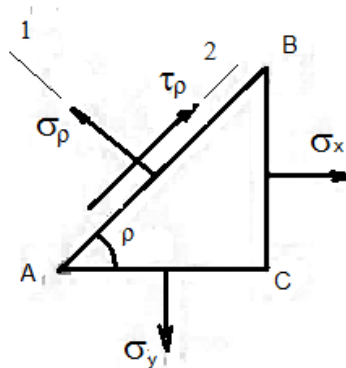


Fig. 33 Tensiones en Tracción Compresión Biaxial

En la sección inclinada aparecen simultáneamente tensiones normales σ_ρ y cortantes ζ_ρ . Por trigonometría

$$L_\rho \cos \rho = dy \quad (2.34)$$

$$L_\rho \sin \rho = dx \quad (2.35)$$

De la estática

$$\Sigma F1 = 0; \sigma_\rho L_\rho dz - \sigma_y dx dz \sin \rho - \sigma_x dy dz \cos \rho = 0 \quad (2.36)$$

$$\sigma_\rho - \sigma_y \sin 2\rho - \sigma_x \cos 2\rho = 0 \quad (2.37)$$

$$\sigma_\rho = \sigma_y (1 - \cos 2\rho)/2 + \sigma_{yx} (1 + \cos 2\rho)/2 \quad (2.38)$$

$$\sigma_\rho = (\sigma_y + \sigma_{xy})/2 + (\sigma_x - \sigma_y)(\cos 2\rho)/2 \quad (2.39)$$

$$\Sigma F2 = 0; \zeta_\rho L_\rho dz + \sigma_y dx dz \cos \rho - \sigma_x dy dz \sin \rho = 0 \quad (2.40)$$

$$\zeta_\rho + \sigma_y \text{Sin}\rho \text{Cos}\rho - \sigma_x \text{Sin}\rho \text{Sin}\rho = 0 \quad (2.41)$$

$$\zeta_\rho = (\sigma_x - \sigma_y)(\text{Sin}2\rho)/2 \quad (2.42)$$

Las ecuaciones 2.26 y 2.29 dan las tensiones normales y cortantes para una sección inclinada.

$$\text{Ya que } (\text{Sin } 2\rho)^2 + (\text{Cos } 2\rho)^2 = 1 \quad (2.43)$$

$$\text{Entonces } [\sigma_\rho - (\sigma_x + \sigma_y)/2]^2 + \zeta_\rho^2 = [(\sigma_x - \sigma_y)/2]^2 \quad (2.44)$$

Similar a una dimensión, las ecuaciones representan una circunferencia con desplazamiento en σ_ρ de $(\sigma_x + \sigma_y)/2$, sin desplazamiento en ζ_ρ radio igual al $(\sigma_x - \sigma_y)/2$. Esta ecuación no necesariamente pasa por el origen

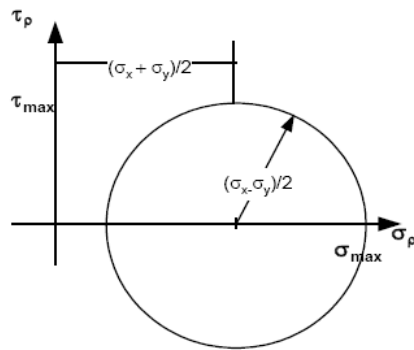


Fig. 34 Círculo de Mohr en Tracción Compresión Biaxial

b) Tensiones Principales

Las tensiones máximas o principales son:

$$\text{Para: } \rho = 0; \quad \sigma_{max} = \sigma_x; \quad \sigma_{min} = 0 \quad (2.45)$$

$$\text{Para: } \rho = 90; \quad \sigma_{max} = \sigma_y; \quad \sigma_{min} = 0 \quad (2.46)$$

$$\text{Para: } \rho = 45; \quad \sigma_{min} = 0; \quad \sigma_{max} = (\sigma_x - \sigma_y)/2 \quad (2.47)$$

Una pieza sometida a tracción compresión en dos dimensiones tiene tensiones normales máximas en los ejes "x" y "y", y tensiones cortantes máximos en secciones inclinadas a $\rho = 45^\circ$.

Para que la pieza no falle, las tensiones máximas no deben exceder los límites de fluencia

$$\sigma_{max} < S_y \quad (2.48)$$

$$\sigma_{max} < S'_y \quad (2.49)$$

c) Deformaciones

En la figura se muestra un elemento sometido a tracción compresión en dos dimensiones o biaxial

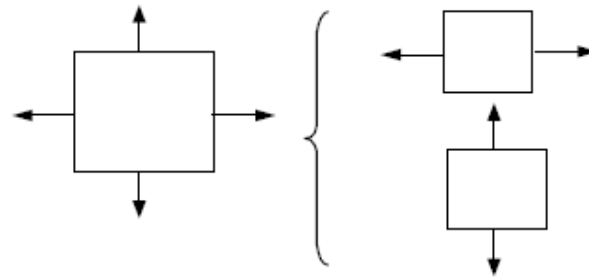


Fig. 35 Deformaciones en Tracción Compresión Biaxial

Debido a que las ecuaciones son lineales, se aplica el principio de superposición, donde se hallan primero las deformaciones originadas sólo por las cargas horizontales y luego las deformaciones originadas sólo por las cargas verticales. Las deformadas totales se hallan por la superposición o combinación de ambos resultados parciales.

Considerando inicialmente sólo las tensiones horizontales

$$\varepsilon_x = \sigma_x / E \quad (2.50)$$

$$\varepsilon_y = -\varepsilon_q = -\nu \sigma_x / E \quad (2.51)$$

Considerando ahora sólo las tensiones verticales

$$\varepsilon_y = \sigma_y / E \quad (2.52)$$

$$\varepsilon_x = -\varepsilon_q = -\nu \sigma_y / E \quad (2.53)$$

Superponiendo

$$\varepsilon_{xt} = \sigma_x / E - \nu \sigma_y / E = \varepsilon_x - \varepsilon_y \quad (2.54)$$

$$\varepsilon_{yt} = \sigma_y / E - \nu \sigma_x / E = \varepsilon_y - \varepsilon_x \quad (2.55)$$

2.2.6. Tensiones en Recipientes Cilíndricos de Pequeño Espesor

Considerando recipiente cilíndrico de radio interior r y espesor de pared e , que contiene un fluido a presión. Se van a determinar las tensiones ejercidas sobre unos pequeños elementos de pared con lados respectivamente paralelos y perpendiculares al eje del cilindro. Debido a la simetría axial del recipiente y de su contenido, no se ejercen tensiones cortantes sobre el elemento.

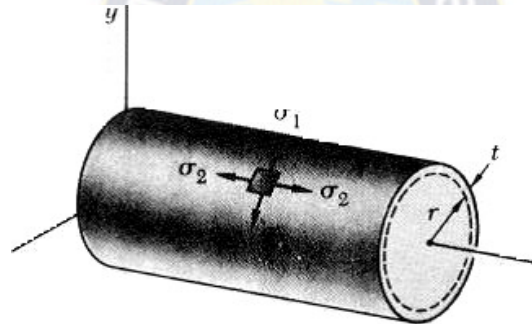


Fig. 36 Recipiente cilíndrico

Las tensiones σ_1 y σ_2 mostrados en la figura 55 son por tanto tensiones principales. La tensión σ_1 se conoce como tensión de costilla y se presenta en los aros de los barriles de madera. La tensión σ_2 es la tensión longitudinal. Para determinar las tensiones de costilla se retira una porción del recipiente y su contenido limitado por el plano "xy" y por dos planos paralelos al plano yz con una distancia Δx de separación entre ellos. Se aclara que p es la presión manométrica del fluido.

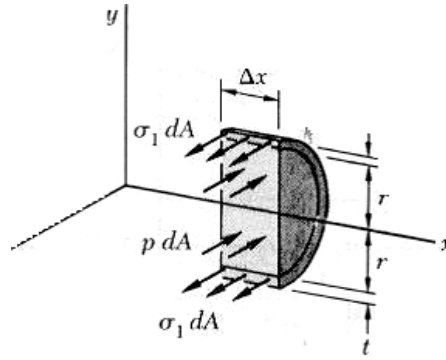


Fig. 37 Trozo del cilindro

Con la ecuación de equilibrio de fuerzas en “z” se halla la tensión de costilla:

$$p (2r) \Delta x = 2 \sigma_1 \Delta x e \quad (2.56)$$

$$\sigma_1 = p r / e \quad (2.57)$$

Para hallar la tensión longitudinal ζ_2 como se muestra en la figura 56 se hace un corte perpendicular al eje x y se considera, el cuerpo libre, consta de la parte del recipiente y de su contenido a la izquierda de la sección

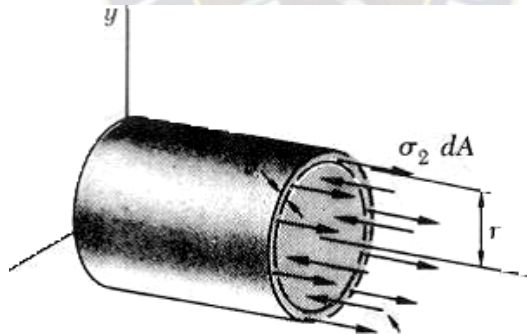


Fig. 38 Corte del cilindro

De la sumatoria de fuerzas en z, finalmente se concluiría que:

$$p (\pi r^2) = \sigma_2 2 \pi r \quad (2.58)$$

$$\sigma_2 = p r / (2e) \quad (2.59)$$

La tensión en la costilla es el doble de la tensión longitudinal.

2.3. Corte

Un elemento está sometido a Corte Puro cuando al realizar un corte por cualquier sección recta no aparecen momentos internos, tampoco fuerzas normales y solo se verifica una fuerza tangencial Q en el centro de gravedad de la sección, es decir, en todas las secciones rectas del elemento se anulan la fuerza normal y los momentos torsor y flector.

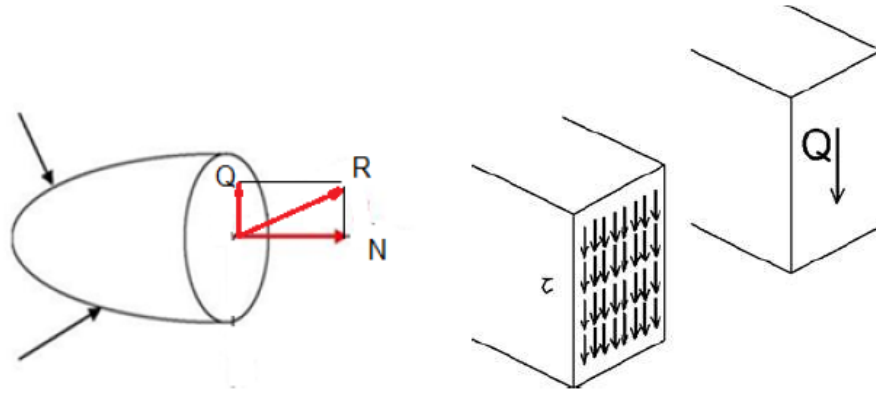


Fig. 39 Corte Puro

Ejemplos de elementos sometidos a Corte Puro son: Vigas de muy pequeña luz donde la rotura se produce por corte puro y el efecto de flexión es despreciable, el corte de planchas metálicas mediante cizallado, punzonado o troquelado y las uniones con remaches, bulones, soldadura, pernos, etc.

Para la validez de las ecuaciones y resultados de este capítulo se asume la veracidad de las siguientes condiciones:

1. Se cumple la hipótesis de Bernoulli (Conservación de las secciones planas)
2. Los elementos tienen secciones transversales uniformes
3. Los materiales son homogéneos
4. Las cargas están aplicadas en los centros de gravedad de la sección
5. Los miembros sometidos a compresión no son tan esbeltos y no hay pandeo.

2.3.1. Tensiones y Deformaciones en Corte Puro

a) Tensiones

Considérese una pieza sometida a una carga horizontal en su cara superior y anclada en su cara inferior:

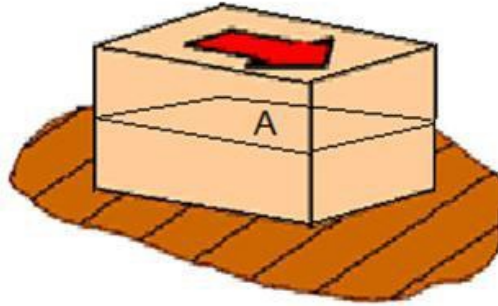


Fig. 40 Tensiones en Corte Puro

Realizando un corte en la pieza por la sección recta horizontal A, se observa que:

$$\sigma = 0 \quad (3.1)$$

$$\zeta = Q/A \quad (3.2)$$

Ahora bien, las tensiones cortantes no aparecen aisladas. Analizando un elemento diferencial del cuerpo

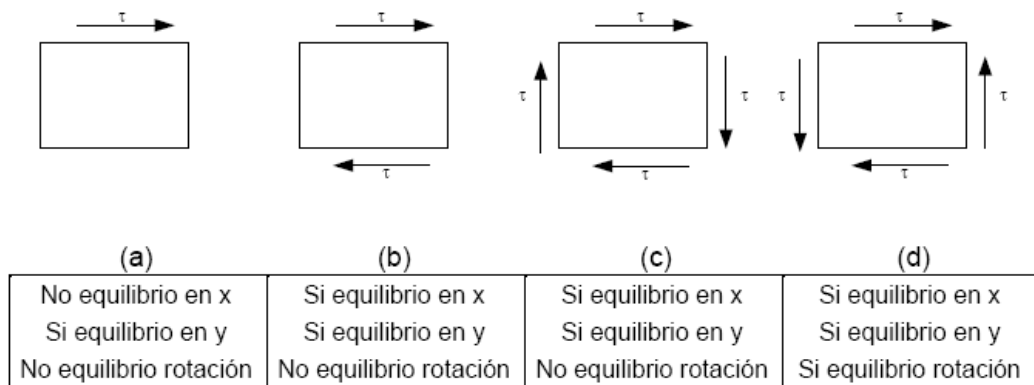


Fig. 41 Condiciones de Equilibrio

Para que el elemento diferencial este en equilibrio, necesariamente se requiere que:

a) Las tensiones de corte actúen en cuatro caras del elemento diferencial.

b) Las tensiones sean concurrentes o divergentes en las aristas y que tengan igual magnitud.

Si en lugar de cortar la barra por la sección recta horizontal A, se la corta por una sección inclinada en un ángulo α

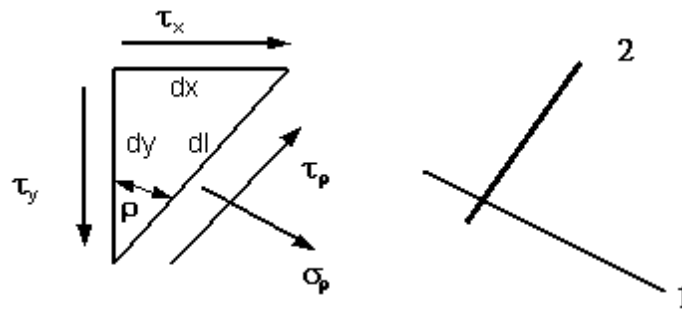


Fig. 42 Tensiones en una Sección Inclinada

Geoméricamente

$$dl \cos \alpha = dy \quad (3.3)$$

$$dl \sin \alpha = dx \quad (3.4)$$

De la estática

$$\Sigma F_1 = 0$$

$$\sigma_\alpha dl dz + \zeta_y dy dz \sin \alpha + \zeta_x dx dz \cos \alpha = 0 \quad (3.5)$$

$$\sigma_\alpha + \zeta_y \cos \alpha \sin \alpha + \zeta_x \sin \alpha \cos \alpha = 0 \quad (3.6)$$

$$\sigma_\alpha = -\zeta \sin 2\alpha \quad (3.7)$$

$$\Sigma F_2 = 0$$

$$\zeta_x dl dz - \zeta_y dy dz \cos \alpha + \zeta_x dx dz \sin \alpha = 0 \quad (3.8)$$

$$\zeta_x - \zeta_y \cos \alpha \cos \alpha + \zeta_x \sin \alpha \sin \alpha = 0 \quad (3.9)$$

$$\zeta_x = \zeta \cos 2\alpha \quad (3.10)$$

Cuando $\alpha = 0$ se verifica que

$$\sigma_0 = \sigma_{90} = 0 \quad (3.11)$$

$$\zeta_0 = \zeta_{90} = \zeta \quad (3.12)$$

Ya que

$$(\sin 2\alpha)^2 + (\cos 2\alpha)^2 = 1 \quad (3.13)$$

De 3.3 y 3.5

$$\sigma_\alpha^2 + \zeta_x^2 = \zeta^2 \quad (3.14)$$

Que es la ecuación de una circunferencia con centro en el origen.

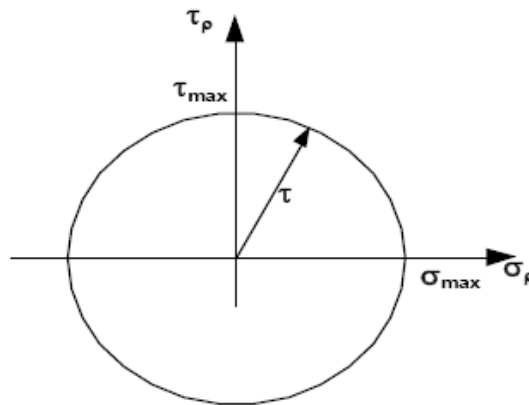


Fig. 43 Círculo de Mohr

b) Tensiones principales

Los valores máximos de las tensiones normales y cortantes son:

$$\text{Para } \alpha = 0 \quad \sigma_{min} = 0 \quad \zeta_{max} = P/AN \quad (3.15)$$

$$\text{Para } \alpha = 45 \quad \sigma_{max} = P/AN \quad \zeta_{min} = 0 \quad (3.16)$$

Estos resultados indican que un elemento con cargas cortantes presenta las tensiones cortantes máximas cuando $\alpha = 0$ y las tensiones normales máximas en una sección a $\alpha = 45^\circ$. Para prevenir la falla, las tensiones máximas no deben exceder las fluencias.

$$\sigma_{max} = P/AN < S_y \quad (3.17)$$

$$\zeta_{max} = P/AN < S'_y \quad (3.18)$$

c) Deformaciones

Como se mencionó anteriormente, los elementos sometidos a la acción de fuerzas cortantes o tangenciales, más que presentar cambios en las

dimensiones sufre distorsión o cambios de forma. Dentro de la zona elástica, las tensiones de corte son proporcionales al ángulo de deformación.

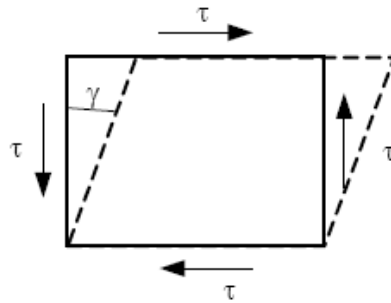


Fig. 44 Deformación

De la ecuación de Hooke

$$\zeta = Q/A_n = G \gamma \quad (3.19)$$

$$\gamma = Q / (A_n G) \quad (3.20)$$

2.3.2. Círculo de Mohr

El círculo de Mohr permite determinar las componentes del esfuerzo en términos de un sistema de coordenadas, haciendo girar a través de un ángulo específico. Uno se puede preguntar por qué se analiza este método en una época cuando las computadoras hacen que la mayoría de los métodos gráficos parezcan obsoletos. La razón es que el Círculo de Mohr permite visualizar las soluciones de las dos ecuaciones y además permite entender sus propiedades, hasta un punto que no es posible con otros enfoques.

2.3.2.1. Como se usa el círculo de Mohr y cómo funciona

Supóngase que se conocen las componentes $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})$ y se quiere determinar los esfuerzos máximos (σ_1) y mínimos (σ_2) al igual que la cortante máxima (τ_{Max}) se tendrá que seguir los siguientes pasos:

Paso 1.- Establecer un sistema de ejes horizontal y vertical con esfuerzos normal medido a lo largo del eje horizontal y el esfuerzo cortante medido a lo largo del eje vertical.

El esfuerzo normal positivo se mide a la derecha y el esfuerzo cortante positivo se mide según el sentido de las manecillas del reloj.

Paso 2.- Se grafican dos puntos de coordenadas $(\sigma_x; \tau_{xy})$ y $(\sigma_y; \tau_{yx})$.

Paso 3.- Se dibuja una línea recta que conecte los dos puntos, la intersección de dicha línea con el eje horizontal (eje de esfuerzos) genera el centro del círculo (σ_0) .

Se traza el círculo con centro (σ_0) y que además pase por los puntos $(\sigma_x; \tau_{xy})$ y $(\sigma_y; \tau_{yx})$.

Paso 4.- Se ubica los ejes $(x; y)$ dependiendo las coordenadas de los esfuerzos, la abertura entre el eje horizontal de esfuerzos y los ejes $(x;y)$ será 2α y el complemento con la línea de cortante máximo será de 2β .

Paso 5.- Se busca los esfuerzos máximos (σ_1) y mínimos (σ_2) al igual que la cortante máxima (τ_{Max}) , las direcciones de los planos principales α y β

2.3.2.2. Desarrollo de las ecuaciones de círculo de Mohr

Considerando un elemento diferencial de una sección cualquiera, además que uno de los esfuerzos es mayor que el otro tenemos $(\sigma_x > \sigma_y)$.

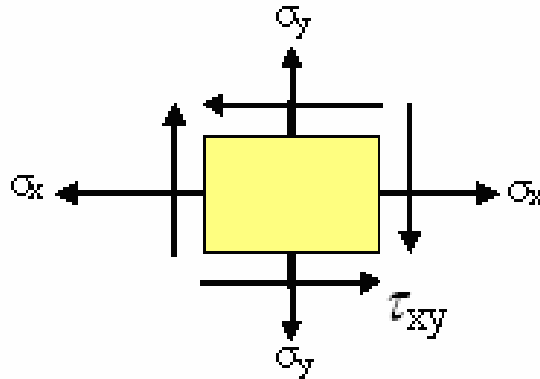


Fig. 45 Esfuerzos Biaxiales

Aplicando los 5 pasos mencionados anteriormente se tiene la grafica completa.

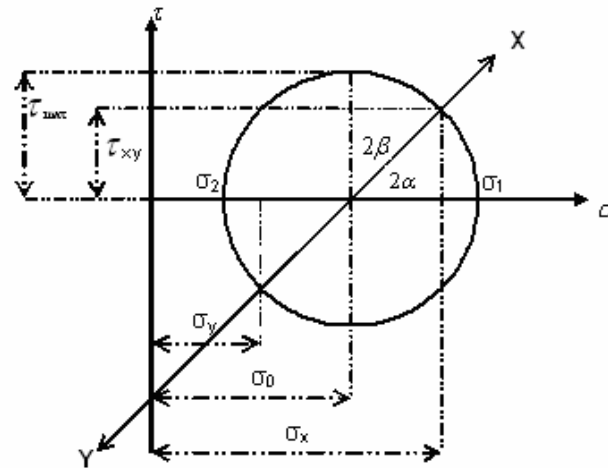


Fig. 46 Círculo de Mohr

Con referencia a la grafica del Círculo de Mohr se tiene las ecuaciones generales de los esfuerzos máximos y mínimos.

$$\sigma_0 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \quad \text{Centro de la circunferencia}$$

$$\sigma_1 = \sigma_0 + R \Rightarrow \sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + (\tau_{xy})^2} \dots\dots\dots(4.8)$$

$$\sigma_2 = \sigma_0 - R \Rightarrow \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + (\tau_{xy})^2} \dots\dots\dots(4.9)$$

$$\tau_{max} = R \Rightarrow \tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + (\tau_{xy})^2} \dots\dots\dots(4.10)$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \Leftrightarrow 2\alpha + 2\beta = 90^\circ \dots\dots\dots(4.11)$$

PARA DIMENSIONAMIENTO

$$\sigma_{max} = \sigma_1 \leq \bar{\sigma} \dots\dots\dots(4.12)$$

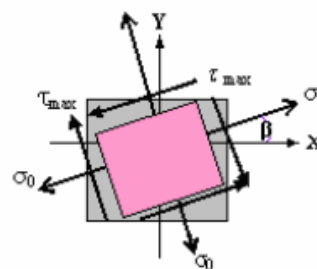
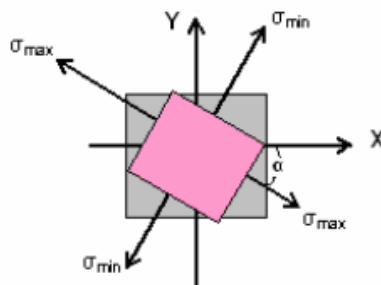
$$\tau_{max} = R \leq \bar{\tau} \dots\dots\dots(4.13)$$

Plano de esfuerzos máximos

Siempre " $\tau = 0$ "

Plano de cortantes máximos

No siempre " $\sigma = 0$ "



2.4. Torsión

2.4.1. Introducción

Un elemento está sometido a torsión cuando al realizar un corte por cualquier sección recta no aparecen fuerzas internas, tampoco momentos de flexión y solo se verifica un momento normal M_t en el centro de gravedad de la sección o una copla que queda contenida en el plano de la misma, es decir, en todas las secciones rectas del elemento se anulan las fuerzas y el momento flector.

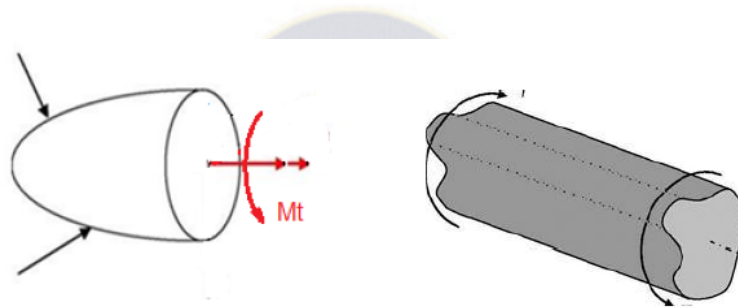


Fig. 47 Torsión

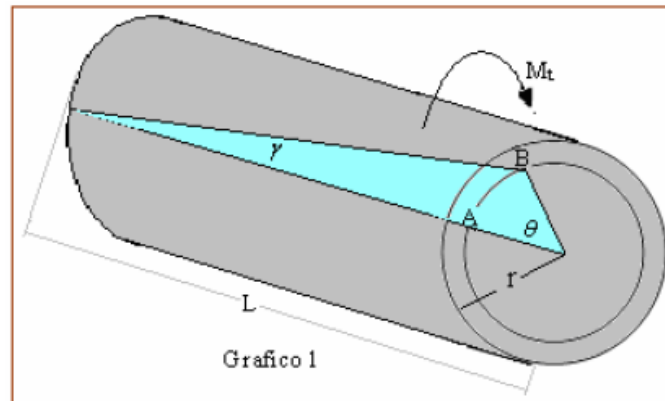
Los ejes y árboles de cualquier maquina son ejemplos de elementos sometidos a torsión.

Los elementos sometidos a torsión son comúnmente de sección circular, sólida o hueca, debido a que piezas tales como rodamientos, poleas y engranajes en los sistemas de transmisión de potencia (donde se generan pares de torsión) tienen agujeros circulares que se montan sobre árboles y ejes.

Para la validez de las ecuaciones y resultados de este capítulo se asume la veracidad de las siguientes condiciones:

- Las secciones tienen que ser circulares.
- El momento torsión actúa en el plano perpendicular al eje de la viga.
- La sección tiene que ser constante
- Material homogéneo en toda la longitud.
- Cumple la ley de Hooke.

2.4.2. Ecuación de Cortante y la Deformación Angular debido a la Torsión

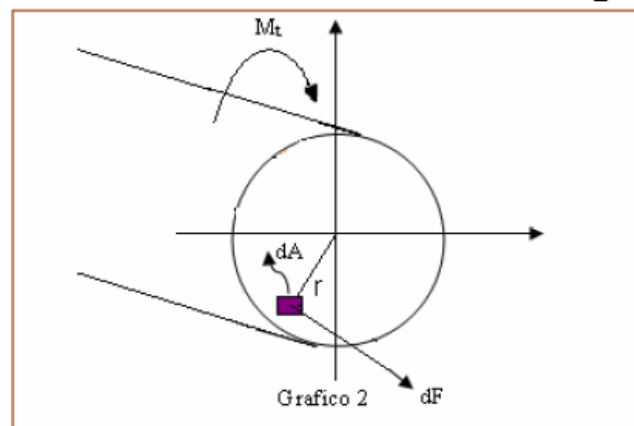


Ecuación de la tensión cortante del capítulo III es: $\tau = G * \gamma$ (9.1)

Del grafico 1 $\tan \gamma = \frac{AB}{L}$ y $\tan \gamma \cong \gamma$, por tanto se tiene $\gamma = \frac{AB}{L}$ (9.2)

Del grafico 1 se tiene que $AB = \theta * r$ (9.3)

Sustituyendo las ecuaciones (9.2) y (9.3) en (9.1) se tiene $\tau = G * \frac{\theta * r}{L}$ (9.4)



Del grafico 2 se tiene que $\tau = \frac{F}{A} \Rightarrow dF = \tau * dA \Rightarrow M_t = \int (\tau * dA) * r$ (9.5)

Sustituyendo (4) en (5) se tiene $M_t = \int \left(\frac{G * \theta * r}{L} \right) * r * dA \Rightarrow$

$M_t = \frac{G * \theta}{L} \int r^2 * dA$ (9.6)

$\int r^2 * dA = I_p$ es la inercia con respecto al polo (inercia polar). Con lo cual se tiene que

$M_t = \frac{G * \theta * I_p}{L}$ despejando θ tenemos el ángulo de torsión

$$\theta = \frac{M_t * L}{G * I_p} \dots\dots\dots(9.7)$$

2.5. FUERZA CORTANTE Y MOMENTO FLECTOR

2.5.1. Introducción

Un elemento está sometido a flexión cuando al realizar un corte por cualquier sección recta no aparecen fuerzas ni momentos internos normales a la sección y solo se verifican fuerzas y momentos internos en el centro de gravedad de la sección y paralelos a ella.

Las vigas, losas de las viviendas y puentes y pasarelas son ejemplos de elementos sometidos a flexión.

Para la validez de las ecuaciones y resultados se asumen las siguientes condiciones:

- 1.- Los elementos son rectos
- 2.- Los elementos tienen secciones transversales uniformes
- 3.- Las cargas y reacciones en apoyos actúan perpendicularmente al eje de la viga.
- 4.- Las vigas no están sometidas a torsión
- 5.- Las vigas son relativamente largas y angostas respecto a su peralte
- 6.- Los materiales son homogéneos
- 7.- Las tensiones no exceden al límite de fluencia del material
- 8.- Las vigas no fallan por pandeo.

2.5.1.1. Flexión Pura

Se llama **FLEXIÓN PURA** cuando actúan únicamente los momentos flectores: M_z y/o M_y .

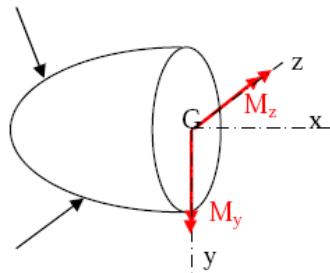


Fig. 48 Flexión Pura

2.5.1.2. Flexión Simple

Cuando actúan los momentos flectores M_z y/o M_y y también las fuerzas cortantes Q_y y/o Q_z , se llama **FLEXIÓN SIMPLE**

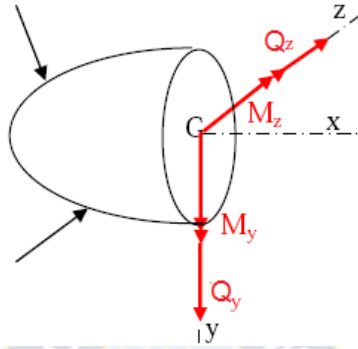


Fig. 49 Flexión Simple

2.5.2. Cargas

Las cargas pueden ser: Puntuales y Distribuidas.

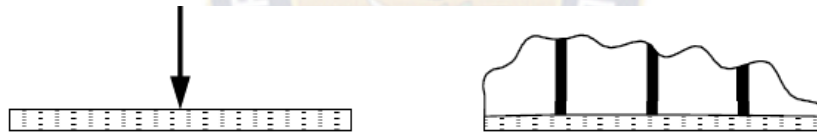


Fig. 50 (a) Cargas Puntuales (b) Cargas Distribuidas

- Cargas puntuales.- Son aquellas que actúan en un solo punto. Son ideales ya que no existen físicamente, sin embargo las cargas aplicadas en áreas pequeñas pueden idealizarse como puntuales. Así, las reacciones en las llantas de los vehículos automotores; las fuerzas en elementos de estructuras metálicas, las tensiones en cables, etc., son cargas que se pueden idealizar como puntuales
- Cargas distribuidas - Son aquellas que están aplicadas en áreas no muy pequeñas. La fuerza del viento, el peso de materiales continuos, la presión de los líquidos en superficies sólidas sumergidas, etc., son ejemplos de cargas distribuidas.

2.5.3. Tipos de Apoyos

Los apoyos que sostienen a las vigas son: a) Apoyo móvil, b) Apoyo fijo y c) Empotramiento

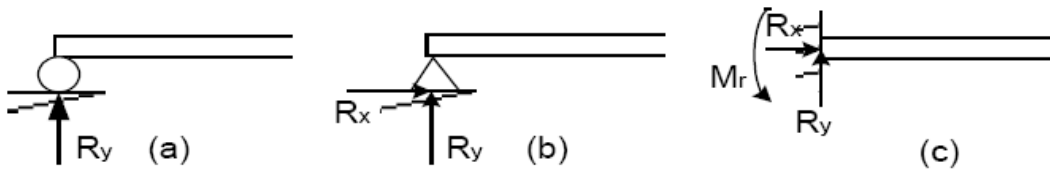


Fig.51 Tipos de Apoyos

a) Apoyo Móvil.- Este apoyo restringe el movimiento vertical pero no el horizontal ni los giros. En él aparecen solo reacciones verticales. Un rodillo es un ejemplo de apoyo móvil

b) Apoyo Fijo.- Este apoyo restringe los desplazamientos vertical y horizontal pero no los giros. En este apoyo aparecen reacciones verticales y horizontales. Una bisagra es un ejemplo de un apoyo fijo.

c) Empotramiento.- Este apoyo restringe los desplazamientos vertical, horizontal y los giros.

En este apoyo aparecen reacciones verticales, horizontales y momentos.

2.5.4. Tipos de Vigas

Los tipos de vigas dependen de los tipos de apoyos. Como hay infinitas combinaciones de apoyos hay infinito tipos de vigas. Las vigas más comunes son la simplemente apoyada y la simplemente empotrada.

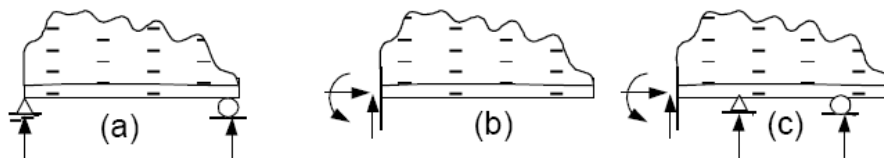


Fig. 52 Tipos de Vigas

- a) Viga simplemente apoyada.- Es aquella que descansa sobre un apoyo móvil y otro fijo.
- b) Viga simplemente empotrada.- Es aquella que tiene uno de sus extremos empotrado.
- c) Viga con apoyos múltiples.- Las vigas que tenga más de un apoyo fijo y otro móvil o un empotramiento, tiene apoyos múltiples y su cálculo es hiperestático.

2.5.5. Relación entre el momento Flector y la Fuerza Cortante

Analizando un elemento diferencial de viga, la carga puede ser tomada constante.

Adoptando las direcciones de la figura para el momento flector y la fuerza cortante.

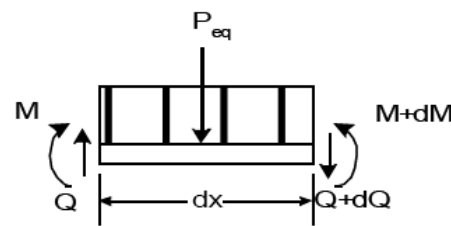


Fig. 53 Relación entre M y Q

Entonces:

$$P_{eq} = p(x) dx \quad (5.7)$$

De la estática

$$\Sigma F_y = 0 \quad Q = (q + dQ) + p(x)dx \quad (5.8)$$

$$\Sigma M_{der} = 0 \quad M - P_{eq} \frac{dx}{2} + Q dx - (M + dM) = 0 \quad (5.10)$$

2.6. FLEXIÓN – TENSIONES NORMALES Y CORTANTES

2.6.1. Introducción

En este capítulo se desarrollarán las ecuaciones para calcular las tensiones que se presentan en elementos sometidos a flexión. Las tensiones no deben exceder a los límites de fluencia de los materiales empleados.

2.6.2. Tensiones Normales en Flexión

Considérese una viga sometida a un estado de flexión

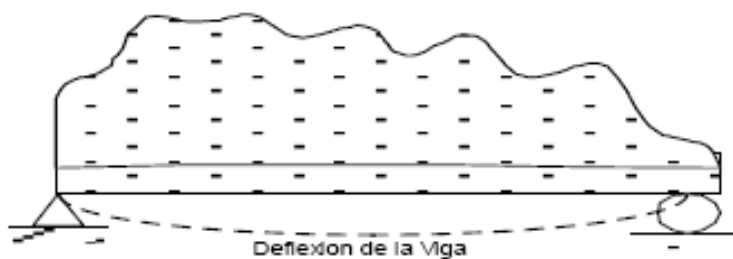


Fig. 54 Viga sometida a Flexión

Un elemento recto de pequeña longitud de la viga sin carga, se curva por efecto de las cargas y algunas fibras se acortan mientras que otras se alargan.



Fig. 55 Acortamiento y Alargamiento de las Fibras

El elemento diferencial curvo puede ser considerado como un arco de círculo con centro en O y radio ρ . La porción superior AB es de menor longitud a la inferior CD debido a que las fibras superiores se comprimen y las inferiores

se alargaron. Existe un plano llamado "neuro" o - o' que no se alarga ni se acorta (no hay deformación y tampoco hay tensiones).

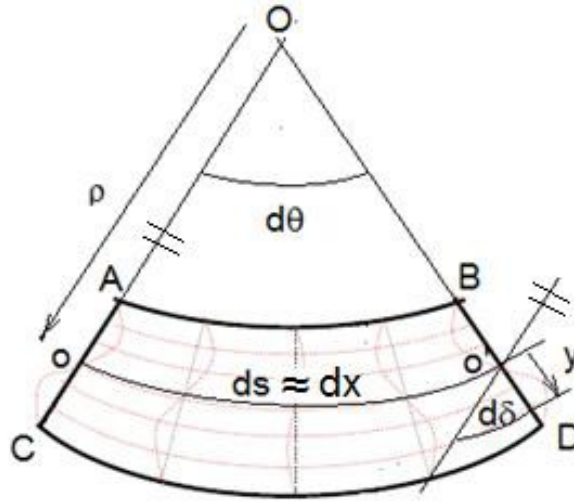


Fig. 56 Deformación de un Elemento Diferencial

Tomando el plano neutro como referencia, se observa que la deformada del elemento a una distancia "y" es:

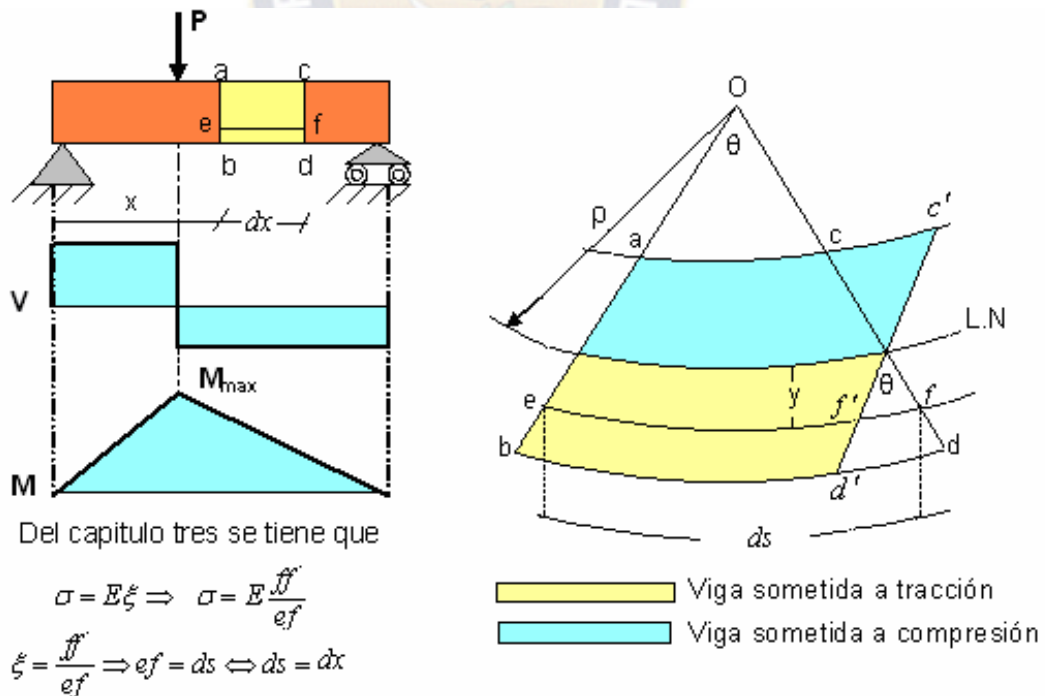


Fig. 57 Detalle de viga

Se aprecia que las tensiones normales en cualquier punto son proporcionales a la distancia del mismo al eje neutro. Las tensiones son nulas en el eje neutro y máximas en las fibras más alejadas.

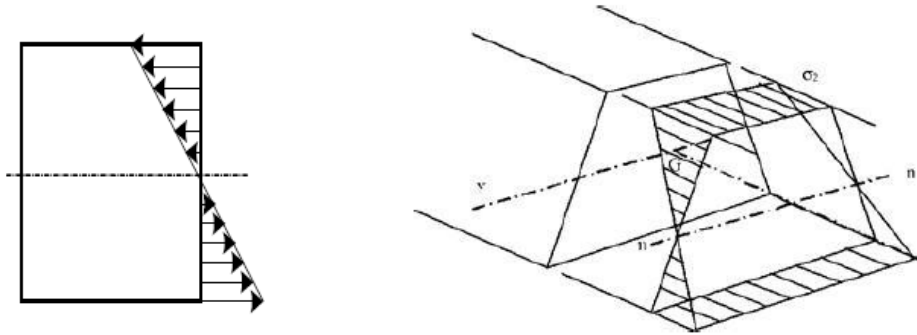


Fig. 58 Distribución de Tensiones Normales

Entonces el origen del sistema de coordenadas empleado debe estar situado en el centro geométrico de la sección transversal (que es equivalente al centro de gravedad en el caso de vigas homogéneas). En otras palabras el eje neutro coincide con el eje centroidal de la viga

La estática, además de requerir equilibrio de fuerzas requiere el equilibrio de momentos.

$$\sum M_z = 0 \Rightarrow$$

$$M = \int \sigma dA * y \Rightarrow M = \int \frac{E y}{\rho} dA * y \Rightarrow M = \frac{E}{\rho} \int y^2 dA$$

$$\text{Como } \int y^2 dA = I_{zz} \Rightarrow M = \frac{E}{\rho} I_{zz} \Rightarrow M = \frac{\sigma}{y} I_{zz}$$

Para su dimensionamiento se tendrá que considerar:

$$\sigma = \frac{M_{\max} * y_{\max}}{I_{zz}} \leq \bar{\sigma} \dots\dots\dots(6.2)$$

Donde:

σ = Tensión debido a flexión ($\frac{Kg}{cm^2}$)

y_{\max} = Es la distancia desde la línea neutra hasta el punto de tracción (cm).

I_{zz} = Es el momento de inercia con respecto al eje (cm^4).

M_{\max} = Momento flector máximo (Kg*cm).

El momento flector “M” depende únicamente del tipo de viga y carga, mientras que los valores de “c” e “I” dependen exclusivamente de la sección transversal de la viga.

2.6.3. Tensiones Cortantes en Flexión

Considérese un elemento diferencial al que se realiza un corte en ab.

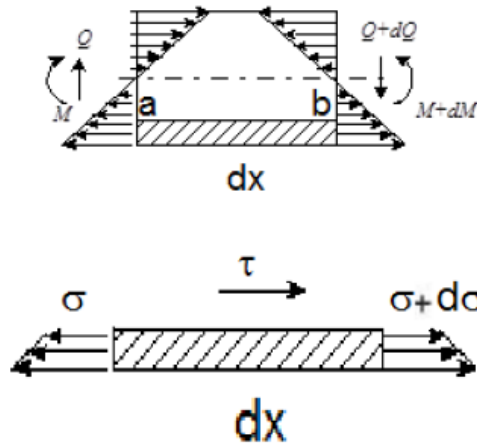


Fig. 59 Tensiones Cortantes en la Sección Superior

En las secciones laterales del elemento diferencial se aparecen tensiones normales mientras que en la sección superior aparecen tensiones cortantes

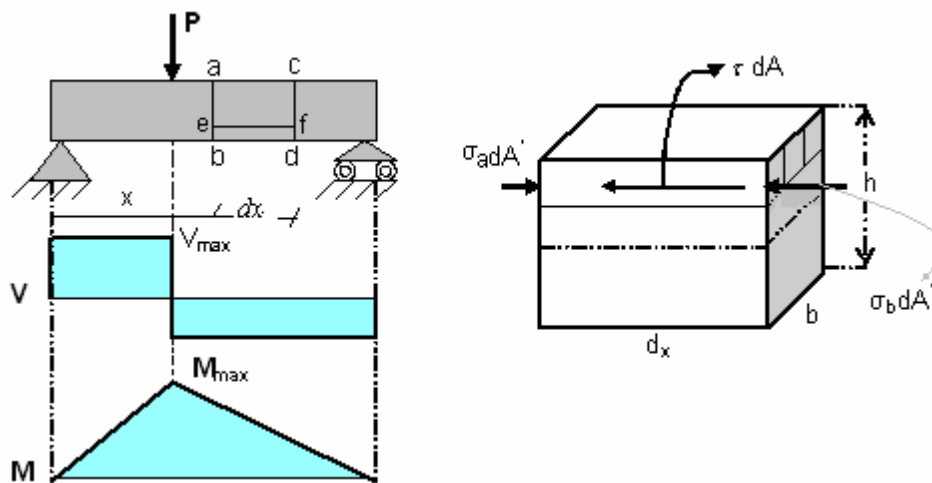


Fig. 60 Detalle de Viga

El valor de “Q” depende únicamente del tipo de viga y carga, mientras que los valores de “S”, “I” y “b” dependen exclusivamente de la sección de la viga.

Las tensiones cortantes tienen una distribución parabólica y sus valores mínimos se presentan en los extremos superior e inferior de la viga, mientras que su valor máximo se presenta en el plano neutro, contrariamente a las tensiones normales que tienen una distribución lineal y sus valores máximos se presentan en los extremos superior e inferior y son nulos en el plano neutro

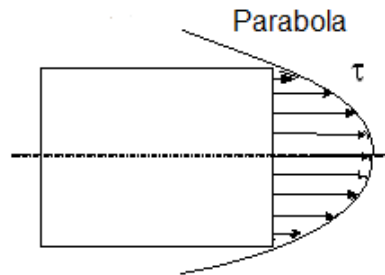


Fig. 61 Distribución Parabólica de las Tensiones Cortantes

$\sigma_a dA' = \sigma_a dA' + \tau dA$ Aplicando las integrales ambos miembros tenemos.

$$\int_y^{h/2} \sigma_a dA' = \int_y^{h/2} \sigma_c dA' + \int_y^{h/2} \tau dA' \quad \text{Recordando que } \sigma_a = \frac{M_a}{I} * Y$$

$$\int_y^{h/2} \frac{M_a}{I} dA' = \int_y^{h/2} \frac{M_c}{I} dA' + \int_y^{h/2} \tau b dx \Rightarrow \text{Operando tenemos}$$

$$\int_y^{h/2} \frac{M_a}{I} dA' - \int_y^{h/2} \frac{M_c}{I} dA' = \tau b dx \Rightarrow \frac{(M_a - M_c)^{h/2}}{I} \int_y^{h/2} y dA' = \tau b dx$$

$$\text{Como } M_a - M_c = dM \Rightarrow \text{tenemos } \frac{dM}{I * b * d_x} \int_y^{h/2} y dA' = \tau$$

$$\text{Recordando que } \int_y^{h/2} y dA' = A' * y' \text{ y } \frac{dM}{dx} = V \text{ tenemos: } \tau = \frac{V * A' * Y'}{I * b}$$

$$\text{Para su dimensionamiento tenemos: } \tau = \frac{V_{\max} * A' * Y'}{I * b} \leq \bar{\tau} \dots\dots\dots(7.1)$$

Donde:

τ = Tensión cortante debido a flexión ($\frac{Kg}{cm^2}$)

V_{\max} = Es la vertical máxima que sale de la grafica de esfuerzos (Kg).

I = Es el momento de inercia con respecto al eje (cm^4).

A' = Área a partir del punto de cálculo de esfuerzo cortante (cm^2).

Y' = Distancia desde la línea neutra hasta el centro de A' (cm).

b = Base que varia de acuerdo al punto donde se quiere calcular (cm).

2.6.4. Perfiles Comunes Usados en Vigas

Los perfiles más usados en vigas son los que tienen valores altos de Inercia, y por ello generalmente se usan perfiles con secciones de mayor alto que ancho. En la figura se muestran los perfiles preferidos para secciones transversales de vigas de los cuales se hallarán las ecuaciones reducidas para calcular las tensiones de normales y cortantes.

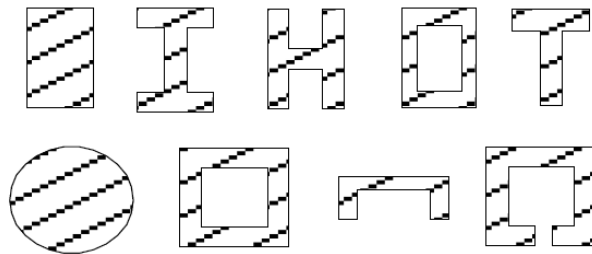
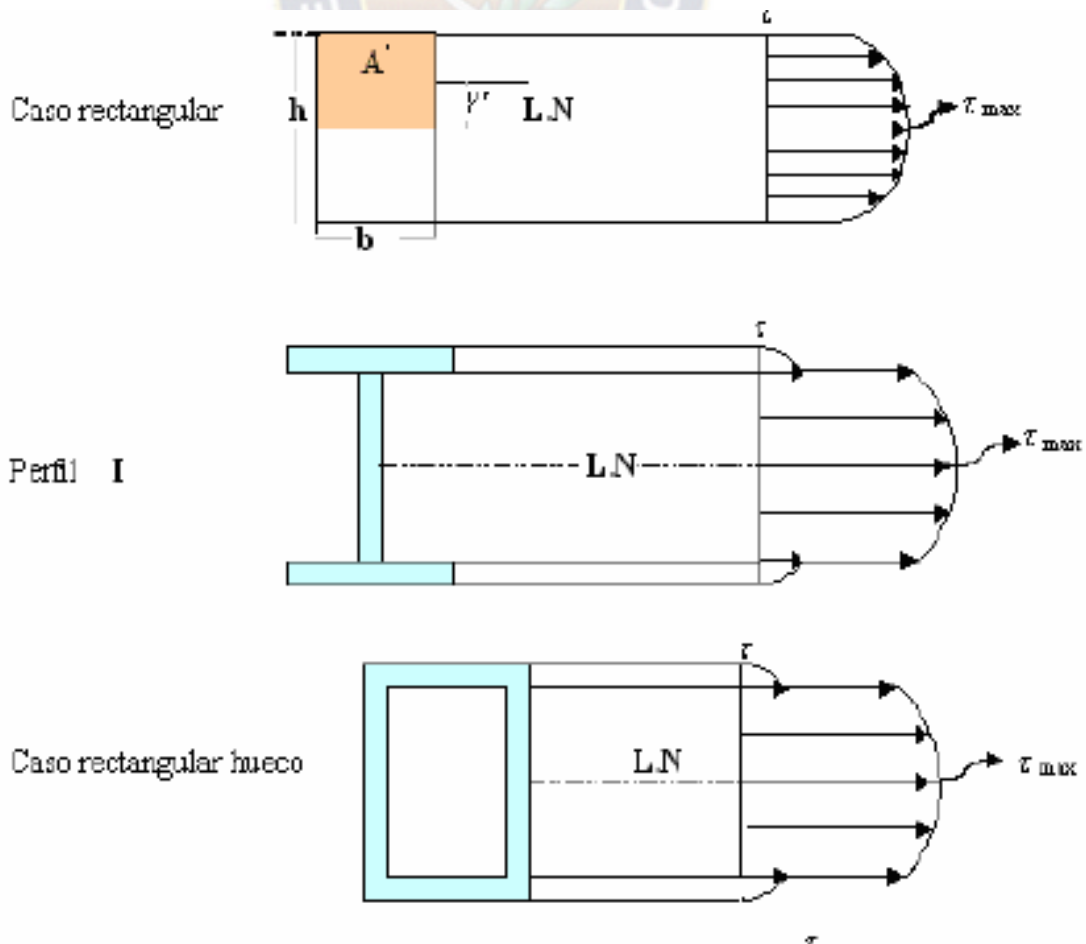
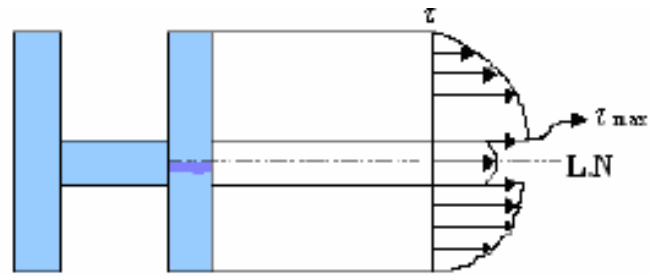


Fig. 62 Perfiles Comunes Usados en vigas

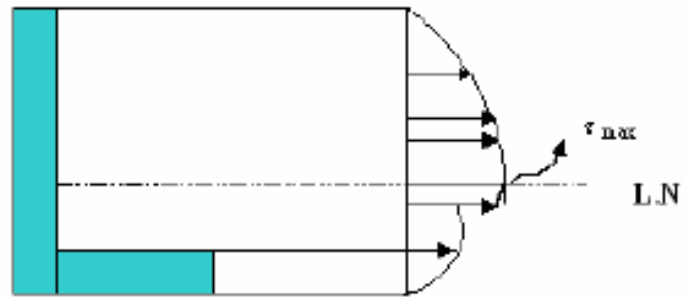
GRÁFICAS DE LOS ESFUERZOS CORTANTES DE PERFILES



Caso perfil **H**



Caso perfil **L**



2.7. PANDEO DE COLUMNAS

2.7.1. Introducción

En Tracción Compresión se estableció que la falla de una pieza ocurre cuando los esfuerzos sobrepasan la fluencia, sin embargo cuando los elementos sometidos a compresión tienen una longitud de varios diámetros, la pieza no falla cuando los esfuerzos superan la fluencia sino que fallan por inestabilidad

2.7.2. Equilibrio Estable, Inestable e Indiferente

Una pieza está en equilibrio cuando se cumplen las ecuaciones de la estática. Ahora bien se dice que el equilibrio es estable cuando frente a una perturbación el sistema no se aparta de esta configuración, el equilibrio es inestable si frente a una causa perturbadora, el sistema se aparta de esta configuración y ya no la vuelve a tomar y finalmente el equilibrio es indiferente si frente a una causa perturbadora el sistema puede mantenerse en su configuración o pasar a otras configuraciones muy próximas a la primera, deteniéndose en alguna cualquiera de éstas.

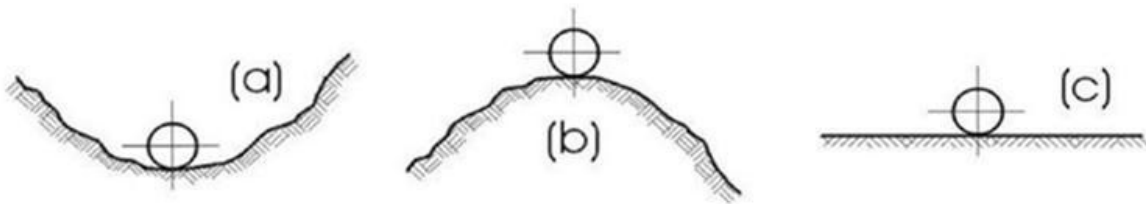


Fig. 63 Equilibrio Estable, Inestable e indiferente

Una forma clásica de determinar si el equilibrio es estable consiste en desviar muy poco el sistema de su configuración mediante una causa perturbadora cualquiera y ver qué sucede cuando ésta cesa. Si el sistema retoma la configuración inicial el equilibrio es estable, si se aleja aún más de ella el equilibrio es inestable; y por último, si el sistema permanece en la posición final el equilibrio es indiferente.

Vamos a tratar de clarificar más aún estos conceptos estudiando el comportamiento de las tres esferas del esquema de la figura 100. Si en el caso (a) hacemos mover la esfera sobre la superficie y luego la soltamos, intuitivamente

podemos reconocer que la esfera volverá a su posición inicial. Este es un caso de equilibrio estable. Si en la situación (b) cambiamos levemente a la esfera de posición, ésta ya no retomará la posición inicial sino que seguirá rodando, ésta es entonces una situación de equilibrio inestable. Si en el caso (c) movemos la esfera, ésta permanecerá en el nuevo lugar o próximo a éste, constituyendo entonces un estado de equilibrio indiferente.

2.7.3. Tipos de apoyos y Columnas

Los apoyos de las columnas son los mismos de las vigas, es decir: a) Apoyo Móvil b) Apoyo Fijo y c) Empotramiento

De la combinación de estos apoyos se obtienen los cuatro tipos de Columnas básicas

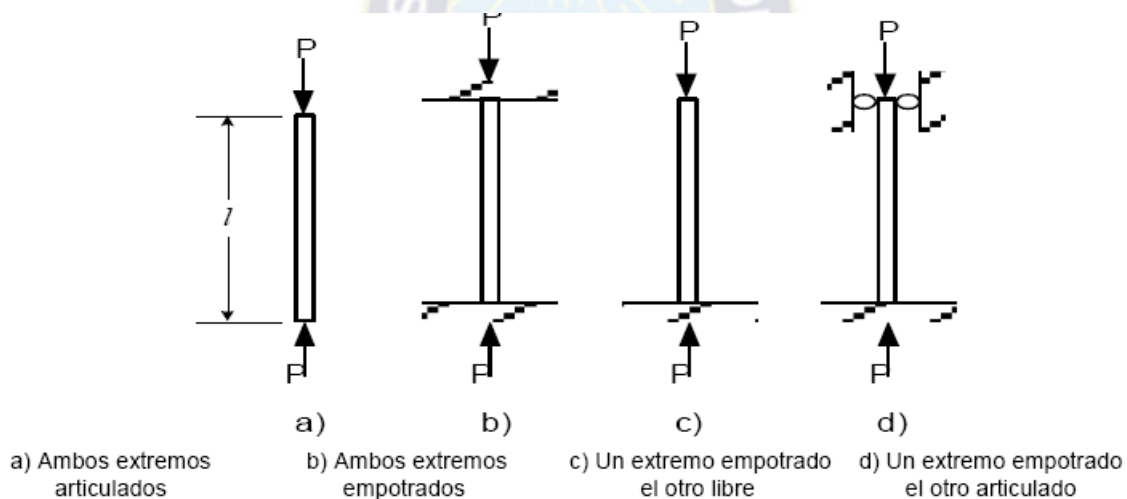


Fig. 64 Tipos de Columnas

2.7.4. Carga Crítica de Euler

Euler planteo el estudio teórico del Pandeo como un estudio de equilibrio. Así, si se tiene una pieza sometida a una fuerza N de compresión y se encuentra en equilibrio, el mismo ser: ESTABLE, INESTABLE o INDIFERENTE

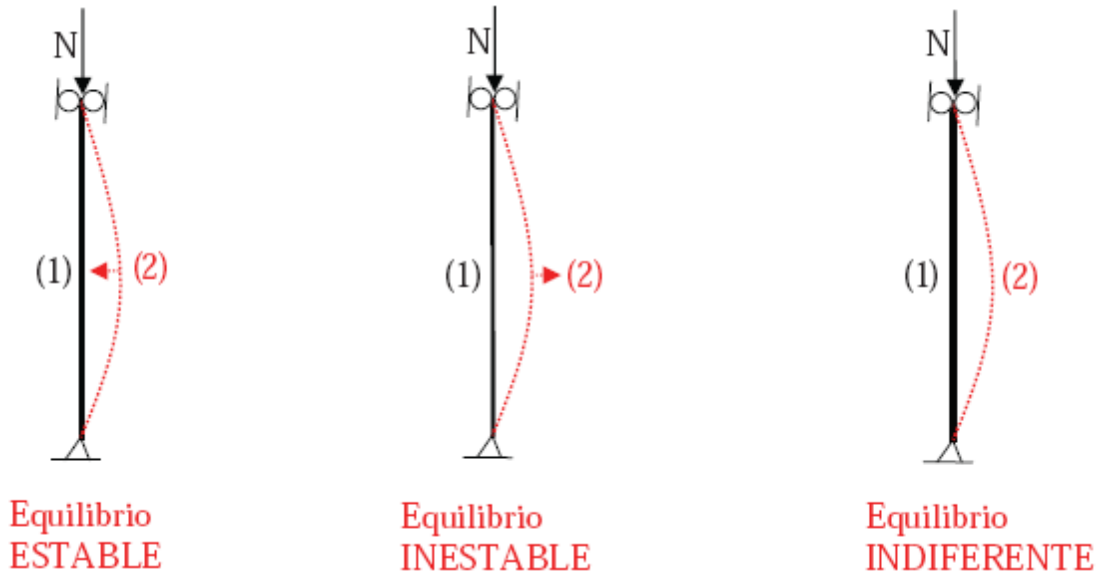


Fig. 65 Equilibrio Estable, Inestable e Indiferente en Columnas

- Equilibrio Estable: si al separarla un poco a la posición 2 y soltar, vuelve a la posición 1.
- Equilibrio Inestable: si al separarla un poco, a la posición 2 y soltar, se aleja de la posición 1.
- Equilibrio Indiferente: al separarla un poco, a la posición 2 y soltar, se queda en la posición 2

El que una pieza dada adopte uno u otro tipo de equilibrio, va a depender del valor de la carga P de compresión a la que se le someta y se denomina: CARGA CRÍTICA (P_{cr}): "al valor de la carga P de compresión que hace que se alcance el EQUILIBRIO INDIFERENTE"

Así pues se tendrá:

• si $P = P_{cr} \rightarrow$ Equilibrio Indiferente (10.1)

• si $P < P_{cr} \rightarrow$ Equilibrio Estable (10.2)

• si $P > P_{cr} \rightarrow$ Equilibrio Inestable (10.3)

Las piezas deberán trabajar con $P < P_{cr}$, para que se encuentren en equilibrio estable.

Para analizar el problema de estabilidad elástica relativo al pandeo de barras comprimidas por Euler, se asumen las siguientes condiciones:

- La columna es homogéneo y elástica (No se supera la tensión de proporcionalidad)
- Su eje es idealmente recto.
- La carga está exactamente centrada.
- Los vínculos son ideales, sin rozamiento,

Considérese una columna con extremos articulados

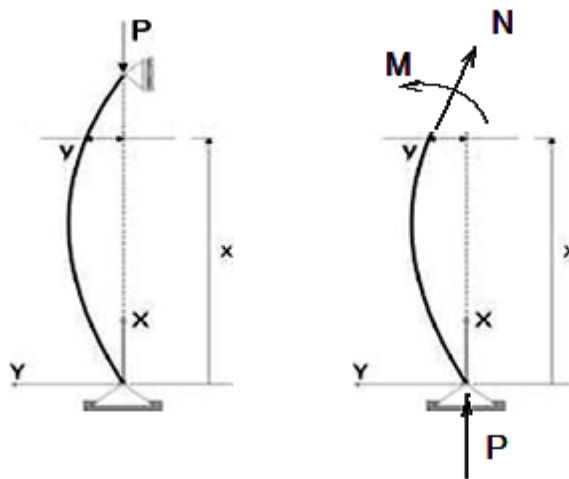


Fig. 66 Fuerzas y Momento Internos en una Columna

Una sección a una distancia “x” del extremo presenta una deformada “y”

De la estática

$$M = -Py \quad (10.4)$$

De la ecuación de doble integración en flexión

$$d^2y/dx^2 = M/EI \quad (10.5)$$

$$d^2y/dx^2 = -Py/EI \quad (10.6)$$

$$d^2y/dx^2 + Py/EI = 0 \quad (10.7)$$

La Solución de esta ecuación es

$$y = C_1 \sin C_2 x + C_3 \cos C_4 x \quad (10.8)$$

$$dy/dx = C_1 C_2 \cos C_2 x - C_3 C_4 \sin C_4 x \quad (10.9)$$

$$d^2 y/dx^2 = -C_1 C_2^2 \sin C_2 x - C_3 C_4^2 \cos C_4 x \quad (10.10)$$

Reemplazando 8.7 y 8.9 en 8.6

$$(-C_1 C_2^2 \sin C_2 x - C_3 C_4^2 \cos C_4 x) + P(C_1 \sin C_2 x + C_3 \cos C_4 x)/EI = 0 \quad (10.11)$$

$$\sin C_2 x (-C_1 C_2^2 + PC_1/EI) + \cos C_4 x (-C_3 C_4^2 + PC_3/EI) = 0 \quad (10.12)$$

$$-C_1 C_2^2 + PC_1/EI = 0 \quad C_2 = (P/EI)^{1/2} \quad (10.13)$$

$$-C_3 C_4^2 + PC_3/EI = 0 \quad C_4 = (P/EI)^{1/2} \quad (10.14)$$

$$y = C_1 \sin (P/EI)^{1/2} x + C_3 \cos (P/EI)^{1/2} x \quad (10.15)$$

Para hallar c_1 y c_3 se ve que en los extremos de la columna no hay deformación.

Cuando $x=0$ $y=0$

$$0 = C_1 \sin(0) + C_3 \cos(0) \quad (10.16)$$

$$0 = C_3 \quad (10.17)$$

Cuando $x=l$ $y=0$

$$0 = C_1 \sin (P/EI)^{1/2} l \quad (10.18)$$

Hay dos posibilidades:

$C_1=0$ descartada ya que anula toda Solución

$$(P/EI)^{1/2} l = n(\pi) \quad (10.19)$$

Entonces

$$P_{cr} = n^2 \pi^2 EI/l^2 \quad (10.20)$$

Empleando la relación $I = A k^2$ donde A es el área y k es el radio de giro

$$P_{cr}/A = \pi^2 E/(l/k)^2 \quad (10.21)$$

Donde l/k recibe el nombre de relación de esbeltez de la columna.

El mismo procedimiento puede ser aplicado para los cuatro tipos de columnas variando las condiciones de borde.

La ecuación genérica de Euler es:

$$P_{cr} = \pi^2 EI/\lambda^2 \quad (10.21)$$

$$\sigma_{cr} = P_{cr}/A = \pi^2 E/\lambda^2 \quad (10.22)$$

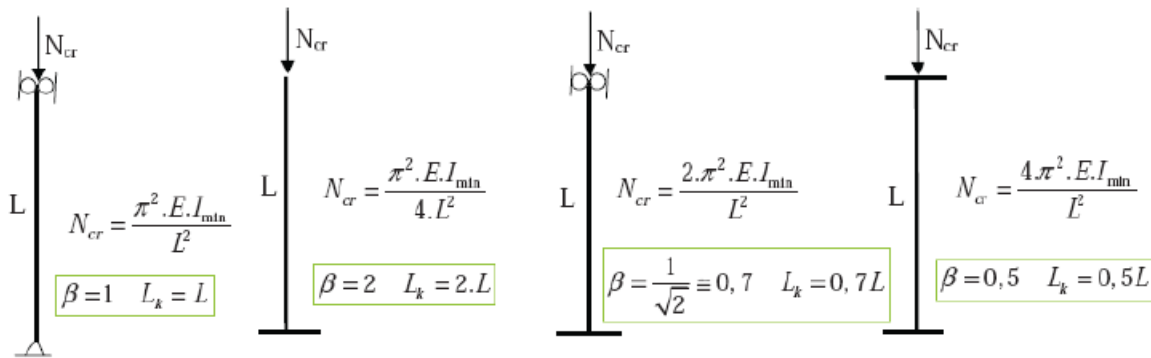


Fig. 67 Valores de L_k para Diferentes Tipos de Columnas

Representando gráficamente, en unos ejes coordenados, la ecuación de la tensión crítica de Euler en función de la esbeltez, se obtiene el siguiente diagrama

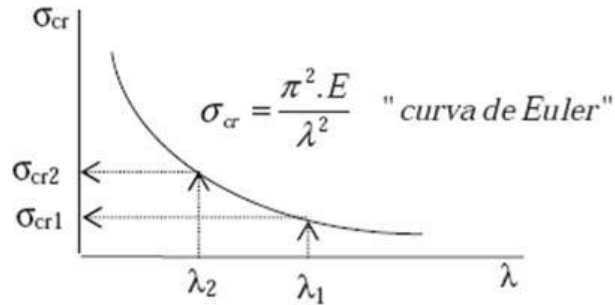


Fig. 68 Grafica de la Ecuación de Euler

2.7.5. Ecuación de la línea elástica:

Se vio que la solución de la ecuación diferencial de la elástica era de la forma: $y = C_1 \cdot \text{sen } kz \cdot x + C_2 \cdot \text{cos } kz \cdot x$, sustituyendo los valores hallados de C_1 y C_2 se obtiene

$$y = C_1 \text{Sin } (n \pi x/L) \quad (10.23)$$

2.7.6. Límites de Aplicación de la Formula de Euler

El diagrama de la fig.104, que representa la curva de la tensión crítica de Euler, sólo va a ser válida hasta un cierto punto P, que corresponde a una esbeltez λ_{lim} , que es la esbeltez para la cual: σ_{cr} (tensión crítica) = f_y (tensión del límite elástico). Ello es debido a que en la deducción de la fórmula para la obtención de la carga crítica N_{cr} , se utiliza la ecuación diferencial de la elástica y ésta sólo es aplicable para los casos en que $E = \text{cte}$ o lo que es lo mismo cuando f_y (sección 3.5. diagrama tensiones deformaciones). Además, al alcanzarse la tensión del límite elástico, el fallo se produciría por haberse alcanzado la resistencia a la compresión de la sección. En la Fig. 10.18 se representa la curva de pandeo de Euler y los modos de fallo.

En piezas cortas sometidas a compresión la falla ocurre cuando los esfuerzos superan los límites de fluencia. En piezas largas y esbeltas sometidas a

compresión, la falla ocurre por pandeo a pesar de que los esfuerzos son mucho menores al límite de fluencia.

Gráficamente

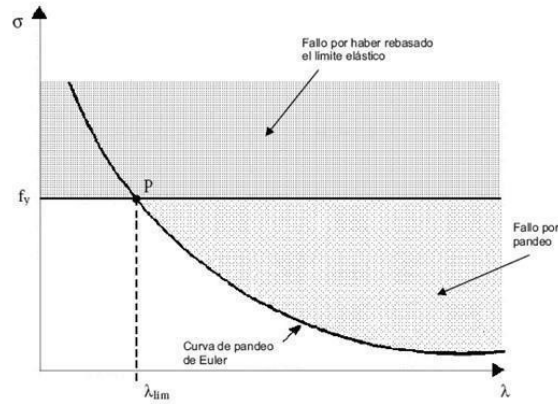


Fig. 69 Fallo por Tensión y por Pandeo

En la gráfica se tiene la relación de esbeltez (l/k) como abscisa y la carga por unidad de área (P/A) como ordenada. Entonces para elementos con relación de esbeltez bajos la falla ocurre cuando la carga por unidad de área es mayor a la fluencia. Para elementos con relación de esbeltez altos la falla se determina por la ecuación

$$\tan 2\phi = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

$$\sigma_{cr} < S_y$$

Así pues tendremos que para poder utilizar la curva de Euler se habrá de verificar:

$$\sigma_{cr} = P_{cr}/A = \pi^2 E/\lambda^2 < S_y \quad (10.24)$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{S_y}} \quad (10.25)$$

$$\lambda_{lim} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{S_y}} \quad (10.26)$$

- Para esbelteces: λ mayores λ_{lim} SI se podrá aplicar la curva de Euler
- Para esbelteces: λ menores λ_{lim} NO se podrá aplicar la curva de Euler

La curva de pandeo expresada en la fig.10.18 puede ser redibujada de forma adimensional, dividiendo la tensión crítica de Euler entre el límite elástico: (σ_c / σ_y) y la esbeltez entre la esbeltez límite: $(\lambda / \lambda_{lim})$, dando lugar a la siguiente curva de Pandeo adimensional

La ventaja de este gráfico es que puede aplicarse a barras de diferentes esbelteces y resistencias

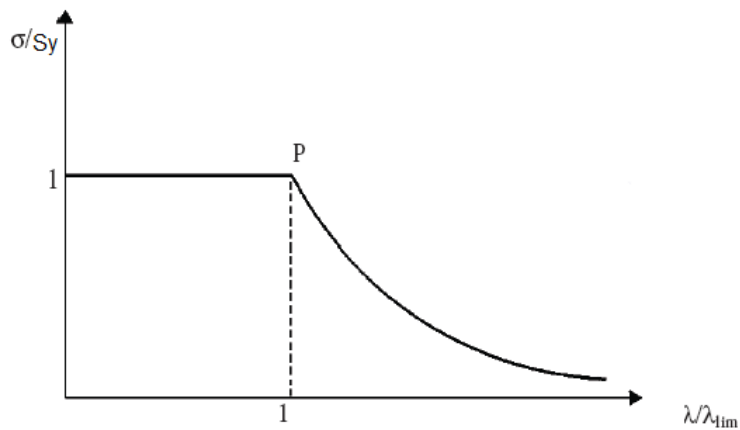


Fig. 70 Curva de Pandeo Adimensional





CAPÍTULO III

Esfuerzo de Compresión



3. MODELOS DE REPRESENTACIÓN DE ESFUERZOS

3.1. Esfuerzo de Compresión

3.1.1. Descripción del Modelo

El esfuerzo de compresión esta dado por una deformación que se refiere a un cambio en las dimensiones de un miembro que soporta una determinada carga.

Un caso particular de esfuerzo se presenta cuando hay un contacto entre dos superficies que se presionan entre si, como se puede observar una base que está sometida a una carga puntual, la cual deforma la base, pero que al quitar la carga puntual la base vuelve a su forma original.

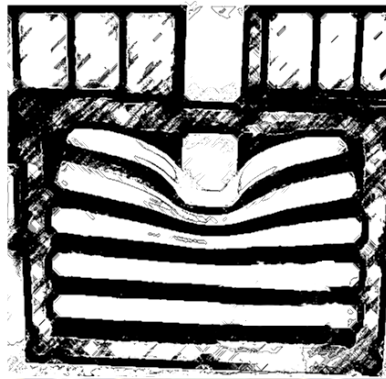
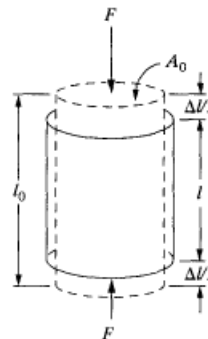


Fig. 71 Modelo de Compresión

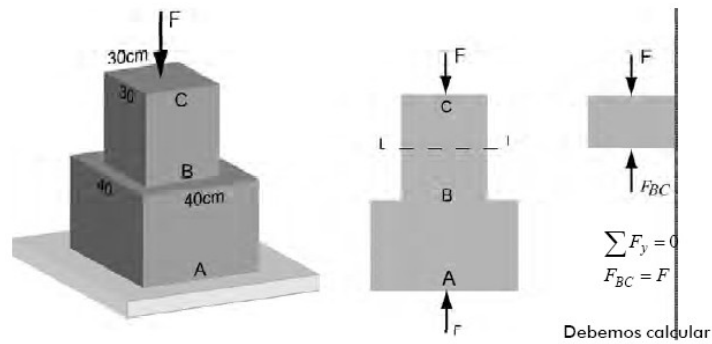
En este caso puede presentarse un aplastamiento local de una de las superficies debido al esfuerzo de compresión que se denomina "esfuerzo de aplastamiento".

3.1.2. Objetivo modelo

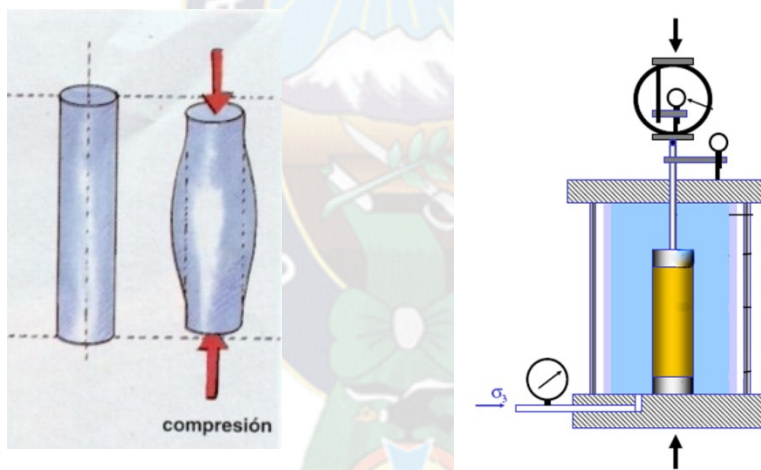
- Analizar el comportamiento de los materiales al ser sometidos a un esfuerzo de Compresión.



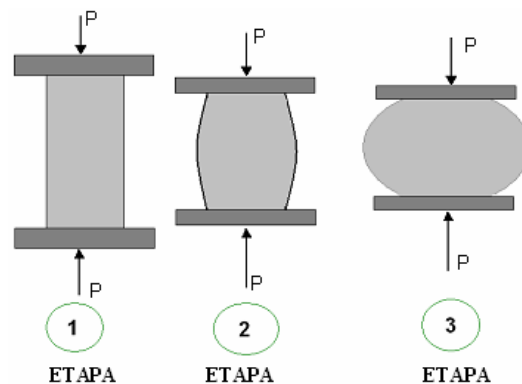
- Reconocer y determinar de manera práctica las distintas propiedades mecánicas de los materiales sometidos a esfuerzos compresión.



- Familiarizarse con las definiciones básicas de la resistencia de los materiales tales como: deformación, esfuerzo por compresión.



- Ser capaz de observar la magnitud de la deformación, ya que es importante en el diseño de mecanismos de precisión, estructuras de edificios , etc.



- Reconocer que existe un esfuerzo admisible del material más susceptible de aplastarse, para a partir del mismo garantizar que el elemento estudiado no falle (colapse).



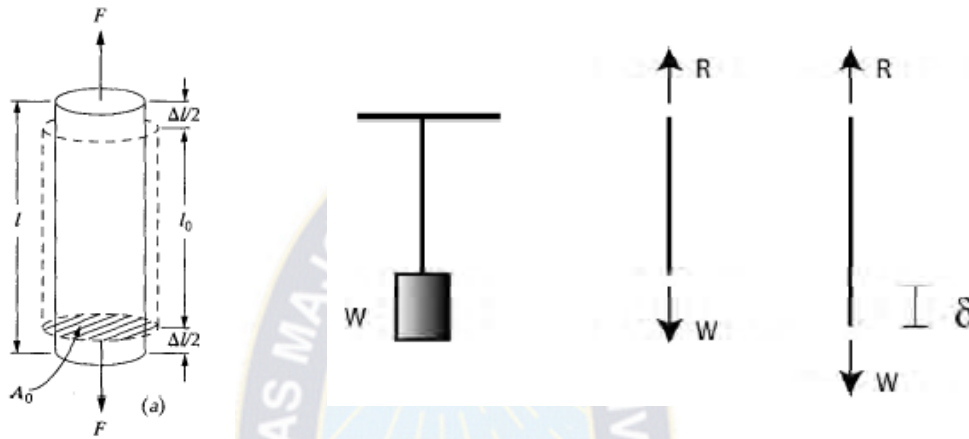
Esfuerzo de Tracción



3.2. Tracción

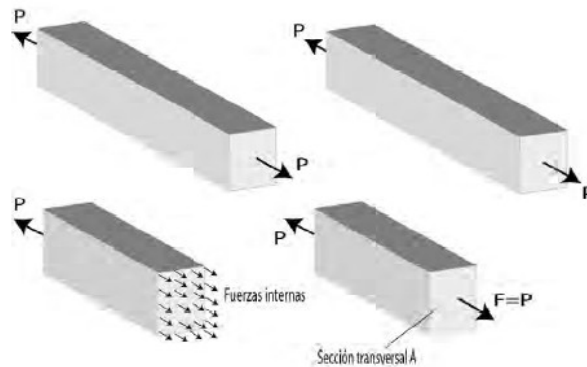
3.2.1. Descripción del Modelo

El esfuerzo de tracción se refiere a la deformación que es dada por un cambio en las dimensiones de un miembro que soporta una determinada carga y este elemento tiende a alargarse debido a este esfuerzo.



En este punto trataremos el esfuerzo de tracción, el cual se presenta cuando hay un elemento en el cual actúan dos fuerzas exteriores que actúan en sentido contrario una de la otra pero que al quitar la carga puntual la base vuelve a su forma original.

Cuando una fuerza **P** actúa a lo largo de una barra su efecto sobre la misma depende no solo del material sino de la sección transversal que tenga la barra, de tal manera que a mayor sección mayor será la resistencia de la misma.



Se define entonces el **esfuerzo axial o normal** como la relación entre la fuerza aplicada y el área de la sección sobre la cual actúa. O en otros términos como la carga que actúa por unidad de área del material.

En otros términos, antes de construir una estructura es necesario saber la resistencia que tendrá y las deformaciones que sufrirá. Lo anterior es apenas obvio si consideramos que cualquier estructura debe satisfacer unas exigencias mínimas de **seguridad** (resistencia) y de funcionalidad y estética (mínimas deformaciones).

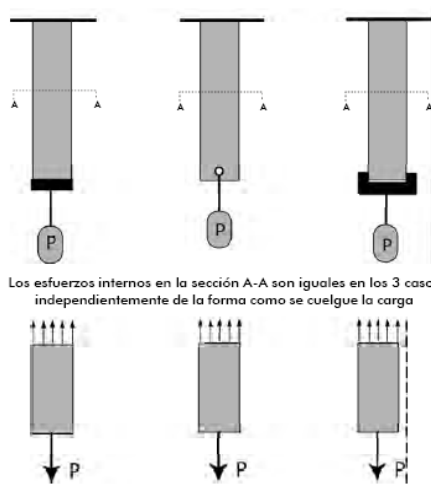
Con la ley de Hooke se describe el comportamiento elástico de componentes cuya deformación es proporcional a la carga actuante. Este comportamiento es típico de metales sometidos a esfuerzos pequeños. Con el modelo se demuestra la aplicación de la ley de Hooke y muestra la deformación del elemento sometidos a carga. Para ello se engancha un elástico a un soporte y se carga con pesas. La variación de longitud (extensión) se mide directamente con una regla graduada. Dado que se pone de manifiesto la dependencia lineal entre la fuerza que actúa y la variación de longitud del resorte, se puede aplicar la ley de Hooke.

3.2.2. Objetivo del modelo

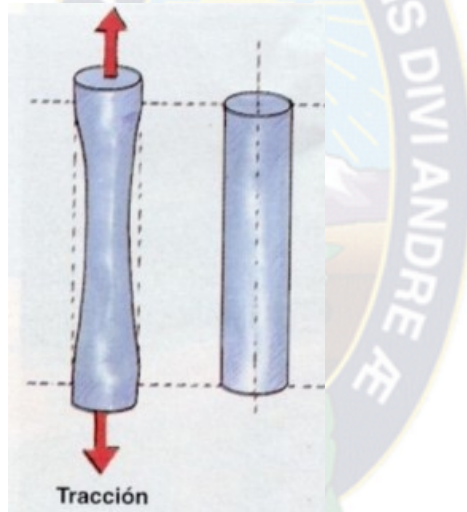
- Analizar el comportamiento de los materiales al ser sometidos a un esfuerzo de Tracción.



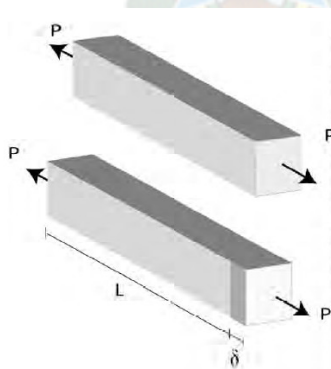
- Reconocer y determinar de manera práctica las distintas propiedades mecánicas de los materiales sometidos a esfuerzos de tracción.



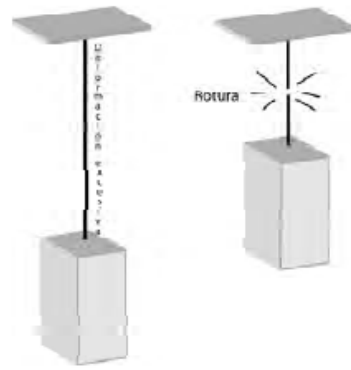
- Familiarizarse con las definiciones básicas de la resistencia de los materiales tales como: deformación, esfuerzo por tracción.



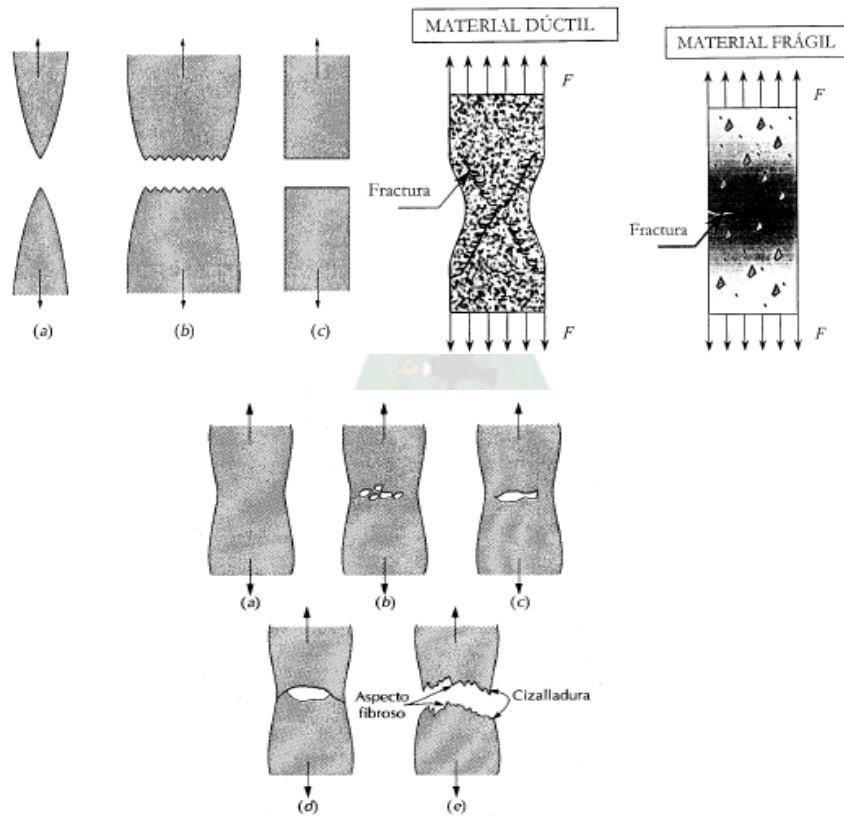
- Ser capaz de observar la magnitud de la deformación, ya que es importante en el diseño de mecanismos de precisión, estructuras de edificios, etc.



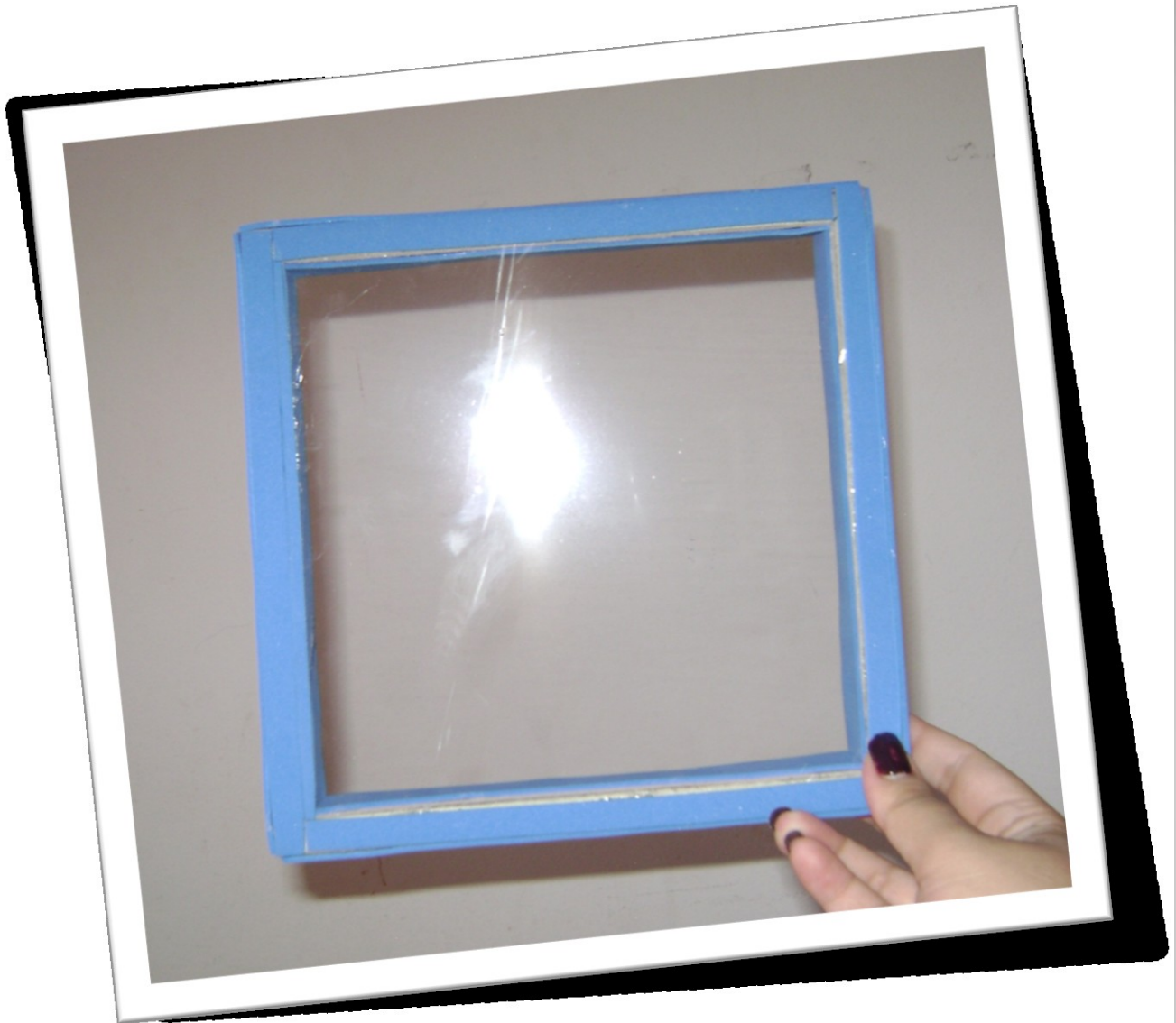
- Reconocer que existe un esfuerzo admisible del material más susceptible de aplastarse, para a partir del mismo garantizar que el elemento estudiado no falle (colapse).



- Demostrar los tipos de rotura que existe dependiendo del material.



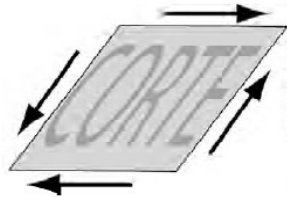
Esfuerzo de Corte



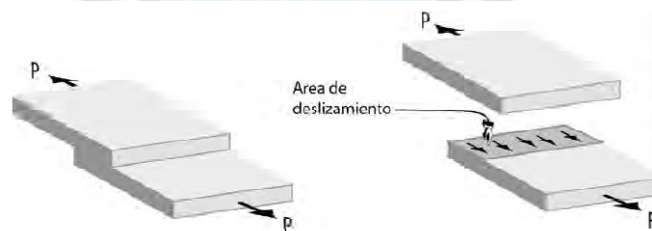
3.3. Corte

3.3.1. Descripción del Modelo

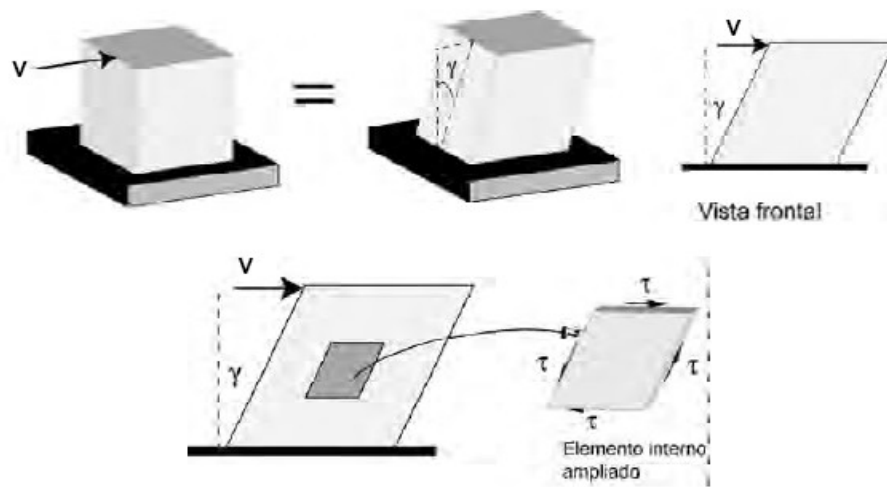
No en todas las ocasiones los elementos estructurales son traccionados o comprimidos por las fuerzas externas que actúan sobre ellos. En muchas ocasiones un elemento está tratando de ser cortado.



En este caso, las dos platinas están intentando ser cortadas a largo del área transversal que las une, la cual es paralela a la fuerza P que está siendo aplicada.



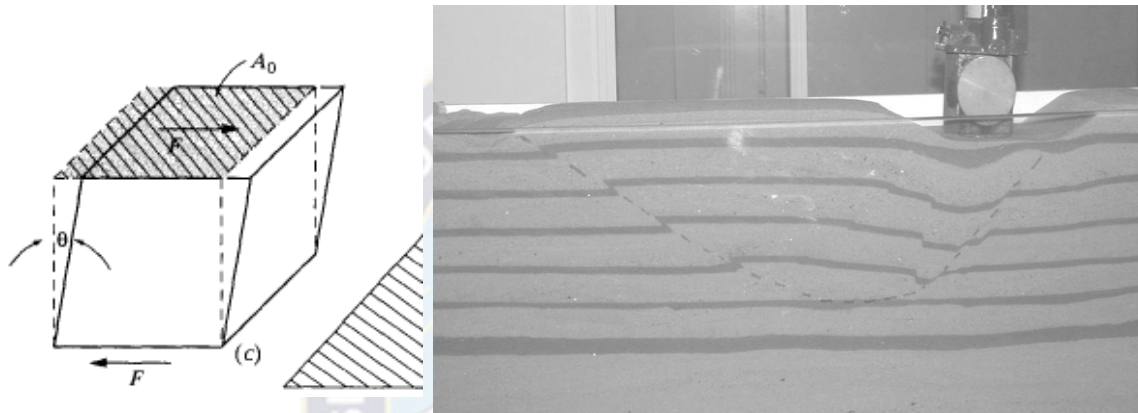
Al producirse una distorsión como la que se ve en la figura, la deformación está dada por la variación angular que sufre el elemento al ser deformado por el esfuerzo cortante.



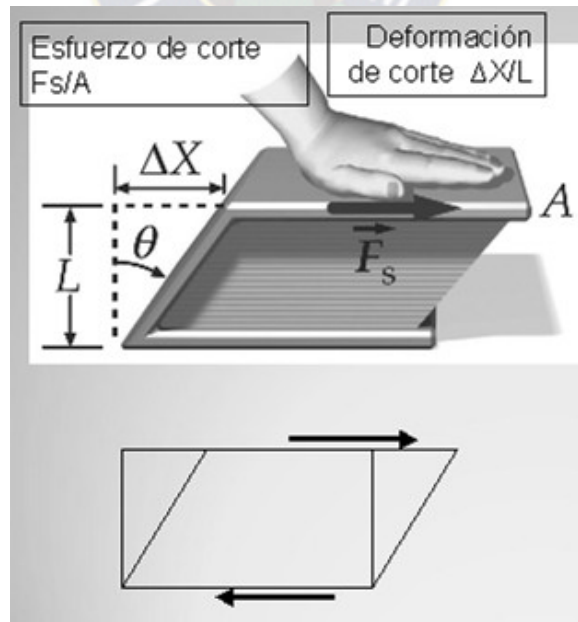
En el rango elástico lineal del material se ha encontrado relación directa entre los esfuerzos cortantes y las deformaciones angulares sufridas por el elemento.

3.3.2. Objetivo modelo

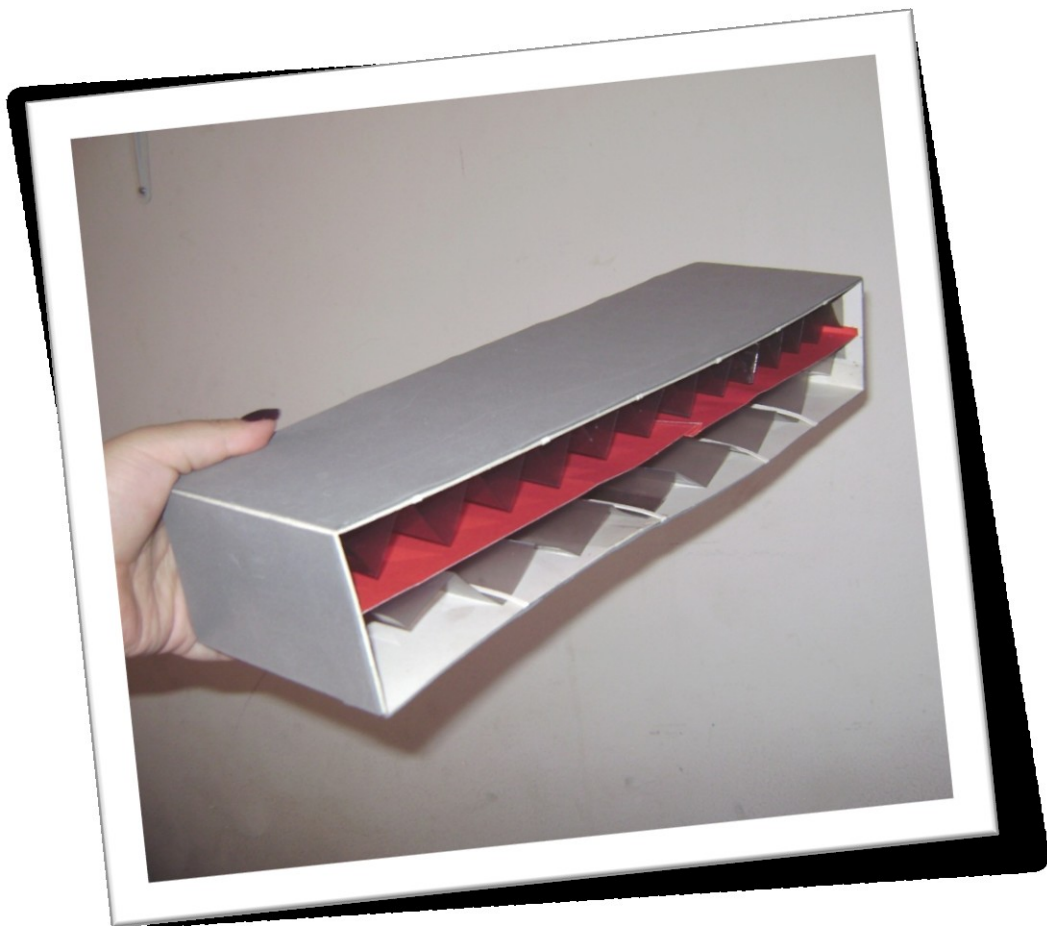
- Analizar el comportamiento de los materiales al ser sometidos a un esfuerzo de corte.



- Familiarizarse con las definiciones básicas de la resistencia de los materiales tales como: tensión cortante, cizalladura



Esfuerzo de Flexión

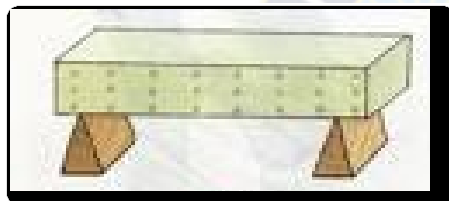


3.4. Flexión

3.4.1. Descripción del Modelo

Un elemento está sometido a cargas de flexión cuando soporta fuerzas y momentos externos con dirección perpendicular a la de su eje centroidal.

En el modelo elaborado, se representará la deformación de una viga sometida a esfuerzos de flexión. Se ha fabricado una sección de viga con tensiones internas, lo que permite comparar directamente las tensiones superiores a la línea neutra de la viga con la parte inferior y así poder identificar que tensiones actúan a compresión y cuales a tracción.

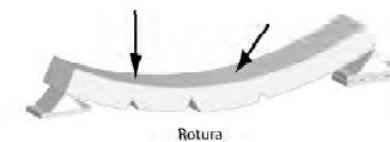
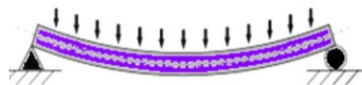


3.4.2. Objetivo modelo

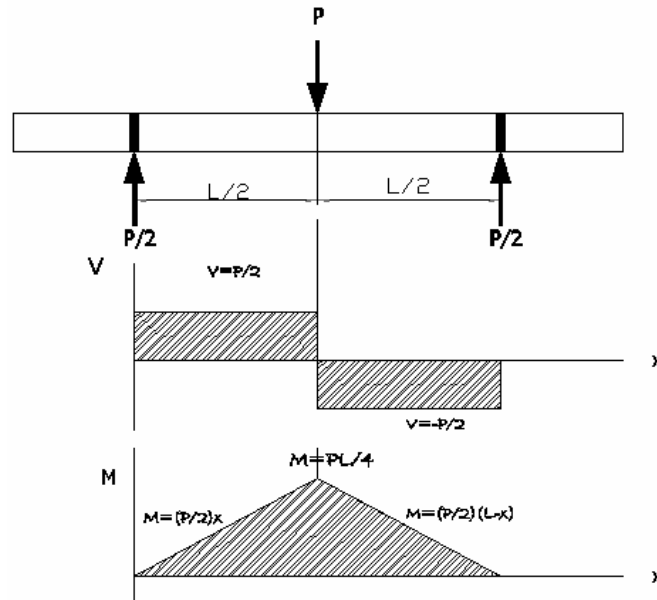
- Analizar el comportamiento de los materiales al ser sometidos a un esfuerzo de flexión.



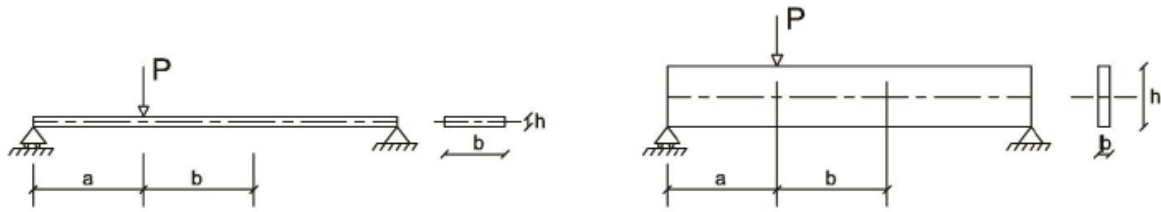
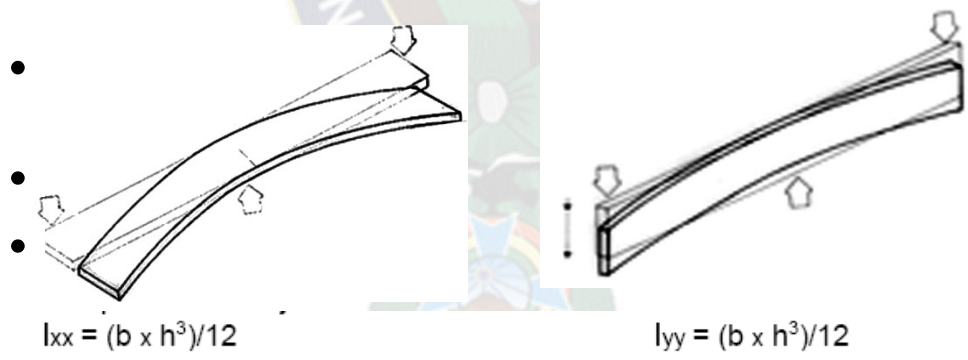
- Reconocer y determinar de manera práctica las distintas propiedades mecánicas de los materiales sometidos a esfuerzos flexión



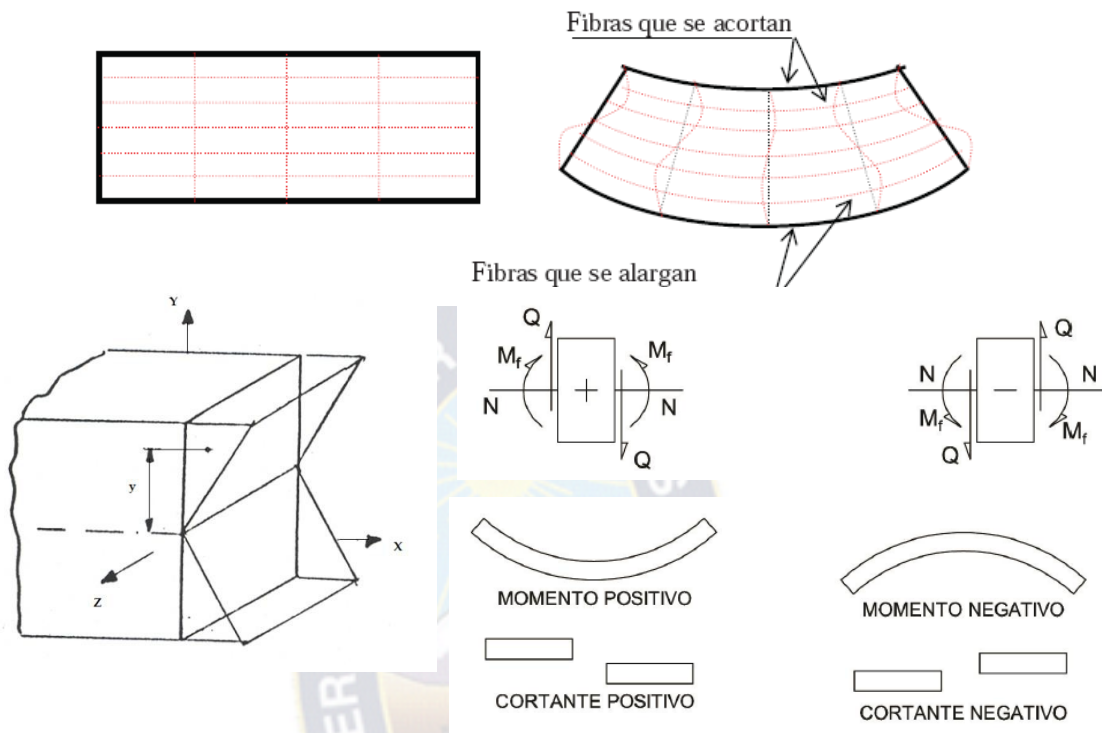
- Familiarizarse con las definiciones básicas de la resistencia de los materiales tales como: Momento flector, diagrama de fuerza aplicada, esfuerzo por flexión.



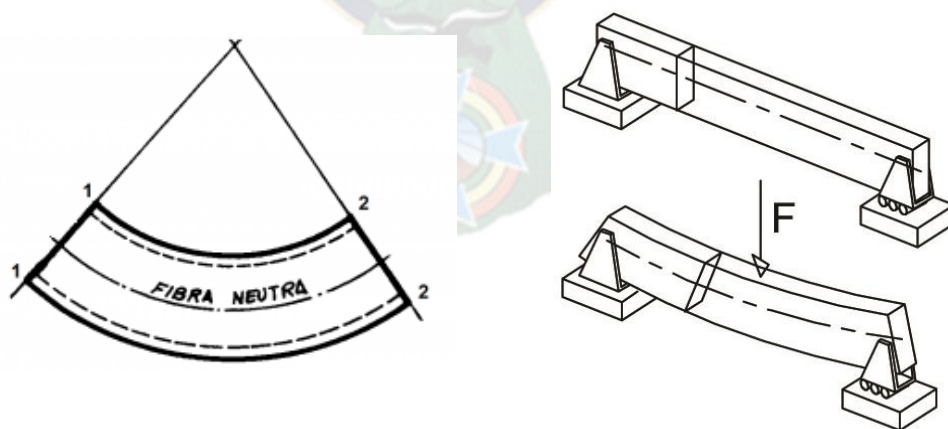
- Comprobar la oposición a la flexión cuando el Momento de Inercia es mayor y actúa con la misma sección de viga



- Demostrar cómo actúan las tensiones internas del material al ser sometidos a esfuerzos físicos



- Observar que la sección de la viga y la posición de la línea neutra no varía al ser sometida a esfuerzos



Esfuerzo de Torsión



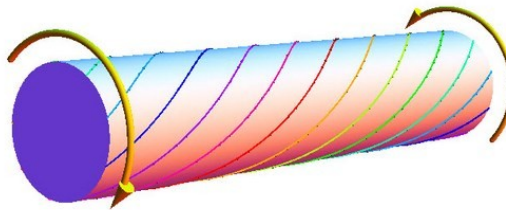
3.5. Torsión

3.5.1. Descripción del Modelo

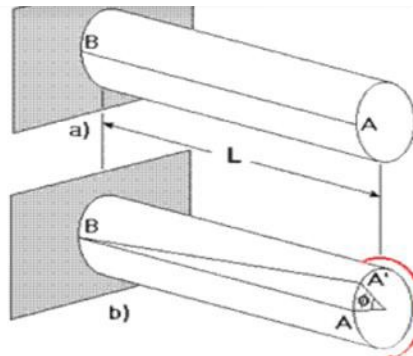
La torsión se presenta en ejes de transmisión de vehículos y máquinas. Los momentos de giro que actúan en estos hacen que sus secciones transversales giren unas respecto de otras. En un eje redondo, se admite que la torsión de las secciones transversales siga siendo circulares. Además las superficies de estas secciones transversales se conservan planas y no se producen alabeos. También se admite, en el caso de torsiones de pequeña magnitud no se alteran la longitud ni el radio.



Las líneas rectas del perímetro exterior que son paralelas al eje, se transforman en líneas helicoidales.

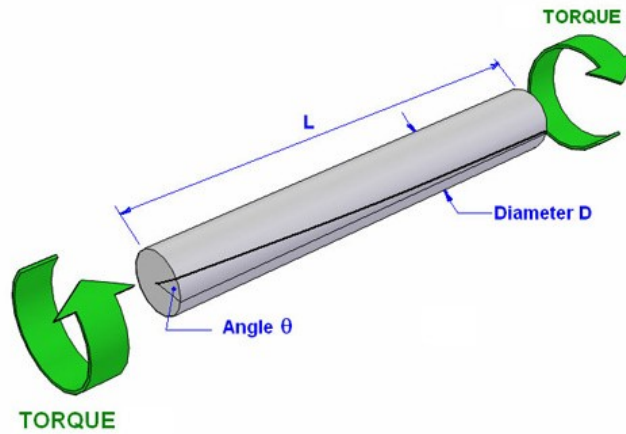


El modelo estudia la torsión de una barra bajo el efecto de un momento de torsión. La barra se sujeta en un soporte, cuenta con líneas paralelas al eje de esta, y es sometida a un momento torsor alrededor del eje, el cual hace que las líneas de esta se transforman en helicoidales

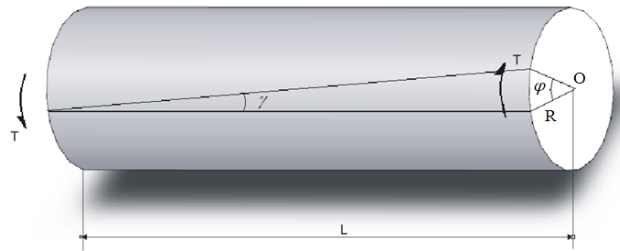


3.5.2. Objetivo del modelo

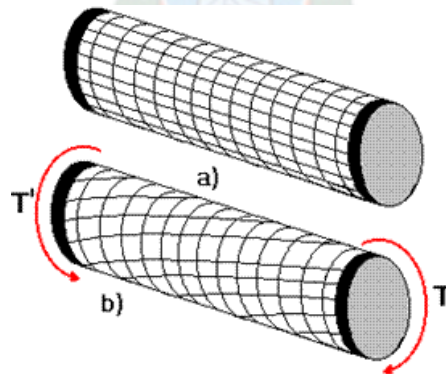
- Analizar el comportamiento de los elementos al ser sometidos a un esfuerzo de torsión.



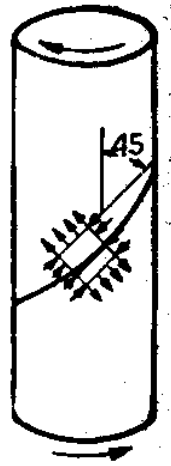
- Familiarizarse con las definiciones básicas de la resistencia de los materiales tales como: Momento torsor, inercia, ángulo de giro



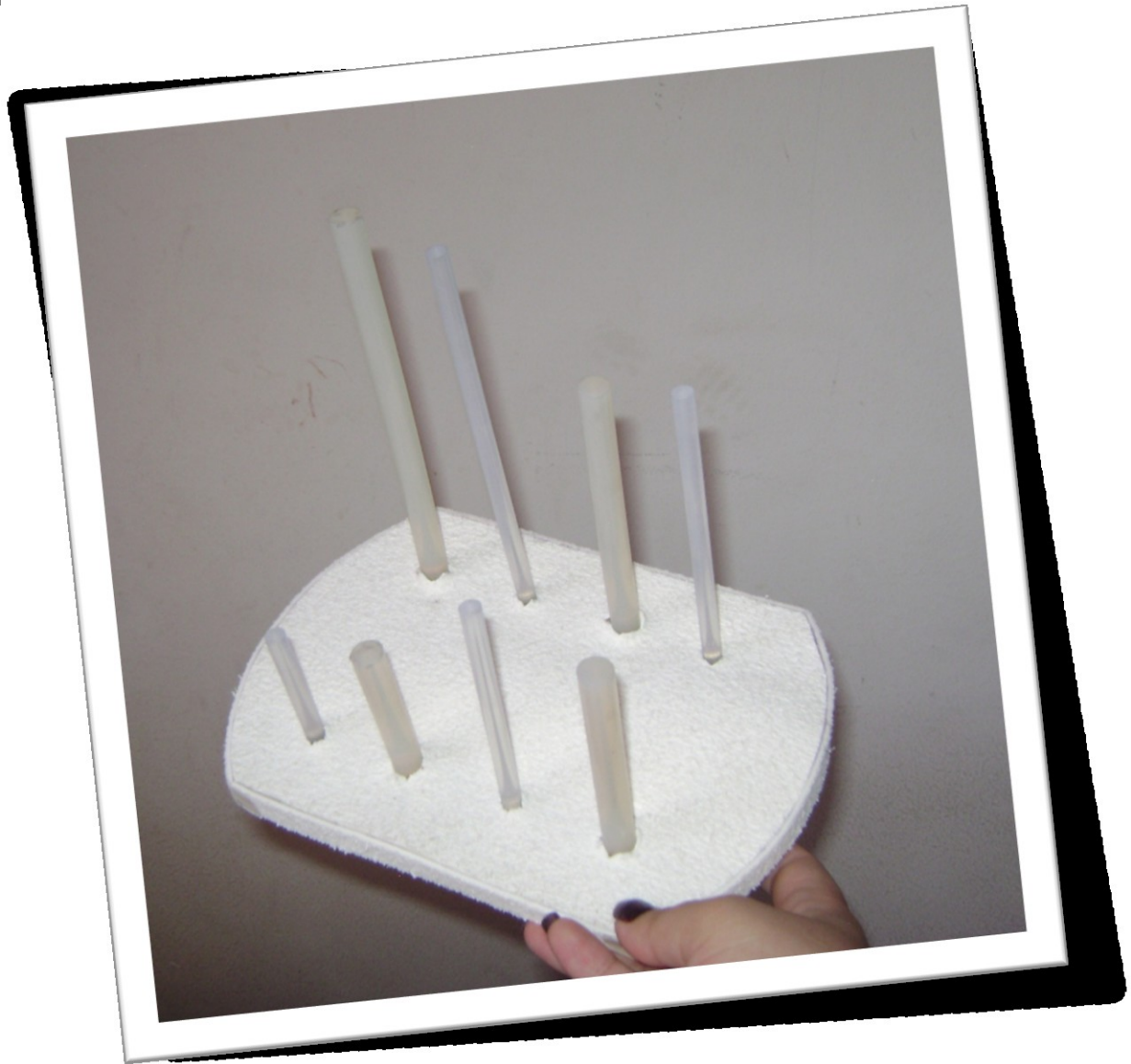
- Comprobar la oposición a la torsión cuando el Momento de Inercia es mayor y actúa con el mismo material en la barra.



- Demostrar que en caso de rotura del material, este será dado a 45°



Esfuerzo de Pandeo



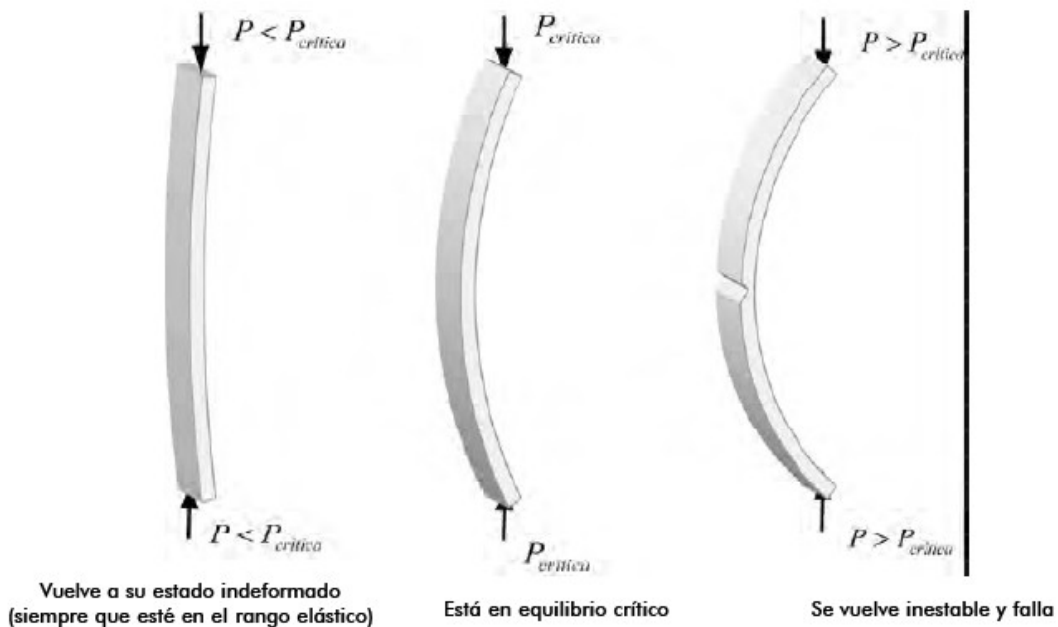
3.6. Pandeo

3.6.1. Descripción del Modelo

Se da el nombre de pandeo a la pérdida de la estabilidad. Bajo el efecto de fuerzas de compresión, al aumentar esta el eje de la barra de pierde su linealidad hasta que cede de forma brusca antes de alcanzar el límite de resistencia a la rotura.

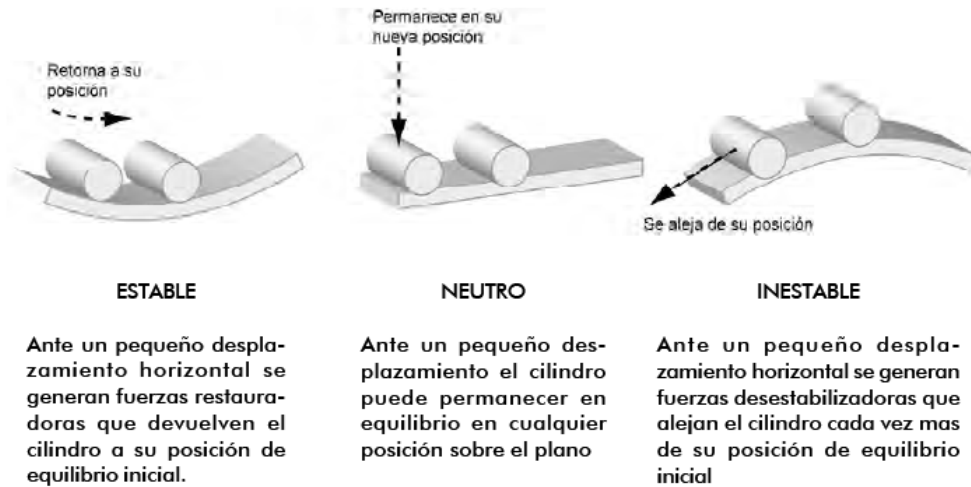
Las tensiones existentes en la barra suelen permanecer en el campo elástico. Con el modelo demostraremos el comportamiento de pandeo de diferentes longitudes en las barras expuestas a esfuerzos físicos. En los ensayos se demuestra la influencia que tienen sobre el comportamiento a pandeo diferentes factores como la longitud de la barra, los materiales y las formas de sustentación

Las barras de prueba pueden estar libres o sustentadas mediante empotramiento articulación

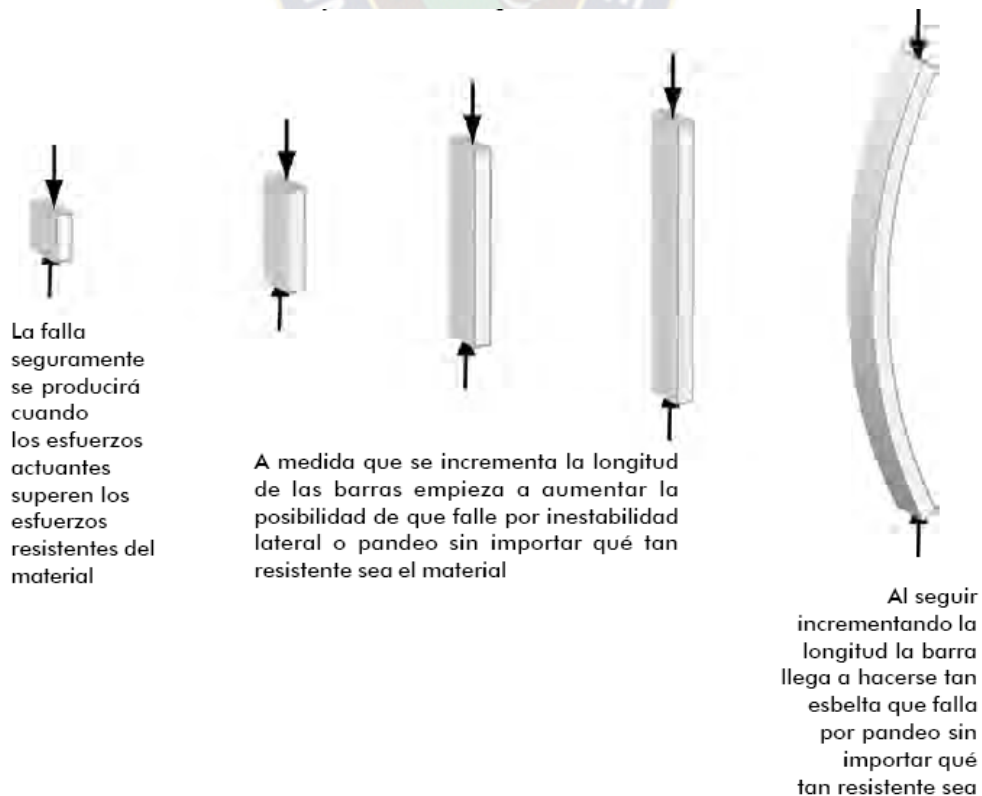


3.6.2. Objetivo modelo

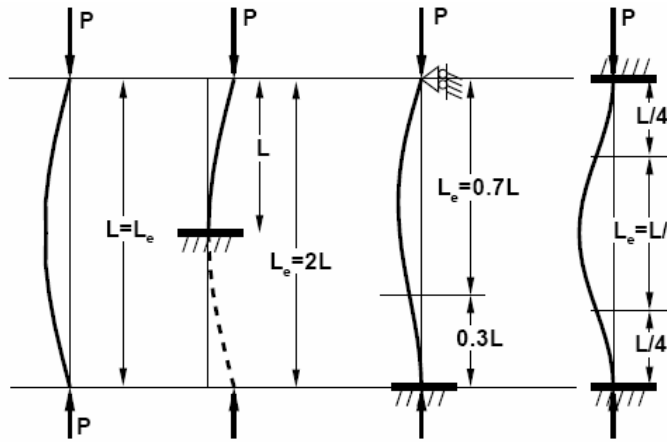
- Familiarizarse con los conceptos de estabilidad e inestabilidad, carga crítica.



- Demostrar el comportamiento de pandeo de diferentes longitudes en las barras expuestas a esfuerzos físicos.



- Demostrar la influencia que tienen sobre el comportamiento a pandeo diferentes factores como la sección de la barra o el tipo de apoyo.





BIBLIOGRAFIA

- GERE Y TIMOSHENKO. 1998. *Mecánica de materiales*. México. International Thomson Editores. Cuarta edición.
- HIBBELER R.C.1998. *Mecánica de materiales*. México. Prentice Hall hispanoamericana S.A. 3ª edición,
- MOTT Robert L. 1996. *Resistencia de materiales aplicada*. México. Prentice hall hispanoamericana S.A. 3ª edición.
- NASH William A. 1973. *Resistencia de materiales. Teoría y 430 problemas resueltos*. Colombia. McGraw Hill. 274
- SALAZAR TRUJILLO Jorge Eduardo. 2007. *Resistencia de materiales Básica para estudiantes de Ingeniería*. Universidad Nacional de Colombia. 1ª edición
- MAYORI M. Alejandro M. *Resistencia de Materiales Aplicada*. Universidad Mayor de San Andrés. 1ª Edición
- Tesis: Material de apoyo didáctico de la enseñanza Aprendizaje en la asignatura de resistencia de Materiales I UMSS, Juan Jhonny García Luizaga y Mario Vargas Ledesma.