UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRES

FACULTAD DE HUMANIDADES Y CIENCIAS DE LA EDUCACION

CARRERA PSICOLOGIA

TESIS DE GRADO

"ESTRATEGIAS EN EL CALCULO MENTAL PARA MEJORAR EL RENDIMIENTO ARITMETICO EN LA MULTIPLICACION, MEDIANTE EL METODO COTO" CASO: ESTUDIANTES DE PRIMER SEMESTRE DE LA CARRERA DE INGENIERIA COMERCIAL DE LA UNIVERSIDAD TECNOLOGICA BOLIVIANA UTB"

POR: JUDITH SANDOVAL TAPIA

TUTOR: LIC. JAVIER EDGAR DE LA RIVA QUIROGA

LA PAZ – BOLIVIA

ENERO 2018

RESÚMEN

La presente Tesis define el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas debiendo recurrir a instrumentos, materiales, métodos y técnicas más diversas, con el objetivo de facilitar el aprendizaje y generar experiencias significativas en los estudiantes del primer semestre de la carrera de Ingeniería Comercial de la Universidad Tecnológica Boliviana – UTB; ayudándolos a establecer relaciones entre los nuevos conocimientos y sus experiencias previas para llegar a un aprendizaje significativo, donde se introduce e **Método Coto,** como un instrumento adecuado que facilita el ***cálculo mental*** en operaciones de multiplicación y ayuda a la o el estudiante a ganar confianza en su aprendizaje, en su conducta y en su proceso cognitivo educativo.

Se determina la estimulación del área memorística, la seguridad o inseguridad psicológica conductual del estudiante y el aprendizaje y aplicación del **Método Coto**.

El cálculo mental es la práctica que ayuda al estudiante para que ponga en juego diversas estrategias. Es la actividad matemática más cotidiana y la menos utilizada en el aula. Entre sus beneficios se encuentran: el desarrollo del Sentido Numérico y de Habilidades Intelectuales como la Atención y la Concentración, además del gusto por las Matemáticas. El cálculo mental consiste en realizar cálculos matemáticos utilizando sólo el cerebro, sin ayuda de otros instrumentos como calculadoras o incluso lápiz y papel o los dedos para contar fácilmente.

La psicología cognitiva hace el análisis de los estudiantes y el papel de la acción, y comprensión de las acciones que constituyen el punto de partida de las futuras operaciones de la inteligencia, siendo la operación de la *multiplicación* una acción interiorizada que se hace reversible y se coordina con otras formando estructuras operatorias de conjunto. (Las propias operaciones

aritméticas se constituyen asimismo en dos etapas sucesivas, una “concreta” entre los siete y los once años y más cercana a la acción, la otra “formal” o preposicional, a partir de los doce años).

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRES

FACULTAD DE HUMANIDADES Y CIENCIAS DE LA EDUCACION

CARRERA PSICOLOGIA

TESIS DE GRADO

"ESTRATEGIAS EN EL CALCULO MENTAL PARA MEJORAR EL RENDIMIENTO ARITMETICO EN LA MULTIPLICACION, MEDIANTE EL METODO COTO" CASO: ESTUDIANTES DE PRIMER SEMESTRE DE LA CARRERA DE INGENIERIA COMERCIAL DE LA UNIVERSIDAD TECNOLOGICA BOLIVIANA UTB"

POR: JUDITH SANDOVAL TAPIA

TUTOR: LIC. JAVIER EDGAR DE LA RIVA QUIROGA

LA PAZ – BOLIVIA

ENERO 2018

DEDICATORIA

A Dios, por permitirme dar este paso importante en mi vida.

A mis dos ángeles mis hijas Melissa y Miley Terán, quienes constituyen el norte de mi existencia, por estar siempre ahí en los momentos difíciles y exitosos.

A mi madre Alina Tapia, quien siempre me apoyo y me dio la fuerza que me faltaba para concluir este capítulo de mi vida. Te Amo

AGRADECIMIENTO

A Lic. Javier de la Riva por ser mi motivador, quien me brindo los espacios que necesité para realizar este proyecto, por sus acertados comentarios que siempre buscaron mejorar la calidad de este trabajo.

INDICE

INTRODUCCIÓN 1
Capítulo I 5
PROBLEMA Y OBJETIVOS DE INVESTIGACION 5
I. AREA PROBLEMÁTICA 5
II. PROBLEMA DE INVESTIGACION 6
III. OBJETIVOS 7
OBJETIVO GENERAL 7
OBJETIVOS ESPECÍFICOS 7
IV. HIPÒTESIS 7
V. JUSTIFICACION 8
Capitulo II 9
MARCO TEORICO 9
TÉCNICAS DE CÁLCULO MENTAL 13
COMPORTAMIENTO COGNITIVO CONDUCTUAL 22
ESTIMULACIÓN DEL CEREBRO 24
DEDUCCIÓN SOBRE LAS 8 ESTRATEGIAS 38
PROCESO ENSEÑANZA APRENDIZAJE VINCULADO AL ASPECTO PSICOLÓGICO - PEA – 38
La Enseñanza 39
El Aprendizaje 40
Procesos Psicológicos 40
CLASIFICACIÓN DE LOS PROCESOS PSICOLÓGICOS 40
1. PROCESOS COGNOSCITIVOS 41
2. PROCESOS AFECTIVOS 42
3. PROCESOS VOLITIVOS – CONATIVOS 43
PROCEDIMIENTOS BÁSICOS PARA EL APRENDIZAJE: ABSTRACCION Y GENERALIZACIÓN 43

ESTRATEGIAS PREINSTRUCCIONALES **44**
ESTRATEGIAS PARA *ORIENTAR LA ATENCIÓN* DE LOS ALUMNOS **46**
ESTRATEGIAS PARA *ORGANIZAR LA INFORMACIÓN* QUE *SE HA DE APRENDER* **46**
¿COMO SE VINCULA EL PEA CON LO PSICOLÓGICO? **47**
LA PSICOLOGÍA COGNITIVA Y SUS APORTES AL PROCESO DE APRENDIZAJE **48**
EL SUJETO DE LA PSICOLOGÍA COGNITIVA Y EL APRENDIZAJE EN EL ESCENARIO ACTUAL **54**
ALGUNOS FACTORES CRÍTICOS EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS **65**
HEMISFERIO IZQUIERDO **80**
NEGRO ROJO VERDE AZUL MARRÓN ROJO VERDE **81**
EL MÈTODO "COTO" EN LA PSICOLOGÌA COGNITIVA **96**
HIPÓTESIS COGNITIVISTA DEL MÉTODO "COTO" **98**
HIPÓTESIS CONEXIONISTA EN EL MÉTODO "COTO" **98**
Capitulo III **99**
METODOLOGIA **99**
I. TIPO Y DISEÑO DE INVESTIGACION **99**
II. VARIABLES **100**
III. POBLACION Y MUESTRA **100**
IV. TECNICAS E INSTRUMENTOS DE INVESTIGACION **100**
Técnica **100**
Instrumento **108**
V. PROCEDIMIENTO **108**
Capitulo IV **109**
PRESENTACION DE RESULTADOS **109**
Cronograma **109**
MARCO MUESTRAL **111**

CUESTIONARIO Y OPERACIONALIZACION DE VARIABLES..... 113
VALIDACION DEL INSTRUMENTO UTILIZADO 116
ANÁLISIS ESTADÍSTICO 118
Análisis de Resultados 120
Capítulo V 145
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES..... 145
CONCLUSIONES..... 145
RECOMENDACIONES..... 146
BIBLIOGRAFIA DE REFERENCIA 147
A N E X O S..... 154

INTRODUCCIÓN

En el campo educativo los bolivianos rehuimos competir con otros países; es por eso que Bolivia se encuentra al margen de las mediciones internacionales, en los resultados de la Unesco de la evaluación educativa de 2013 en América Latina y el Caribe, abarcando casi todos los países de la región, con la notable excepción de Bolivia, Cuba, El Salvador y Venezuela. La prueba examinó a niños de tercero y sexto de primaria en lectura, escritura, matemáticas y, en el caso de los mayores, en ciencias. Publicación realizada por página 7 el 30 de agosto de 2015.

Es el Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo, realizado por el Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad Educativa (L.L.E.C.E.), una red de unidades nacionales de evaluación, que opera en el marco de la UNESCO. El primer estudio fue realizado en 1997, y en él participó Bolivia, pero no así en el segundo estudio de 2006. Desde entonces Bolivia está apartada de las pruebas de aprendizaje estudiantil y evaluación de los factores asociados a los logros educativos, y que comportan un esfuerzo colectivo de los países involucrados. Las evaluaciones del L.L.E.C.E. son muy reconocidas por su enorme utilidad para guiar las decisiones nacionales de política educativa así como para orientar las reformas pedagógicas, institucionales y mejora de la calidad educativa.

Nuestro Gobierno no ha dado cuenta de las razones de su alejamiento del L.L.E.C.E. y de la ausencia del país en las pruebas regionales. Bolivia tampoco se incluye en las pruebas del Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes (siglas en inglés P.I.S.A.), de la O.C.D.E., la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico que es una Organización Intergubernamental que reúne a 34 países comprometidos con las economías de mercado y con sistemas políticos democráticos, que en su conjunto representan el 80% del PIB mundial), que cada tres años miden el rendimiento

de alumnos de 15 años en matemáticas, lectura y ciencias; en el PISA 2015 participaron 79 países.

En diciembre de 2013, el ministro de Educación, Roberto Aguilar, en su intervención en un seminario internacional de educación (en la Argentina), dijo que Bolivia considera a las pruebas PISA como "una imposición neoliberal". Una declaración que muchos entendieron como simple coartada ideológica para esconder la verdadera razón, que al gobierno de Evo Morales no le interesa evaluar la calidad de nuestro sistema educativo con arreglo a estándares internacionales y menos aún someterlo a mediciones comparativas.

Pero sería injusto cargar toda la responsabilidad al Gobierno. En realidad la sociedad boliviana, con pocas excepciones, desconoce la importancia de las evaluaciones internacionales en educación, quizás porque no se problematiza por la cuestión de calidad educativa o lo hace muy poco.

En la sociedad civil son muy pocos los interesados en promover el debate público sobre la calidad educativa. Curiosamente, hay numerosos grupos de estudiantes que bailan en las calles, pero ninguna movilización en favor de mejoras en la enseñanza, tal como sí se ve en los vecinos países Chile, Colombia, Brasil y otros países.

Entre nosotros, la indiferencia social hacia la calidad y la evaluación viene de lejos y, por cierto, trasciende a la educación. En nuestra sociedad no hay cultura de la evaluación, y tampoco de la competencia. Esta marca cultural tiene varias vertientes, y probablemente tiene también que ver con el hecho de ser una población carenciada, para la cual lo primordial es lograr el acceso a un servicio; la calidad del mismo importa menos.

El actual Observatorio Plurinacional de la Calidad Educativa, creado en el marco de la Ley Avelino Siñani, es un escuálido sustituto del SIMECAL; tan

pobre es su desempeño, que casi no vale la pena referirse a él. En cinco años de funcionamiento, este Observatorio no ha podido crear indicadores validados para ser aplicados en pruebas de aprendizaje y en evaluaciones de gestión educativa; carece de planes, programas definidos y un presupuesto suficiente; su personal es improvisado, incompetente y desprovisto de las calificaciones técnicas necesarias.

Todo lo contrario de lo que acontece en países vecinos. Ahí está el caso del Instituto Peruano de Evaluación, Acreditación y Certificación de la Calidad de la Educación Básica (IPEBA), que se desenvuelve dentro de una estructura de organismos, normas y procedimientos y con respaldo de una ley nacional.

La verdad es que uno no puede evitar mirar con alguna envidia los importantes avances que Perú viene logrando en estándares de calidad educativa y su correspondiente acreditación, y no sólo en la educación básica sino en la educación superior no universitaria y en las universidades públicas y privadas.

Lo más interesante es que gobiernos como el peruano, no han tenido ningún recato para incorporarse al programa PISA y participar de sus pruebas a pesar de calificar desventajosamente frente a otros, pues entienden lo mucho que se gana contando con parámetros de comparación y otras referencias valiosas para mejorar las políticas y los diseños curriculares y metodológicos. Los beneficios de esta postura inteligente se reflejan en sus paulatinos progresos educativos. Sin información es imposible evaluar nada.

Cuesta imaginar a un médico diagnosticando una enfermedad si no dispone de datos concretos sobre el estado de salud del enfermo. Esta aberración no se da generalmente en la medicina, pero sí ocurre en el campo de la educación. Nuestro sistema educativo está desprovisto de información sistematizada, consistente, fiable. Las estadísticas e indicadores son parciales, defectuosos, desactualizados y de difícil acceso. Construir un sistema de información

educativa no es una prioridad del ministerio del ramo. La falta de transparencia en la gestión educacional es un mal generalizado; también las universidades públicas, escudadas en la autonomía, escapan del escrutinio público.

Mientras no se cuente con indicadores y estándares de calidad, debidamente validados, simplemente no se puede evaluar la calidad de los programas de enseñanza; si los estudiantes no participan en mediciones internacionales, tampoco hay forma de saber acerca del nivel de nuestra educación y de la distancia o su cercanía con respecto a otras naciones.

Capítulo I

PROBLEMA Y OBJETIVOS DE INVESTIGACION

I. AREA PROBLEMÁTICA

En el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas; se necesita recurrir a instrumentos, materiales, métodos y técnicas más diversas, con el objetivo de facilitar el aprendizaje y generar experiencias significativas en los estudiantes; ayudándolos a establecer relaciones entre los nuevos conocimientos y sus experiencias previas para llegar a un aprendizaje significativo que en la presente Tesis se lo define así:

"Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, enunciaría este: El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente". AUSUBEL-NOVAK-HANESIAN (1983). Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo. 2° Ed. TRILLAS México.

Por todo ello, se evidencia una gran necesidad de utilizar insumos didácticos psicológicos y culturales que no solo generen aprendizaje significativo sino que valoren un legado matemático histórico como el Método Coto en el logro del desarrollo y fortalecimiento de la mente aplicado específicamente en el área Aritmética y concretamente en la Multiplicación, por lo cual, el presente estudio a plantear es comparativo en función del logro a obtenerse con La Descripción del Método Coto, el mismo que se aplica a través del cálculo mental en la Multiplicación. Multiplica tus inteligencias de Alberto Coto.

II. PROBLEMA DE INVESTIGACION

Sistemas de Evaluación

En Bolivia el rezago educativo no parece inquietar demasiado; tampoco la eficiencia del gasto. Será porque no terminamos de entender que allí está el verdadero lastre para nuestro desarrollo. Entretanto, la indolencia frente a los retos de la calidad y la evaluación educativa, especialmente en el área de las Matemáticas, y, propiamente en la operación de la Multiplicación tiene enormes consecuencias.

El drama de nuestro aislamiento educativo es todavía mayor porque ni siquiera somos capaces de operar nuestros propios Sistemas de Evaluación debidamente institucionalizados, eficaces y sostenibles en el tiempo. Ahí está el ejemplo del SIMECAL, tal vez el intento más serio en la década de los años 90 por implantar un sistema nacional de medición de la Calidad Educativa, pero que no ha sobrevivido a los cambios de la política boliviana hasta la actualidad, deshabilitándola y borrándola con la Ley Abelino Siñani – Elizardo Pérez. Ref. Publicación realizada por página 7 el 30 de agosto de 2015.

Nuestros maestros son reacios a evaluar su propio desempeño. Pero tampoco los padres de familia exigen información sobre la calidad de las escuelas. Publicación realizada por página 7 el 30 de agosto de 2015. Los organismos públicos no generan indicadores de calidad ni proveen información de la gestión educativa. Las universidades principalmente las particulares resisten someterse a evaluaciones y acreditaciones externas pero tampoco se hacen evaluaciones a los nuevos educandos, educandas que formaran parte de estas instituciones.

¿Cuáles son los niveles de logro y conocimiento en las operaciones aritméticas específicamente en la multiplicación en jóvenes de primer semestre de la

carrera de ingeniería comercial de la Universidad Tecnológica Boliviana UTB, en los que se aplica el Método Coto para un mejor rendimiento académico?

III. OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL

Determinar que el Método Coto es una herramienta que facilita el cálculo mental en operaciones de multiplicación en estudiantes de primer semestre de la carrera de Ingeniería Comercial de la Universidad Tecnológica Boliviana UTB.

Determinar, desde la Psicología Cognitiva, los niveles del estudiante en su aprendizaje a través de la aplicación del Método Coto para el logro y conocimiento de nuevas técnicas en el área aritmética específicamente en la multiplicación en estudiantes de primer semestre de la carrera de Ingeniería Comercial de la Universidad Tecnológica Boliviana - UTB.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Determinar la estimulación del área memorística.
- Determinar la seguridad o inseguridad psicológica conductual del estudiante.
- Determinar el aprendizaje y aplicación del método coto en el estudiante.

IV. HIPÒTESIS

Aplicando el Método Coto se optimizará la ejecución del Cálculo Mental en la multiplicación.

V. JUSTIFICACION

Los constantes problemas en el aprendizaje de las matemáticas en estudiantes de etapa escolar en el departamento de La Paz, desembocan en una conducta inestable y esto origina que psicológicamente, el estudiante no pueda superar este problema y su sistema memorístico mental este bloqueado de manera inconsciente, provocándole un problema de cálculo mental ya en el nivel universitario y recurriendo necesariamente a la máquina calculadora.

Psicología Cognitiva

El individuo aprende mediante "Aprendizaje Significativo", se entiende por aprendizaje significativo a la incorporación de la nueva información a la estructura cognitiva del individuo. Esto creara una asimilación entre el conocimiento que el individuo posee en su estructura cognitiva con la nueva información, facilitando el aprendizaje.

El conocimiento no se encuentra así por así en la estructura mental, para esto ha llevado un proceso ya que en la mente del hombre hay una red orgánica de ideas, conceptos, relaciones, informaciones, vinculadas entre sí y cuando llega una nueva información, ésta puede ser asimilada en la medida que se ajuste bien a la estructura conceptual preexistente, la cual, sin embargo, resultará modificada como resultado del proceso de asimilación. Teoría del Aprendizaje Significativo David Ausubel

El *método coto* como una técnica de enseñanza que apertura la mente al logro y conocimiento de nuevas técnicas en el área aritmética de la multiplicación desde la *psicología cognitiva* brinda a los y las estudiantes una confianza cada vez más general y promueve una relación social más interactuada que permite rápidamente socializar en el aula la facilidad del cálculo mental.

Capitulo II

MARCO TEORICO

El cálculo mental es la práctica que ayuda al estudiante para que ponga en juego diversas estrategias. Es la actividad matemática más cotidiana y la menos utilizada en el aula. Entre sus beneficios se encuentran: Desarrollo del Sentido Numérico y de Habilidades Intelectuales como la Atención y la Concentración, además del gusto por las Matemáticas.

El cálculo mental consiste en realizar cálculos matemáticos utilizando sólo el cerebro, sin ayuda de otros instrumentos como calculadoras o incluso lápiz y papel o los dedos para contar fácilmente. Se considerar cálculo mental al uso del cerebro y cuerpo. Es así que el cálculo mental y las matemáticas van ligadas, como se sabe las matemáticas son una materia viva, llena de interés y muy útil fuera de la clase. Es necesario, que esta idea sea transmitida a los alumnos por sus maestros para que ellos, ante una propuesta de trabajo sobre una realidad circundante, se encuentren con la necesidad de razonar, operar o manipular para dar soluciones a problemas concretos. Si conseguimos esto, las matemáticas han servido entonces como un medio natural para conseguir satisfactoriamente un resultado y presentarlo de forma clara y comprensible. Las matemáticas vistas desde esta óptica, han de potenciar sin duda una actitud positiva en el alumno, que le permitan comprender y utilizar mejor el entorno en que vive.

Cada vez más, la educación tiene por objetivo el desarrollo integral del joven en sus aspectos cognitivo, psicológico, emocional y social, por lo tanto, el currículo educando como la metodología empleada tendrán que adecuarse a las características psicológicas del joven. Concretamente en el campo de las matemáticas la enseñanza ha de ser más lógica y razonada que la impartida tradicionalmente, más mecánica y memorística.

La psicología cognitiva hace el análisis de los estudiantes y el papel de la acción, y comprendiéndose en particular, que las acciones constituyen el punto de partida de las futuras operaciones de la inteligencia, siendo la operación de la *multiplicación* una acción interiorizada que se hace reversible y se coordina con otras formando estructuras operatorias de conjunto. (Las propias operaciones aritméticas se constituyen asimismo en dos etapas sucesivas, una "concreta" entre los siete y los once años y más cercana a la acción, la otra "formal" o preposicional, a partir de los doce años).

La manipulación de materiales concretos deben estar presentes en la programación del área de matemática, según las teorías de Freire, respecto a la adquisición del conocimiento, se critica mucho el que el docente solo se limite a llenar de "conocimientos" a los alumnos, de ahí que esta propuesta confirme que el alumno deje de ser un pasivo, para pasar a ser el protagonista de un conocimiento concreto acordes a la realidad y entorno social y no los que lleva para explicar el docente con esto podremos permitir que piensen y se expresen libremente para que superen sus errores.

El docente y el estudiante deben realizar un intercambio de experiencias en los que se correlacionen y fomenten lazos de comunicación, puesto que el mayor error que puede cometer el docente es pensar que lo sabe todo. Es necesario que en el área de matemáticas se les permita trabajar fortalecer sus conocimientos a través de métodos alternativos como ser el método coto para el cálculo mental que se aplicara para esta investigación.

Para poder alcanzar los tres niveles establecidos por Piaget iniciando por el concreto, semi-concreto y por último el nivel abstracto. Para Beltan Llena (2000) estos niveles tienen una vital relación con el desarrollo cognitivo del niño-adolescente: "El niño-adolescente debe llegar a alcanzar el dominio del pensamiento lógico las funciones lógicas del niño-adolescente, están

relacionadas con las etapas o niveles ya mencionados, la intervención correcta de parte del docente permitirá el desarrollo de la noción, conceptualización y la operativización de las operaciones básicas de la aritmética".

La característica de la memoria de trabajo es que posee una cantidad pequeña de elementos. Tal como lo explica Miller (1956) en su trabajo "El mágico número siete", afirma que la capacidad de la memoria a corto plazo era de siete más menos dos elementos. Determinando de este modo una capacidad limitada, pero dependiente del contexto y de la tareas. Otra nota que caracteriza a la memoria a corto plazo o memoria de trabajo es que consiste en un almacén transitorio, de ahí es que sea corto plazo. Se puede mantener la información en nuestro registro unos segundos y si no se la transfiere, se le olvida. Un claro ejemplo de esto, es cuando nos dan un número de teléfono, si no lo anotamos o buscamos el modo de recordarlo, este se olvida, en caso de que sea necesario, que esta información permanezca en nuestra memoria permanente es preciso realizar un conjunto de procesos de adquisición y de codificación, que se activan para incorporar la información de manera organizada y que permanezca allí, para que luego cuando necesitemos esa información poder recuperarla.

Pozo, (134:1998) nos explica esto cuando afirma que:

> La esencia del aprendizaje humano reside ahí: en que secuencia de operaciones o procesos realiza nuestro sistema cognitivo para incorporar una información que está siendo procesada a nuestro bagaje más o menos permanente de memoria.

De acuerdo, a esta perspectiva el procesamiento de la información que realiza el sujeto es activo y respecto del mismo, Carretero (136: 1997) afirma que:

> Se mantiene la existencia de un tratamiento activo de la información. Es decir el input será igual al output. Este es sin duda uno de los postulados

> que ha ido acercando a la Psicología Cognitiva a posiciones constructivistas, en la medida que la información que maneja el sujeto no es copia de la realidad, sino una transformación o construcción de la misma.

Tal como explica Riviere (1980)

> El aprendizaje no se reduciría a adquirir respuestas sino que implicaría, a su vez, cierto dominio de mecanismos activos de construcción de nociones o proposiciones significativas y la asimilación de estas a los propios esquemas o conocimientos previos. (1980:42)

Entonces, la memoria está estructurada como un sistema interconectado. Donde la actividad es lo que permite organizar los conocimientos de manera dinámica. Estos conocimientos se relacionan entre si construyendo una red con significado. El aprendizaje dependerá de la manera en que organizamos el material y las estrategias que utilizamos para recuperarlo. El material recuperado no es el mismo que entró, sino que lo recuperamos reconstruido.

> […] La memoria humana es un sistema constructivo, interactivo, no un museo en el que el conocimiento se almacene. (Pozo, 1998:96).

De acuerdo a lo expresado anteriormente, este modelo permite describir cómo aprende un alumno, donde los procesos de atención, reconocimiento de patrones y percepción selectiva, tienen la función de pasar y transformar la información desde el registro sensorial a la memoria a corto plazo o memoria de trabajo, de tal modo que allí se cumple el proceso de selección. Luego, en la memoria a corto plazo, la información es codificada en términos conceptuales para asegurar su almacenamiento en la memoria a largo plazo, precisamente en los esquemas de conocimiento. La información almacenada puede volverse nuevamente accesible mediante el proceso de recuperación. Son los procesos

de generalización y transferencia, que permiten la recuperación y la aplicación de lo aprendido en situaciones diferentes en que tuvo lugar el aprendizaje inicial. Los contenidos recuperados son los que dan lugar a la ejecución de tareas, y esto sirve a los fines de comprobar que el aprendizaje tuvo lugar.

Las dificultades por las que transitan los alumnos en los diferentes niveles del sistema educativo nos hacen reflexionar sobre la importancia del proceso de aprendizaje.

Este trabajo surge como una preocupación por buscar propuestas teóricas que permitan encontrar alternativas a la problemática del aprendizaje.

La Psicología Cognitiva constituye el marco teórico que permite analizar cómo aprende un alumno. Los aportes de la Psicología Cognitiva también se relacionan con la enseñanza, se considera que el aprendizaje será más eficaz si el maestro gradúa o distribuye mejor la nueva información. Favoreciendo la construcción de estrategias que apunten a un aprendizaje comprensivo y profundo.

Palabras claves: Psicología cognitiva – aprendizaje - memoria

Por lo tanto la finalidad de este trabajo de investigación es ofrecer al niño-adolescente un método didáctico útil y de fácil aplicación para el “Desarrollo y Fortalecimiento de la Mente”, en su iniciación a una Educación Superior.

TÉCNICAS DE CÁLCULO MENTAL

Obtener el resultado de operaciones matemáticas sin utilizar calculadora, lápiz ni papel y en un tiempo más o menos breve, mediante el cálculo memorístico, es el objetivo del presente tema de Tesis: *“Estrategias en cálculo mental para mejorar el rendimiento aritmético en la multiplicación, mediante el método coto”*

- caso estudiantes de primer semestre de la carrera de Ingeniería Comercial de la UTB.

En las aulas, los estudiantes se benefician de esta práctica en las pruebas, ya que supone un ahorro de tiempo y una mayor seguridad. Pero el dominio de las cifras no siempre es sencillo y se debe entrenar la mente. Diversas técnicas ayudan a emplear los números con maestría para sacar el mayor partido al cálculo mental.

Desde pequeños, los alumnos aprenden a realizar operaciones matemáticas que, con el tiempo, se complican. De las cifras individuales se pasa a las dos cifras y, aunque se intenta recurrir lo menos posible a la calculadora para agilizar la capacidad de resolución de las operaciones, en ocasiones, resultan muy complicadas. Es ahí donde entran en juego las técnicas de cálculo mental para un mejor dominio de los números.

El cálculo mental favorece la adquisición de habilidades de concentración y atención, aunque eso sí, se requiere aplicar de manera correcta las propiedades conmutativas, asociativas y distributivas de las matemáticas.

Estrategias Cognitivas para el Cálculo Mental

La presente Tesis se apoya en la hipótesis general que la actividad cognitiva opera con base en metáforas, desde lo más concreto a lo más abstracto (Johnson & Lakoff, 2003; Gallese & Lakoff, 2005; Radford & André, 2009). Las matemáticas aparecen así no como una ciencia desencarnada, abstracta e ideal, sino como una creación de la “mente corporizada” del hombre hecha cuerpo. Embodied en el original inglés, aseguran Varela, Thomson y Rosch, 1991), que tiene una permanente actividad metafórica, la cual va desde los niveles más elementales a los más sofisticados (Sfard, 1994; Presmeg, 1997; Lakoff & Núñez, 2000). Las metáforas conceptuales pueden ser vistas como

mecanismos neurológicos que permiten adaptar los sistemas neuronales utilizados por la actividad sensoriomotriz para crear formas de razonamiento abstracto (Lakoff, 2003). De este modo, aparece otra forma de enseñar y aprender matemáticas, si se reconoce que la cognición matemática es corporizada y está íntimamente ligada con nuestro funcionamiento sensoriomotor (Gallese & Lakoff, 2005). Por tanto, junto con Gallese y Lakoff (2005), así como Radford y André (2009), se diverge de la teoría del desarrollo cognitivo de Piaget, que veía al desarrollo sensoriomotor como base previa al desarrollo conceptual ulterior del niño y joven estudiante.

El conocer, y el aprender en particular, surgen en nuestra visión como un acoplamiento enactivo de nuestro cuerpo con el mundo, donde las modalidades sensoriales (la visión, el tacto o el oído) aparecen integradas a la motricidad y la anticipación. ¡Conocemos moviéndonos en, e interactuando con, el mundo! (Varela, Thomson & Rosch, 1991, Gallese & Lakoff, 2005, Masciotra, Roth & Morel, 2007, Stewart, Gapenne & Di Paolo, 2010). Por tanto, apoyamos la concepción multimodal multimodal de la cognición y de la cognición y el pensamiento (Gallese & Lakoff, 2005; Radford & André, 2009), que sustenta la hipótesis de que el uso y práctica de metáforas sensoriomotrices es relevante al aprender matemáticas (Radford & André, 2009, p. 244-266). Ahora bien, las metáforas —principalmente las conceptuales— que son más impactantes y significativas para nuestros procesos cognitivos conllevan habitualmente un tránsito de un modo de representación a otro, o de un modo cognitivo a otro. En consecuencia, una primera descripción de nuestra multimodalidad cognitiva involucraría los tres modos internos de representación que propone Bruner (1996): enactivo (basado en la acción y la motricidad), icónico (sustentado en imágenes) y simbólico (fundamentado en símbolos y lenguajes).

En el exitoso modelo didáctico de Singapur, que aplica explícita y sistemáticamente dicho marco teórico en la formación de maestros y en el

trabajo en aula, estos modos de representación son llamados: concrete, pictorial, abstract abstract (Yeap, 2005). (Yeap, 2005). Durante su desarrollo cognitivo, el niño transita desde lo enactivo a lo simbólico, pasando por lo icónico, pero no habría que creer que éste es un progreso unidireccional, sin retorno: la resolución de diversos problemas se hace posible muchas veces por un tránsito "descendente" de lo simbólico a lo icónico o a lo enactivo, como sucede en la activación de metáforas sensoriomotrices (Soto-Andrade, 2007a, 2007b, 2008).

Nuestra multimodalidad cognitiva también se expresa en los modos cognitivos, es decir, en los modos en que se procede al abordar situaciones problemáticas y al pensar en general. Adherimos aquí a la descripción de cuatro modos cognitivos básicos, obtenidos a partir de la doble dicotomía verbal-no verbal y secuencial-no secuencial secuencial-no secuencial, propuesta por Flessas (1997), la cual fue desarrollada, propuesta por Flessas (1997), la cual fue desarrollada en la neuropsicología del niño por Flessas y Lussier (2005). Estas dicotomías tienen una base neurofisiológica: la primera corresponde a la dicotomía hemisferio izquierdo - hemisferio derecho, y la segunda, a la dicotomía frontal-occipital frontal-occipital (Luria, 1973, Flessas & Lussier, 2005). (Luria, 1973, Flessas & Lussier, 2005). Una primera clasificación de los contenidos matemáticos en términos de dichos estos modos cognitivos fue esbozada por Flessas y Lussier (2005), mientras que su relevancia explícita en la didáctica de las matemáticas ha sido ejemplificada en el trabajo de Soto-Andrade (2006, 2007a, 2007b, 2008). Actualmente podemos extender esta clasificación mediante una tercera dicotomía: funcional-predicativo (Schwank, 1999), para obtener finalmente ocho modos cognitivos básicos. En el contexto educativo, la existencia e importancia de tal diversidad de estrategias y modos cognitivos ha sido reconocida paulatinamente durante las últimas décadas por Luria (1973), Siegler y Shrager (1984), de la Garanderie (1989), Bruner (1996),

Flessas (1997), Flessas y Lussier (2005), Gardner (2005) y Soto-Andrade (2007a, 2007b).

Las metáforas no sólo cumplen un rol cognitivo, sino también didáctico, ya que suministran tanto medios de aprehender y construir nuevos conceptos como herramientas amigables para resolver eficazmente situaciones problemáticas complejas (Presmeg, 1997, Lakoff & Núñez, 2000; Soto-Andrade, 2006, 2007a, 2007b, 2008). Por ello, en el aprendizaje de las matemáticas el CM es un dominio donde el uso de metáforas como forma de “re-presentar” (presentar de otra manera) o de “imaginarse” un problema deviene no sólo algo explícito, sino también necesario.

La suma algorítmica vertical se escribe de manera natural en el papel, pero si al calcular mentalmente no nos reducimos a visualizar el algoritmo escrito, surgen metáforas como juntar, añadir, llenar o avanzar, cuya activación pone en juego capacidades sensoriomotrices relevantes para el CM. Por ejemplo, para restar 51-18 nos vemos yendo de la cuadra 18 a la 51 de una larga avenida; caminamos primero hasta la 20, donde tomamos el bus expreso que se detiene sólo cada diez cuadras. Descendemos en la cuadra 50 y caminamos una más para llegar a nuestro destino. En total: 2x30x1=30x (2x1)=30x3=60. De este modo, vemos cómo en lugar de la aplicación mecánica de un algoritmo memorizado (resta con reserva), el niño puede recurrir a una “visualización numérica” que podría estar ligada a una activación idiosincrásica de la metáfora de la pista numérica, bajo la forma “multiplicar es avanzar, restar es retroceder”, o también “restar es recorrer lo que falta” (Lakoff & Núñez, 2002; Soto-Andrade, 2006, 2007a, 2007b, 2008). Por supuesto, esta posible activación depende de la experiencia previa del niño, su modo cognitivo predominante, sus interacciones sociales, el contrato didáctico vigente en el aula, entre otros aspectos. Esta postura teórica, en lo cognitivo y en lo didáctico, es avalada por el hecho de que distintos periodos del desarrollo cognitivo requieren o facilitan

el uso de distintos tipos de competencias —estrategias o metáforas— por parte del incipiente cogitante. Como muestran Gogtay et al. (2004), distintas regiones cerebrales y, correlativamente, distintos tipos de funciones (motrices, sensoriales, asociativas, atencionales) maduran en diferentes momentos del desarrollo, entre los 4 y los 21 años. A grandes rasgos, primero aparece lo sensoriomotor, luego lo asociativo y finalmente lo referente al control atencional. Esto sugiere que una intervención temprana, donde se fomente el uso de metáforas sensoriomotrices antes que las representaciones abstractas, es coherente con las etapas de desarrollo del cerebro, en particular con el de la materia gris (Radford & André, 2009, p. 221-222).

Aspectos Relacionados

El cálculo mental ha sido un ingrediente frecuente de los programas escolares, pero su abordaje ha evolucionado desde la memorización de relaciones numéricas —como las tablas de multiplicar— hacia proposiciones didácticas que lo designan como CM reflexivo o pensado (Butlen & Pezard, 1992; Beishuizen, 1993, Butlen, 2007; Brissiaud, 2007; Pochon, 1997, Williamson, 2008, Gálvez, 2009), sin descartar su componente “automatizada” (Lethielleux, 2005, Anselmo, EvesqueSagnard, Fenoy, Planchette & Zuchetta, 2008). Brissiaud (2003) propone enseñar el CM para “extender la red de relaciones numéricas conocidas” más allá de las relaciones de vecindad, y posibilitar que los alumnos pongan en práctica procedimientos “espontáneos” de cálculo pensado.

Se trata de un cálculo particularizante, donde el alumno debe aprender a hacer “buenas elecciones” frente a cada caso (Brissiaud, 2003, p. 162). Descubrir las ***estrategias cognitivas*** que utilizan los alumnos de manera efectiva para calcular mentalmente nos informa sobre “la idea que se hacen de los números” (Butlen & Pezard, 1992). Una visión análoga se expresa en la escuela alemana

de Didáctica de las Matemáticas, que desde hace cerca de dos siglos se ha interesado en las “maneras de imaginarse” (Vorstellungen Vorstellungen) los objetos y) objetos y procesos matemáticos (Vom Hofe, 1995). Euler ya decía que “los niños podrían imaginarse los números negativos como deudas” (loc. cit.). Cabe señalar que el rol operacional de las Vorstellungen corresponde al de las metáforas conceptuales (Soto-Andrade, 2006, 2007a, 2007b), en el sentido de Lakoff y Núñez (2002), y al de la representación mediante “materiales concretos” en numerosos educadores matemáticos, como Montessori (1967), Gattegno (1998) y Dienes (2003). Alsina (2007) explora las correlaciones entre el ejecutivo central y la mejor performance en pruebas aritméticas de cálculo, que equivale esencialmente a la capacidad de memoria de trabajo (lo que uno mantiene presente o co-presente en la memoria al realizar una tarea). Un ejemplo clásico es mantener en la memoria (por repetición, imagen u otro medio) un número de teléfono, desde su recepción hasta su uso.

La investigación de Alsina sugiere que sería interesante hacer una estimación de las capacidades individuales que tienen los estudiantes en su memoria de trabajo y correlacionarlas con su desempeño en CM; posiblemente tendremos una baja memoria de trabajo en los niños con más débil desempeño en CM. Asimismo, una forma de remediar la baja capacidad de memoria de trabajo sería no sólo entrenar a los niños a recordar números —como parece sugerir Alsina—, sino también utilizar estrategias alternativas como estimular la representación sensoriomotriz (vía metáforas) de las operaciones aritméticas, lo cual entroncaría con los trabajos de Gogtay et al. (2004) sobre los periodos de desarrollo cerebral. Recordemos que, según Gogtay, las regiones atingentes a la memoria de trabajo (corteza prefrontal y dorsolateral, fundamentalmente) maduran más tardíamente que las sensoriomotrices.

La postura teórica que enfatiza el rol de las metáforas sensoriomotrices en el aprendizaje de las matemáticas y la práctica del CM ha recibido últimamente un

nuevo sustento experimental por parte de la neurociencia cognitiva, en relación con la metáfora de la recta numérica ("los números son ubicaciones en una recta"), como proponen los trabajos de Dehaene y sus colaboradores. En efecto, Knops, Thirion, Hubbard, Michel y Dehaene (2009) muestran que los circuitos corticales para la atención espacial contribuyen a la aritmética mental en los seres humanos, en el caso específico de los movimientos oculares hacia la derecha o la izquierda cuando se da la suma o la resta de un número positivo. Así, al calcular 18+5 (respectivamente 18–5) se detecta, con ayuda de la Imaginería por Resonancia Magnética (IRM) de alta resolución, una variación de la actividad cerebral evocada, que es análoga a la generada por un movimiento ocular correspondiente a un desplazamiento en cinco unidades hacia la derecha (respectivamente, hacia la izquierda) en una recta virtual.

Se destaca los trabajos de Siegler y sus colaboradores (Siegler Shrager, 1984; Siegler, 1989; Siegler & Shipley, 1995; Shrager & Siegler, 1998), quienes critican la visión piagetiana que afirma que para cada estadio del desarrollo cognitivo del niño hay una estrategia claramente dominante. Ellos invocan una evidencia experimental de que, desde pequeños, los niños ocupan una variedad de estrategias para realizar cálculos numéricos, en particular los mentales. Siegler (1989) advierte que el análisis cronométrico de los tiempos de respuesta no permite detectar en forma certera el uso de distintas estrategias, aunque la no normalidad de la distribución de tiempos de respuesta puede sugerirlo. Por ello, recomienda que se aborde su estudio combinando la cronometría con entrevistas y observaciones de los alumnos.

Los países que tienen mejores resultados en las pruebas comparativas internacionales de matemáticas, como Corea, China, Japón, Singapur o Australia, han considerado al CM en sus estándares. Este puede ser un factor relevante, aunque también incide el hecho de que, en los países del extremo oriente, el formato lingüístico de los números facilita el CM, a diferencia de lo

que sucede en Francia o en países de habla hispana (Miura, 2001). Otro factor importante es sin duda el uso intensivo del ábaco en el primer ciclo básico en dichos países, lo cual genera una componente importante del CM automatizado, por ejemplo, el de los complementos a 10. Cabe señalar que en Japón se promueve el CM desde temprana edad. El objetivo es evitar que el cálculo se convierta en una simple rutina y lograr que el alumno se mantenga explorando individual y colectivamente otras facetas de la materia en estudio. El diseño de estrategias de cálculo es una de ellas, mientras que explicar los cálculos mentales es una forma de aprendizaje y comunicación (Isoda, Arcavi & Mena, 2008).

A comienzos de los años noventa, llegaron a Chile varias misiones de la Cooperación Francesa con el fin de apoyar al MINEDUC en el desarrollo de estrategias para mejorar el aprendizaje de las matemáticas en la escolaridad básica. Una recomendación clave fue promover el CM, definido como “cálculo pensado” (Butlen & Pezard, 1992; Pochon, 1997; Brissiaud, 2007; Butlen, 2007) y asociado a los contenidos que estipulaban los programas. Otra acción importante para fomentar el CM se dio en el marco de la campaña “Numeracy”, impulsada en Inglaterra a comienzos del 2000 (Brown, Millett, Bibby & Johnson, 2000; Brown, Askew, Baker, Denvir, & Millett, 2002; Brown, Askew, Millett & Rhodes, 2003), con la visita a Chile de Michael Askew, importante promotor del CM (Askew, 1999, 2004; Askew, Denvir, Rhodes & Brown, 2000). Según Askew, uno de los grandes cambios fue la mayor confianza que manifestaron los niños para operar mentalmente con los primeros cien números, en lugar de limitarse al uso de lápiz y papel.

Actualmente, para fomentar esa confianza los cálculos algoritmizados sólo son enseñados a partir del quinto grado en el Reino Unido (Askew, 2004). Las orientaciones francesas e inglesas fueron acogidas por el equipo de matemáticas del Programa de las 900 Escuelas, auspiciado por el MINEDUC, e

incluidas en la capacitación de los profesores del primer ciclo básico (primero a cuarto año). Se publicó material escrito con las propuestas de actividades para las clases de matemáticas (Riveros, Gálvez, Navarro & Zanocco, 1996), así como traducciones de textos de apoyo para la enseñanza de estrategias del CM (Ebbutt, Mosley & Skinner, 2005; Askew, Ebbutt & Mosley, 2006); además, se organizó concursos de CM para alumnos de tercero y cuarto años a lo largo de todo país. Posteriormente, se incluyó el CM como un área de interés destacado, en los programas oficiales de estudio de primer ciclo, reformulados en 2002 y que aún siguen vigentes.

Sin embargo, la evidencia de aula indica que, a pesar de estas acciones, el CM no es una práctica generalizada en las escuelas de Chile. La enseñanza habitual de hecho no sólo no lo fomenta, sino que tiende a desincentivar en los niños la búsqueda de estrategias alternativas para abordar problemas, incluyendo los más elementales, y privilegia la reproducción memorística de procedimientos estandarizados para calcular, que ellos manejan en forma precaria, de ahí que tengan gran riesgo de cometer errores o de olvidar pasos de la secuencia prescrita.

COMPORTAMIENTO COGNITIVO CONDUCTUAL

Procesamiento de la Información

Procede como una explicación psicológica del aprendizaje. Es de corte científico-cognitiva, y tiene influencia de la informática y las teorías de la comunicación. No es una sola teoría, es una síntesis que asume este nombre genérico: procesamiento de la información. Es importante afirmar, como concepto antropológico que “el hombre es un procesador de información, cuya actividad fundamental es recibir información, elaborarla y actuar de acuerdo a ella.

Todo ser humano es activo procesador de la experiencia mediante el complejo sistema en el que la información es recibida, transformada, acumulada, recuperada y utilizada". Frente a esto se puede inferir que el sujeto no necesariamente interactúa con el medio real, sino que su interacción es con la representación subjetiva hecha de él, por tanto se asegura el aprendizaje por procesos internos (cognitivos). Es decir, como los asuma y los procese. De aquí, que el énfasis se dé en las instancias internas, sin olvidar la mediación con lo externo en un modelo conductista. Las instancias internas, son estructurales porque se refieren al proceso de incorporación de la información desde las condiciones ambientales.

Se tiene que los elementos estructurales son tres: *Registro sensitivo*: que recibe información interna y externa, *Memoria a corto plazo*: breves almacenamientos de la información seleccionada; y *Memoria a largo plazo*: organiza y mantiene disponible la información por más tiempo.

Las categorías del procesamiento son cuatro: Atención: recibe, selecciona y asimila los estímulos. Codificación: Simboliza los estímulos según estructuras mentales propias (físicas, semánticas, culturales). Almacenamiento: retiene de forma organizada los símbolos codificados. Recuperación: uso posterior de la información organizada y codificada. De todos los elementos conviene señalar que los procesos más complejos son los de organización y significatividad, pues sólo estos factores verificarán el uso de la memoria a largo plazo, en el entendido que se han procesado y unido a los conocimientos previos los conocimiento nuevos, y se ha creado una nueva codificación, que agrupa lo anterior con lo nuevo, y lo almacena como información, más completa y con procesos internos más desarrollados. Algunas ventajas de la teoría:

1. Recupera la noción de mente
2. Reintegra la información subjetiva como un dato útil a la investigación

3. Da un lugar preferencial al estudio de la memoria activa como explicación básica de la elaboración de la información, y de la actividad humana.

ESTIMULACIÓN DEL CEREBRO

La información que tenemos sobre el cerebro humano, órgano responsable del aprendizaje, se ha visto claramente incrementada debido al desarrollo de las nuevas técnicas de visualización cerebral. Como consecuencia de estas investigaciones recientes, aparece una nueva disciplina en la que confluyen los conocimientos generados por la neurociencia, la educación y la psicología que nos pueden aportar información significativa sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje. La *neuroeducación* consiste en aprovechar los conocimientos sobre el funcionamiento cerebral para enseñar y aprender mejor.

En el presente tema de Tesis: *"Estrategias en cálculo mental para mejorar el rendimiento aritmético en la multiplicación, mediante el método coto"* - caso estudiantes de primer semestre de la carrera de Ingeniería Comercial de la UTB, mostramos ocho (8) estrategias fundamentales basadas en el funcionamiento del cerebro que tienen un soporte experimental definido y que resultan imprescindibles en la práctica educativa. Cada una de ellas constituye una evidencia empírica sólida de estimulación del cerebro para un mejor aprendizaje de la o del estudiante, sujeto principal del presente tema de Tesis.

1. Nuestro Cerebro Cambia y es Único

El cerebro humano es extraordinariamente plástico, pudiéndose adaptar su actividad y cambiar su estructura de forma significativa a lo largo de la vida, aunque es más eficiente en los primeros años de desarrollo (periodos sensibles para el aprendizaje). La experiencia modifica nuestro cerebro continuamente fortaleciendo o debilitando las sinapsis que conectan las neuronas, generando así el aprendizaje que es favorecido por el proceso de regeneración neuronal

llamado neurogénesis. Desde la perspectiva educativa, esta plasticidad cerebral resulta trascendental porque posibilita la mejora de cualquier alumno y, en concreto, puede actuar como mecanismo compensatorio en trastornos del aprendizaje como la dislexia y el TDAH.

La Prueba

- *Maguire, E. A. et al. (2000): "Navigation related structural change in the hippocampi of taxi drivers", PNAS 97.*

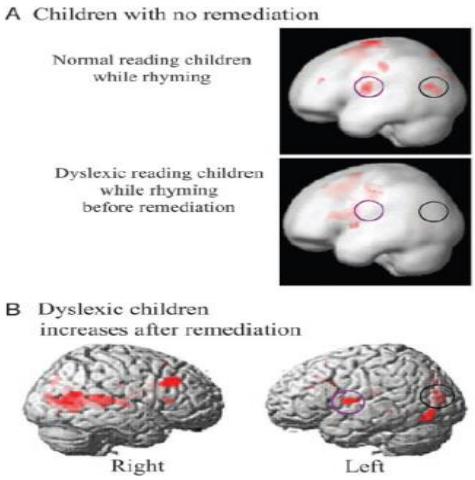
De acuerdo a este estudio, se analizó el hipocampo de los taxistas de Londres, ciudad caracterizada por su amplio callejero. Se comprobó que el tamaño de esta región cerebral, implicada en el aprendizaje y la memoria espacial, era mayor en los taxistas que en el resto de conductores. Además, el tamaño del hipocampo de los taxistas más expertos era mayor que el de los menos expertos.

Implicaciones Educativas

El hecho de que cada cerebro sea único y particular (aunque la anatomía cerebral sea similar en todos los casos) sugiere la necesidad de tener en cuenta la diversidad del alumnado y ser flexible en los procesos de evaluación. Asumiendo que todos los alumnos pueden mejorar, las expectativas del profesor hacia ellos han de ser siempre positivas y no le han de condicionar actitudes o comportamientos pasados negativos.

En cuanto al tratamiento de los trastornos del aprendizaje, hay diferentes programas informáticos que han demostrado su utilidad en la mejora de determinadas capacidades cognitivas como la memoria o la atención. En concreto, Fast ForWord de Scientific Learning Corporation (avalado por Michael Merzenich) es un programa para estudiantes disléxicos que ha ayudado a compensar las dificultades que tienen con el procesamiento fonológico (ver

figura). Este tipo de entrenamiento continuo mejora la comprensión del lenguaje, la memoria y la lectura.

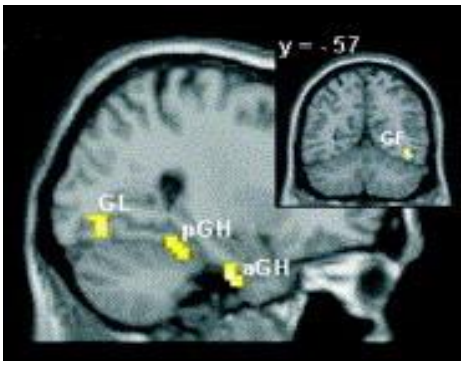


En las imágenes superiores (A) se compara la activación de regiones que intervienen en el procesamiento fonológico en niños normales y en niños disléxicos. En las inferiores (B) se muestra la mayor activación de estas regiones en los niños disléxicos después del período de entrenamiento. (Temple, 2003).

2. Las Emociones sí Importan

Las emociones son reacciones inconscientes que la naturaleza ha ideado para garantizar la supervivencia y que, por nuestro propio beneficio, hemos de aprender a gestionar (no erradicar). La neurociencia ha demostrado que las emociones mantienen la curiosidad, nos sirven para comunicarnos y son imprescindibles en los procesos de razonamiento y toma de decisiones, es decir, los procesos emocionales y los cognitivos son inseparables (Damasio, 1994). Además, las emociones positivas facilitan la memoria y el aprendizaje mientras que en el estrés crónico la amígdala (una de las regiones cerebrales clave del sistema límbico o “cerebro emocional”) dificulta el paso de información del hipocampo a la corteza prefrontal, sede de las funciones ejecutivas.

Si entendemos la educación como un proceso de aprendizaje para la vida, la educación emocional resulta imprescindible porque contribuye al bienestar personal y social.



Activación de distintas regiones cerebrales, en un contexto emocional positivo, que facilitan la memoria. Son los giros derechos: lingual (GL), hipocampal posterior (pGH), hipocampal anterior (aGH) y fusiforme (GF).

La Prueba

- *Fundación Botín (2008): Educación emocional y social. Análisis internacional. Santander, Fundación Marcelino Botín.*

En este estudio internacional basado en cientos de investigaciones en las que han participado más de 500.000 estudiantes de educación infantil, primaria y secundaria se ha demostrado que los programas de educación emocional sistemáticos afectan al desarrollo integral de los alumnos: disminuyen los problemas de disciplina, están más motivados para el estudio, obtienen mejores resultados académicos, muestran actitudes más positivas y mejoran sus relaciones.

Implicaciones Educativas

Los docentes hemos de generar climas emocionales positivos que faciliten el aprendizaje y la seguridad de los alumnos. Para ello hemos de mostrarles

respeto, escucharles e interesarnos (no sólo por las cuestiones académicas). La empatía es fundamental para educar desde la comprensión.

Aunque hay muchas actividades en las que se pueden fomentar las competencias emocionales a través de un proceso continuo (se pueden utilizar diferentes recursos didácticos para suscitar la conciencia emocional como videos, fotografías, noticias, canciones, etc.), proponemos una relacionada con la lectura (Filella, 2010): se dedica un tiempo semanal en el aula a la lectura individual de textos que el alumno ha elegido según su propio interés (con el paso del tiempo se puede orientar hacia textos específicos). La lectura ha de ser en silencio y, posteriormente, se han de proponer actividades como resúmenes, dibujos, esquemas,… relacionados con la misma. Una forma sencilla de mejorar la atención, la comprensión, el aprendizaje y de fomentar emociones positivas en el alumnado.

3. La Novedad Alimenta la Atención

La neurociencia ha demostrado la importancia de hacer del aprendizaje una experiencia positiva y agradable. Sabemos que estados emocionales negativos como el miedo o la ansiedad dificultan el proceso de aprendizaje de nuestros alumnos. Pero, en la práctica cotidiana, han predominado los contenidos académicos abstractos, descontextualizados e irrelevantes que dificultan la atención sostenida, que ya de por sí es difícil de mantener durante más de quince minutos (Jensen, 2004). A los seres humanos nos cuesta reflexionar, pero somos curiosos por naturaleza y es esta curiosidad la que activa las emociones que alimentan la atención y facilitan el aprendizaje.

La Prueba

- *Waelti, P.; Dickinson, A.; Schultz, W. (2001): "Dopamine responses comply with basic assumptions of formal learning theory", Nature 412.*

Este estudio demuestra que para optimizar el aprendizaje no es importante la recompensa sino lo inesperado de la misma. Analizando la respuesta de neuronas dopaminérgicas se comprobó que se activaban cuando el organismo tenía una determinada expectativa y la respuesta conductual era mejor de lo que se esperaba. De lo anterior se concluye que, tanto en el nivel neuronal como en el conductual, lo importante para el aprendizaje es la anticipación de la recompensa y no el simple premio.

Implicaciones Educativas

No es suficiente que pidamos a los alumnos que presten atención ("Mamá, no es que tenga déficit de atención, es que no me interesa" se leía en la camiseta de un reconocido investigador) sino que hemos de utilizar estrategias prácticas que fomenten la creatividad y que permitan a los alumnos participar en el proceso de aprendizaje sin ser meros elementos pasivos del mismo.

Para ello, es útil aprovechar los primeros minutos de la clase para enseñar los contenidos más importantes para luego seguir con bloques que no superen los diez o quince minutos y así poder optimizar la atención. Al final de cada bloque se puede dedicar un tiempo para reflexionar sobre lo analizado o, simplemente, hacer un pequeño parón para afrontar el siguiente. Todo ello debería ser complementado por un profesor activo que se mueve por el aula y cambia el tono de voz porque los contrastes sensoriales atraen la atención del alumno.

4. El Ejercicio Físico Mejora el Aprendizaje

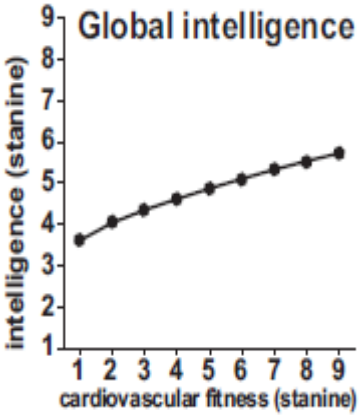
La práctica regular de la actividad física (principalmente el ejercicio aeróbico) promueve la neuroplasticidad y la neurogénesis en el hipocampo, facilitando la memoria de largo plazo y un aprendizaje más eficiente. Además, no sólo aporta oxígeno al cerebro optimizando su funcionamiento, sino que genera una respuesta de los neurotransmisores noradrenalina y dopamina que intervienen

en los procesos atencionales. El ejercicio físico mejora el estado de ánimo (la dopamina interviene en los procesos de gratificación) y reduce el temido estrés crónico que repercute tan negativamente en el proceso de aprendizaje.

La Prueba

- *Aberg M. et al. (2009), "Cardiovascular fitness is associated with cognition in young adulthood", PNAS.*

Se realizó un estudio longitudinal en el que participaron más de un millón de suecos. Se demostró que las aptitudes físicas entre los 15 y los 18 años predecían la capacidad intelectual a los 18 años de edad, medida con una serie de pruebas de lógica, verbales y visuoespaciales (ver figura). Además, se comprobó que la resistencia aeróbica durante la adolescencia guarda una relación directa con el nivel socioeconómico y los logros académicos en la edad adulta.



Crecimiento de la inteligencia global (eje vertical) en relación al aumento de la resistencia aeróbica (eje horizontal)

Implicaciones Educativas

Los estudios demuestran que se han de potenciar las clases de educación física, dedicarles el tiempo suficiente y no colocarlas al final de la jornada académica como se hace normalmente.

Se deberían fomentar las zonas de recreo al aire libre que permitan la actividad física voluntaria y aprovechar los descansos regulares para que los alumnos puedan moverse. Un simple ejercicio antes del comienzo de la clase mejora en los niños su predisposición física y psicológica hacia el aprendizaje, con mayor motivación y atención (Blakemore, 2011).

Junto a la actividad física, son muy importantes también la adecuada hidratación (se ha de permitir a los niños beber agua en clase), hábitos nutricionales apropiados y dormir las horas necesarias (se sabe que los adolescentes necesitan dormir más). Por ello resulta conveniente la enseñanza de estos hábitos no sólo a los alumnos sino también a los padres.

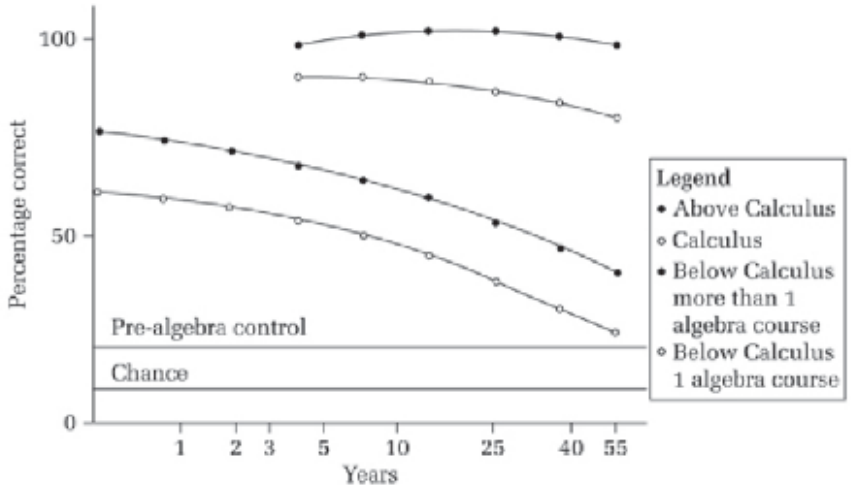
5. La Práctica Continua Permite Progresar

El cerebro conecta la nueva información con la ya conocida, por lo que aprendemos mejor y más rápidamente cuando relacionamos la información novedosa con los conocimientos ya adquiridos. Para optimizar el aprendizaje, el cerebro necesita la repetición de todo aquello que tiene que asimilar. Es mediante la adquisición de toda una serie de automatismos como memorizamos, pero ello requiere tiempo. La automatización de los procesos mentales hace que se consuma poco espacio de la memoria de trabajo (asociada a la corteza prefrontal, sede de las funciones ejecutivas) y sabemos que los alumnos que tienen más espacio en la memoria de trabajo están más dotados para reflexionar (Willingham, 2011).

La Prueba

- *Bahrick, H.P.; Hall, L.K. (1991): "Lifetime maintenance of high school mathematics content". Journal of Experimental Psychology: General, 120.*

En este estudio en el que participaron más de mil personas se realizó una prueba de álgebra a personas de distintas edades que habían hecho un curso entre un mes y cincuenta y cinco años antes (eje horizontal en figura 4). Como se observa en el gráfico inferior, las calificaciones se dividieron en cuatro grupos, atendiendo al nivel de matemáticas mostrado (la línea inferior corresponde a personas con nivel más básico mientras que la superior corresponde a las personas con nivel más avanzado). Los principiantes obtuvieron porcentajes de respuestas correctas (eje vertical) más bajos y conforme pasó más tiempo entre la prueba y el último curso de álgebra realizado (entre menos de un año y 55 años) los resultados fueron peores. Sin embargo, los participantes con nivel más avanzado recordaban el álgebra de la misma forma con el paso de los años (curva prácticamente horizontal), lo que indicaba que el tiempo que se pasaba estudiando la materia era el que determinaba lo que se iba a recordar de la misma.



Implicaciones Educativas

Los docentes deben ayudar a adquirir y mejorar las competencias necesarias según la práctica. Por ejemplo, la práctica continúa de cálculos aritméticos y la memorización de la tabla de multiplicar es imprescindible en la resolución de muchos problemas matemáticos o el conocer de memoria las reglas ortográficas es imprescindible para escribir con corrección. El problema reside en que muchas veces la práctica intensiva puede resultar aburrida por lo que sería aconsejable espaciar la práctica en el tiempo (para ello es imprescindible el currículo espiral) y variarla con otras actividades.

6. El Juego nos Abre las Puertas del Mundo

El juego constituye un mecanismo natural arraigado genéticamente que despierta la curiosidad, es placentero y permite descubrir destrezas útiles para desenvolvernos en el mundo. Los mecanismos cerebrales innatos del niño le permiten, a los pocos meses de edad, aprender jugando. Se libera dopamina que hace que la incertidumbre del juego constituya una auténtica recompensa cerebral y que facilita la transmisión de información entre el hipocampo y la corteza prefrontal, promoviendo la memoria de trabajo. El juego constituye una necesidad para el aprendizaje que no está restringida a ninguna edad, mejora la autoestima, desarrolla la creatividad, aporta bienestar y facilita la socialización. La integración del componente lúdico en la escuela resulta imprescindible porque estimula la curiosidad y esa motivación facilita el aprendizaje.

La Prueba

- *Llevada a cabo por Roberto Colom y María Ángeles Quiroga*

Se demuestra una correlación alta entre el rendimiento mostrado jugando a un videojuego conocido y el rendimiento en unos test de aptitudes. Jugando durante 16 horas durante un mes aumenta la cantidad de materia gris de las

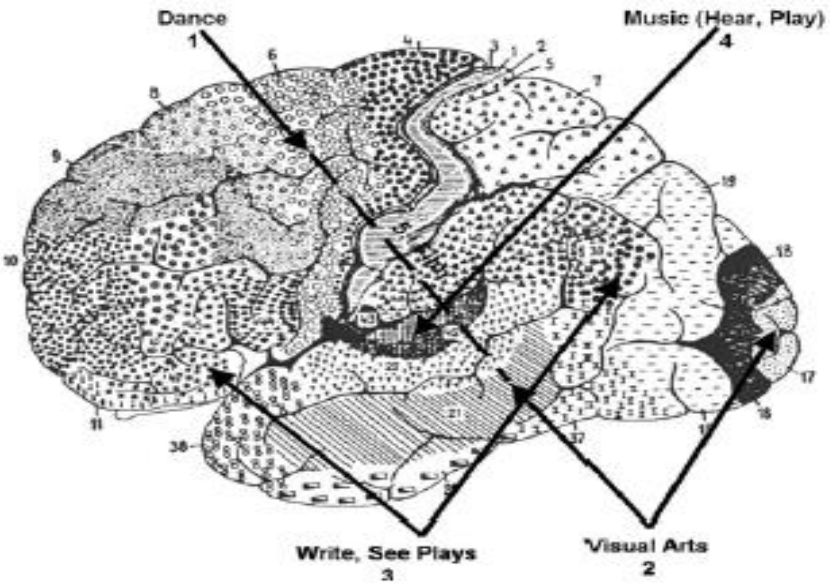
voluntarias, que es un indicador del aumento en la capacidad cerebral, se mejora la coordinación entre regiones cerebrales, la comprensión verbal, el razonamiento o la percepción visual.

Implicaciones Educativas

El juego motiva, ayuda a los alumnos a desarrollar su imaginación y a tomar mejores decisiones. Además, existe una gran variedad de juegos que mejoran la atención, uno de los factores críticos en el proceso de aprendizaje: ajedrez, rompecabezas, juegos compartidos, programas de ordenador,…Es cuestión de integrar adecuadamente el componente lúdico en la actividad diaria.

7. El Arte Mejora el Cerebro

La neurociencia está demostrando que las actividades artísticas (involucran a diferentes regiones cerebrales, (ver figura), en particular la musical, promueven el desarrollo de procesos cognitivos.



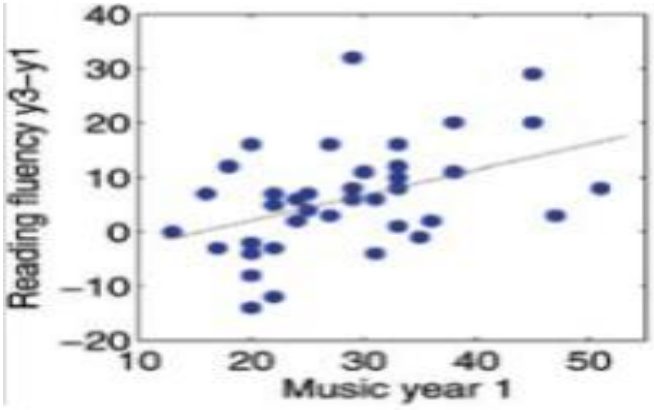
La instrucción musical en jóvenes mejora la capacidad intelectual como consecuencia de la plasticidad cerebral, sobre todo en aquellos con mayor

interés y motivación hacia las actividades artísticas (Posner, 2008). Además, en algunos niños, aparecen correlaciones entre la práctica musical y la mejora en geometría o las capacidades espaciales cuando el entrenamiento es intenso. El teatro o el baile desarrollan habilidades socioemocionales como la empatía y son beneficiosos para la memoria semántica. Por ejemplo, al hablar en público se genera noradrenalina, una sustancia que se sabe que interviene en los procesos relacionados con la atención, la memoria de trabajo o el autocontrol.

La Prueba

- *Wandell, B. et al. (2008): "Training in the arts, reading and brain imaging" en "Learning, arts and the brain: the Dana Consortium Report on Arts and Cognition", Dana Press.*

En un estudio con 49 niños de edades comprendidas entre 7 y 12 años se midieron los efectos de la educación artística (en concreto artes visuales, música, baile y teatro) en la capacidad y comprensión lectora. Y se comprobó que la mayor correlación se daba para el entrenamiento musical (ver figura).



En el eje horizontal aparecen las horas dedicadas al entrenamiento musical el primer año. En el eje vertical se muestra la mejora en la capacidad lectora entre el primer año y el tercero.

Implicaciones Educativas

La educación artística debe ser obligatoria. La instrucción musical o el teatro que tantas habilidades sociales, emocionales y cognitivas son capaces de desarrollar deberían de formar parte del currículo y no, como ocurre frecuentemente, quedar como actividades marginales.

Como ejemplo clásico de programa enfocado hacia la educación artística y que asume la multiplicidad de la inteligencia está el Arts Propel. Este programa especializado en la música, el arte visual y la escritura creativa potencia la creatividad y su aplicación ha sido muy satisfactoria.

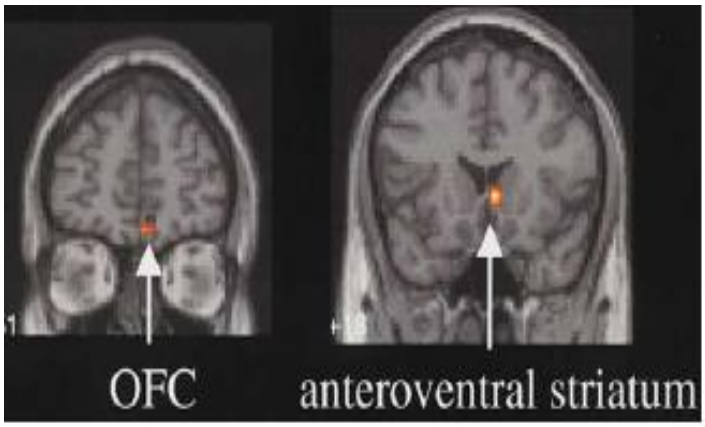
8. Somos Seres Sociales

Los humanos somos seres sociales porque nuestro cerebro se desarrolla en contacto con otros cerebros. El descubrimiento de las neuronas espejo resultó trascendental en este sentido porque estas neuronas motoras permiten explicar cómo se transmitió la cultura a través del aprendizaje por imitación y el desarrollo de la empatía, es decir, qué nos hizo realmente humanos. Se ha demostrado que los bebés con pocos meses de edad ya son capaces de mostrar actitudes altruistas (Warneken, 2007), por lo que hemos de evitar en la educación la propagación de conductas egoístas fruto de la competividad. El aprendizaje del comportamiento cooperativo se da conviviendo en una comunidad en la que impera la comunicación y en la que podemos y debemos actuar. Cuando se colabora se libera más dopamina y ya sabemos que este neurotransmisor facilita la transmisión de información entre el sistema límbico y el lóbulo frontal, favoreciendo la memoria a largo plazo y reduciendo la ansiedad.

La Prueba

- *Rilling et al. (2002): “A neural basis for social cooperation”, Neuron, 35.*

En este estudio se demostró en un grupo de 36 mujeres que cuando cooperaban (modelo del dilema del prisionero) se activaba el sistema de motivación y gratificación de la dopamina, reforzando el comportamiento cooperativo, generándose más altruismo y ayudando a aplazar la recompensa. La implicación de la corteza orbitofrontal en el proceso (ver figura 7) explica por qué a los niños les cuesta demorar la gratificación, dado que el proceso de maduración de esta región cerebral se alarga hasta pasada la adolescencia.



Activación de la corteza orbito frontal (izquierda) y del núcleo accumbens (derecha) durante la cooperación en el caso del dilema del prisionero.

Implicaciones Educativas

La colaboración efectiva en el aula requiere algo más que sentar juntos a unos compañeros de clase. Los alumnos han de adquirir una serie de competencias básicas imprescindibles en la comunicación social como el saber escuchar o respetar la opinión divergente. Además, han de tener claro los beneficios de trabajar en grupo y saber cuáles son sus roles en el mismo.

La escuela ha de fomentar también la colaboración entre alumnos de distintos niveles y la compartición de conocimientos (por ejemplo, mediante presentaciones de trabajos de investigación de los alumnos), sin olvidar la

realización de actividades interdisciplinares. Y no hemos de olvidar que la escuela ha de abrirse a toda la comunidad.

DEDUCCIÓN SOBRE LAS 8 ESTRATEGIAS

Los nuevos tiempos requieren nuevas estrategias y los últimos descubrimientos que nos aporta la neurociencia cognitiva desvelan que la educación actual requiere una profunda reestructuración que no le impida quedarse desfasada ante la reciente avalancha tecnológica. Aunque hemos de asumir que la educación no se restringe al entorno escolar, la escuela y los docentes hemos de preparar a los futuros ciudadanos de un mundo cambiante. Para ello, hemos de erradicar la enseñanza centrada en la transmisión de una serie de conceptos abstractos y descontextualizados que no tienen ninguna aplicación práctica.

Nuestros alumnos han de aprender y la escuela ha de facilitar la adquisición de una serie de habilidades útiles que permitan resolver los problemas que nos plantee la vida cotidiana: un aprendizaje para la vida. Y para ello se requiere inteligencia principalmente socioemocional.

El aprendizaje se optimiza cuando el alumno es un protagonista activo del mismo, es decir, se aprende actuando. Y esto se facilita cuando es una actividad placentera y se da en un clima emocional positivo. Nuestro cerebro nos permite mejorar y aprender a ser creativos y es por todo ello que la neuroeducación resulta imprescindible.

PROCESO ENSEÑANZA APRENDIZAJE VINCULADO AL ASPECTO PSICOLÓGICO - PEA –

Lo que llamamos Proceso de Enseñanza-Aprendizaje (PEA) es un sistema de comunicación intencional que se produce en un marco institucional y en el que se generan estrategias encaminadas a provocar el aprendizaje.

La Enseñanza

Es la transmisión de información mediante la comunicación directa o soportada en medios auxiliares que presentan un mayor o menor grado de complejidad y costo, en donde el resultado es una huella en el individuo, reflejadas en mejores conocimientos, habilidades y capacidades que le permitan enfrentarse a situaciones nuevas con una actitud creadora, adaptativa y de apropiación . Es por tanto, un proceso progresivo, dinámico y transformador.

Todo proceso de enseñanza científica es un motor impulsor del desarrollo que, consecuentemente, y en un mecanismo de retroalimentación positiva, favorecerá su propio progreso en el futuro, en el instante en que las exigencias aparecidas se encuentren en la llamada “zona de desarrollo próximo” del individuo al que se enseña.

El proceso de enseñanza, con todos sus componentes asociados, debe considerarse como un sistema estrechamente vinculado con la actividad práctica del hombre, que en definitiva, condiciona sus posibilidades de conocer, comprender y transformar la realidad que lo circunda. Dicho proceso se perfecciona constantemente como una consecuencia obligada del quehacer cognoscitivo del hombre, con respecto al cual debe organizarse y dirigirse.

La enseñanza tiene un punto de partida y una premisa pedagógica general en sus objetivos. Ellos determinan los contenidos, los métodos y las formas organizativas de su desarrollo, en correspondencia con las transformaciones planificadas que se desean generar en el individuo que recibe la enseñanza. Tales objetivos sirven, además, para orientar el trabajo, tanto de los maestros como de los educandos en el proceso de enseñanza, y constituyen, al mismo tiempo, un indicador de primera clase para evaluar la eficacia de la enseñanza.

El Aprendizaje

El aprendizaje es un proceso de naturaleza extremadamente compleja, cuya esencia es la adquisición de un nuevo conocimiento, habilidad o capacidad. Para que dicho proceso pueda considerarse realmente como aprendizaje, en lugar de una simple huella o retención pasajera, debe poder manifestarse en un tiempo futuro y contribuir, además, a la solución de problemas concretos.

El aprendizaje puede considerarse igualmente como el producto o fruto de una interacción social y, desde este punto de vista, es intrínsecamente un proceso social, tanto por sus contenidos como por las formas en que se genera. Un sujeto aprende de otros y con los otros; en esa interacción desarrolla su inteligencia práctica y reflexiva, construye e interioriza nuevos conocimientos o representaciones mentales a lo largo de toda su vida. De esta forma, los primeros favorecen la adquisición de otros y así sucesivamente.

Procesos Psicológicos

Sin entrar en las diferencias que algunos autores puedan hacer entre “mental” y “psíquico”, un proceso psíquico o mental es algo que hipotéticamente ocurre en nuestra intimidad psíquica y que permitiría explicar nuestras formas de pensar, sentir o actuar. Los procesos psíquicos pueden ser conscientes o inconscientes.

CLASIFICACIÓN DE LOS PROCESOS PSICOLÓGICOS

1. **Procesos cognoscitivos:** Son los procesos psicológicos que permiten conocer la realidad interna o realidad externa del sujeto. Dichos procesos pueden ser las sensaciones, percepción, memoria, pensamiento e imaginación.

2. **Procesos afectivos:** Refleja la relación entre sujeto y entorno social. Lo forman la emoción, el sentimiento, la pasión y los estados de ánimo.

3. **Procesos volitivos – conativos (impulsos):** Refleja la relación, orientación y regulación de la actividad personal. Lo constituyen la motivación, las actitudes y la voluntad.

1. PROCESOS COGNOSCITIVOS

Es la capacidad que permite desarrollar el conocimiento. Es la habilidad para asimilar y procesar datos, valorando y sistematizando la información a la que se accede a partir de la experiencia, la percepción u otras vías, por lo tanto, son los procedimientos que lleva a cabo el ser humano para incorporar conocimientos.

La psicología ha descrito una serie de etapas interdependiente, en la que pueden agruparse para efectos en cuanto a su estudio tanto en los procesos cognitivos básicos o simples, como los superiores o complejos tales como:

a. **Sensación:** Es la captación consciente de las propiedades de los objetos, de las cosas y de los fenómenos.

b. **Atención:** Es la tendencia subjetiva a la concentración de los procesos psicológicos sobre un objeto o fenómeno de la realidad que tiene determinada importancia para la personalidad, ya sea de manera estable o situacional.

c. **Percepción:** Capacidad de análisis, interpretación, decodificación de los estímulos recogidos.

d. **Memoria:** Es un proceso psíquico que le permite al ser humano, almacenar y recuperar información cognitiva, afectiva y motivacional.

e. **Imaginación:** Es el proceso mental que consiste en reproducir mentalmente un acontecimiento, o un objeto que antes se ha percibido; o crear nuevas imágenes y circunstancias.

f. **Pensamiento:** Es un proceso subjetivo que refleja de manera indirecta y generalizada la realidad, está dirigido a la búsqueda y descubrimiento de lo nuevo. Inteligencia: Es la capacidad para resolver situaciones nuevas y problemáticas con la ayuda del pensamiento y la experiencia.

g. **Lenguaje:** El lenguaje es un conjunto de signos o símbolos mediante los cuales se expresan pensamientos, estados afectivos, exigencias, órdenes, deseos, preguntas, y otros.

2. PROCESOS AFECTIVOS

Son los procesos psicológicos que dan colorido y tonalidad a la vida psíquica de los humanos porque expresan las relaciones de las personas con lo que lo rodea y consigo mismo. La afectividad es aquel conjunto del acontecer emocional que ocurre en la mente del hombre y se expresa a través del comportamiento emocional, los sentimientos y las pasiones.

a. **La Emoción:** Es el estado animado, excitado o alterado del organismo que es marcado por muchos cambios fisiológicos.

b. **Los Sentimientos:** Procesos afectivos relativamente estables adquiridos en el proceso de la socialización, experimentados por seres humanos.

c. **Las Pasiones:** Son procesos afectivos muy profundos de gran intensidad y que son capaces de dominar las actividades personales del individuo. Se diferencia de las emociones en que son estados de mayor duración.

3. PROCESOS VOLITIVOS – CONATIVOS

Es una forma especial de actividad voluntaria, la actuación consciente dirigida hacia un fin determinado que se realiza oponiendo, que se realiza oponiéndose a obstáculos o dificultades. Lo constituyen la motivación, las actitudes, aptitudes y la voluntad.

a. **Motivación:** Se define como el impulso para hacer una u otra actividad.

b. **Actitudes:** Es la forma de actuar de una persona, el comportamiento que emplea un individuo para hacer las cosas.

c. **Aptitud:** Es cualquier característica psicológica que permite pronosticar diferencias interindividuales en situaciones futuras de aprendizaje

d. **Voluntad:** Es la capacidad para llevar a cabo acciones contrarias a nuestras tendencias inmediatas en un momento dado.

PROCEDIMIENTOS BÁSICOS PARA EL APRENDIZAJE: ABSTRACCION Y GENERALIZACIÓN

Las dificultades que presentan los estudiantes para aprender tienen mucho que ver con la ejecución de procesos cognitivos tales como la abstracción y la generalización.

Dreyfus (1994) considera la generalización como proceso en que se induce de lo particular, se identifican características comunes y se extienden a un contexto más amplio; y la abstracción como un proceso muy relacionado con el de generalización, ya que de hecho uno de los incentivos principales de la abstracción es la naturaleza general de los resultados que se obtienen.

La Abstracción: Consiste en separar mentalmente una cualidad de otras, considerándola aisladamente.

La Generalización: Es la aplicación de las características abstraídas a nuevos objetos o hechos.

Así por ejemplo la abstracción supone un análisis, una búsqueda de características y cualidades que identifiquen un objeto. La generalización, una síntesis, una búsqueda de los objetos a quienes se puede aplicar esas característica. La elaboración de una idea supone que primero se ha realizado un análisis y posteriormente una síntesis generalizadora.

La exactitud de una idea depende de este doble proceso; porque si el análisis es simple, la generalización será excesivamente grande y comprenderá muchos objetos distintos, como en el ejemplo citado en el que las cualidades de un objeto pueden aplicarse a otro objeto. Mientras que si señalamos mayor número de características, si hacemos un análisis mayor, la generalización sólo podrá hacerse a un objeto más concreto y la idea será más precisa.

En el proceso de formación de las ideas se cumple una misión importante la simbolización, ya que las ideas no son la realidad, sino que corresponden a las huellas que dejan las palabras en la mente. Las palabras son símbolos de la realidad, y se vinculan con el pensar. El pensar en sí no se elabora con las palabras, sino con las cualidades de la realidad; pero su expresión es a través del símbolo de las palabras.

ESTRATEGIAS PREINSTRUCCIONALES

Las estrategias preinstruccionales por lo general preparan y alertan al estudiante en relación a qué y cómo va a aprender (activación de conocimientos y experiencias previas pertinentes) y le permiten ubicarse en el contexto del aprendizaje pertinente. Algunas de las estrategias preinstruccionales típicas son: los objetivos y el organizador previo.

Estrategias Coinstruccionales

Las estrategias coinstruccionales apoyan los contenidos curriculares durante el proceso mismo de enseñanza o de la lectura del texto de enseñanza. Cubren funciones como las siguientes: detección de la información principal; conceptualización de contenidos; delimitación de la organización, estructura e interrelaciones entre dichos contenidos y mantenimiento de la atención y motivación. Aquí pueden incluirse estrategias como: ilustraciones, redes semánticas, mapas conceptuales y analogías, entre otras.

Estrategias Posinstruccionales

A su vez, las estrategias posinstruccionales se presentan después del contenido que se ha de aprender y permiten al alumno formar una visión sintética, integradora e incluso crítica del material. En otros casos le permiten valorar su propio aprendizaje. Algunas de las estrategias posinstruccionales más reconocidas son: pos preguntas intercaladas, resúmenes finales, redes semánticas y mapas conceptuales.

Estrategias para activar (o generar) conocimientos previos y para establecer expectativas adecuadas en los alumnos.

Son aquellas estrategias dirigidas a activar los conocimientos previos de los alumnos o incluso a generarlos cuando no existan.

En este grupo podemos incluir también a aquellas otras que se concentran en el esclarecimiento de las intenciones educativas que el profesor pretende lograr al término del ciclo o situación educativa. El esclarecer a los alumnos las intenciones educativas u objetivos, les ayuda a desarrollar expectativas adecuadas sobre el curso y a encontrar sentido y/o valor funcional a los aprendizajes involucrados en el curso. Por ende, podríamos decir que tales

estrategias son principalmente de tipo preinstruccionales y se recomienda usarlas sobre todo al inicio de la clase.

Ejemplos de ellas son: las preinterrogantes, la actividad generadora de información previa (por ejemplo, lluvia de ideas; véase Cooper, 1990), la enunciación de objetivos, etcétera.

ESTRATEGIAS PARA *ORIENTAR LA ATENCIÓN* DE LOS ALUMNOS

Compren aquellos recursos que el profesor o el diseñador utiliza para focalizar y mantener la atención de los aprendices durante una sesión, discurso o texto.

Los procesos de atención selectiva son actividades fundamentales para el desarrollo de cualquier acto de aprendizaje.

En este sentido, deben proponerse preferentemente como estrategias de tipo coinstruccional, dado que pueden aplicarse de manera continua para indicar a los alumnos sobre qué puntos, conceptos o ideas deben centrar sus procesos de atención, codificación y aprendizaje.

Algunas estrategias que pueden incluirse en este rubro son las siguientes: las preguntas insertadas, el uso de pistas o claves para explotar distintos índices estructurales del discurso ya sea oral o escrito y el uso de ilustraciones.

ESTRATEGIAS PARA *ORGANIZAR LA INFORMACIÓN* QUE *SE HA DE APRENDER*

Estas estrategias permiten dar mayor contexto organizativo a la información nueva que se aprenderá al representarla en forma gráfica o escrita.

Proporcionar una adecuada organización a la información que se ha de aprender, mejora su significatividad lógica y en consecuencia, hace más probable el aprendizaje significativo en los alumnos.

Mayer (1984) se ha referido a este asunto de la organización entre las partes constitutivas del material que se ha de aprender denominándolo: construcción de “conexiones internas”. Estas estrategias pueden emplearse en los distintos momentos de la enseñanza.

Podemos incluir en ellas a las de representación viso - espacial, como mapas o redes semánticas y a las de representación lingüística, como resúmenes o cuadros sinópticos.

Estrategias pare promover el enlace entre los conocimientos previos y la nueva información que se ha de aprender.

Son aquellas estrategias destinadas a crear o potenciar enlaces adecuados entre los conocimientos previos y la información nueva que ha de aprenderse, asegurando con ello una mayor significatividad de los aprendizajes logrados. A este proceso de integración entre lo “previo” y lo “nuevo” se le denomina: construcción de “conexiones externas”.

¿COMO SE VINCULA EL PEA CON LO PSICOLÓGICO?

Una reflexión sobre las relaciones entre los procesos de enseñanza-aprendizaje y el desarrollo psicológico, debe iniciarse con la comprensión que el ser humano primeramente es un ser bilógico, y además que este proceso incide directamente en el aprendizaje desde la formación de cada uno de los sistemas anatómicos y fisiológicos.

En el Proceso de Enseñanza – Aprendizaje (PEA), el Método **“COTO”** describe con claridad las actividades de aprendizaje a propósito de su contenido de aplicabilidad, así como los efectos esperados que se pretenden conseguir en el aprendizaje de los alumnos al finalizar una experiencia.

LA PSICOLOGÍA COGNITIVA Y SUS APORTES AL PROCESO DE APRENDIZAJE

Las dificultades por las que transitan los alumnos en los diferentes niveles del sistema educativo nos hace reflexionar sobre la importancia del proceso de aprendizaje.

Este trabajo surge como una preocupación por buscar propuestas teóricas que permitan encontrar alternativas a la problemática del aprendizaje.

La Psicología Cognitiva constituye el marco teórico que permite analizar cómo aprende un alumno. Los aportes de la Psicología Cognitiva también se relacionan con la enseñanza, se considera que el aprendizaje será más eficaz si el maestro gradúa o distribuye mejor la nueva información. Favoreciendo la construcción de estrategias que apunten a un aprendizaje comprensivo y profundo.

El surgimiento de otras disciplinas como las tecnologías cibernéticas, junto con la teoría de la comunicación, y la lingüística, son algunas de las causas de la crisis del programa de investigación conductista. (de Vega, 1986 Pozo, 1989) En este contexto de profundos cambios surge el programa de investigación cognitivista con el enfoque del procesamiento de información. Este enfoque, se apoya fundamentalmente en la metáfora de la computadora. Esto constituyen un heurístico, un instrumento confiable que le permitirá a partir de establecer similitudes estudiar los procesos mentales que el conductismo marginaba.

El conductismo, sostenía entre sus postulados que los procesos cognitivos consistían en una caja negra donde lo observable eran las conductas que se realizan a posteriori de esos procesos. El sujeto es considerado una tabula rasa y todo lo adquirimos por medio de mecanismos asociativos, por lo que el área fundamental de estudio es el aprendizaje: la estructura de la conducta, sería una copia isomórfica de las variaciones

ambientales. Para estudiar cómo se establecen esas asociaciones es preciso remitirnos a situaciones de laboratorio, la descontextualización y simplificación de las tareas son características de todo enfoque asociacionista, por ejemplo las ratas se enfrentaban a tareas sin sentido. Niega el valor funcional del organismo como especie, o como individuo en el proceso de aprendizaje, por lo tanto es lícito afirmar que el conductismo carece de sujeto, o en último caso sería una réplica de la estructura de la realidad de acuerdo con el principio de correspondencia. Es núcleo central de esta teoría lo constituye la relación entre el estímulo- respuesta.

El cognitivismo pretende echar luz en esa caja negra y su objeto de estudio será esencialmente los procesos que allí se desarrollan.

La Psicología Cognitiva se desprende del conjunto de disciplinas que conforman las Ciencias Cognitivas. Utiliza la analogía mente-ordenador que se constituye como metáfora explicativa del funcionamiento de la mente. Supone considéra la mente como un sistema de procesamiento de la información que, como el ordenador codifica, retiene, y opera con símbolos y representaciones. La concepción del ser humano, como procesador de información se basa en esta analogía, y se adoptan programas de computador como metáfora del funcionamiento cognitivo humano.

La explicación de la similitud entre la máquina y la mente se basa en que todos los ordenadores tienen un hardware (que es el soporte físico, que incluye los componentes físicos de la máquina, por ejemplo los circuitos impresos etc.) y un software (el soporte lógico, que abarca los aspectos funcionales del sistema, tales como el lenguaje de programación, etc.) A la psicología cognitiva le interesa solo el aspecto funcional. En el hardware o el aspecto material, las diferencias son considerables, ya que las neuronas son las unidades básicas del sistema nervioso, se trata de organismos vivos a diferencia del microchips.

De Vega, (1989) señala que la metáfora del ordenador puede ser utilizada de dos maneras: una versión fuerte, los desarrollos que se apoyan en esta analogía y constituyen los programas de Inteligencia Artificial en la Ciencia Cognitiva. Se muestran interesados en una teoría unificada de todos los sistemas de procesamiento y se despreocupan de las particularidades de la mente como sistema. (Por ejemplo los programas de la NASA) En tanto, que la versión débil, es la que da lugar a los desarrollos de la psicología cognitiva y se apoya en ella a los fines instrumentales. El objetivo de la investigación será develar las peculiaridades del sistema de procesamiento que es la mente humana.

Lo que interesa, es que esta analogía es útil para el planteamiento de equivalencias funcionales precisas entre el funcionamiento cognitivo humano y las formas de procesamiento de las computadoras. (Carretero, 1997; Pozo, 1998)

Se define a la Psicología Cognitiva como:

> […] el análisis científico de los procesos mentales y estructurales de memoria humana con el fin de comprender la conducta humana. (Mayer, Richard 1985: 17).

La Psicología Cognitiva explica la conducta de acuerdo a entidades mentales, que se comprende como estados, disposiciones o formas de organización interna de la información.

Acorde a este modelo de la mente como un sistema de procesamiento de información va a discriminar en ella:

ESTRUCTURAS:

Componentes estáticos del sistema. Son entidades funcionales y no físicas que cumplen determinadas operaciones de procesamiento o procesos. Ejemplos memoria a corto plazo, memoria a largo plazo, etc.

PROCESOS:

Corresponden a la actividad del sistema, aspectos dinámicos o procesuales y son descriptos de acuerdo a los términos de la informática: decodificación, almacenamiento, recuperación, activación, etc.

REPRESENTACIONES:

Son las formas en que la información o input, proveniente del ambiente es codificada y registrada en el sistema cognitivo humano.

El enfoque del procesamiento de la información se constituye en la perspectiva central para el análisis de los procesos psicológicos y sus estudios se refieren fundamentalmente a la percepción y a la memoria. Como afirma Pozo (1989:64)

> […] el procesamiento de la información es más restrictivo: propone que las representaciones de las que se ocupa la Psicología Cognitiva están constituidas por algún tipo cómputo.

Del mismo modo Lachman y Butterfield, (1979) consideran que el procesamiento se refiere a las operaciones simbólicas relativamente básicas tales como almacenar, codificar, recuperar, etc., pero en última instancia de lo que se trata es de dar cuenta cómo opera la inteligencia para crear conocimientos con lo que ya tiene y con lo que se incorpora.

El estudio y profundización de cualquier enfoque teórico nos demuestra que sus desarrollos pasaron por diferentes momentos, donde las crisis estuvieron

presentes. La historia de la psicología cognitiva tuvo un cambio profundo y un viraje en sus posiciones primeras. Desde sus inicios, se pueden destacar crisis notables, en los principios fundamentales del procesamiento de información y una búsqueda paralela de nuevos modos de teorizar. Se formulan diferentes críticas marcando las limitaciones a este enfoque (de Vega, 1994, 1996, Pozo Municio, 1989, 1994, 1996).

A principios de la década del 70 se inicia la gran crisis que condujo al abandono de la concepción lineal del procesamiento. El enfoque del procesamiento, no resolvía los problemas planteados por el conductismo. La creencia inspirada directamente en las propiedades físicas del ordenador – de que el sistema cognitivo dispone de una serie de estadios discretos de procesamiento ordenados secuencialmente sirvió de guía a los modelos de atención, memoria, o a los modelos específicos de tarea, pero no servía para explicar la dinámica de estos procesos.

Esta crisis de la concepción lineal sucede a la par de un desprestigio de los modelos de tarea. Estos modelos de tarea eran creados en condiciones simuladas, ficticias de laboratorio y se proponían elaborar un modelo empírico. Dichos modelos, suelen predecir con fidelidad los resultados y producen una impresión confortable de seguridad en el investigador. Lo que no contemplaban eran las variables contextuales. (Newell, 1973)

En un nivel de análisis más abstracto, se aprecia la crisis en los metapostulados fundamentalmente en el metapostulado logicista que explicaba que las estructuras mentales son análogas a las de un sistema normativo, en este caso el ordenador. No se abandona la metáfora, ya que la analogía en el sentido funcional sigue ofreciendo a los psicólogos un vocabulario teórico, una herramienta para la investigación y una metodología para la simulación de modelos y teorías. La computadora es especialmente adecuada para resolver

problemas de soft bien definidos, mientras que las personas son especialmente aptas en el procesamiento de problemas contextuales y relacionales. La computadora no puede dar respuesta a las emociones, sentimientos, razones o motivaciones que pueden surgir en situaciones complejas.

Algunos autores, (de Vega, 1984, Legrenzi, 1986, Pozo, 1989) destacan que esta crisis supone ciertas las dificultades internas de la psicología cognitiva pero no han supuesto un deterioro del programa, únicamente una crisis de crecimiento de la que ha sido reforzada. La concepción lineal del procesamiento ha sido sustituida por concepciones más constructivistas, en la que los niveles interactúan, combinando funcionalmente la información de los datos y del propio sistema. Los planteamientos logicistas tienden a ver al razonamiento humano como un procesamiento guiado por heurísticos y por esquemas de contenido.

Surgen nuevos marcos de interpretación. Por ejemplo desde el marco antropológico surge la nueva concepción de categorías naturales, otros investigadores como Kahneman y Tversky desarrollaron importantes nociones cognitivas relativas a la similitud psicológica, al razonamiento y el viejo concepto de esquema es recuperado por las concepciones constructivistas de la memoria y de la comprensión.

Paralelamente a las modificaciones en los postulados teóricos, los objetivos empíricos y los modos de investigar, también han experimentado cambios profundos. Progresivamente se abandonan los estudios en los laboratorios, y las investigaciones se relacionan con la realidad. De este modo, tanto las estructuras como los procesos son estudiados en contextos ecológicamente relevantes y su estudio se realiza en forma evolutiva y genética. Las técnicas utilizadas son variadas: observación natural, entrevistas, estudio de casos, técnicas psicométricas, experimentos, métodos antropológicos como historias de vida entre otros. En los últimos veinte años, fenómenos como el cambio

conceptual, las estrategias, las ideas, previas, las representaciones son estudiadas dentro de esta perspectiva

Por ejemplo se interesan menos en pruebas extensas de memoria y más cómo se emplea la memoria en el estudio. La comprensión, el razonamiento o la memoria operan con contenidos interpersonales y hacen uso sistemático del contexto social.

EL SUJETO DE LA PSICOLOGÍA COGNITIVA Y EL APRENDIZAJE EN EL ESCENARIO ACTUAL

Este sujeto es diferente a lo que se plantea en otras perspectivas teóricas. Tiene estados centrales en los que es posible describir estructuras y procesos mentales. Se caracteriza por poseer una organización, o arquitectura. Este sujeto es un activo constructor de significados productos de su relación con el mundo, para lo cual utiliza estrategias o procedimientos que van más allá de los mecanismos asociativos y el empleo de ellos supone que se modifica tanto el sujeto como la realidad.

Como ya se dijo en los párrafos anteriores los temas estudiados en un comienzo por la psicología cognitiva fueron la percepción, la memoria, el lenguaje, razonamiento, procesos básicos que fueron más asimilables a la metáfora del ordenador. A partir de la década de los ochenta, este enfoque ha virado sus posturas y enfoca sus investigaciones a los procesos y fenómenos que suceden en el marco de los procesos de enseñanza- aprendizaje.

A los fines de este trabajo, se considerarán –en lo que respecta al concepto de aprendizaje– las actuales investigaciones cognitivas. Los procesos de transformación y organización de la información, que ocurren en el sistema cognitivo y que conducen a un proceso de aprendizaje, donde el alumno puede construir y descubrir el sentido y el significado de la información que entra al

sistema. Estos conceptos se desarrollarán y profundizarán en las páginas siguientes.

En el proceso de aprendizaje, el alumno establece relaciones entre la información nueva y los conocimientos previos; organiza y puede monitorear todo el proceso, ya que puede pensar y reflexionar sobre las etapas utilizando para ello estrategias de aprendizaje.

El aprendizaje, de este modo, es un proceso activo y constructivo: es activo porque el alumno, con la información que recoge del medio, construye una representación interna que se organiza en los esquemas mentales. Esta actividad mental le permite estructurar los conocimientos, utilizando estrategias para lograr que esa información sea adquirida, organizada y almacenada en la memoria.

Por otro lado, es constructivo, ya que los procesos utilizados permiten la construcción de significados a partir de establecer relaciones entre la información almacenada en la memoria y la nueva información. (Pozo, 1998 [1996]; Carretero, 1997) Se destaca la presencia de procesos de alto nivel cognitivo como, por ejemplo, elaborar, relacionar, organizar y almacenar la información en los esquemas de conocimiento.

Desde esta perspectiva teórica se entiende el aprendizaje como un proceso dinámico en el cual el alumno realiza un conjunto de operaciones y procedimientos mentales que le permiten procesar la información que recibe. Cuando se aprende un material, se pone énfasis en la utilización de estrategias: la elaboración, organización, comparación, construcción de conceptos, argumentación, entre otras. En este proceso, el alumno se orienta a la comprensión del conocimiento, y para ello, establece relaciones entre la nueva información y los conocimientos ya almacenados; en consecuencia, hay una reestructuración de los conocimientos que posee el alumno y del material a

aprender. Son estas relaciones, que el alumno construye activamente, las que otorgan significado y sentido a los conocimientos. (Pozo y Monereo, 1999; Estévez, 2002)

Es el alumno quien debe seleccionar la información relevante, comparar las ideas centrales con los conocimientos previos, organizar e integrar estos nuevos conocimientos y también supervisar la comprensión de la información y en caso de que así no suceda, poder revisar y modificar este proceso.

La memoria y los esquemas son las estructuras del sistema cognitivo que permiten explicar el proceso de aprendizaje; en la primera es posible describir sistemas organizados de manera dinámica, que se encuentran interconectados: son el registro sensorial, la memoria a corto plazo y la memoria a largo plazo. (Pozo, 1998)

El concepto de memoria a lo largo de estas décadas ha variado, su función no es la de meramente reproducir el mundo, sino la de reconstruirlo, sobre la base de representaciones internas. Visto desde esta perspectiva, el aprendizaje es el resultado de una construcción y reconstrucción personal. (Carretero, 1997).

Los esquemas son estructuras de conocimiento, cuya función es guardar la información adquirida. Esta información adquiere los formatos de representaciones internas, que se almacenan en la memoria a largo plazo mediante su incorporación y vinculación a un esquema o más; si es preciso, y a efectos del aprendizaje, se construyen nuevos esquemas para organizar la nueva información. La información que permanece en los esquemas, se encuentra interrelacionada y le permite al alumno utilizarla, a partir de la puesta en marcha de diferentes estrategias: selección, almacenamiento, elaboración, organización y recuperación de la información. Los esquemas son fundamentales para la comprensión de hechos y de situaciones; también intervienen en la adquisición de nuevos conocimientos, ayudan a comprender y

a recordar textos, y permiten predecir y clasificar nuevas experiencias; en síntesis, son estructuras que intervienen en la comprensión y el aprendizaje.

La característica de la memoria de trabajo es que posee una cantidad pequeña de elementos. Tal como lo explica Miller (1956) en su trabajo "El mágico número siete", afirma que la capacidad de la memoria a corto plazo era de siete más menos dos elementos. Determinando de este modo una capacidad limitada, pero dependiente del contexto y de la tarea. Otro nota que caracteriza a la memoria a corto plazo o memoria de trabajo es que consiste en un almacén transitorio, de ahí es que sea corto plazo. Se puede mantener la información en nuestro registro unos segundos y si no se la transfiere, se la olvida. Un claro ejemplo de esto, es cuando nos dan un número de teléfono, si no lo anotamos o buscamos el modo de recordarlo, este se olvida. En caso de que sea necesario, que esta información permanezca en nuestra memoria permanente es preciso realizar un conjunto de procesos de adquisición y de codificación, que se activan para incorporar la información de manera organizada y que permanezca allí, para que luego cuando necesitemos esa información poder recuperarla.

Pozo, (134:1998) nos explica esto cuando afirma que:

> La esencia del aprendizaje humano reside ahí: en qué secuencia de operaciones o procesos realiza nuestro sistema cognitivo para incorporar una información que está siendo procesada a nuestro bagaje más o menos permanente de memoria.

De acuerdo, a esta perspectiva el procesamiento de la información que realiza el sujeto es activo y respecto del mismo, Carretero (136:1997) afirma que:

> Se mantiene la existencia de un tratamiento activo de la información. Es decir el input nunca será igual al output. Este es sin duda uno de los

> postulados que ha ido acercando a la Psicología Cognitiva a posiciones constructivistas, en la medida que la información que maneja el sujeto no es copia de la realidad, sino una transformación o construcción de la misma.

Tal como explica Riviêre (1980)

> El aprendizaje no se reduciría a adquirir respuestas sino que implicaría, a su vez, cierto dominio de mecanismos activos de construcción de nociones o proposiciones significativas y la asimilación de estas a los propios esquemas o conocimientos previos. (1980:42)

Entonces, la memoria está estructurada como un sistema interconectado, donde la actividad es lo que permite organizar los conocimientos de manera dinámica. Estos conocimientos se relacionan entre si construyendo una red con significado. El aprendizaje dependerá de la manera en que organizamos el material y las estrategias que utilizamos para recuperarlo. El material recuperado no es el mismo que entró, sino que lo recuperamos reconstruido.

> […]La memoria humana es un sistema constructivo, interactivo, no un museo en el que el conocimiento se almacene. (Pozo, 1998: 96)

De acuerdo a lo expresado anteriormente, este modelo permite describir cómo aprende un alumno, donde los procesos de atención, reconocimiento de patrones y percepción selectiva, tienen la función de pasar y transformar la información desde el registro sensorial a la memoria a corto plazo o memoria de trabajo, de tal modo que allí se cumple el proceso de selección. Luego, en la memoria a corto plazo, la información es codificada en términos conceptuales para asegurar su almacenamiento en la memoria a largo plazo, precisamente en los esquemas de conocimiento. La información almacenada puede volverse nuevamente accesible mediante el proceso de recuperación. Son los procesos

de generalización y transferencia, que permiten la recuperación y la aplicación de lo aprendido en situaciones diferentes en que tuvo lugar el aprendizaje inicial. Los contenidos recuperados son los que dan lugar a la ejecución de tareas, y esto sirve a los fines de comprobar que el aprendizaje tuvo lugar.

En este proceso de aprendizaje, diversas variables entran en juego otorgándole un matiz complejo. Algunas de ellas son las variables personales, del contexto y de la tarea.

Dentro de este análisis, es importante destacar el concepto de aprendizaje estratégico que se introduce con fuerza en el campo de las investigaciones cognitivas y fue acuñado por Paris, Lipson y Wixson en 1983. Su noción central, es la conciencia y el control. La primera se refiere al conocimiento de las estrategias utilizadas y en saber qué, cómo, cuándo y por qué utilizarlas. En tanto que el control de este proceso, le otorga al alumno la capacidad de poder revisar la tarea y de cambiar las estrategias, según los resultados obtenidos; es decir que esto implica saber cómo y cuándo utilizar las estrategias. Al respecto, las investigaciones del grupo de Paris (1983) agregan que gran parte del control de las estrategias se relaciona con la automotivación, la toma de decisiones, la organización del tiempo y la evaluación del éxito o el fracaso en la tarea. De este modo, el aprendizaje estratégico supone disponer de un repertorio de estrategias cognitivas y metacognitivas. Al respecto Novak y Gowin, (1988) afirman:

Un sujeto consciente de sus propios procesos cognitivos es un sujeto más activo, responsable y eficaz frente a los aprendizajes, en definitiva, más capaz de aprender a aprender. (Novak y Gowin, 1988: 35)

A partir de este recorrido teórico, se pueden señalar las siguientes notas que caracterizan al aprendizaje:

- Es un proceso complejo y dinámico.
- Implica la actividad constructiva del alumno.
- Se construye una representación interna.
- Se establecen relaciones entre la nueva información y los conocimientos previos.
- Se construye una red de conceptos y significados.
- Se activan estrategias de adquisición, almacenamiento, codificación, (elaboración y organización) recuperación y meta - cognitivas.
- Interviene la memoria y los esquemas de conocimiento.
- Inciden las variables de: la tarea, el docente y el alumno.
- Se orienta hacia objetivos determinados.

En los desarrollos de la psicología cognitiva actual no existe una visión unitaria, sino más bien una serie de enfoques. Lo que tienen en común, es su énfasis en los fenómenos mentales como agentes causales del comportamiento.

Podemos mencionar: la psicología genética de Piaget, la psicología socio histórica, el enfoque del aprendizaje acumulativo de Gagné, o la teoría del aprendizaje social de Bandura.

En lo que respecta, a las aplicaciones en el ámbito educativo y como herramienta para el psicólogo educacional en al aula, considerada como el espacio fundamental de análisis ya que es allí donde se producen los intercambios, resulta de fundamental importancia conocer cómo aprenden los alumnos. Con los aportes de las investigaciones cognitivas actuales, estamos

en condiciones de afirmar que el alumno no es un mero receptor pasivo de la experiencia y la información que recibe y se lo considera como una persona que utiliza estrategias cognitivas y conocimientos previos para enfrentar esas limitaciones cognitivas. En esta concepción los alumnos son activos, constructivistas e interpretativos y el aprendizaje es un proceso que proporciona el desarrollo y a la reestructuración de los esquemas de conocimiento existentes.

Una de las metas que se han propuesto los investigadores en las últimas décadas, es el análisis de los procesos de transformación del conocimiento y para esto, es preciso comprender que cualquier conocimiento cambia a partir del anterior. Del mismo modo podemos afirmar, que lo que todo docente busca en sus prácticas es que se modifiquen las ideas con las que los alumnos llegan a la escuela, de carácter cotidiano y superficial, y que estas sean transformadas, por otras más académicas, científicas y elaboradas.

Algunas investigaciones cognitivas ponen énfasis en la génesis y la construcción de los conocimientos o bien destacan la importancia de la comprensión, de la interacción en el aprendizaje, o las estrategias de aprendizaje que utilizan los alumnos.

En este sentido Carretero nos aclara la cuestión cuando afirma:

> […] una conclusión fundamental que resume gran parte de la investigación contemporánea sobre el aprendizaje es que se aprende mejor aquello que se comprende adecuadamente, es decir lo que se inserta apropiadamente en los conocimientos que ya poseemos y que se puede usar para resolver problemas significativos para la persona que aprende. (Carretero, M: 1998)

Los aportes de la Psicología Cognitiva también se relacionan con la enseñanza, se considera que el aprendizaje será más eficaz si el maestro gradúa o distribuye mejor la nueva información, de forma que no sature o exceda los recursos cognitivos disponibles de los alumnos. Favoreciendo la construcción de estrategias que apunten a un aprendizaje comprensivo y profundo. Esta enseñanza, crítica y reflexiva es posible en el aula y con el grupo de alumnos.

Aprendizaje y hemisferios cerebrales

El **cerebelo** es una región del encéfalo cuya función principal es de integrar las vías sensitivas y las vías motoras. Existe una gran cantidad de haces nerviosos que conectan el cerebelo con otras estructuras encefálicas y con la médula espinal. El cerebelo integra toda la información recibida para precisar y controlar las órdenes que la corteza cerebral envía al aparato locomotor a través de las vías motoras. Es el regulador del temblor fisiológico.

Por ello, lesiones a nivel del cerebelo no suelen causar parálisis pero sí desórdenes relacionados con la ejecución de movimientos precisos, mantenimiento del equilibrio, la postura y aprendizaje motor. Los primeros estudios realizados por fisiólogos en el siglo XVIII indicaban que aquellos pacientes con daño cerebelar mostraban problemas de coordinación motora y movimiento. Durante el siglo XIX comenzaron a realizarse los primeros experimentos funcionales, causando lesiones o ablaciones cerebelares en animales. Los fisiólogos observaban que tales lesiones generaban movimientos extraños y torpes, descoordinación y debilidad muscular. Estas observaciones y estudios llevaron a la conclusión de que el cerebelo era un órgano encargado del control de la motricidad.[1] Sin embargo, las investigaciones modernas han mostrado que el cerebelo tiene un papel más amplio, estando así relacionado con ciertas funciones cognitivas como la atención y el procesamiento del lenguaje, la música, el aprendizaje y otros estímulos sensoriales temporales.

Fue descrito por primera vez por Herófilo en el siglo IV a. C

Matemáticas y Neurociencia

En 1992, Karen Wynn realizó una serie de experimentos con bebés de cinco meses[1]. En uno de ellos, enseñó a los bebés un juguete que escondía tras una pantalla. A continuación, los bebés observaban cómo escondía un segundo juguete en el mismo lugar. Al cabo de unos segundos la investigadora apartaba la pantalla y cronometraba el tiempo que los bebés miraban. Observó que si al retirar la pantalla aparecía un juguete (resultado no posible, 1+1=1) los bebés miraban durante un período de tiempo mayor que cuando aparecían dos juguetes (resultado lógico 1+1=2). Este tipo de experimentos, que se han repetido en numerosas ocasiones, sugieren que los bebés poseen una capacidad innata para el procesamiento numérico. ¿Aprovecha la educación este sentido innato del cerebro para fomentar un aprendizaje adecuado de las matemáticas? En el siguiente artículo analizamos algunos estudios que, utilizando las técnicas modernas de visualización cerebral, nos permiten observar las regiones más activas en la resolución de problemas matemáticos, principalmente numéricos. A continuación, reflexionamos sobre algunos factores críticos en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

El cerebro matemático

Diversos experimentos muestran una gran activación de los lóbulos frontal y parietal en la resolución de problemas. Stanislas Dehaene y sus colaboradores enseñaron una serie de cálculos a voluntarios bilingües en uno de sus idiomas. Tras el entrenamiento, se les pedía que resolvieran ese tipo de cálculos de forma exacta o aproximada en las dos lenguas. Los investigadores observaron que la resolución de problemas exactos era más rápida en la lengua que utilizaron al aprender los cálculos, aunque utilizaran más la otra lengua en la vida cotidiana. Sin embargo, en los cálculos aproximados (se les pedía a los

voluntarios que hicieran estimaciones) no se apreciaban diferencias significativas. En los cálculos exactos se observaba una mayor activación en las áreas del cerebro involucradas en el lenguaje, mientras que en los cálculos aproximados se activaba más el lóbulo parietal de los dos hemisferios.

Análisis posteriores sugieren que la información numérica puede ser procesada en el cerebro mediante tres sistemas diferentes, cada uno de ellos asociado con tres regiones del lóbulo parietal:

1. Sistema verbal en el que los números se representan mediante palabras. Por ejemplo, cuarenta y tres. Se activa el giro angular izquierdo que interviene en los cálculos exactos.

2. Sistema visual en el que los números se representan según una asociación de números arábigos conocidos. Por ejemplo, 43. Se activa un sistema superior posterior parietal relacionado con la atención.

3. Sistema cuantitativo no verbal en el que podemos establecer los valores de los números. Por ejemplo, entendemos el significado del número cuarenta y tres generado por cuatro decenas y tres unidades. En este sistema participa la región más activa e importante en la resolución de problemas numéricos, el segmento horizontal del surco intraparietal (HIPS). Su activación aumenta más cuando se hace una estimación de un resultado aproximado que no cuando realizamos un cálculo exacto. En la aproximación, aunque se activan los dos hemisferios cerebrales, existe una cierta preferencia por el derecho.

En las multiplicaciones (sabemos que los niños aprenden de memoria las tablas de multiplicar) se activa el giro angular izquierdo que pertenece al sistema verbal, es decir, son codificadas verbalmente. Sin embargo, al hacer comparaciones o estimaciones se activa el surco intraparietal porque no

necesitamos convertir los números en palabras, es decir, son independientes del lenguaje. El hemisferio izquierdo calcula (recordemos que en la mayoría de personas, al ser diestras, el lenguaje reside en el hemisferio izquierdo) mientras que el hemisferio derecho hace estimaciones.

En relación a la función que desempeña el lóbulo parietal en la representación espacial, hemos escuchado a matemáticos explicar la utilización de imágenes mentales en la resolución repentina de problemas. Esto guarda relación directa con el concepto de “insight” que hace referencia a la capacidad de comprender la estructura interna de un problema que, muchas veces, aparece de forma imprevisible. La comprensión de los mecanismos inconscientes que facilitan este tipo de resoluciones tendrá enormes implicaciones en la forma de enseñar, aunque lo que ya conocemos es que para que se produzca el “insight” se requiere un estado de relajación cerebral. Una razón más para facilitar los estados exentos de estrés en los entornos educativos.

ALGUNOS FACTORES CRÍTICOS EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

1. Creencias previas y factores emocionales

Comentarios típicos como “nunca entendí las matemáticas” o ”no se me dan bien las matemáticas” se han asentado, progresivamente, en la mente de muchos alumnos y recalcan la importancia que tienen las creencias previas y la inteligencia emocional en el aprendizaje.

Fomentar un clima educativo que favorezca las emociones positivas (facilitando factores como el optimismo o la resiliencia), en detrimento de las negativas, es tan importante o más que la aportación de contenidos puramente académicos.

La pedagogía utilizada en la fase inicial del aprendizaje de las matemáticas incide directamente en la motivación del alumno. El rechazo inicial provocado

en muchos niños guarda una relación directa, en numerosas ocasiones, con una enseñanza basada en infinidad de cálculos mecánicos que coartan el proceso intelectual creativo del alumno y en una representación de la terminología incomprensible para él.

Ejemplo: Consideremos la resta 8 – 3 = 5. Los adultos podemos asimilar esa situación a una gran variedad de casos prácticos, por ejemplo, si en un recorrido de ocho kilómetros hemos caminado tres nos faltarán otros cinco; si una temperatura inicial de ocho grados desciende tres, la temperatura final será de cinco grados,…El día que se introducen los números negativos y el profesor escribe 3 – 8 = -5, el niño puede tener dificultades para entender el significado del cálculo. En este caso, la temperatura le puede aportar una imagen intuitiva más eficaz que la distancia (- 5 grados facilita el aprendizaje del concepto, en lugar de -5 kilómetros).

2. El papel del profesor

Ya hemos comentado que diferentes estudios parecen demostrar que los seres humanos nacemos con un sentido numérico innato. Según Dehaene y Butterworth, dos de los grandes expertos mundiales en el estudio de las matemáticas y el cerebro, la escuela obstaculiza este desarrollo facilitado, inicialmente, por factores genéticos. Dehaene cree que la construcción de los conceptos abstractos ha de iniciarse con la formulación de ejemplos concretos, con la finalidad de estimular el desarrollo del razonamiento intuitivo del niño. Además, la interacción con la mente del alumno requiere la manipulación de materiales y actividades lúdicas.

Ejemplo: La utilización de algunos juegos de mesa puede ser de gran utilidad. En concreto, se ha demostrado que el aprendizaje del ajedrez puede mejorar el cálculo mental, el razonamiento intuitivo, la memoria, la capacidad de abstracción o la concentración.

La recomendación de facilitar el desarrollo intuitivo guarda relación directa con el concepto del “insight” en el que la intuición y los mecanismos de resolución inconscientes desempeñan un papel fundamental. El excesivo énfasis en conceptos abstractos, sin utilidad práctica aparente, y la memorización rutinaria de algoritmos perjudica la evolución y motivación del alumno.

Ejemplo: Si pedimos a niños de seis y diez años de edad que nos calculen la sencilla operación 6 + 4 – 4 podemos comprobar que, a menudo, los niños de seis años responden 6 sin necesidad de realizar cálculo alguno. Sin embargo los niños de diez años, que son más expertos, pueden realizar el cálculo en su hoja (6 + 4 = 10 y luego 10 – 4 = 6).

Por otra parte, los docentes hemos de intentar presentar contenidos abiertos que faciliten el establecimiento de relaciones y la generación de ideas; así como guiar el proceso de evolución del alumno poniendo a su disposición mecanismos de autocorrección que les permitan ser conscientes de sus razonamientos acertados o no. “¿Qué piensas sobre…?” Los docentes deberíamos facilitar procesos de resolución alternativos que fomenten los razonamientos creativos.

“¿Y esto para qué sirve?” Uno de los grandes problemas de la enseñanza de las matemáticas (podemos generalizar a todas las materias) está asociado a la impartición de contenidos académicos exentos de toda utilidad y aplicación práctica.

Ejemplo: La aceleración de un coche se puede entender como la derivada o variación de una magnitud conocida como la velocidad respecto a otra magnitud que es el tiempo. La aceleración puede ser positiva cuando se da un aumento de la velocidad, negativa si la velocidad disminuye o nula si la velocidad es constante, es decir, no varía. Un ejemplo cercano como este nos puede servir para introducir el apartado de las derivadas de funciones, en lugar de comenzar

con una serie de reglas mecánicas que el alumno puede entender como arbitrarias.

Una simple explicación puede facilitar el proceso de atención. Además, sabemos que el funcionamiento de la memoria de trabajo está limitado por la atención que prestamos a los objetos.

Ejemplo: En dos ecuaciones formalmente idénticas como las siguientes, en la segunda se cometen más errores porque aumenta la carga de la memoria de trabajo en las fracciones:

$x + 6 = 9 \rightarrow x = 9 + 6$

$x + 6/5 = 9/4 \rightarrow x = 9/4 + 6/5$

Un ejemplo que demuestra la importancia del análisis de los errores cometidos.

Finalmente, hemos constatado que la localización del conocimiento matemático en el cerebro es complicada porque incluye diferentes circuitos que pueden actuar de forma parcialmente autónoma. Lo cierto es que los diferentes campos de estudio de las matemáticas requieren enfoques dependientes. Por ejemplo, existe una conexión entre aritmética y geometría (pensemos en la visualización espacial de los números utilizados en las operaciones aritméticas básicas). La utilización de diferentes áreas cerebrales en el proceso de aprendizaje diversifica las estrategias pedagógicas aunque, a pesar de la dificultad, lo que parece claro es que el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas cambiará y deberá considerar la base empírica que aportan las investigaciones en neurociencia. La multimodalidad propuesta por Gallese y Lakoff representa una nueva concepción del pensamiento que puede acaparar en el futuro un gran protagonismo. Según esta propuesta, el conocimiento matemático (o cualquier otro) está ligado a nuestro sistema sensoriomotor, por lo que no sólo pensamos con la ayuda del lenguaje y de los símbolos sino

también a través de los sentidos, es decir, las impresiones sensoriales constituyen el carácter multimodal de los conceptos. Según esta propuesta, la enseñanza tradicional del lápiz y papel no permite una conexión duradera con la experiencia sensorial vivida por los alumnos en los primeros años escolares.

El gran problema con el que nos encontramos los docentes es que los investigadores realizan sus experimentos con una metodología diferente a la utilizada en el entorno académico, lo que dificulta su aplicación en el aula.

En algunos casos, tenemos a nuestra disposición importantes recursos educativos. Un caso concreto es el de la discalculia, que podemos encontrar en niños motivados e inteligentes pero que seguramente padecen alguna anomalía cerebral, normalmente en la región izquierda del lóbulo parietal. El estudio de estas personas demuestra la existencia de problemas, dejando aparte los aritméticos, relacionados con la orientación espacial, el control de sus propias acciones y sobre la representación de su cuerpo, especialmente de los dedos.

Esto nos recuerda la forma de contar con los dedos de los niños, el control de los mismos y los gestos que hacen que conllevan determinadas posiciones corporales. Si la representación de los dedos no llega a desarrollarse normalmente, se pueden originar dificultades en el desarrollo de las habilidades numéricas. La detección de estas anomalías nos permite aplicar mecanismos compensatorios que faciliten una comprensión de las operaciones básicas o de las reglas explícitas más lenta pero segura. Pero para ello, hemos de asumir que la inteligencia no es un concepto unitario y que el aprendizaje en cada alumno es diferente. Sea como fuere, seguimos buscando recursos para diseñar la práctica docente con soportes empíricos y los principios neurobiológicos de la función cerebral guiarán el futuro.

Matemáticas en el cerebro Adolescente

Se ha demostrado por primera vez **cómo el cerebro procesa reglas matemáticas simples**. Los resultados de este trabajo se publican en la edición "on line" de 'Proceedings of the Nacional Academy of Sciences" de Estados Unidos, (PNAS), enero 2010.

Para averiguar dónde y cómo las células del cerebro realizan tareas tan complejas, los autores estudiaron a monos rhesus –los que suelen emplearse en experimentos de laboratorio-- ya que, aunque los humanos son los seres que mejor entienden números y reglas, los cimientos de estas habilidades pueden encontrarse en los animales. Los monos aprendieron la regla cuantitativa "mayor que" y "menor que". Además, fueron capaces de elegir, entre varios conjuntos de números cardinales, el mayor y el menor de ellos. Mientras los animales realizaban estas tareas, las neuronas grabaron en la corteza prefrontal del lóbulo frontal los pormenores de esta actividad.

Las células del cerebro únicamente representaron las reglas matemáticas que estaban manejando. Cerca de la mitad de estas neuronas estaban activas sólo cuando el animal seguía la regla "mayor que", mientras que la otra mitad se ponía en acción en el momento en el que era necesario aplicar la norma "menor que".

Los resultados de este estudio han ofrecido valiosos nuevos datos sobre los cimientos neurobiológicos del **pensamiento abstracto** que son necesarios para realizar operaciones matemáticas. La corteza cerebral, situada en **la parte frontal del cerebro**, es el principal centro de control cognitivo, participando incluso en las actividades mentales implicadas en el desarrollo de la personalidad.

Según los estudios realizados este sentido inmediato de las cantidades y del número es independiente del lenguaje, la memoria y el razonamiento general. Actualmente hay cada vez más investigadores tratando el tema de los números en el cerebro, donde el trabajo de Dehaene se considera pionero.

Este científico ha pasado años investigando que habilidades matemáticas son innatas y cuales se edifican sobre ellas gracias al desarrollo de la cultura**.** Según Dehaene todos nacemos con un ancestral **instinto matemático**, pero para desarrollarlo es necesario que los niños capitalicen este instinto y puedan edificar sobre él. En este sentido algunos países tienen mayor capacidad para estimular a los niños que otros. En Francia y en Estados Unidos, por ejemplo, la enseñanza de la matemática está en crisis, siendo sumamente pobre en comparación con países como Singapur, Corea del Sur, y Japón.

Desde los primeros meses de nuestra vida poseemos biológicamente un sistema que nos proporciona un **conocimiento matemático intuitivo**. Los conceptos matemáticos se desarrollan a temprana edad pero sus procesos explicativos se llevan a cabo más tardíamente. Son múltiples los dominios cognitivos implicados en las operaciones matemáticas.

El cortex parietal del hemisferio izquierdo resulta fundamental en multitud de operaciones matemáticas (procesamiento numérico: lectura, cálculo o aritmética), sin embargo, son múltiples los dominios cognitivos que toman parte en las operaciones matemáticas.

Desde que el número es interpretado como tal hasta poder nombrarlo se necesitan diferentes disciplinas, controladas por diferentes regiones cerebrales:

1. **Representación visual**: entender que lo que estamos viendo es un número.

2. **Representación numérica**: entender la cantidad que implica cada número.

3. **Representación verbal (hemisferio izquierdo)**: nombre que se le asigna a ese número.

Una simple representación de un número requiere varias zonas del cerebro. Para las operaciones matemáticas hace falta una red muy dispersa de estructuras cerebrales. Los estudios neurocientíficos en este campo ayudan a que los educadores mejoren y adecuen sus estrategias educativas para aprovechar al máximo todas las capacidades de sus alumnos.

En aquellos aspectos del aprendizaje en los que intervienen numerosas áreas cerebrales, es posible que existan diversas estrategias de aprendizaje posibles. El profesor debería intentar identificar las que utiliza un determinado alumno, con objeto de utilizar las estrategias docentes que mejor se acoplen a las de aprendizaje. Son los educadores los que tienen que facilitar al alumno múltiples experiencias con las matemáticas para que así las diferentes redes cerebrales implicadas en el proceso matemático puedan ser potenciadas, por ejemplo, usando juegos de mesa, bloques, etc. Sin embargo, cada alumno posee diferentes estrategias y métodos de aprendizaje**,** por lo tanto, el profesorado deberá de proporcionar diferentes herramientas que se adecuen a cada alumno.

Es importante subrayar la negativa importancia que antiguamente daba la pedagogía a las matemáticas. Efectivamente, son una herramienta básica para vivir y funcionar en una sociedad moderna pero el fracaso en las matemáticas no supone obligatoriamente el fracaso en otras áreas del conocimiento. Incluso, podemos desarrollar unas capacidades numéricas mejor que otras y, por ejemplo, calcular de memoria con gran rapidez pero no comprender la geometría.

Desde el punto de vista educativo**,** la aproximación del estudiante a las matemáticas ha de estar basado en modelos que vayan de lo específico a lo general, de lo simple a lo complejo y, partiendo, en la medida de lo posible, de la experiencia.

Es por ello que los docentes deben prestar gran atención a la evaluación que los alumnos van a recibir. Resulta negativo valorar como bueno tan solo las respuestas acertadas y, por el contrario, dar un mal feedback al alumno que no consigue la respuesta exacta. La mejor manera de evaluar un aprendizaje matemático es valorando el progreso y el razonamiento que el alumno ha realizado para llegar a su resultado.

De entre todas las disciplinas es, sin duda, la matemática, una de las que más se ha preocupado por su didáctica. Cómo enseñar matemáticas es una cuestión que ha interesado profundamente a muchos de los grandes matemáticos a lo largo de la historia. Desde que los griegos eligieron las matemáticas como modelo de saber, los esfuerzos por hacernos entender no han dejado de producirse.

La didáctica es la habilidad para enseñar, es elegir la metodología adecuada para cada situación. No es lo mismo dirigirse a unos universitarios que a un empresario que va a comprarte una aplicación informática. Un profesor debe adaptarse. No se puede presentar del mismo modo las ecuaciones en primaria que en secundaria, y es imposible abordar igual las integrales que el cálculo del máximo común divisor. Más aún, no se parece en nada el desarrollo de las funciones lineales en un grupo de 4º de ESO de repetidores (que están deseando cumplir la edad necesaria para abandonar el instituto) que en un grupo encaminado a estudiar ciencias.

Todos, seamos docentes o no, tenemos nuestra forma de enseñar y a casi todos, nuestro método nos parece el mejor, o con más precisión, nos parece el más adecuado para nosotros.

Hay dos factores imprescindibles que debieran formar parte de todos los decálogos de didáctica:

- El primero es conocer la materia. Cuanto más se domine lo que queremos enseñar, más recursos metodológicos nos surgirán, más facilidad de expresión tendremos.

- El segundo es intentar ser siempre uno mismo. Los alumnos son muy perspicaces y si ven que estamos forzados van a intentar buscarnos las cosquillas.

Los adolescentes no han cambiado. Ya sea actualmente, o cuando nosotros nos sentábamos en los pupitres, o incluso en siglos pasados, el profesor siempre ha tenido la misma percepción de sus alumnos. Las quejas se han repetido año tras año, generación tras generación: no muestran interés, no hay disciplina, les falta hábito de estudio, no les interesa nada. Y es que es muy difícil (no imposible) que a un adolescente le guste estudiar. En cambio, dos variables que sí han cambiado en la educación:

- Una es la obligatoriedad de la enseñanza hasta los 16 años**,** lo que trae consigo que haya un alto porcentaje de alumnado que no presenta ningún interés por lo que le ofrecemos y además negándose en redondo a estudiar, ni poco ni mucho, nada.

- Aunque las matemáticas no son solo un juego, es indiscutible que no podemos negar su componente lúdico**;** incluso en algunas ramas, su peso e importancia son extraordinarios. En la teoría de la probabilidad, en la teoría de juegos, en algunas partes de la geometría, en el campo

de la aritmética, el juego desempeña un papel primordial. Esta parte lúdica es un eslabón de enganche riquísimo para nuestros alumnos, es algo así como un reclamo publicitario (no engañoso), una puerta de entrada a este mundo de números, figuras, teoremas y abstracciones.

Las matemáticas reúnen aspectos de una variedad asombrosa: atractivos, bellos, algunos ocultos, unos sencillísimos, otros complicadísimos, paradójicos, extraños y chocantes, evidentes, llenos de lógica..., las matemáticas ofrecen tanta riqueza que la motivación hay que buscarla dentro de la propia matemática. Un problema elegido a propósito, un resultado inesperado, una anécdota, un cálculo rápido y contundente, una paradoja inquietante, pueden ser una magnífica motivación. No hace falta rebuscar fuera de las matemáticas.

Pero debemos ser realistas: ¿cómo se puede conseguir que un alumno disfrute sumando polinomios? De ninguna forma. Llega el momento de mandarles una batería de ejercicios sin intentar malabarismos. También es cierto que una buena nota merecida siempre es una estupenda motivación. No obstante, la mejor motivación del alumno es el convencimiento de que estudiar sería beneficioso para él.

Cuando un alumno ha aprendido que las matemáticas nacieron poco a poco, que los conceptos surgieron después de años y años de maduración, que los grandes matemáticos dieron soluciones erróneas, que dichos errores se subsanaron más tarde, que hay problemas aún sin resolver. Esto ayuda a sentir las matemáticas como algo nuestro, humano. Por otro lado, el rigor de las matemáticas es uno de los valores que más hay que potenciar e inculcar a nuestros alumnos.

Las matemáticas son importantísimas por muchísimos motivos.

- El primero es que las matemáticas son una ciencia. Un conjunto de reglas y conceptos que sirven para resolver problemas reales que han surgido y la humanidad trata de superarlos.

- El segundo motivo es que las matemáticas son el certificado de garantía para todas las demás ciencias. Cualquier resultado de cualquier otra ciencia debe pasar obligatoriamente por la lupa de las matemáticas para verificar su autenticidad. Sería estupendo que los profesores de matemáticas tuviéramos más en cuenta esto e incluyéramos dentro de nuestros intereses al resto de las ciencias.

- El tercer motivo alude a las matemáticas como lenguaje. Un inmenso lenguaje universal con unas reglas muy precisas, resultado de siglos de evolución, con sus signos, sus enunciados, un lenguaje creado para facilitar el razonamiento humano y su transmisión. Paradójicamente nuestros alumnos encuentran en el lenguaje matemático la principal dificultad para entender las matemáticas.

La verdadera importancia de las matemáticas reside**,** no tanto en sus conceptos, sino en que educan la mente humana**,** mejorando un buen número de habilidades interesantísimas: capacidad de abstracción, facilidad a la hora de afrontar problemas de todo tipo y resolverlos, capacidad de síntesis, saber encontrar qué es lo principal de una situación, agilidad mental, imaginación, perspicacia, algo de ironía, espíritu crítico, etc.

Una cualidad que debemos tener los profesores es la humildad**,** en el sentido de que constantemente podemos y debemos aprender más. Siempre es posible encontrar mejores actividades, mejores introducciones, mejores modelos de exámenes. Estudiar nunca está de más y ya se ha dicho, cuando más se domine la materia, más recursos metodológicos y pedagógicos vamos a encontrar.

Características Generales Cerebrales

El filósofo griego Aristóteles creía que la masa que se encuentra en el interior del cráneo humano servía sobre todo para templar el espíritu.

En la actualidad se sabe que el cerebro humano, blando, arrugado y grisáceo, integra y envía información sensorial, y coordina las respuestas mediante el ajuste de incontables funciones en todo el organismo.

Andar, dormir, sentir hambre, sed, placer y dolor son sólo algunas de las actividades que gestiona.

Aunque el de un adulto apenas pese 1,4 kgs., del cerebro depende también la mecánica biológica mediante la cual podemos expresarnos a través del lenguaje, pensar y razonar, aprender, recrear y disfrutar de los recuerdos, o sentir y comprender emociones complejas .

Dato curioso: Aunque el cerebro sólo supone un 2% del peso del cuerpo, consume el 20% del oxígeno.

El cerebro está cubierto de una gruesa y replegada región externa, la corteza, la única parte del cerebro que controla las actividades conscientes. Está dividida, en sentido anteroposterior, en dos mitades ó hemisferios con distintas funciones: actividades intuitivas y artísticas el derecho y actividades del lenguaje y matemáticas el izquierdo.

Hemisferio derecho e Izquierdo

«El hemisferio izquierdo analiza en el tiempo, mientras que el derecho sintetiza en el espacio.» (Jerre Levy)

Aunque los hemisferios cerebrales parezcan iguales, sus funciones son distintas. El hemisferio izquierdo controla la mayor parte de acciones que realiza el lado derecho del cuerpo, y el hemisferio derecho las del lado izquierdo.

Ambos están implicados en muchas de las actividades que llevamos a cabo, pero cada uno domina según las circunstancias.

En la mayoría de las personas, el hemisferio izquierdo está especializado en las habilidades lingüísticas, la aptitud para las matemáticas y la actividad secuencial de la mente, el pensamiento lógico.

Tiene la capacidad de análisis y deducción, y alberga en la mayoría de las personas el lenguaje verbal. A través del hemisferio izquierdo podemos seleccionar a cada instante lo que necesitamos saber.

Es el lado lógico cerebral, matemático y digital; sedentario y calculador. John Huglings Jackson neurólogo británico, ya en 1878 describió el hemisferio izquierdo como el centro de la facultad de expresión.

En cambio, el hemisferio derecho tiene mucha influencia en las actividades intuitivas, artísticas, musicales, espontáneas y participa en el lenguaje emocional.

Procesa la información visual; es el cerebro de las fantasías, de los colores y de las metáforas. Se le identifica con la mente inconsciente.

Las personas que funcionan de esta forma suelen ser diestras.

Diversos estudios han demostrado que las personas en las que su hemisferio dominante es el derecho estudian, piensan, recuerdan y aprenden en imágenes, como si se tratara de una película sin sonido.

Estas personas son muy creativas y tienen muy desarrollada la imaginación.

Características Hemisferio Izquierdo

Verbal: Usa palabras para nombrar, describir, definir.

Analítico: Estudia las cosas paso a paso y parte a parte.

Abstracto: Toma un pequeño fragmento de información y lo emplea para representar el todo.

Analógico: Ve las semejanzas entre las cosas; comprende las relaciones metafóricas.

Temporal: Sigue el paso del tiempo, ordena las cosas en secuencias: empieza por el principio, relaciona el pasado con el futuro, etc.

Racional: Saca conclusiones basadas en la razón y los datos. No racional: No necesita una base de razón, ni se basa en los hechos, tiende a posponer los juicios.

Digital: Usa números, como al contar.

Lógico: Sus conclusiones se basan en la lógica: una cosa sigue a otra en un orden lógico. Por ejemplo, un teorema matemático o un argumento razonado

Lineal: Piensa en términos de ideas encadenadas, un pensamiento sigue a otro, llegando a menudo a una conclusión convergente. Holístico: Ve las cosas completas, de una vez; percibe los patrones y estructuras generales, llegando a menudo a conclusiones divergentes.

Características Hemisferio Derecho

No verbal: Es consciente de las cosas, pero le cuesta relacionarlas con palabras.

Espacial: Ve donde están las cosas en relación con otras cosas, y como se combinan las partes para formar un todo.

Sintético: Agrupa las cosas para formar conjuntos.

Concreto: Capta las cosas tal como son, en el momento presente.

Atemporal: Sin sentido del tiempo, centrado en el momento presente.

Intuitivo: Tiene inspiraciones repentinas, a veces basadas en patrones incompletos, pistas, corazonadas o imágenes visuales.

Holístico: Ve las cosas completas, de una vez; percibe los patrones y estructuras generales, llegando a menudo a conclusiones divergentes.

No racional: No necesita una base de razón, ni se basa en los hechos, tiende a posponer los juicios.

Analógico: Ve las semejanzas entre las cosas; comprende las relaciones metafóricas.

Las investigaciones demuestran que predomina en nosotros ampliamente el cerebro izquierdo; lo correcto es lograr el justo equilibrio entre ambos cerebros.

De modo que quien usa más el cerebro izquierdo es analítico y racional, y quien emplea más el cerebro derecho es intuitivo, se necesita buscar el equilibrio entre lo racional y lo intuitivo.

HEMISFERIO IZQUIERDO

El hemisferio izquierdo compite o coopera con el derecho y se desarrolla según factores innatos y otros adquiridos en la educación y en el entrenamiento.

En el cerebro humano, el hemisferio izquierdo se ocupa de la aritmética, la lógica y el habla, atiende a las entidades discretas. El cerebro analógico es el derecho, se conecta con entidades de variación continua, como la imagen, donde interviene la semejanza con la cosa. El hemisferio izquierdo es digital, su código es la palabra, y la palabra no se parece a la cosa, la relación es arbitraria.

El hemisferio izquierdo usa palabras, como casa, la relación es indirecta. La información circula de un hemisferio al otro mediante un manojo de fibras nerviosas denominadas cuerpo calloso. El hemisferio derecho captura la semejanza, la imagen de mi casa se parece a mi casa.

Con el tiempo, uno de los hemisferios se torna dominante. En nuestra cultura predomina el hemisferio izquierdo y sus derivados: la lógica y el cálculo. Esta situación se observa en el lenguaje: andar por izquierda es algo malo, y justamente el hemisferio derecho controla la parte izquierda del cuerpo, así como el izquierdo dirige la derecha, y andar por derecha es lo correcto.

El hemisferio derecho se conecta con lo real sensible, con el movimiento, y con el tacto. Uniendo las fortalezas de ambos hemisferios, aumentamos nuestra capacidad. Veamos un ejemplo donde no existe la cooperación sino rivalidad. No lea la palabra, repita el color:

NEGRO ROJO VERDE AZUL MARRÓN ROJO VERDE

En este caso los hemisferios compiten. Mientras el hemisferio izquierdo quiere leer la palabra, el hemisferio derecho se concentra en el color. El hemisferio izquierdo es lógico, procesa secuencial y linealmente, forma el todo a partir de las partes, se ocupa de analizar los detalles, piensa en palabras y en números.

El hemisferio derecho es holístico, procesa globalmente, va del todo a las partes, es intuitivo, piensa en imágenes. Cuando seleccionamos información lo

hacemos en función de nuestro interés, pero también influye el sistema de representación. Las personas visuales perciben imágenes, los auditivos: voces y sonidos, los kinestésicos sensaciones.

La mayoría de la gente representa de manera diferente. Los sistemas de representación no son neutrales, ni buenos ni malos en sí mismos, pero más o menos eficaces según el objetivo al que se aplican. Cuando la tarea es un todo, el hemisferio derecho, aprecia el conjunto, como en el reconocimiento de caras. Este tipo de tareas no demanda mucho esfuerzo, nuestro hemisferio derecho es rápido. Cuando la tarea es compleja, el hemisferio izquierdo la asume, ya que su especialidad es el análisis, como cuando describimos las características de un rostro. En este caso se ocupa el hemisferio izquierdo, que además comunica verbalmente, lo que implica su poder de abstracción.

El hemisferio izquierdo es "lento pero seguro". Normalmente, los hemisferios comparten su información, y, aunque en tareas específicas utilizamos uno, el otro siempre se entera. Cuando no somos capaces de planificar y debemos analizar en poco tiempo, el hemisferio izquierdo se da cuenta, que su compañero derecho es rápido pero impreciso.

Cuando somos pequeños, la educación tiene en cuenta la potencialidad de la inteligencia no verbal, con ejercicios gestuales, de canto, dibujo, marchas y bailes, juegos de mimo, trabajos manuales. Este programa refuerza el aprendizaje inconsciente y experiencias que el niño ha iniciado desde la cuna. De repente, en la escuela secundaria, la educación se vuelve abstracta e intelectual y apela a la inteligencia verbal, al concepto y se remite sólo a los modos de expresión característicos de la lengua. Entonces se produce la ruptura, y quienes no se adaptan al nuevo sistema se convierten en «malos alumnos». Esto no quiere decir que sean menos inteligentes, ya que la literatura y la vida abundan en ejemplos de "malos alumnos" que brillan por su

imaginación y su creatividad. Usted puede resolver este acertijo: "Es posible legalmente que una persona se case con la hermana de su viuda", usando su hemisferio izquierdo. Entonces adoptará la vía del razonamiento lógico y llegará de premisas a conclusiones. Por ejemplo dirá: La persona está muerta. En consecuencia no puede casarse. Pero si usa su hemisferio derecho imaginará la tumba de la persona y a su viuda llorando y derivará la misma conclusión. Por lo visto, tenemos dos modos complementarios de conocer y pensar, cómo si tuviésemos dos cerebros. La gimnasia mental neuróbica es la metodología para entrenar ambos hemisferios cerebrales en sus funciones y en la sinergia positiva que logran, cuando aprenden a trabajar como un equipo.

Cálculo Mental de la Multiplicación

La enseñanza de la multiplicación, al igual que las otras operaciones requiere de tiempo. Es una enseñanza a largo plazo. Los conocimientos deben ir construyéndose apoyándose en los que se han construido antes. Los niños no saben multiplicar simplemente porque recuerden las tablas. Es cierto que recordar los productos ayuda a resolver más rápido un cálculo, pero no indica que se comprenda qué es y para qué sirve la multiplicación. Su enseñanza va más allá de los algoritmos. La enseñanza tradicional pone el énfasis en la cuenta que soluciona un problema. El objetivo es la aplicación de un algoritmo. No se dedica el tiempo necesario para el análisis y la reflexión sobre los distintos significados de las operaciones, en este caso la multiplicación. Cuándo es solución e un `problema y cuándo no. Por qué es conveniente este procedimiento y no otro. De no existir este análisis se cae en la enseñanza de los problemas como una simple aplicación de los cálculos y no aporta mucho al aprendizaje.

Los tipos de problemas que se pueden resolver multiplicando son variados y no se aprenden en un solo año de escolaridad. Lo más habitual es que la escuela se haga cargo de analizar a la multiplicación como una “suma abreviada” de una cierta cantidad de números iguales. En este punto es importante señalar que la frase que suele escucharse habitualmente es que “la multiplicación es una suma abreviada”, dando por sobreentendido que se trata de números iguales. Los niños no tienen por qué saber que para poder expresar esa suma como un producto, los números a sumar tienen que ser los mismos. Es más, un problema interesante consiste en presentar varias sumas (con sumandos iguales y diferentes) y pedir que escriban como producto aquellas que se pueda.

Para comprender qué es la multiplicación debemos tener en cuenta varios aspectos:

Los Dostonyos Significados de la Multiplicación

La enseñanza de la multiplicación comienza relacionándola con la adición repetida. Por ejemplo: Camila tiene 4 cajas con 6 paquetes de caramelos en cada caja. En las 4 cajas habrá 24 paquetes. Esto puede resolverse así. Sumando

1 caja 6 paquetes +

1 caja 6 paquetes +

1 caja 6 paquetes +

1 caja 6 paquetes +

---

4 cajas 24 paquetes,

Los dos números que aparecen en el problema tienen funciones diferentes. El 4 indica la cantidad de veces que se repite el número 6. El 4 es el multiplicador y el 6 el multiplicando. Muchos niños tienen problemas para comprender el concepto de multiplicación por desconocer la función que tienen los números que participan en ella. En la adición los sumandos tienen la misma función. Recuerdan que se vincula la adición con la multiplicación, pero al no comprender aún la diferencia, suman ambos números. 4 + 6.

Se evidencia así la necesidad de reconocer la función de ambos números para comprender cómo funciona la multiplicación. También para entender que en toda situación de contexto cotidiano la propiedad conmutativa de la multiplicación no se verifica. Es decir no es lo mismo 4 x 6 que 6 x 4. En al escuela se pone mucho énfasis en la “cuenta” y en el resultado y menos en la comprensión de la situación planteada, en la operación y su potencialidad. Problemas como los siguientes deberían ser tratados conjuntamente para poder notar las similitudes y diferencias que presentan.

La relación de la proporcionalidad con la multiplicación permite descubrir regularidades numéricas en forma temprana, si pensamos en los niños de 2do. Grado. Completar tablas como la siguiente: Completa la tabla sabiendo que en cada paquete hay 5 caramelos.

Es importante hacer notar que la consigna dice “en cada paquete hay 5 caramelos”.

Cantidad de paquetes	1	8	3	2	10	5
Cantidad de Caramelos	5					

Esto permitirá al alumno que puede obtener la cantidad de caramelos que habrá en 8,3, 2, etc. paquetes. Los alumnos sumarán para poder obtener los resultados ya que aún no tienen disponible los productos en forma mental. Justamente el trabajo con estas situaciones y con la tabla pitagórica, permitirá recordarlos.

Las tablas de multiplicar

Creer que si un alumno repite correctamente las tablas de multiplicar, sabe multiplicar es un error, o una ingenuidad. Puede decir las tablas y no saber qué es la multiplicación. Al resolver un problema seguir sumando, por ejemplo, 5 + 5 + 5 y no responder con el recuerdo del producto de la tabla.

Comprender cuáles son las distintas situaciones que se resuelven con la multiplicación lleva tiempo. Es un proceso que comienza en segundo grado y lleva todo la escolaridad primaria. Saber las tablas no implica saber multiplicar.

Estrategias cognitivas para el cálculo mental

El cálculo mental (CM) perdió su papel primordial debido a la llegada de las calculadoras, las computadoras y los teléfonos celulares; sin embargo, en las últimas décadas ha recobrado su importancia como una actividad cognitiva reveladora en el proceso de enseñanza-aprendizaje temprano de las matemáticas (Butlen & Pézard, 1992; Beishuizen, 1993; Gómez, 1995; Siegler & Shipley, 1995; Pochon, 1997; Askew, 1999 y 2004; Hidalgo, Maroto & Palacios, 1999; Ortega & Ortiz, 2002; Brissiaud, 2003). Butlen y Pézard (1992) plantean como su primera hipótesis de trabajo el hecho que el CM constituye un dominio privilegiado para examinar las concepciones numéricas de los alumnos y su disponibilidad (p. 325). El CM, eclipsado por el desarrollo tecnológico en la década de los setenta, como medio de cálculo rápido y eficaz, y relegado a un segundo plano por la reforma de las "matemáticas modernas" en diversos

países, resucitó sin embargo un par de décadas después como un medio excepcionalmente adecuado para favorecer en los alumnos (Lethielleux, 2005, p. 17-18):

- El desarrollo de la atención, la concentración y la memoria.
- La familiarización progresiva con los números, al punto de poder "jugar con ellos", expresar un número de variadas maneras, según el contexto del cálculo, y aprovechar las propiedades fundamentales de las operaciones numéricas básicas (asociatividad, conmutatividad, distributividad).
- La expresión, puesta en común, discusión y comparación —en una dinámica colectiva— de una variedad de procedimientos y estrategias para calcular, en función de las relaciones entre los números con los que se está operando.

A través de entrevistas y encuestas tanto a alumnos como a profesores, así como experiencias de aula, hemos reunido evidencia indirecta y diversa de que el CM no es una práctica generalizada en nuestro país. La enseñanza habitual no sólo no lo fomenta, sino que tiende a bloquear en los niños la búsqueda de estrategias alternativas para abordar problemas, incluyendo los más elementales. En realidad, parecería que se tiende a cristalizar las respuestas de los niños porque pierden de manera progresiva la espontaneidad y se "sedimentan", dejando como única vía de acción la reproducción de técnicas previamente memorizadas.

Se debe entonces, estimular y facilitar la práctica de un CM "situado" y "reflexivo" que supere el "psitacismo algorítmico" en que suele desembocar el entrenamiento tradicional del cálculo, donde los alumnos aprenden de memoria recetas universales, válidas para números cualesquiera, independientemente de su forma y de las relaciones particulares que existen entre ellos.

En vista de lo expuesto, nos proponemos sentar las bases de un examen diagnóstico, en primera instancia, sobre la capacidad del CM aditivo que tienen alumnos del primer ciclo de la Enseñanza General Básica chilena, un registro de las estrategias observadas y la primera versión de un programa web (disponible en Ecocam, 2009) que permita diagnosticar y estudiar el desempeño de los estudiantes en el CM.

Dicho programa consigna las respuestas, el porcentaje de aciertos y los tiempos de respuesta de los alumnos. Para comprender mejor los procesos en juego, investigamos además la correlación entre el desempeño en CM y el rendimiento escolar en matemáticas.

Con este trabajo, esperamos preparar el terreno para una versión de nuestro programa que sea *sensible al contexto* (Abowd et al., 1999) y pueda detectar las estrategias que ocupan los alumnos y ayudarlos a desarrollar otras más eficaces, situadas y relevantes para su comprensión de los números y su operatoria.

Creemos que si se continúa la propuesta del presente trabajo, ésta podría jugar un rol importante en el apoyo al desarrollo de destrezas del CM, las cuales permitan a los niños transitar por las matemáticas utilizando reglas que vayan incorporando de manera progresiva. Esperamos así contribuir a que desarrollen su capacidad para razonar sobre nuevos problemas en matemáticas y en otros ámbitos de la vida.

Desde lo más concreto a lo más abstracto (Johnson & Lakoff, 2003; Gallese & Lakoff, 2005; Radford & André, 2009). Las matemáticas aparecen así no como una ciencia desencarnada, abstracta e ideal, sino como una creación de la "mente corporizada" del hombre (hecha cuerpo, *embodied* en el original inglés, aseguran Varela, Thomson y Rosch, 1991), que tiene una permanente actividad metafórica, la cual va desde los niveles más elementales a los más sofisticados

(Sfard, 1994; Presmeg, 1997; Lakoff & Núñez, 2000). Las metáforas conceptuales pueden ser vistas como mecanismos neurológicos que permiten adaptar los sistemas neuronales utilizados por la actividad sensoriomotriz para crear formas de razonamiento abstracto (Lakoff, 2003).

De este modo, aparece otra forma de enseñar y aprender matemáticas, si se reconoce que la cognición matemática es corporizada y está íntimamente ligada con nuestro funcionamiento sensoriomotor (Gallese & Lakoff, 2005). Por tanto, junto con Gallese y Lakoff (2005), así como Radford y André (2009), divergimos de la teoría del desarrollo cognitivo de Piaget, que veía al desarrollo sensoriomotor como base previa al desarrollo conceptual ulterior del niño. El conocer, y el aprender en particular, surgen en nuestra visión como un *acoplamiento enactivo* de nuestro cuerpo con el mundo, donde las modalidades sensoriales (la visión, el tacto o el oído) aparecen integradas a la motricidad y la anticipación. ¡Conocemos moviéndonos en, e interactuando con, el mundo! (Varela, Thomson & Rosch, 1991; Gallese & Lakoff, 2005; Masciotra, Roth & Morel, 2007; Stewart, Gapenne & Di Paolo, 2010). Por tanto, apoyamos la concepción *multimodalultimodal* de la cognición y el pensamiento (Gallese & Lakoff, 2005; Radford & André, 2009), que sustenta la hipótesis de que el uso y práctica de metáforas sensoriomotrices es relevante al aprender matemáticas (Radford & André, 2009, p. 244-266).

Ahora bien, las metáforas —principalmente las conceptuales— que son más impactantes y significativas para nuestros procesos cognitivos conllevan habitualmente un tránsito de un modo de representación a otro, o de un modo cognitivo a otro. En consecuencia, una primera descripción de nuestra multimodalidad cognitiva involucraría los tres *modos internos de representación* que propone Bruner (1996): *enactivo* (basado en la acción y la motricidad), *icónico* (sustentado en imágenes) y *simbólico* (fundamentado en símbolos y lenguajes). En el exitoso modelo didáctico de Singapur, que aplica explícita y

sistemáticamente dicho marco teórico en la formación de maestros y en el trabajo en aula, estos modos de representación son llamados: *concrete, pictorial, abstractbstract* (Yeap, 2005).

Durante su desarrollo cognitivo, el niño transita desde lo enactivo a lo simbólico, pasando por lo icónico, pero no habría que creer que éste es un progreso unidireccional, sin retorno: la resolución de diversos problemas se hace posible muchas veces por un tránsito "descendente" de lo simbólico a lo icónico o a lo enactivo, como sucede en la activación de metáforas sensoriomotrices (Soto-Andrade, 2007a, 2007b, 2008).

Nuestra multimodalidad cognitiva también se expresa en los *modos cognitivos,* es decir, en los modos en que se procede al abordar situaciones problemáticas y al pensar en general. Adherimos aquí a la descripción de cuatro modos cognitivos básicos, obtenidos a partir de la doble dicotomía *verbal-no verbal* y *secuencial-no secuencialecuencial-no secuencial,* propuesta por Flessas (1997), la cual fue desarrollada en la neuropsicología del niño por Flessas y Lussier (2005). Cabe señalar que estas dicotomías tienen una base neurofisiológica: la primera corresponde a la dicotomía *hemisferio izquierdo – hemisferio derecho,;* y la segunda, a la dicotomía *frontal-occipitalrontal-occipital* (Luria, 1973; Flessas & Lussier, 2005).

Una primera clasificación de los contenidos matemáticos en términos de dichos estos modos cognitivos fue esbozada por Flessas y Lussier (2005), mientras que su relevancia explícita en la didáctica de las matemáticas ha sido ejemplificada en el trabajo de Soto-Andrade (2006, 2007a, 2007b, 2008). Actualmente podemos extender esta clasificación mediante una tercera dicotomía: *funcional-predicativo* (Schwank, 1999), para obtener finalmente ocho modos cognitivos básicos.

En el contexto educativo, la existencia e importancia de tal diversidad de estrategias y modos cognitivos ha sido reconocida paulatinamente durante las últimas décadas por Luria (1973), Siegler y Shrager (1984), de la Garanderie (1989), Bruner (1996), Flessas (1997), Flessas y Lussier (2005), Gardner (2005) y Soto-Andrade (2007a, 2007b).

Las metáforas no sólo cumplen un rol cognitivo, sino también didáctico, ya que suministran tanto medios de aprehender y construir nuevos conceptos como herramientas amigables para resolver eficazmente situaciones problemáticas complejas (Presmeg, 1997; Lakoff & Núñez, 2000; Soto-Andrade, 2006, 2007a, 2007b, 2008).

Por ello, en el aprendizaje de las matemáticas el CM es un dominio donde el uso de metáforas como forma de "re-presentar" (presentar de otra manera) o de "imaginarse" un problema deviene no sólo algo explícito, sino también necesario. La suma algorítmica vertical se escribe de manera natural en el papel, pero si al calcular mentalmente no nos reducimos a visualizar el algoritmo escrito, surgen metáforas como juntar, añadir, llenar o avanzar, cuya activación pone en juego capacidades sensoriomotrices relevantes para el CM. Por ejemplo, para restar 51-18 nos vemos yendo de la cuadra 18 a la 51 de una larga avenida; caminamos primero hasta la 20, donde tomamos el bus expreso que se detiene sólo cada diez cuadras. Descendemos en la cuadra 50 y caminamos una más para llegar a nuestro destino. En total: 2+30+1=30+(2+1)=30+3=33.

De este modo, vemos cómo en lugar de la aplicación mecánica de un algoritmo memorizado (resta con reserva), el niño puede recurrir a una "visualización numérica" que podría estar ligada a una activación idiosincrásica de la metáfora de la pista numérica, bajo la forma "sumar es avanzar, restar es retroceder", o también "restar es recorrer lo que falta" (Lakoff & Núñez, 2002; Soto-Andrade,

2006, 2007a, 2007b, 2008). Por supuesto, esta posible activación depende de la experiencia previa del niño, su modo cognitivo predominante, sus interacciones sociales, el contrato didáctico vigente en el aula, entre otros aspectos.

Esta postura teórica, en lo cognitivo y en lo didáctico, es avalada por el hecho de que distintos periodos del desarrollo cognitivo requieren o facilitan el uso de distintos tipos de competencias —estrategias o metáforas— por parte del incipiente cogitante. En efecto, como muestran Gogtay et al. (2004), distintas regiones cerebrales y, correlativamente, distintos tipos de funciones (motrices, sensoriales, asociativas, atencionales) maduran en diferentes momentos del desarrollo, entre los 4 y los 21 años. A grandes rasgos, primero aparece lo sensoriomotor, luego lo asociativo y finalmente lo referente al control atencional. Esto sugiere que una intervención temprana, donde se fomente el uso de metáforas sensoriomotrices antes que las representaciones abstractas, es coherente con las etapas de desarrollo del cerebro, en particular con el de la materia gris (Radford & André, 2009, p. 221-222).

Trabajo relacionado

El cálculo mental ha sido un ingrediente frecuente de los programas escolares, pero su abordaje ha evolucionado desde la memorización de relaciones numéricas —como las tablas de multiplicar— hacia proposiciones didácticas que lo designan como CM *reflexivo o pensado* (Butlen & Pezard, 1992; Beishuizen, 1993; Butlen, 2007; Brissiaud, 2007; Pochon, 1997; Williamson, 2008; Gálvez, 2009), sin descartar su componente "automatizada" (Lethielleux, 2005; Anselmo, Evesque-Sagnard, Fenoy, Planchette & Zuchetta, 2008).

Brissiaud (2003) propone enseñar el CM para "extender la red de relaciones numéricas conocidas" más allá de las relaciones de vecindad, y posibilitar que los alumnos pongan en práctica procedimientos "espontáneos" de cálculo

pensado. Se trata de un cálculo particularizante, donde el alumno debe aprender a hacer "buenas elecciones" frente a cada caso (Brissiaud, 2003, p. 162).

Descubrir las estrategias cognitivas que utilizan los alumnos de manera efectiva para calcular mentalmente nos informa sobre "la idea que se hacen de los números" (Butlen & Pezard, 1992). Una visión análoga se expresa en la escuela alemana de Didáctica de las Matemáticas, que desde hace cerca de dos siglos se ha interesado en las "maneras de imaginarse" *(Vorstellungenorstellungen)* los objetos y procesos matemáticos (Vom Hofe, 1995). Euler ya decía que "los niños podrían imaginarse los números negativos como deudas" (loc. cit.). Cabe señalar que el rol operacional de las *Vorstellungen* corresponde al de las metáforas conceptuales (Soto-Andrade, 2006, 2007a, 2007b), en el sentido de Lakoff y Núñez (2002), y al de la represeºntación mediante "materiales concretos" en numerosos educadores matemáticos, como Montessori (1967), Gattegno (1998) y Dienes (2003).

Alsina (2007) explora las correlaciones entre el *ejecutivo central* y la mejor performance en pruebas aritméticas de cálculo, que equivale esencialmente a la capacidad de *memoria de trabajo* (lo que uno mantiene presente o co-presente en la memoria al realizar una tarea). Un ejemplo clásico es mantener en la memoria (por repetición, imagen u otro medio) un número de teléfono, desde su recepción hasta su uso. La investigación de Alsina sugiere que sería interesante hacer una estimación de las capacidades individuales que tienen los estudiantes en su memoria de trabajo y correlacionarlas con su desempeño en CM; posiblemente tendremos una baja memoria de trabajo en los niños con más débil desempeño en CM. Asimismo, una forma de remediar la baja capacidad de memoria de trabajo sería no sólo entrenar a los niños a recordar números —como parece sugerir Alsina—, sino también utilizar estrategias alternativas como estimular la representación sensoriomotriz (vía metáforas) de

las operaciones aritméticas, lo cual entroncaría con los trabajos de Gogtay et al. (2004) sobre los periodos de desarrollo cerebral. Recordemos que, según Gogtay, las regiones atingentes a la memoria de trabajo (corteza prefrontal y dorsolateral, fundamentalmente) maduran más tardíamente que las sensoriomotrices.

La postura teórica que enfatiza el rol de las metáforas sensoriomotrices en el aprendizaje de las matemáticas y la práctica del CM ha recibido últimamente un nuevo sustento experimental por parte de la neurociencia cognitiva, en relación con la metáfora de la recta numérica ("los números son ubicaciones en una recta"), como proponen los trabajos de Dehaene y sus colaboradores. En efecto, Knops, Thirion, Hubbard, Michel y Dehaene (2009) muestran que los circuitos corticales para la atención espacial contribuyen a la aritmética mental en los seres humanos, en el caso específico de los movimientos oculares hacia la derecha o la izquierda cuando se da la suma o la resta de un número positivo. Así, al calcular 18+5 (respectivamente 18-5) se detecta, con ayuda de la Imaginería por Resonancia Magnética (IRM) de alta resolución, una variación de la actividad cerebral evocada, que es análoga a la generada por un movimiento ocular correspondiente a un desplazamiento en cinco unidades hacia la derecha (respectivamente, hacia la izquierda) en una recta virtual.

Por otra parte, destacamos los trabajos de Siegler y sus colaboradores (Siegler & Shrager, 1984; Siegler, 1989; Siegler & Shipley, 1995; Shrager & Siegler, 1998), quienes critican la visión piagetiana que afirma que para cada estadio del desarrollo cognitivo del niño hay una estrategia claramente dominante. Ellos invocan una evidencia experimental de que, desde pequeños, los niños ocupan una variedad de estrategias para realizar cálculos numéricos, en particular los mentales. Siegler (1989) advierte que el análisis cronométrico de los tiempos de respuesta no permite detectar en forma certera el uso de distintas estrategias, aunque la no normalidad de la distribución de tiempos de respuesta puede

sugerirlo. Por ello, recomienda que se aborde su estudio combinando la cronometría con entrevistas y observaciones de los alumnos.

Los países que tienen mejores resultados en las pruebas comparativas internacionales de matemáticas, como Corea, China, Japón, Singapur o Australia, han considerado al CM en sus estándares. Este puede ser un factor relevante, aunque también incide el hecho de que, en los países del extremo oriente, el formato lingüístico de los números facilita el CM, a diferencia de lo que sucede en Francia o en países de habla hispana (Miura, 2001). Otro factor importante es sin duda el uso intensivo del ábaco en el primer ciclo básico en dichos países, lo cual genera una componente importante del CM automatizado; por ejemplo, el de los complementos a 10. Cabe señalar que en Japón se promueve el CM desde temprana edad. El objetivo es evitar que el cálculo se convierta en una simple rutina y lograr que el alumno se mantenga explorando individual y colectivamente otras facetas de la materia en estudio. El diseño de estrategias de cálculo es una de ellas, mientras que explicar los cálculos mentales es una forma de aprendizaje y comunicación (Isoda, Arcavi & Mena, 2008).

Se pretende, desde el punto de vista psicológico-cognitivo, establecer las bases para desarrollar ulteriormente una intervención didáctica, con ayuda de un programa sensible al contexto, que facilite a los alumnos el surgimiento de estrategias más eficaces, "situadas" y "oportunistas" para el CM, las cuales se apoyen en la activación de metáforas sensorio motrices, cambios de modos de representación y tránsito entre modos cognitivos. Nuestra idea es que la práctica de estrategias de CM situadas posibilita una mejor comprensión de los números y su operatoria, un mayor control del proceso de cálculo y una mayor fiabilidad de los resultados (menos errores o la posibilidad de percatarse de ellos y corregirlos.

EL MÈTODO "COTO" EN LA PSICOLOGÌA COGNITIVA

La psicología cognitiva es una de las adiciones más recientes a la investigación psicológica y estudia diversos procesos cognitivos, tales como la resolución de problemas, el razonamiento (inductivo, deductivo, abductivo, analógico), la percepción, la toma de decisiones y la adquisición lingüística. Se desarrolló como un área separada de la disciplina desde los primeros años de la década de 1950 y 1960. El término comenzó a usarse con la publicación del libro *Cognitive Psychology,* por Ulric Neisser, en 1967. Pero la aproximación cognitiva había sido traída a un primer plano tras la publicación del libro de Donald Broadbent *Percepción y Comunicación,* en 1958. Desde ese momento, la metáfora dominante en el área ha sido el modelo de procesamiento de información de Broadbent.

La **psicología cognitiva** o **cognitivismo** es la psicología que se encarga del estudio de la cognición; es decir, de los procesos mentales implicados en el conocimiento. Tiene como objeto de estudio los mecanismos básicos y profundos por los que se elabora el conocimiento, desde la percepción, la memoria y el aprendizaje, hasta la formación de conceptos y razonamiento lógico. Por cognitivo entendemos el acto de conocimiento, en sus acciones de almacenar, recuperar, reconocer, comprender, organizar y usar la información recibida a través de los sentidos.

Está situada dentro de lo que se denomina el hexágono cognitivo, formado por a interrelación entre neurociencia, inteligencia artificial, psicología, lingüística, antropología y filosofía. Recibe influencias de disciplinas y teorías afines, como el tratamiento de la información, la inteligencia artificial, la ciencia del lenguaje y el enfoque holístico de la Gestalt

El Método Coto aplica la cognitividad de los estudiantes elegidos como población meta, para aplicar los procesos mentales memorísticos del lóbulo

derecho inferior del cerebelo, que percibe los datos memorísticos al momento del aprendizaje y los almacena en información que organiza y hace uso de la misma para facilitar respuestas a problemas de multiplicación planteados y que tienen un fácil procesamiento en la memoria de la o del estudiante en formación universitaria del primer semestre de la carrera de Ingeniería Comercial de la Universidad Tecnológica Boliviana – U.T.B.

El interés de la psicología cognitiva es doble. El primer interés es estudiar cómo las personas entienden el mundo en el que viven y también se abordan las cuestiones de cómo los seres humanos toman la información sensorial entrante y la transforman, sintetizan, elaboran, almacenan, recuperan y finalmente hacen uso de ella. El resultado de todo este procesamiento activo de la información es el conocimiento funcional en el sentido de que la segunda vez que la persona se encuentra con un acontecimiento del entorno igual o similar está más segura de lo que puede ocurrir comparado con la primera vez.

Cuando las personas hacen uso de su conocimiento construyen planes, metas para aumentar la probabilidad de que tendrán consecuencias positivas y minimizar la probabilidad de consecuencias negativas. Una vez que la persona tiene una expectativa de la consecuencia que tendrá un acontecimiento, su actuación conductual se ajustará a sus cogniciones.

El segundo interés de la psicología cognitiva es cómo la cognición lleva a la conducta. Desde un enfoque motivacional, la cognición es un "trampolín a la acción". Para los teóricos cognitivistas, la acción está principalmente en función de los pensamientos de la persona y no de algún instinto, necesidad, pulsión o estado de activación (*arousal*).

HIPÓTESIS COGNITIVISTA DEL MÉTODO "COTO"

Desde esta hipótesis, la cognición está conceptualizada como la manipulación de símbolos a través de determinadas reglas. El sistema interactúa con los símbolos, pero no con su significado, y el sistema (mente) funcionaría correctamente cuando los símbolos representasen en forma adecuada la realidad externa, o algún aspecto de ésta, y el procesamiento de la información dentro del sistema (computación simbólica) llevaría a una solución adecuada del problema que se ha presentado.

Esta hipótesis es considerada por el Método Coto como el principal exponente cognitivista, y el paradigma del procesamiento de información y la metáfora del ordenador, que desde esta perspectiva, identifica a la psicología cognitiva.

HIPÓTESIS CONEXIONISTA EN EL MÉTODO "COTO"

La hipótesis conexionista desde la perspectiva del Método Coto implica una forma de cognición secuencial y localizada, y es un modelo cerebral en que las operaciones son distribuidas y se generan a partir de interconexiones masivas que cambian producto de la experiencia. Sin embargo, las redes neurales tienen propiedades formales casi desconocidas, pues aunque imiten procedimientos neuronales, no necesariamente se corresponden con un estricto nivel empírico adecuado.

El Método Coto se aplica satisfactoriamente en la enseñanza memorística y se lo reconoce como la necesidad de una nueva conceptualización de la mente humana, que se aplica en concordancia con la Psicología cognitiva y su funcionalidad de aprendizaje.

Capitulo III

METODOLOGIA

I. TIPO Y DISEÑO DE INVESTIGACION

El tipo de investigación, en la Tesis para la adquisición de nuevas técnicas en la multiplicación en estudiantes de primer semestre de la carrera de Ingeniería Comercial de la Universidad Tecnológica Boliviana – UTB, es **Cuasi Experimental,** de un número de veinte seis (26) sujetos se procederá a dividirlos en dos grupos:

Se tomara las encuestas y la prueba de aritmética al primer (13 sujetos) y al segundo (13 sujetos) grupo de estudiantes. Se hará la comparación respectiva entre ambas pruebas

Posteriormente, se procederá a la capacitación con el método coto al segundo grupo de estudiantes, y no a si al primer grupo de estudiantes.

Terminada la capacitación se volverá a realizar la prueba aritmética que se realizó al inicio a los dos grupos de estudiantes.

Por último se procederá a la comparación de resultados entre ambas pruebas realizada al grupo de estudiantes uno y dos.

DISEÑO:

GRUPOS	SECUENCIA DE REGISTRO		
	PRE TEST	TRATAMIENDO	POST TEST
1	O_1	X	O_1
2	O_2		O_2

II. VARIABLES

Al aplicar el Diseño Cuasi Experimental se tomara dos variables:

Variable Independiente utilizando como herramienta el **Método Coto** para el logro y conocimiento de nuevas técnicas en el área aritmética específicamente la multiplicación.

Variable Dependiente, tomando el resultado del **aprendizaje** utilizando el método coto

III. POBLACION Y MUESTRA

Población estudiantes de primer semestre de la carrera de Ingeniería Comercial de la Universidad Tecnológica Boliviana – UTB.

Muestra Como muestra se tomaran veinte seis (26) estudiantes de primer semestre de la carrera de Ingeniería Comercial de la Universidad Tecnológica Boliviana – UTB, los mismos que se dividirán en dos grupos para aplicarse la prueba.

IV. TECNICAS E INSTRUMENTOS DE INVESTIGACION

Técnica

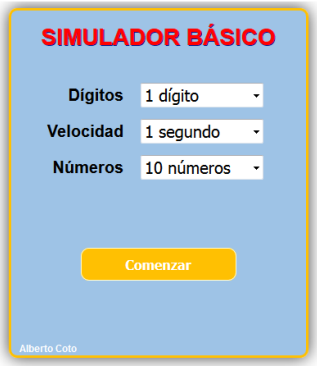
Se empleará el ***Método Coto*** en el "Desarrollo y Fortalecimiento de la Mente", para la adquisición de nuevas técnicas en la multiplicación en estudiantes de primer semestre de la carrera de Ingeniería Comercial de la Universidad Tecnológica Boliviana – UTB

El Método Coto es una herramienta basada en el cálculo mental en la resolución de problemas básicos de la aritmética en general, el cálculo mental consiste en modelar los números de la forma más conveniente para realizar las

operaciones prescritas. Para desarrollar una mayor agilidad en el cálculo mental específicamente en la multiplicación.

El Método Coto da inicio, marcando que es bueno dedicarle entre 10 y 30 minutos al día a ejercicios de relajación y concentración, para obtener un mejor resultado en el diario vivir.

Simulador Básico potencia la rapidez visual, la agilidad mental y, en definitiva las conexiones neuronales. Por supuesto, al tratarse de sumas, también fortalece el cálculo mental (es bueno recordar que la suma es la base del resto de las operaciones aritméticas y, por tanto, es la que más se debería tratar).



Se empieza adaptando la velocidad de aparición de los números a la rapidez de cálculo del sujeto, periódicamente se ve aumentando la dificultad y se va subiendo la dificultad progresivamente. El simulador de sumas resulta ser la operación aritmética fundamental para mejorar el resto de operaciones aritméticas como ser la multiplicación.

Sumar

Uno de los principales objetivos del método coto es conseguir dominar las operaciones aritméticas como la multiplicación, es decir, que se llegue a calcular con mayor soltura y rapidez. Dominar esto aportará al sujeto una mayor seguridad psicológica ante las situaciones numéricas que el día a día ofrece

(que son muchísimas), al margen de poder afrontar retos tan importantes como pueden ser: entrevistas de trabajo, afrontar oposiciones y diferentes tests para medir el nivel, adquirir ventaja en la toma de decisiones numéricas (hipotecas, compras, etc.), o tomar decisiones en los juegos de cartas o casinos.

Sumar de Izquierda a Derecha

El método coto considera que es más sencillo sumar de izquierda a derecha y no en la forma tradicional (de derecha a izquierda). El poder llegar a hacer sumas mentales a una considerable velocidad no es producto de la magia, solo la práctica adecuada puede llegar a mejorar mucho esta capacidad.

Las ventajas de hacer las sumas de izquierda a derecha son dos:

1. Por un lado, no se tiene que tomar en cuenta el resultado de lo que se lleva (acarreos), simplificando así los pasos.
2. Por otra parte, aunque no diese con el resultado correcto, siempre será mucho más fácil dar una aproximación.

Ejemplo: Imaginar que se quiere sumar

47 + 32.

La mejor estrategia será sumar

47 + 30 = 77, y a ello + 2 (77 + 2 = 79).

Series de Fibonacci, Sumas Sucesivas y Doblar Números

Los ejercicios que a continuación se proponen, son ejercicios repetitivos que se los puede practicar en cualquier situación: mientras se espera en la cola del banco, de la movilidad o del supermercado, mientras se viaja en minibús, o simplemente cuando se está aburrido por la calle o dando un paseo.

La serie consiste en tomar dos números y hacer que el siguiente sea la suma de los dos anteriores.

1 – 1 – 2 – 3 – 5 – 8 – 13 – 21 – 34 - ¿?

Como el siguiente número de la serie es la suma de los dos anteriores (por ejemplo, el 21 es la suma de 13 + 8), pues el siguiente será la suma de 21 + 34, que es igual a 55.

Se Puede pensar dos números como punto de arranque. Por ejemplo, en el 5 y el 14 y continuar mentalmente la serie:

5 – 14 - … 5 + 14 = 19 … 19 + 14 = 33…

EJERCICIOS

Otro ejercicio donde se debe hacer que se siga las series numéricas de lógica Fibonacci:

8 – 14 – 22 – 36 – 58…

(8+14 = 22; 14+22 = 36; 22+36 = 58; …)

7 – 15 ...

9 – 17 ...

16 – 25 ...

11 – 14 ...

Si al principio se sienten atascados, es normal. Con práctica se ganara velocidad.

Doblar Números

Otro ejercicio muy útil para ganar velocidad, es el de doblar números mentalmente.

Se piensa en un número, por ejemplo el 7, y se va doblando mentalmente hasta donde se pueda.

7 – 14 – 28 – 56 – 112 – 224 – 448 – 896 – 1.792, etc.

Restar

Restar no deja de ser “sumar al revés”, potenciando la habilidad sumando se va a mejorar a la vez la velocidad restando, (aunque el proceso no deja de ser mecánico).

Ejemplo:

84 – 41

Lo primero que haremos será reducir la suma. Esto es: 84 – (40 + 1))

84 – 40 = 44

44 – 1 = 43

Si nos encontramos ante la resta 87 – 39, podríamos usar dos tipos de estrategias y elegir la que nos resulte más fácil:

87 – (30 + 9) ó (40 – 1)

87 - 30 = 57

57 – 9 = 48

Se puede hacer por otra vía:

87 – 40 = 47

47 + 1 = 48

Las restas con 3 dígitos son similares, lo único que hay que mantener es la técnica simplificada.

Si restamos 936 – 424 (400 + 20 + 4)

936 – 400 = 536

536 – 20 = 516

512 – 4 = 512

Multiplicar

Multiplicar es sumar repetidas veces. No es mejor profesor el que enseña mucho sino el que enseñando poco despierta en el alumno interés por saber. (SlvadrByrri)

Imaginamos que tenemos que multiplicar 83 x 7 debemos hacerlo de la siguiente forma:

83 x 7 = 80 x 7 + 3 x 7

80 x 7 = 560

3 x 7 = 21

560 + 21 = 581

(Para multiplicar 80 x 7 hacemos 7 x 8 y añadimos un 0).

Siempre hay que descomponer la multiplicación en operaciones más sencillas.

42 x 8 = 40 x 8 + 2 x 8

320 + 16 = 336

Una vez que se consiga hacer mentalmente las multiplicaciones de dos dígitos, hacerlas de tres dígitos resultara más fácil.

Ejemplo:

420 x 7

Descomponemos el 420 en 400 + 20 y nos quedaría

(400 + 20) x 7 = 400 x 7 + 20 x 7

400 x 7 = 2.800

20 x 7 = 140

2.800 + 140 = 2.940

Si el número de tres cifras no termina en cero, hacemos una descomposición más, por ejemplo:

346 x 7

(300 + 40 + 6) x 7

300 x 7 = 2.100

40 x 7 = 280

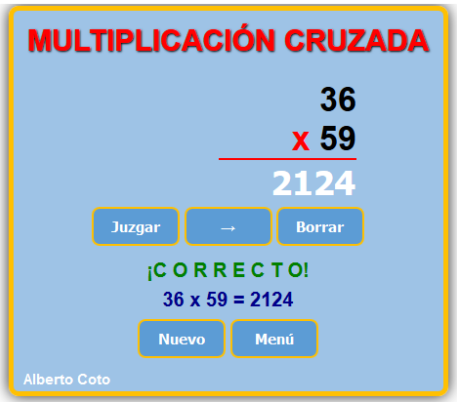
6 x 7 = 42

y ahora sumamos: 2100 + 280 = 2.380

2.380 + 42 = 2.422

Multiplicación Cruzada

Esta técnica es la que emplean los calculistas mentales, no es fácil, pero si se consigue hacer pequeñas multiplicaciones será muy útil como entrenamiento del cálculo y de la concentración.



Ejemplo: multiplicar 54 x 73

54

x 73

3.942

Lo que hago es lo siguiente:

- 3 x 4 =12, colocamos un 2 y llevamos 1
- 1 + 3 x 5 = 1 + 15 = 16; 16 + 7 x 4 = 16 + 28 = 44, coloco un 4 y llevamos 4
- 4 + 7 x 5 = 4 + 35 = 39, y coloco un 39

Como se puede ver, se va cruzando las multiplicaciones, corriendo un lugar a cada paso que se va dando.

Para poder desarrollar este método multiplicativo se necesita mucha rapidez y agilidad sumando, ya que combina las multiplicaciones con sumas sucesivas. Sin embargo, este método cuenta con la ventaja de que sólo se requiere una memorización a “corto plazo. También es cierto que se requiere otra cualidad, que es básica: una gran concentración.

Instrumento

Como técnica se utilizara la encuesta y la entrevista para dotar, al instrumento a utilizar, de validez y confiabilidad.

Se elaborarán cuestionarios de preguntas dirigidos estudiantes de primer semestre de la carrera de Ingeniería Comercial de la Universidad Tecnológica Boliviana – UTB, para determinar el grado de aceptación del instrumento utilizado que es el "Método Coto". Para la adquisición de nuevas técnicas en la multiplicación.

V. PROCEDIMIENTO

El cuestionario y la prueba de aritmética se lo aplicara antes de implementar el método coto y después de su aplicación, para hacer una comparación de los resultados tomados antes de la aplicación del método y después de su aplicación.

Capitulo IV

PRESENTACION DE RESULTADOS

Cronograma

El tiempo de aprendizaje que se requiere para efectivizar el instrumento a utilizar en el presente Proyecto, que es el Método Coto", es de 30 días.

La comprobación de la efectividad estimulante en la conducta del estudiante, según la Psicología Cognitiva y la Investigación Cuasi Experimental, serán encuestas y la prueba aritmética a los estudiantes participantes del aprendizaje y aplicación del "Método Coto".

CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES DEL 1 DE JULIO AL 31 DE JULIO DE 2017

Lunes 3	Martes 4	Miércoles 5	Jueves 6	Viernes 7
Presentación con el Lic. Rafael Díaz Director de la Carrera de Ing. Comercial 1er. Semestre de la Universidad Tecnológica de Bolivia UTB. Explicación del procedimiento y la ejecución de este proyecto. Aplicación del 1er. Cuestionario a 26 estudiantes en el aula.		***Aplicación de la prueba de conocimiento aritmético*** a los 26 estudiantes de la carrera de Ing. Comercial 1er. Semestre de la Universidad Tecnológica de Bolivia UTB		Inicio de la aplicación del método coto "Desarrollo y Fortalecimiento de la Mente". Se divide los grupos en A y B Solo se aplica la prueba al grupo "B". a la finalización se hará una comparación entre el grupo A que no recibirá la capacitación y el grupo "B que si recibirá la capacitación
Lunes 10	**Martes 11**	**Miércoles 12**	**Jueves 13**	**Viernes 14**
	Primera fase de la capacitación con el método de Alberto Coto "Desarrollo y Fortalecimiento de la Mente" Aplicación del simulador de sumas progresivas.		***Segunda fase de la capacitación con el método*** de Alberto Coto "Desarrollo y Fortalecimiento de la Mente" Practica con ejercicios múltiples	
Martes 15	**Miércoles 16**	**Jueves 17**	**Viernes 18**	**Lunes 21**
Tercera fase de la capacitación con el método de Alberto Coto "Desarrollo y Fortalecimiento de la Mente" Practica con ejercicios múltiples		***Tercera fase de la capacitación con el método*** de Alberto Coto "Desarrollo y Fortalecimiento de la Mente" Practica con ejercicios múltiples		***Cuarta fase de la capacitación con el método*** de Alberto Coto "Desarrollo y Fortalecimiento de la Mente" Practica con ejercicios múltiples
Martes 22	**Miércoles 23**	**Jueves 24**	**Viernes 25**	**Lunes 28**
	Quinta fase de la capacitación con el método de Alberto Coto "Desarrollo y Fortalecimiento de la Mente" Practica con ejercicios múltiples		***Por último se vuelve aplicar el cuestionario*** a los 26 estudiantes de la carrera de Ing. Comercial 1er. Semestre de la Universidad Tecnológica de Bolivia UTB	
Martes 29	**Miércoles 30**	**Jueves 31**		
Por último se vuelve aplicar la prueba de conocimiento aritmético a los 26 estudiantes de la carrera de Ing. Comercial 1er. Semestre de la Universidad Tecnológica de Bolivia UTB		Análisis y comparación de las pruebas de conocimiento aritmético Entre el grupo A y B Y relación entre aquellos sujetos que obtuvieron la capacitación con aquellos que no la tuvieron		

MARCO MUESTRAL

Para la presente tesis la población objetivo fueron 26 estudiantes de primer semestre de la carrera de Ingeniería Comercial de la Universidad Tecnológica Boliviana – UTB. A los cuales se les aplicó un cuestionario a todos los estudiantes, sobre el cálculo mental en operaciones algebraicas especialmente de multiplicación.

La identificación del presente marco muestral se realizó de acuerdo a las variables generales, respondiendo a las cuestionantes: “cuáles son, donde están y a quien pertenecen”, con fuentes directas como son los estudiantes de primer semestre de la carrera de Ingeniería Comercial de la Universidad Tecnológica Boliviana – UTB.

Método de Muestreo

Se aplicó un esquema de muestreo completamente aleatorio (M.A.S), debido a que no se tiene bases de datos accesibles o confiables donde se tenga como indicador de tamaño el número de estudiantes de primer semestre de la carrera de Ingeniería Comercial de la Universidad Tecnológica Boliviana – UTB.

Tamaño de la Muestra

Según Crombach (1996), el tamaño de muestra debe garantizar que las estimaciones que se realicen para cada una de las variables de interés que tengan calidad aceptable. Para la aplicación del Método Coto, el cálculo de un tamaño de muestra adecuado para este caso podría ser una tarea compleja debido al número de variables a estudiar, de ahí que para resolver esta situación deben seleccionarse los indicadores fundamentales para el estudio y cuya frecuencia sea baja, para obtener los tamaños de muestra mínimos requeridos cuando los eventos fundamentales son poco frecuentes en la población objetivo, quedando automáticamente cubiertas el resto de las variables.

El tamaño de muestra se obtuvo con base en la siguiente expresión: (Crombach, 1996).

$$\boldsymbol{n} = \frac{N(Z_{\alpha/2})^2 pq}{Nd^2 + (Z_{\alpha/2})^2 pq}$$

Dónde:

$N = Tamaño\ de\ la\ población$

$n = Tamaño\ de\ la\ muestra$

$P = Estimacion\ de\ la\ proporción$

$q = (1 - p)$

$d = Precision\ o\ error\ máximo\ aceptable$

$Z_{\alpha/2}$ = *Valor asentado en las tablas de la distribución normal que garantiza realizar estimaciones con una confianza prefijada.*

Calculo de la Muestra

El tamaño de muestra se calculó utilizando los siguientes valores, los cuales se sustituyeron en la expresión.

$\boldsymbol{p} = 0{,}5$

$\boldsymbol{q} = 0{,}5$

$\boldsymbol{d} = 0{,}145$

$\boldsymbol{Z_{0{,}145}} = 1{,}4754\ (Valor\ de\ tablas\ para\ una\ confianza\ del\ 85{,}5\ \%)$

Por tanto, el tamaño de muestra es igual a:

$$n = \frac{(26)(1{,}4754)^2(0{,}5)(0{,}5)}{(26)(0{,}145)^2 + (1{,}4754)^2(0{,}5)(0{,}5)} = 13{,}066 \approx 13$$

Los 13 estudiantes de primer semestre de la Carrera de Ingeniería Comercial de la Universidad Tecnológica Boliviana – UTB forman la muestra para la presente tesis.

CUESTIONARIO Y OPERACIONALIZACION DE VARIABLES

ENCUESTA Nº 2 DESPUES DE LA INDUCCION DEL METODO COTO

Pregunta 1. ¿Le pareció bueno aprender el Método Coto?

Con esta pregunta se desea conocer el impacto del "Método Coto" en los estudiantes de primer semestre de la carrera de Ingeniería Comercial de la Universidad Tecnológica Boliviana – UTB.

Donde los estudiantes que recibieron la inducción al Método Coto señalan lo siguiente: 2 estudiantes creen que fue excelente aprender este método, 4 muy bueno, 6 bueno y 1 regular, mostrándonos que es aceptable contar con nuevas estrategias en la resolución de problemas especialmente en el área de la multiplicación.

Pregunta 2. ¿Es efectivo el Método Coto en el cálculo mental de las operaciones de multiplicación?

Con esta pregunta se desea conocer si el "Método Coto" es efectivo en los estudiantes de primer semestre de la carrera de Ingeniería Comercial de la Universidad Tecnológica Boliviana – UTB.

De los cuales 3 estudiantes consideran que es demasiado efectivo el método coto en el cálculo mental aplicado a las operaciones de la multiplicación, 3 muy efectivo y 7 efectivo.

Pregunta 3. ¿Le parece que es práctico el Método Coto?

Con esta pregunta se desea conocer la practicidad del “Método Coto” en los estudiantes de primer semestre de la carrera de Ingeniería Comercial de la Universidad Tecnológica Boliviana – UTB.

Donde 1 estudiante considera que es excelentemente práctico, 2 muy práctico, 6 práctico y 4 más o menos práctico.

Pregunta 4. ¿Usted se siente bien con el aprendizaje del Método Coto?

Con esta pregunta se desea conocer el grado de satisfacción con el “Método Coto” de los estudiantes de primer semestre de la carrera de Ingeniería Comercial de la Universidad Tecnológica Boliviana – UTB.

Donde 4 estudiantes consideran que es excelente el método coto, 4 que está muy bien y 5 lo ven bien.

Pregunta 5. ¿Le parece bueno el procedimiento que utiliza el Método Coto en el cálculo mental?

Con esta pregunta se desea conocer si la estrategia utilizada por el “Método Coto” es aceptable en los estudiantes de primer semestre de la carrera de Ingeniería Comercial de la Universidad Tecnológica Boliviana – UTB.

De los estudiantes 4 señalan que es excelente el procedimiento que utiliza el método coto en cálculo mental, 6 muy bueno y 3 estudiantes indican que es bueno.

Pregunta 6. ¿Le pareció fácil aprender el Método Coto?

Con esta pregunta se desea conocer la factibilidad de la estrategia utilizada por el "Método Coto"; es aceptable en los estudiantes de primer semestre de la carrera de Ingeniería Comercial de la Universidad Tecnológica Boliviana – UTB.

De donde a 1 estudiante le pareció extremadamente fácil aprender el método coto, a 3 muy fácil, a 5 fácil y a 4 más o menos fácil.

Pregunta 7. ¿Le parece exacto el cálculo mental del Método Coto en la multiplicación?

Con esta pregunta se desea conocer la exactitud a utilizada por el "Método Coto" para la obtención de resultados, en los estudiantes de primer semestre de la carrera de Ingeniería Comercial de la Universidad Tecnológica Boliviana – UTB.

Donde 3 de los estudiantes les parece extremadamente exacto el cálculo mental del método coto, a 6 estudiantes le pareció muy exacto y a 4 estudiantes exacto.

Pregunta 8. ¿Piensa usted que los estudiantes que ingresen a la carrera de Ingeniería Comercial de la U.T.B. deberían aprender el cálculo mental del Método Coto?

Con esta pregunta se desea conocer el grado de conocimiento que tienen los estudiantes en las matemáticas, específicamente en la Multiplicación.

Donde 5 estudiantes están totalmente de acuerdo con que se debe aprender el método coto, 4 estudiantes está muy de acuerdo y otros 4 está de acuerdo.

Pregunta 9. ¿Se siente bien ahora que aprendió y aplicó el Método Coto en el cálculo mental de las operaciones de multiplicación?

Con esta pregunta se desea conocer el grado de satisfacción con la estrategia utilizada por el "Método Coto" en los estudiantes de primer semestre de la carrera de Ingeniería Comercial de la Universidad Tecnológica Boliviana – UTB.

Donde 1 estudiante respondió me siento excelente, 6 estudiantes me siento muy bien y 6 me siento bien.

Pregunta 10. ¿Se siente seguro (a) de su cálculo mental en cualquier operación de multiplicación luego de aprender el Método Coto?

Con esta pregunta se desea conocer el grado de seguridad y confianza en el aprendizaje de las matemáticas en particular la Multiplicación utilizada por el "Método Coto" en estudiantes de primer semestre de la carrera de Ingeniería Comercial de la Universidad Tecnológica Boliviana – UTB.

Donde 2 estudiantes consideran que están extremadamente seguro (a) de su cálculo mental, 6 estudiantes reflejan que es muy seguro (a), 4 estudiantes dicen estar Seguro (a) y 1 estudiante indica más o menos seguro(a).

VALIDACION DEL INSTRUMENTO UTILIZADO

El instrumento utilizado para la realización de la presente tesis es la encuesta "Prueba de conocimiento cálculo mental antes de la inducción al Método Coto", que se los aplico a los 26 estudiantes de primer semestre de la carrera de Ingeniería Comercial de la Universidad Tecnológica Boliviana – UTB. Se realizó una investigación cuantitativa, para medir, la forma más exacta la realidad, el instrumento para la recolección de la información es un cuestionario que nos permite determinar las características psicológicas relevantes en los estudiantes (actitudes, comportamientos, conductas, opiniones, etc.).

El instrumento de validación estadística es el (Alfa de Crombach), que es un coeficiente que nos permite medir la fiabilidad del instrumento de recolección de información.

El Alfa de Crombach está dada por la siguiente expresión:

$$\alpha = \frac{K}{K-1}\left[1 - \frac{\sum S_i^2}{S_T^2}\right]$$

Dónde:

K: *El número de ítems*

S_i^2: *Sumatoria de Varianza de los items*

S_T^2: *Varianza de la suma de los items*

α: *Coeficiente de Alga de Crombach*

Para el análisis de fiabilidad se utilizó el Programa estadístico SPSS donde nos dio el siguiente resultado.

Datos:

$$K = 10$$

$$S_i^2 = 1{,}369$$

$$S_T^2 = 8{,}666$$

$$\alpha = \frac{10}{10-1}\left[1 - \frac{1{,}369}{8{,}666}\right] = 0{,}935$$

Resumen de procesamiento de casos

		N	%
Casos	Válido	26	100,0
	Excluido[a]	0	,0
	Total	26	100,0

a. La eliminación por lista se basa en todas las variables del procedimiento.

Estadísticas de fiabilidad

Alfa de Cronbach	Alfa de Cronbach basada en elementos estandarizados	N de elementos
,935	,338	10

El coeficiente del Alfa de Crombach ($\alpha = 0{,}935$), lo que indica que el instrumento de recolección de información tiene un grado de fiabilidad alta, validando su uso para la recolección de datos.

ANÁLISIS ESTADÍSTICO

Para la presente tesis se plantea la siguiente hipótesis:

H_0: No hay diferencia significativa entre los promedios de las calificaciones de los estudiantes de primer semestre de la Carrera de Ingeniería Comercial de la Universidad Tecnológica Boliviana – UTB

H_1: Si hay diferencia significativa entre los promedios de las calificaciones de los estudiantes de primer semestre de la Carrera

de Ingeniería Comercial de la Universidad Tecnológica Boliviana – UTB

Para el análisis de la prueba del contraste de hipótesis se define un nivel de significancia del 5% ($\alpha = 0{,}05$). La muestra seleccionada para la aplicación del "Método Coto" de los 13 estudiantes de primer semestre de la Carrera de Ingeniería Comercial de la Universidad Tecnológica Boliviana – UTB, para fortalecerlos en el aspecto memorístico en su aplicación en el cálculo mental en operaciones de multiplicación.

Este grupo referencial de estudiantes pasa el taller de aprendizaje del "Método coto" y puede luego, calcular mentalmente operaciones de multiplicación con rapidez, como lo hiciera la calculadora. Este aprendizaje ayuda al rendimiento conductual y psicológica del estudiante por que le da seguridad en su desarrollo y capacidad de aprendizaje y valoración personal.

Elección de la prueba con el Programa SPSS

La prueba seleccionada para el contraste de la hipótesis es la T-student para pruebas relacionadas (Pre Test y Post test) ya que los datos de la investigación son longitudinales.

Los resultados de la prueba T- student.

Estadísticas de muestras emparejadas

Cuadro Nº 1

		Media	N	Desviación estándar	Media de error estándar
Par 1	Pre Test	26,08	13	2,216	,615
	Post Test	37,15	13	5,970	1,656

Prueba de muestras emparejadas

	Diferencias emparejadas					t	gl	Sig. (bilateral)
	Media	Desviación estándar	Media de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia				
				Inferior	Superior			
Pre Test – Post Test	-11,077	3,840	1,065	-13,397	-8,757	-10,401	12	**,000**

Decisión.- Como vemos en cuadro 1 el promedio de calificaciones de Pre Test es de 26,08 y el promedio de calificaciones del Post Test es de 37,15, claramente se puede observar que el "Método Coto" tubo efectos significativos en los estudiantes.

Además en el análisis para el contraste de hipótesis con el programa estadístico SPSS, se puede ver que el $p - valor = 0{,}000 \leq \alpha = 0{,}05$ donde rechazamos la Hipótesis Nula H_0 y aceptamos la Hipótesis Alterna H_1.

Conclusión.- Hay una diferencia significativa en los promedios de las calificaciones de los estudiantes de primer semestre de la Carrera de Ingeniería Comercial de la Universidad Tecnológica Boliviana – UTB, antes y después del tratamiento con el "Método Coto". Por lo cual se concluye que el tratamiento del "Método Coto" si tiene efectos significativos en los estudiantes de primer semestre de la Carrera de Ingeniería Comercial de la Universidad Tecnológica Boliviana – UTB.

Análisis de Resultados

La capacitación que incluye encuestas y la prueba de aritmética, determina el impacto que el método coto género en los estudiantes de primer semestre de la carrera de Ingeniería Comercial de la Universidad Tecnológica Boliviana – UTB.

Resultados Finales de la Inducción al Método Coto Antes y Después de su Aplicación

Muestra en 26 estudiantes de 1º semestre carrera de Ingeniería Comercial de la Universidad Tecnológica Boliviana UTB

Diagrama de Resultados

El diagrama de resultados realizada a los 26 estudiantes muestra que antes de la inducción al método coto los 26 estudiantes de la carrera de Ingenieria Comercial de primer semestre de la Universidad Tecnologica Boliviana UTB no cuentan con estrategias que les permita resolver problemas de calculo mental iniciales a su carrera (VER CUADRO 1).

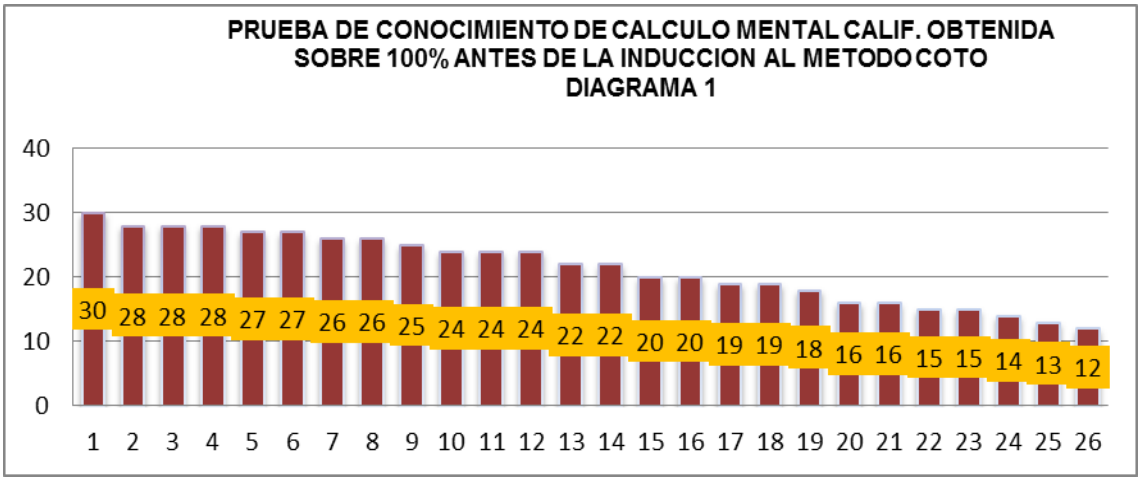
Realizada la inducción al método coto al grupo de 13 estudiantes de primer semestre de la carrera de Ingenieria Comercial de la Universidad Tecnologica Boliviana UTB, se puede evidenciar que hubo una mejora substancial en la aplicación de estragias para la resolución de dificultades aritmeticas en la multiplicación. (VER CUADRO 2 - 3).

A partir de la página 125 se puede observar los cuadros de resultados de la encuesta 1 antes de la inducción al método coto. (VEASE DE LA PAG. 125 A LA 134)

Comenzando con la página 135, observamos que inmediatamente de la inducción al método coto los estudiantes tuvieron un progreso positivo en el desarrollo de la encuesta 2. (VEASE DE LA PAG. 135 A LA 144).

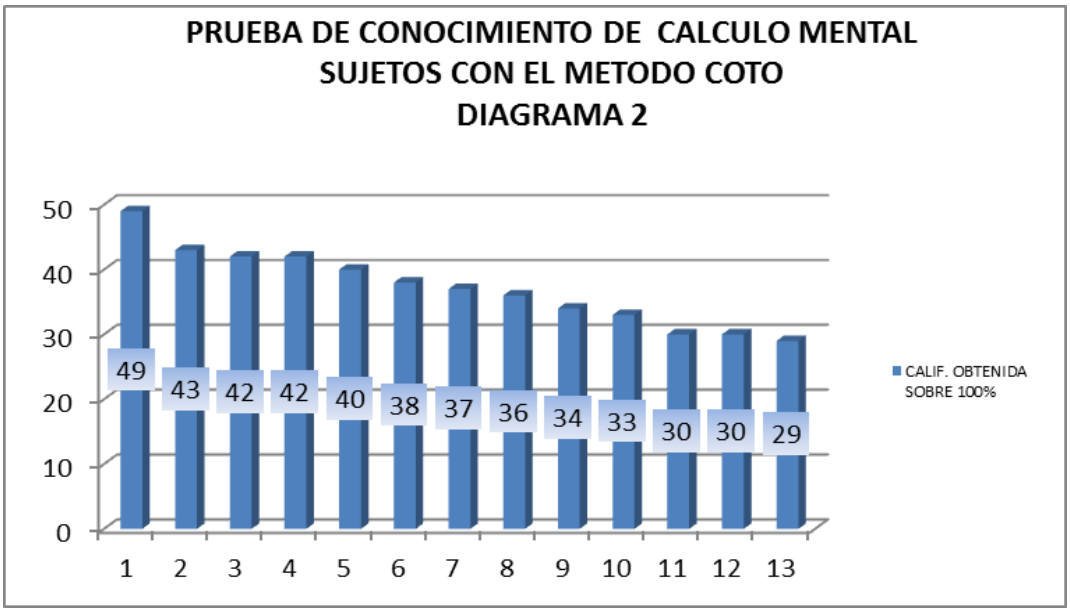
PRUEBA DE CONOCIMIENTO CALCULO MENTAL
ANTES DE LA INDUCCION AL METODO COTO
CUADRO 1

ESTUDIANTE	CALIF. OBTENIDA SOBRE 100%
1	30
2	28
3	28
4	28
5	27
6	27
7	26
8	26
9	25
10	24
11	24
12	24
13	22
14	22
15	20
16	20
17	19
18	19
19	18
20	16
21	16
22	15
23	15
24	14
25	13
26	12



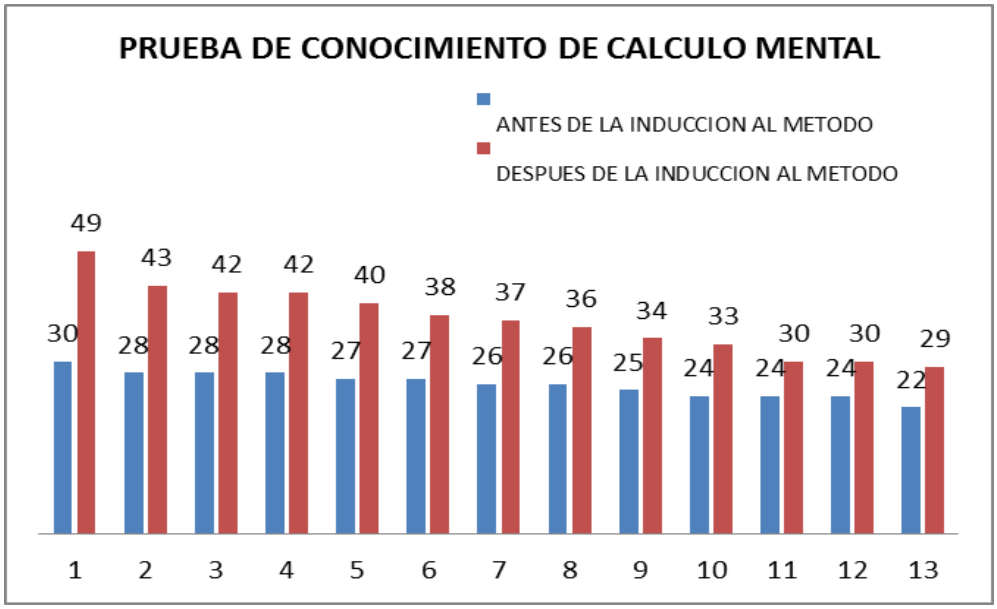
PRUEBA DE CONOCMIENTO DE CÁLCULO MENTAL
DESPUES DE LA INDUCCION AL METODO COTO
CUADRO 2

ESTUDIANTE	CALIF. OBTENIDA SOBRE 100%
1	49
2	43
3	42
4	42
5	40
6	38
7	37
8	36
9	34
10	33
11	30
12	30
13	29



PRUEBA DE CONOCIMIENTO DE CALCULO MENTAL
ANTES Y DESPUES DE LA INDUCCION AL METODO COTO
CUADRO 3

ESTUDIANTE	ANTES DE LA INDUCCION AL METODO COTO	DESPUES DE LA INDUCCION AL METODO COTO
1	30	49
2	28	43
3	28	42
4	28	42
5	27	40
6	27	38
7	26	37
8	26	36
9	25	34
10	24	33
11	24	30
12	24	30
13	22	29



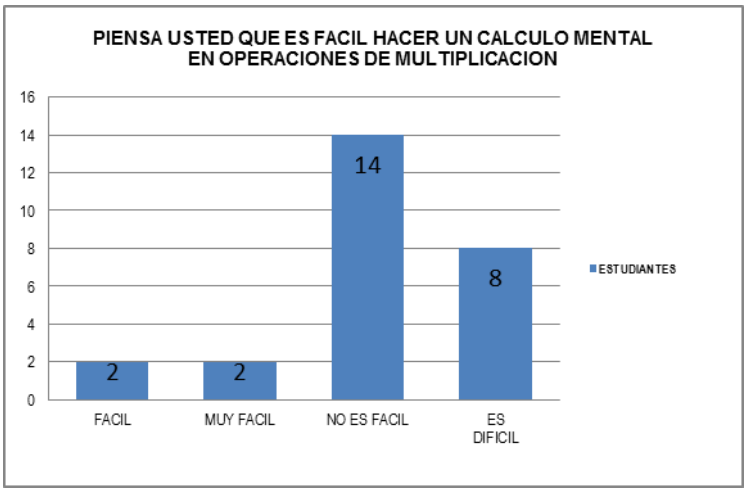
CUADRO DE RESULTADOS – CALCULO MENTAL ENCUESTA 1 ANTES DE LA INDUCCION AL METODO COTO - PREGUNTA 1

PIENSA USTED QUE ES FACIL HACER UN CALCULO MENTAL EN OPERACIONES DE MULTIPLICACION

NRO. DE ESTUD.	FACIL	MUY FACIL	NO ES FACIL	ES DIFICIL
1			X	
2			X	
3			X	
4			X	
5				X
6	X			
7			X	
8		X		
9				X
10			X	
11				X
12			X	
13			X	
14				X
15	X			
16		X		
17			X	
18			X	
19				X
20			X	
21				X
22				X
23			X	
24				X
25			X	
26			X	

PIENSA USTED QUE ES FACIL HACER UN CALCULO MENTAL EN OPERACIONES DE MULTIPLICACION

CANTID DE ESTUD.	FACIL	MUY FACIL	NO ES FACIL	ES DIFICIL
26	2	2	14	8



CUADRO DE RESULTADOS – CALCULO MENTAL

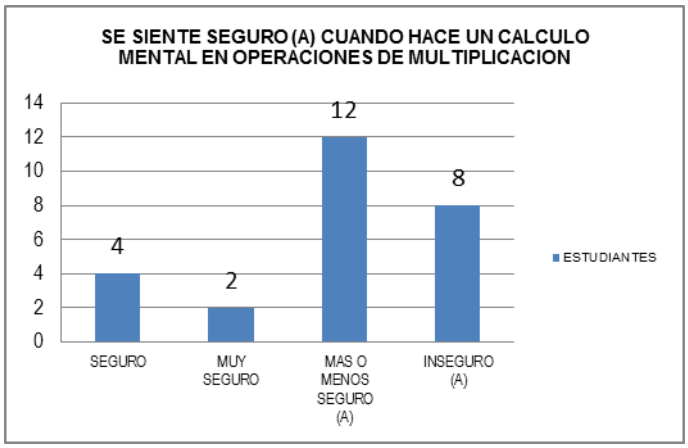
ENCUESTA 1 - PREGUNTA 2

SE SIENTE SEGURO (A) CUANDO HACE UN CALCULO MENTAL EN OPERACIONES DE MULTIPLICACION

NRO. DE ESTUD.	SEGURO	MUY SEGURO	MAS O MENOS SEGURO (A)	INSEGURO (A)
1			X	
2			X	
3			X	
4				X
5		X		
6			X	
7	X			
8	X			
9		X		
10				X
11				X
12	X			
13			X	
14			X	
15			X	
16			X	
17			X	
18				X
19	X			
20			X	
21			X	
22				X
23				X
24				X
25				X
26			X	

SE SIENTE SEGURO (A) CUANDO HACE UN CALCULO MENTAL EN OPERACIONES DE MULTIPLICACION

CANTID DE ESTUD	SEGURO	MUY SEGURO	MAS O MENOS SEGURO (A)	INSEGURO (A)
26	4	2	12	8

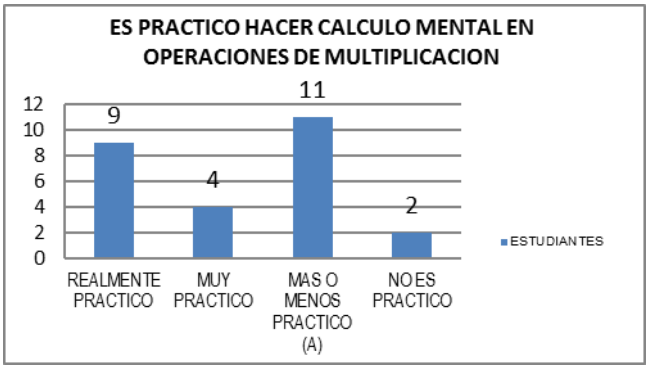


CUADRO DE RESULTADOS – CALCULO MENTAL

ENCUESTA 1 - PREGUNTA 3

ES PRACTICO HACER CALCULO MENTAL EN OPERACIONES DE MULTIPLICACION				
NRO. DE ESTUD.	REALMENTE PRACTICO	MUY PRACTICO	MAS O MENOS PRACTICO (A)	NO ES PRACTICO
1			x	
2	x			
3		x		
4			x	
5		x		
6	x			
7			x	
8			x	
9			x	
10	x			
11				
12			x	
13	x			
14	x			
15			x	
16				x
17	x			
18		x		
19	x			x
20			x	
21	x			
22		x		
23			x	
24	x			
25			x	
26			x	

ES PRACTICO HACER CALCULO MENTAL EN OPERACIONES DE MULTIPLICACION				
CANTID. DE ESTUD.	REALMENTE PRACTICO	MUY PRACTICO	MAS O MENOS PRACTICO (A)	NO ES PRACTICO
26	9	4	11	2



CUADRO DE RESULTADOS – CALCULO MENTAL

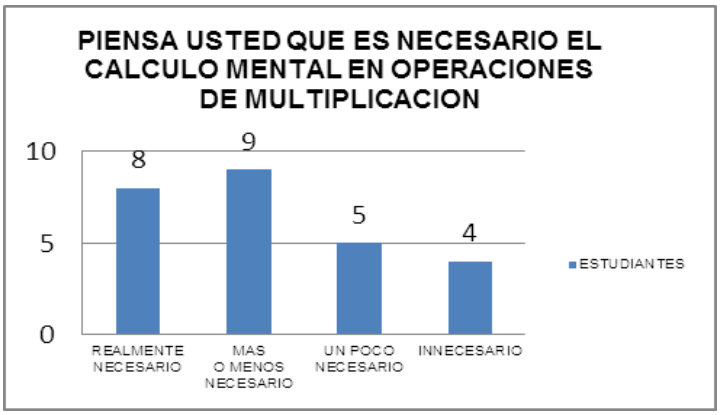
ENCUESTA 1 - PREGUNTA 4

PIENSA USTED QUE ES NECESARIO EL CALCULO MENTAL EN OPERACIONES DE MULTIPLICACION

NRO. DE ESTUD.	REALMENTE NECESARIO	MAS O MENOS NECESARIO	UN POCO NECESARIO	INNECESARIO
1	x			
2	x			
3		x		
4			x	
5		x		
6	x			
7				x
8			x	
9				x
10	x			
11		x		
12		x		
13		x		
14			x	
15				x
16		x		
17	x			
18			x	
19				x
20		x		
21		x		
22		x		
23			x	
24	x			
25	x			
26	x			

PIENSA USTED QUE ES NECESARIO EL CALCULO MENTAL EN OPERACIONES DE MULTIPLICACION

CANTID DE ESTUD	REALMENTE NECESARIO	MAS O MENOS NECESARIO	UN POCO NECESARIO	INNECESARIO
26	8	9	5	4



CUADRO DE RESULTADOS – CALCULO MENTAL

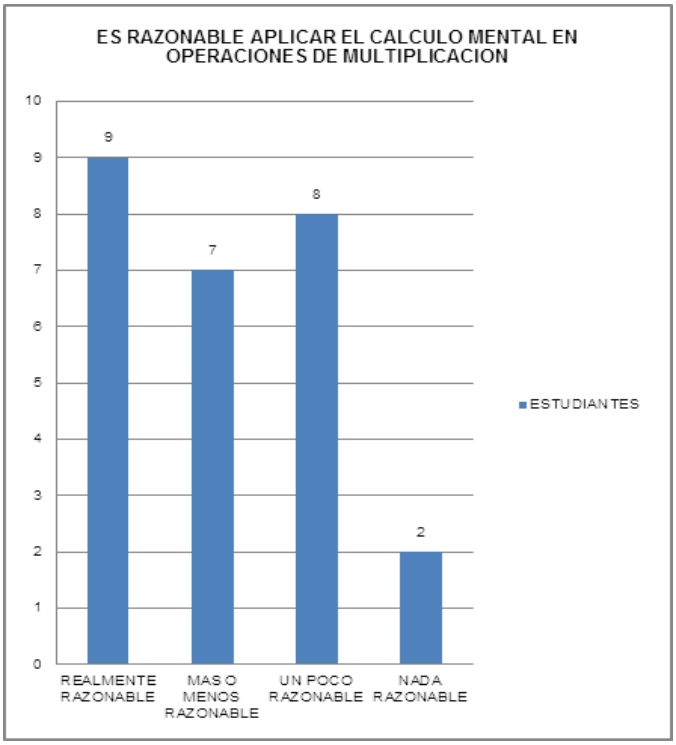
ENCUESTA 1 - PREGUNTA 5

ES RAZONABLE APLICAR EL CALCULO MENTAL EN OPERACIONES DE MULTIPLICACION

NRO. DE ESTUD.	REALMENTE RAZONABLE	MAS O MENOS RAZONABLE	UN POCO RAZONABLE	NADA RAZONABLE
1			X	
2		X		
3			X	
4		X		
5				X
6	X			
7	X			
8		X		
9			X	
10	X			
11	X			
12	X			
13			X	
14			X	
15				X
16	X			
17		X		
18		X		
19		X		
20		X		
21			X	
22	X			
23	X			
24	X			
25			X	
26			X	

ES RAZONABLE APLICAR EL CALCULO MENTAL EN OPERACIONES DE MULTIPLICACION

CANTID DE ESTUD	REALMENTE RAZONABLE	MAS O MENOS RAZONABLE	UN POCO RAZONABLE	NADA RAZONABLE
26	9	7	8	2



CUADRO DE RESULTADOS – CALCULO MENTAL

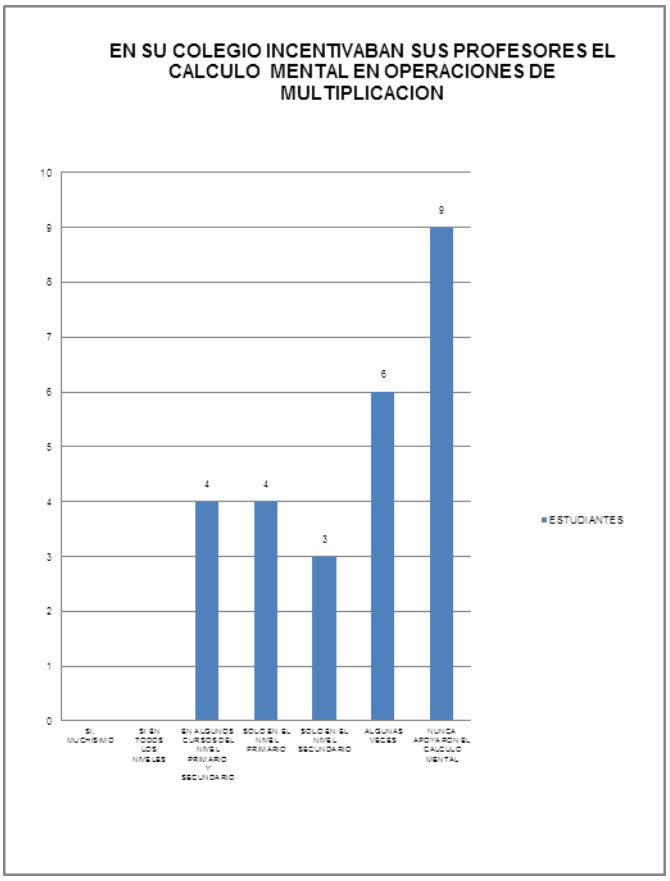
ENCUESTA 1 - PREGUNTA 6

EN SU COLEGIO INCENTIVABAN SUS PROFESORES EL CALCULO MENTAL EN OPERACIONES DE MULTIPLICACION

NRO. DE ESTUD.	SI, MUCHISIMO	SI EN TODOS LOS NIVELES	EN ALGUNOS CURSOS DEL NIVEL PRIMARIO Y SECUNDARIO	SOLO EN EL NIVEL PRIMARIO	SOLO EN EL NIVEL SECUNDARIO	ALGUNAS VECES	NUNCA APOYARON EL CALCULO MENTAL
1				X			
2					X		
3					X		
4							X
5							X
6							X
7							X
8						X	
9			X				
10				X			
11				X			
12							X
13							X
14						X	
15							X
16						X	
17				X			
18							X
19							X
20			X				
21						X	
22						X	
23						X	
24					X		
25			X				
26			X				

EN SU COLEGIO INCENTIVABAN SUS PROFESORES EL CALCULO MENTAL EN OPERACIONES DE MULTIPLICACION

CANTID DE ESTUD	SI, MUCHISIMO	SI EN TODOS LOS NIVELES	EN ALGUNOS CURSOS DEL NIVEL PRIMARIO Y SECUNDARIO	SOLO EN EL NIVEL PRIMARIO	SOLO EN EL NIVEL SECUNDARIO	ALGUNAS VECES	NUNCA APOYARON EL CALCULO MENTAL
26			4	4	3	6	9



CUADRO DE RESULTADOS – CALCULO MENTAL

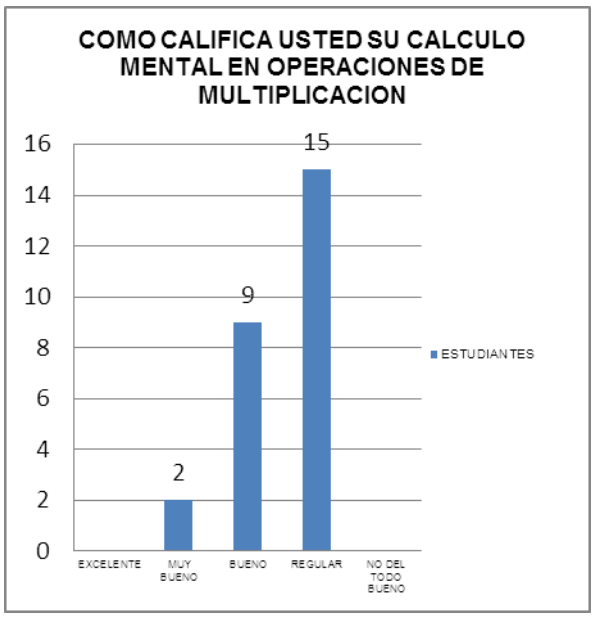
ENCUESTA 1 - PREGUNTA 7

COMO CALIFICA USTED SU CALCULO MENTAL EN OPERACIONES DE MULTIPLICACION

NRO. DE ESTUD	EXCELENTE	MUY BUENO	BUENO	REGULAR	NO DEL TODO BUENO
1				X	
2				X	
3			X		
4				X	
5			X		
6				X	
7				X	
8			X		
9			X		
10				X	
11			X		
12		X			
13				X	
14				X	
15				X	
16				X	
17				X	
18			X		
19		X			
20				X	
21				X	
22			X		
23				X	
24			X		
25				X	
26			X		

COMO CALIFICA USTED SU CALCULO MENTAL EN OPERACIONES DE MULTIPLICACION

CANTID. DE ESTUD.	EXCELENTE	MUY BUENO	BUENO	REGULAR	NO DEL TODO BUENO
26		2	9	15	



CUADRO DE RESULTADOS – CALCULO MENTAL

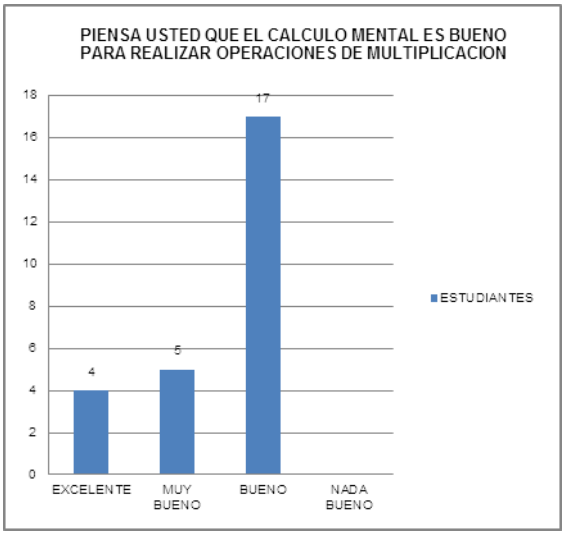
ENCUESTA 1 - PREGUNTA 8

PIENSA USTED QUE EL CALCULO MENTAL ES BUENO PARA REALIZAR OPERACIONES DE MULTIPLICACION

NRO. DE ESTUD.	EXCELENTE	MUY BUENO	BUENO	NADA BUENO
1			X	
2			X	
3		X		
4			X	
5			X	
6			X	
7			X	
8	X			
9			X	
10			X	
11			X	
12	X			
13			X	
14		X		
15	X			
16			X	
17			X	
18		X		
19			X	
20			X	
21			X	
22	X			
23		X		
24		X		
25			X	
26			X	

PIENSA USTED QUE EL CALCULO MENTAL ES BUENO PARA REALIZAR OPERACIONES DE MULTIPLICACION

CANTID. DE ESTUD.	EXCELENTE	MUY BUENO	BUENO	NADA BUENO
26	4	5	17	



CUADRO DE RESULTADOS – CALCULO MENTAL

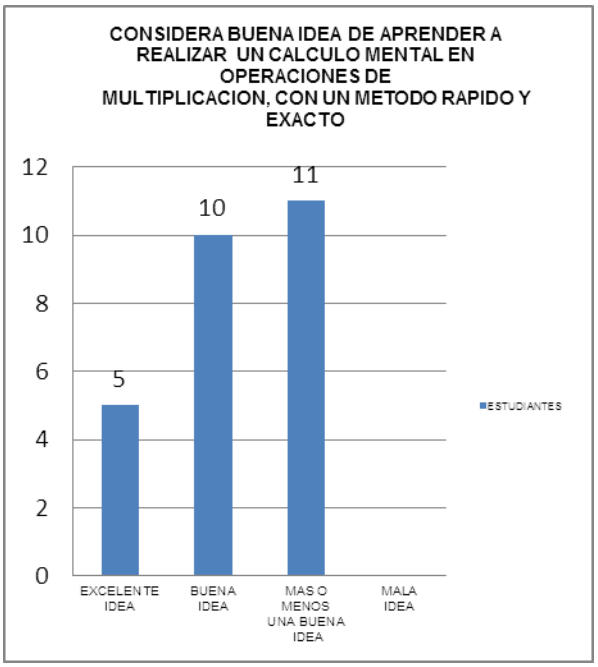
ENCUESTA 1 - PREGUNTA 9

CONSIDERA BUENA IDEA DE APRENDER A REALIZAR UN CALCULO MENTAL EN OPERACIONES DE MULTIPLICACION, CON UN METODO RAPIDO Y EXACTO

NRO. DE ESTUD	EXCELENTE IDEA	BUENA IDEA	MAS O MENOS UNA BUENA IDEA	MALA IDEA
1			X	
2			X	
3		X		
4		X		
5		X		
6			X	
7		X		
8		X		
9	X			
10		X		
11		X		
12	X			
13			X	
14	X			
15		X		
16			X	
17			X	
18			X	
19			X	
20	X			
21			X	
22			X	
23		X		
24			X	
25	X			
26		X		

CONSIDERA BUENA IDEA DE APRENDER A REALIZAR UN CALCULO MENTAL EN OPERACIONES DE MULTIPLICACION, CON UN METODO RAPIDO Y EXACTO

CANTID DE ESTUD.	EXCELENTE IDEA	BUENA IDEA	MAS O MENOS UNA BUENA IDEA	MALA IDEA
26	5	10	11	



CUADRO DE RESULTADOS – CALCULO MENTAL

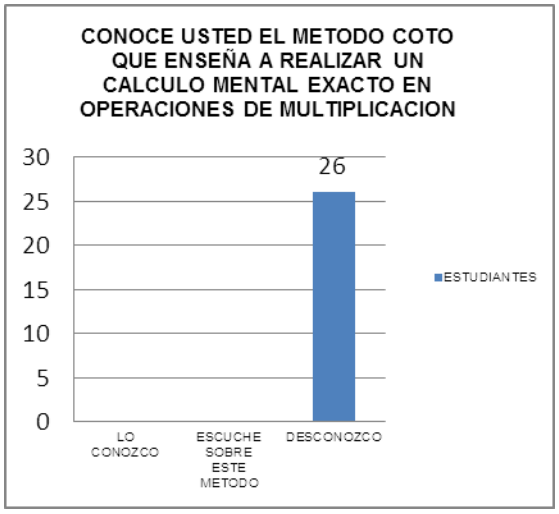
ENCUESTA 1 - PREGUNTA 10

CONOCE USTED EL METODO COTO QUE ENSEÑA A REALIZAR UN CALCULO MENTAL EXACTO EN OPERACIONES DE MULTIPLICACION

NRO. DE ESTUD.	LO CONOZCO	ESCUCHE SOBRE ESTE METODO	DESCONOZCO
1			X
2			X
3			X
4			X
5			X
6			X
7			X
8			X
9			X
10			X
11			X
12			X
13			X
14			X
15			X
16			X
17			X
18			X
19			X
20			X
21			X
22			X
23			X
24			X
25			X
26			X

CONOCE USTED EL METODO COTO QUE ENSEÑA A REALIZAR UN CALCULO MENTAL EXACTO EN OPERACIONES DE MULTIPLICACION

CANTID DE ESTUD.	LO CONOZCO	ESCUCHE SOBRE ESTE METODO	DESCONOZCO
26			26



ENCUESTA DESPUES DE LA INDUCCION AL METODO COTO

CUADRO DE RESULTADOS – CALCULO MENTAL

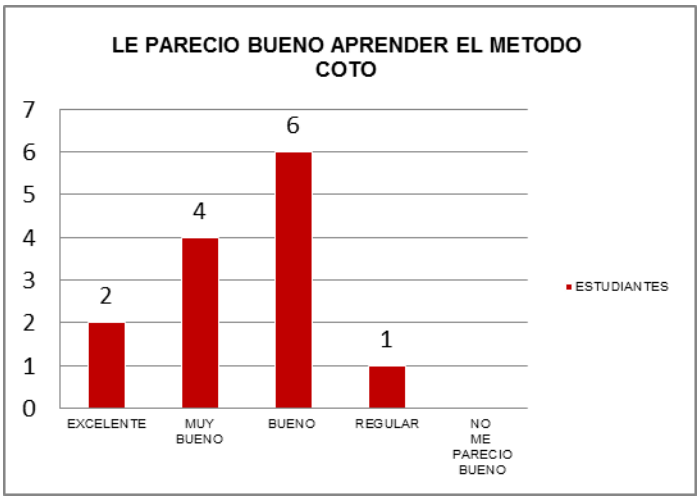
ENCUESTA 2 - PREGUNTA 1

LE PARECIO BUENO APRENDER EL METODO COTO

Nro. DE ESTUD	EXCELENTE	MUY BUENO	BUENO	REGULAR	NO ME PARECIO BUENO
1	X				
2		X			
3			X		
4			X		
5				X	
6		X			
7		X			
8		X			
9			X		
10			X		
11			X		
12	X				
13			X		

LE PARECIO BUENO APRENDER EL METODO COTO

Nro. DE ESTUD	EXCELENTE	MUY BUENO	BUENO	REGULAR	NO ME PARECIO BUENO
13	2	4	6	1	



ENCUESTA DESPUES DE LA INDUCCION AL METODO COTO

CUADRO DE RESULTADOS – CALCULO MENTAL

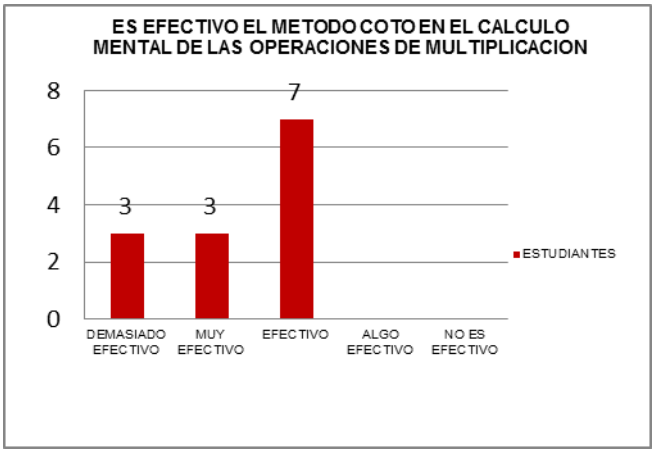
ENCUESTA 2 - PREGUNTA 2

ES EFECTIVO EL METODO COTO EN EL CALCULO MENTAL DE LAS OPERACIONES DE MULTIPLICACION

Nro. DE ESTUD.	DEMASIADO EFECTIVO	MUY EFECTIVO	EFECTIVO	ALGO EFECTIVO	NO ES EFECTIVO
1			X		
2			X		
3			X		
4			X		
5	X				
6	X				
7	X				
8			X		
9			X		
10			X		
11		X			
12		X			
13		X			

ES EFECTIVO EL METODO COTO EN EL CALCULO MENTAL DE LAS OPERACIONES DE MULTIPLICACION

Nro. DE ESTUD.	DEMASIADO EFECTIVO	MUY EFECTIVO	EFECTIVO	ALGO EFECTIVO	NO ES EFECTIVO
13	3	3	7		



ENCUESTA DESPUES DE LA INDUCCION AL METODO COTO

CUADRO DE RESULTADOS – CALCULO MENTAL

ENCUESTA 2 - PREGUNTA 3

LE PARECE QUE ES PRACTICO EL METODO COTO

CANT DE EST	EXCELENT. PRACTICO	MUY PRACTICO	PRACTICO	MAS O MENOS PRACTICO	NO ES PRACTICO
1			X		
2			X		
3			X		
4			X		
5			X		
6			X		
7				X	
8				X	
9				X	
10				X	
11		X			
12		X			
13	X				

LE PARECE QUE ES PRACTICO EL METODO COTO

CANT DE EST	EXCELENT. PRACTICO	MUY PRACTICO	PRACTICO	MAS O MENOS PRACTICO	NO ES PRACTICO
13	1	2	6	4	

ENCUESTA DESPUES DE LA INDUCCION AL METODO COTO

CUADRO DE RESULTADOS – CALCULO MENTAL

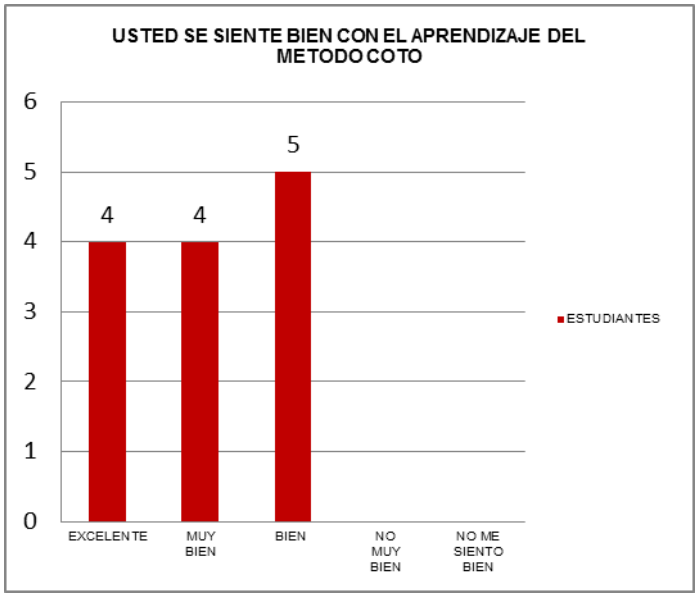
ENCUESTA 2 - PREGUNTA 4

USTED SE SIENTE BIEN CON EL APRENDIZAJE DEL METODO COTO

CANT DE ESTUD	EXCELENTE	MUY BIEN	BIEN	NO MUY BIEN	NO ME SIENTO BIEN
1			X		
2	X				
3	X				
4	X				
5	X				
6		X			
7		X			
8		X			
9		X			
10			X		
11			X		
12			X		
13			X		

USTED SE SIENTE BIEN CON EL APRENDIZAJE DEL METODO COTO

CANT DE ESTUD	EXCELENTE	MUY BIEN	BIEN	NO MUY BIEN	NO ME SIENTO BIEN
13	4	4	5		



ENCUESTA DESPUES DE LA INDUCCION AL METODO COTO

CUADRO DE RESULTADOS – CALCULO MENTAL

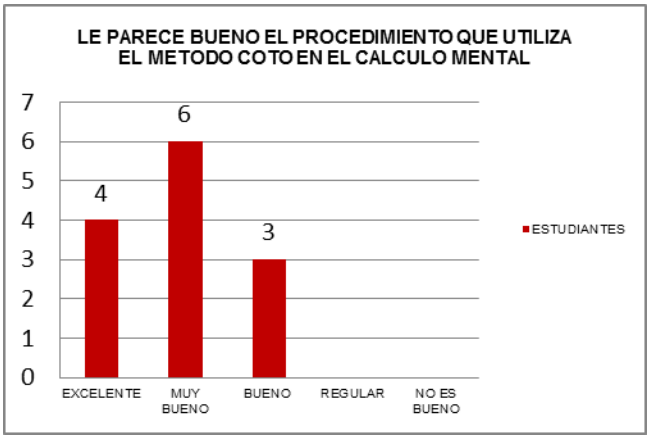
ENCUESTA 2 - PREGUNTA 5

LE PARECE BUENO EL PROCEDIMIENTO QUE UTILIZA EL METODO COTO EN EL CALCULO MENTAL

CANT DE ESTUD	EXCELENTE	MUY BUENO	BUENO	REGULAR	NO ES BUENO
1		X			
2		X			
3		X			
4		X			
5	X				
6		X			
7		X			
8	X				
9	X				
10			X		
11	X				
12			X		
13			X		

LE PARECE BUENO EL PROCEDIMIENTO QUE UTILIZA EL METODO COTO EN EL CALCULO MENTAL

CANT DE ESTUD	EXCELENTE	MUY BUENO	BUENO	REGULAR	NO ES BUENO
13	4	6	3		



ENCUESTA DESPUES DE LA INDUCCION AL METODO COTO

CUADRO DE RESULTADOS – CALCULO MENTAL

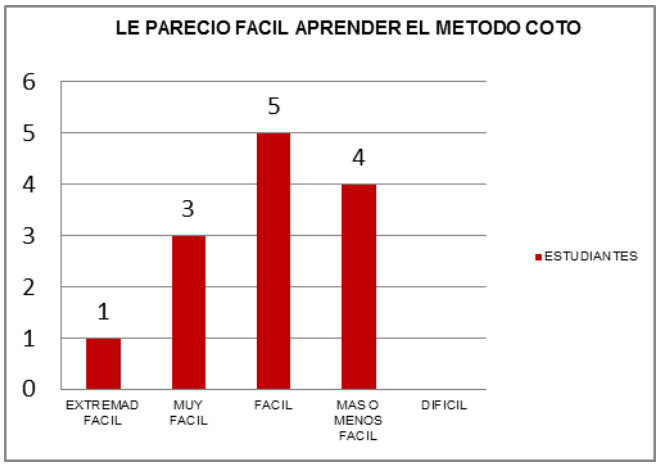
ENCUESTA 2 - PREGUNTA 6

LE PARECIO FACIL APRENDER EL METODO COTO

Nro DE ESTUD	EXTREMAD FACIL	MUY FACIL	FACIL	MAS O MENOS FACIL	DIFICIL
1				X	
2			X		
3		X			
4		X			
5				X	
6				X	
7				X	
8			X		
9		X			
10			X		
11			X		
12			X		
13	X				

LE PARECIO FACIL APRENDER EL METODO COTO

Nro DE ESTUD	EXTREMAD FACIL	MUY FACIL	FACIL	MAS O MENOS FACIL	DIFICIL
13	1	3	5	4	



ENCUESTA DESPUES DE LA INDUCCION AL METODO COTO

CUADRO DE RESULTADOS – CALCULO MENTAL

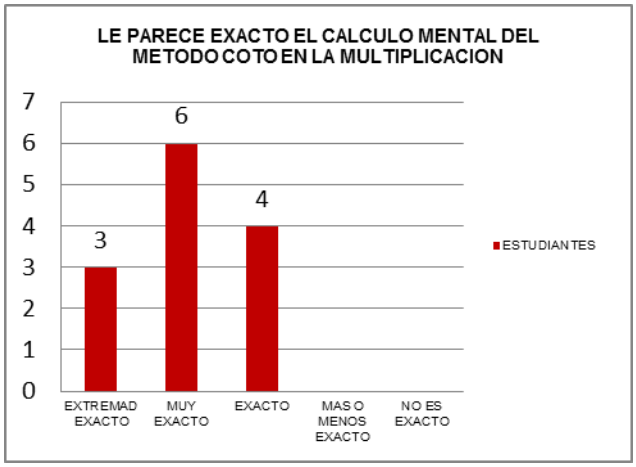
ENCUESTA 2 - PREGUNTA 7

LE PARECE EXACTO EL CALCULO MENTAL DEL METODO COTO EN LA MULTIPLICACION

CANT DE ESTUD	EXTREMAD EXACTO	MUY EXACTO	EXACTO	MAS O MENOS EXACTO	NO ES EXACTO
1			X		
2			X		
3			X		
4		X			
5		X			
6	X				
7		X			
8			X		
9		X			
10		X			
11	X				
12	X				
13		X			

LE PARECE EXACTO EL CALCULO MENTAL DEL METODO COTO EN LA MULTIPLICACION

CANT DE ESTUD	EXTREMAD EXACTO	MUY EXACTO	EXACTO	MAS O MENOS EXACTO	NO ES EXACTO
13	3	6	4		



ENCUESTA DESPUES DE LA INDUCCION AL METODO COTO

CUADRO DE RESULTADOS – CALCULO MENTAL

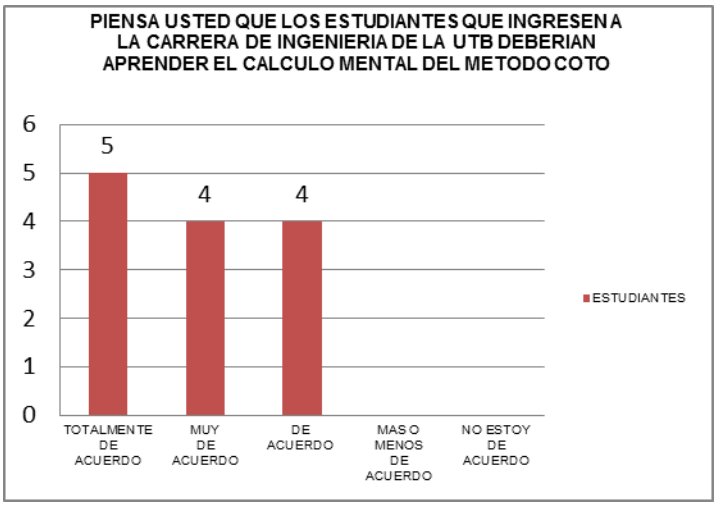
ENCUESTA 2 – PREGUNTA 8

PIENSA USTED QUE LOS ESTUDIANTES QUE INGRESEN A LA CARRERA DE INGENIERIA DE LA UTB DEBERIAN APRENDER EL CALCULO MENTAL DEL METODO COTO

CANT DE ESTUD	TOTALMENTE DE ACUERDO	MUY DE ACUERDO	DE ACUERDO	MAS O MENOS DE ACUERDO	NO ESTOY DE ACUERDO
1	X				
2	X				
3	X				
4		X			
5			X		
6			X		
7		X			
8		X			
9			X		
10		X			
11	X				
12			X		
13	X				

PIENSA USTED QUE LOS ESTUDIANTES QUE INGRESEN A LA CARRERA DE INGENIERIA DE LA UTB DEBERIAN APRENDER EL CALCULO MENTAL DEL METODO COTO

CANT DE ESTUD	TOTALMENTE DE ACUERDO	MUY DE ACUERDO	DE ACUERDO	MAS O MENOS DE ACUERDO	NO ESTOY DE ACUERDO
13	5	4	4		



ENCUESTA DESPUES DE LA INDUCCION AL METODO COTO

CUADRO DE RESULTADOS – CALCULO MENTAL

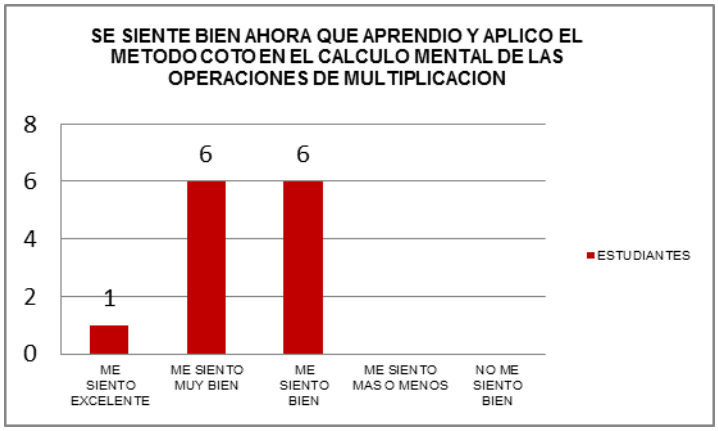
ENCUESTA 2 – PREGUNTA 9

SE SIENTE BIEN AHORA QUE APRENDIO Y APLICO EL METODO COTO EN EL CALCULO MENTAL DE LAS OPERACIONES DE MULTIPLICACION

CANT DE ESTUD	ME SIENTO EXCELENTE	ME SIENTO MUY BIEN	ME SIENTO BIEN	ME SIENTO MAS O MENOS	NO ME SIENTO BIEN
1		X			
2			X		
3			X		
4			X		
5			X		
6		X			
7		X			
8		X			
9	X				
10		X			
11			X		
12			X		
13		X			

SE SIENTE BIEN AHORA QUE APRENDIO Y APLICO EL METODO COTO EN EL CALCULO MENTAL DE LAS OPERACIONES DE MULTIPLICACION

CANT DE ESTUD	ME SIENTO EXCELENTE	ME SIENTO MUY BIEN	ME SIENTO BIEN	ME SIENTO MAS O MENOS	NO ME SIENTO BIEN
13	1	6	6		



ENCUESTA DESPUES DE LA INDUCCION AL METODO COTO

CUADRO DE RESULTADOS – CALCULO MENTAL

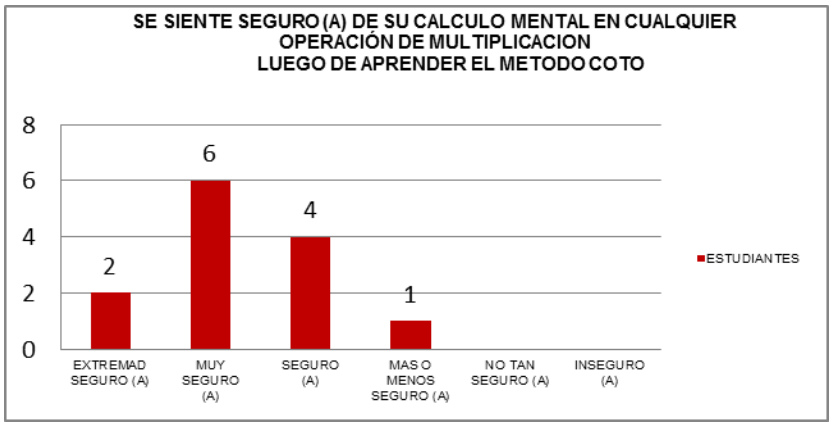
ENCUESTA 2 – PREGUNTA 10

SE SIENTE SEGURO (A) DE SU CALCULO MENTAL EN CUALQUIER OPERACIÓN DE MULTIPLICACION LUEGO DE APRENDER EL METODO COTO

CANT DE ESTUD	EXTREMAD SEGURO (A)	MUY SEGURO (A)	SEGURO (A)	MAS O MENOS SEGURO (A)	NO TAN SEGURO (A)	INSEGURO (A)
1		X				
2			X			
3				X		
4			X			
5			X			
6			X			
7		X				
8		X				
9		X				
10		X				
11	X					
12	X					
13		X				

SE SIENTE SEGURO (A) DE SU CALCULO MENTAL EN CUALQUIER OPERACIÓN DE MULTIPLICACION LUEGO DE APRENDER EL METODO COTO

CANT DE ESTUD	EXTREMAD SEGURO (A)	MUY SEGURO (A)	SEGURO (A)	MAS O MENOS SEGURO (A)	NO TAN SEGURO (A)	INSEGURO (A)
13	2	6	4	1		



Capítulo V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES

Construir, a través del Método Coto nuevas estrategias que aporten a la educación actual para que el sujeto no quede desfasado en el ámbito psicológico y ante la reciente avalancha tecnológica.

Comprobar, en los estudiantes a través del Método Coto el logro y conocimiento de nuevas estrategias de cálculo mental en el área aritmética específicamente en la multiplicación.

Motivar, la curiosidad en el estudiante para activar su atención a través del método coto y de esta manera facilitar el aprendizaje de la multiplicación.

Estimular, la memoria con simuladores del método coto que le permitan al estudiante agilizar el almacenamiento y la recuperación de la información cognitiva, afectiva y motivacional.

Inducir, a través del método coto la capacidad de análisis, interpretación, codificación de la información recogida, por medio de la concentración de los procesos psicológicos sobre las operaciones aritméticas específicamente la multiplicación.

Exponer, que el Método Coto es un beneficio para el desarrollo del sentido numérico y de habilidades intelectuales como la atención y la concentración, además del gusto por las Matemáticas.

Fortalecer, la autoestima del estudiante a través del método coto para que tenga mayor seguridad en la resolución de problemas que lo llevaran a un éxito personal, social y en futuro laboral.

Agilizar, de forma progresiva la retención de operaciones de multiplicación para una evolución progresiva y acelerada del cálculo mental a través del aprendizaje, almacenando en la memoria cifras de operaciones de multiplicación, previamente sencillas y posteriormente complejas, originando respuestas exactas mediante el *cálculo mental*.

RECOMENDACIONES

Se recomienda la aplicación del método coto por su relevancia en distintos desarrollos de la psicología, la educación, la cultura, así como en los procesos de aprendizaje tanto en contextos formales: escuelas, universidades o informales como ser institucionales o la vida cotidiana, también porque aporta en los procesos psicológicos básicos como ser: atención, memoria, lenguaje, pensamiento, motivación y comprensión

Efectuar el aprendizaje y la aplicabilidad del Método Coto, para permitir a la o el estudiante afianzar el proceso de cálculo mental y realizar operaciones de multiplicación en un tiempo breve, lo cual origina una mayor confianza emocional y conductual para continuar con su aprendizaje, motivando su interés y exponiendo su capacidad cognitiva sensorial educativa a un ritmo acelerado, de acuerdo a la aplicabilidad del *cálculo mental* que realice.

Ejercitar, el cálculo mental para favorecer la adquisición de habilidades de concentración y atención que le darán seguridad al estudiante en la resolución de dificultades.

BIBLIOGRAFIA DE REFERENCIA

ALBERTO COTO GARCÌA “Multiplica tus Inteligencias”. Para todas las edades. España 2012.

ALONSO D., FUENTES L. “Mecanismos cerebrales del pensamiento matemático”. Revista de Neurología 33, 2001.

ABOWD, G.; ANIND, D.; DEY, K.; BROWN, R I; DAVIES, N.; SMITH, M. & STEGGLES, R (1999). Towards a better understanding of context and context-awareness. In Hans-Werner Gellersen (Ed.), *Proceedings of the 1st international symposium on Handheld and Ubiquitous Computing* (pp. 304-307). Karlsruhe, Germany: Springer-Verlag.

ALSINA, A. (2007). ¿Por qué algunos niños tienen dificultades para calcular? Una aproximación desde el estudio de la memoria humana. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa 10* (3), 315-333.

ANSELMO, B.; EVESQUE-SAGNARD, S.; FENOY, K.; PLANCHETTE, P. & ZUCHETTA, H. (2008). *Calcul mental au collègue: Nostalgie ou innovation?* Lyon, France: IREM de Lyon.

ARZARELLO, F.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. & SABENA, C. (2008). The ostensive dimension through the lenses of two didactic approaches. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education 40,* 179-188.

ARTIGUE, M. (2009). Didactical design in mathematics education. In C. Winsløw (Ed.), *Nordic Research in Mathematics Education. Proceedings of NORMA 08* (pp. 7-16). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.

ASKEW, M. (1999). Mental methods of computation. In A. Pinel (Ed.), *Teaching, learning and Primary Mathematics.* Derby: Association of Teachers of Mathematics.

ASKEW, M. (2004). El CM, piedra angular del aprendizaje matemático inicial (entrevista). *Revista de Educación, Ministerio de Educación de Chile 310-311,* 23-25.

ASKEW, M.; DENVIR, H.; RHODES, V. & BROWN, M. (2000). Numeracy practices in primary schools: towards a theoretical framework. [Versión Electrónica]. *Research in Mathematics Education 2,* 63–76.

ASKEW, M.; EBBUTT, S. Y MOSLEY, F. (2006). *Enseñanza de estrategias de CMde estrategias de CM. 3o. y 4o. de Enseñanza Básica.* Santiago, Chile: Galileo Libros.

BRANSFORD Y VYE. "Una perspectiva sobre la investigación cognitiva y sus implicaciones para la enseñanza". En Curriculum y cognición. Resnick y Klopfner. Aique. Buenos Aires. 1996.

BELTRAN, J. (1993) Procesos, estrategias y técnicas de aprendizaje. Madrid. Síntesis Psicología.

BLAKEMORE, SARAH-JAYNE; FRITH, UTA, Cómo aprende el cerebro, las claves para la educación, Ariel, 2011.

BAQUERO, R.. & LIMON LUQUE, M. (2001): Introducción a la psicología del aprendizaje escolar. Buenos Aires. Universidad nacional de Quilmes Ediciones.

BELTRAN, J. (1993) Procesos, estrategias y técnicas de aprendizaje. Madrid. Síntesis Psicología.

BERNARD, J. A.(1992): "Estrategias de aprendizaje y enseñanza: evaluación de una actividad compartida en la escuela". En Monereo, C. (comp.): Las estrategias de aprendizaje: procesos, contenidos e interacción. Madrid. Domenech Ediciones.

BRUNER, J: (1998) Acción, Pensamiento y Lenguaje. Madrid Alianza.

BLAKEMORE S., FRITH U. *Cómo aprende el cerebro: las claves para la educación.* Ariel, 2011

BALLESTRA M, MARTÍNEZ J, ARGIBAY P. “Matemáticas y cerebro”. Revista del Hospital Italiano de Buenos Aires 26, 2006.

BEISHUIZEN, M. (1993). Mental strategies and materials or models for addition and subtraction up to 100 in dutch second grades. *Journal for Research in Mathematics Education 24* (4), 294-323.

BEYER, H. (S.F.). Un Simce en movimiento. Obtenido en octubre 12, 2010, http://www.cepchile.cl/dms/lang_1/doc_4604.html.

BRISSIAUD, R. (2003). *Comment les enfants apprennent à calculer.* Paris, France: Retz

BRISSIAUD, R. (2007). *J'apprends les maths (GS-CP-CE1).* Paris, France: Retz

BROWN, M.; ASKEW, M.; BAKER, D.; DENVIR, H. & MILLETT, A. (2002). Is the national numeracy strategy research-based? *British Journal of Educational Studies 46* (4), 362-385.

BROWN, M.; ASKEW, M.; MILLETT, A. & RHODES, V. (2003). The key role of educational research in the development and evaluation of the national numeracy strategy. *British Educational Research Journal 29* (5), 655-672.

BROWN, M.; MILLETT, A.; BIBBY T. & JOHNSON, D. C. (2000). Turning our attention from the what to the how: the national numeracy strategy. *British Educational Research Journal 26* (4), 457-471.

Bruner, J. (1996). *The culture ofeducation.* Cambridge, USA: Harvard University Press.

BUTLEN, D. ET PEZARD, M. (1992). Calcul mental et résolution de problèmes multiplicatifs. *Recherche en Didactique des Mathématiques 12* (2-3), 319-368.

BUTLEN, D. (2007). *Le calcul mental entre sens et technique: recherches sur l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté, du calcul mental à la résolution des problèmes numériques.* Besançon, France: Presses Univ. Franche-Comté

CARRETERO, M. (1996) Construir y enseñar las ciencias experimentales, Buenos Aires. Aique - (1997): Introducción a la Psicología Cognitiva. Buenos Aires. Aique.

DAVID AUSUBEL Teoría del Aprendizaje Significativo.

DAMASIO, ANTONIO, El error de Descartes, Crítica, 2006.

DAVIDSON, RICHARD, BEGLEY, SHARON, El perfil emocional de tu cerebro, Destino, 2012.

DIENES, Z. (2003). *Memoirs ofa maverick mathematician.* London, UK: Upfront Publishing.

EL PAIS periódico, La Paz/Redacción Central Jun 29, 2016

ERLAUER, LAURA, The brain-compatible classroom, ASCD, 2003.

ERK, S. ET AL. (2003): “Emotional context modulates subsequent memory effect”. Neuroimage, 18.

EBBUTT, S.; MOSLEY, F. Y SKINNER, C. (2005). *Enseñanza de estrategias de CM. 1ero. y 2o. Enseñanza Básica.* Santiago, Chile: Galileo Libros.

ECOCAM (2009). *Experimiento para Ecocam (Kuky).* Obtenido de www.pleger.cl/research/ecocam.

ENGLISH, L. (ED.). (1997). *Mathematical reasoning: analogies, metaphors, and images.* London, UK: Lawrence Erlbaum.

ESPINOZA, L.; BARBÉ, J. Y GÁLVEZ, G. (2009). Estudio de fenómenos didácticos vinculados a la enseñanza de la aritmética en la educación básica chilena. *Enseñanza de las Ciencias 27* (2),157-168.

FILELLA, G.; BISQUERRA, R.(2010):"La educación emocional en secundaria" en La educación emocional en la práctica, Bisquerra R. (Coord.), Horsori.

FORÉS, ANNA, LIGIOIZ, MARTA, Descubrir la neurodidáctica, UOC, 2009.

FERNÁNDEZ J. "Neurociencia y enseñanza de la matemática", Revista Iberoamericana de Educación 51, 2010. *Enseñar matemáticas a adolescentes*

FLESSAS, J. (1997). L'impact du style cognitive sur les apprentissages. *Revue Éducation Francoph 25* (2). Obtenido de

FLESSAS, J. & LUSSIER, F. (2005). *La neuropsychologie de l'enfant.* Paris, France: Dunod.

GARDNER, H (1996), "Cap. 2; Una versión madurada" (con Joseph Walters) en Gardner, H. Inteligencias Múltiples: la teoría en la práctica. Barcelona, Paidós.

GARDNER, HOWARD, Inteligencias múltiples: la teoría en la práctica, Paidós, 1995.

GALLESE, V. & LAKOFF, G. (2005). The brain's concepts: the role of the sensory-motor system in conceptual knowledge. *Cognitive Neuropsychology 22* (3-4), 455-479.

GÁLVEZ, G. (2009). *CM: pensado, reflexionado, simplificado.* Santiago, Chile: Fundación Arauco.

GÁLVEZ, G. Y SOTO-ANDRADE, J. (2006). Conocimiento matemático para educadoras de párvulos y de niños en básica inicial. En *Los desafíos en la formación de profesores de matemática.* Evento de cierre del proyecto FONDEF D021 1090 (septiembre 6, 2006). Santiago, Chile: Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación.

GARANDERIE, A. DE LA (1989). *Les profils pédagogiques. Discerner les aptitudes scolaires.* Paris, France: Éditions du Centurion.

HOWARD-JONES, PAUL, Investigación neuroeducativa, Muralla, 2011.

http://victormms.aprenderapensar.net/files/2010/03/ense%C3%B1aradolescentes.pdf

http://victormms.aprenderapensar.net/files/2010/03/ense%C3%B1aradolescentes.pdf

http://evirtual.uaslp.mx/Vinculacion/CORECYTzc/Documentos%20compartidos/2010%20-%20Documento%20Conocer%20-%20Carlos%20Artolozaga.pdf

http://www.acelf.ca/c/revue/revuehtml/25-2/r252-03.html

JENSEN, ERIC, Cerebro y aprendizaje: competencias e implicaciones educativas, Narcea, 2004.

JENSEN, E. (2010): “10 Most effective tips for using brain based teaching and learning”, http://www.ericjensen.com.

LANTIERI, LINDA, Inteligencia emocional infantil y juvenil, Aguilar, 2009.

NIEVES MAYA ELCARTE SANTIAGO RIVERO RODRIGO PRÓLOGO Y DIRECCIÓN CIENTÍFICA DE FRANCISCO JOSÉ RUBIA VILA. Conocer el cerebro para la excelencia en la educación,

PAGINA SIETE Periódico, La Paz/Publicación Domingo, 30 de Agosto de 2015

POZO, J.: (1996) Teorías cognitivas del aprendizaje. Madrid. Morata.

RIVIÊRE, A (1987): El sujeto de la Psicología cognitiva. Madrid Alianz

A N E X O S

ENCUESTA Nº 1

Opinión de alumnos de la carrera de ingeniería de la Universidad Tecnológica Boliviana UTB,

1. Piensa usted que es fácil hacer un cálculo mental en operaciones de multiplicación?

- (●) Fácil
- ( ) Muy fácil
- ( ) No es fácil
- ( ) Es difícil

2. Se siente seguro (a) cuando hace un cálculo mental en operaciones de multiplicación?

- ( ) Seguro (a)
- ( ) Muy seguro (a)
- ( ) Más o menos seguro (a)
- ( ) Inseguro (a)

3. Es práctico hacer cálculo mental en operaciones de multiplicación?

- ( ) Realmente práctico
- ( ) Muy práctico
- ( ) Más o menos práctico
- ( ) No es práctico

4. Piensa usted que es necesario el cálculo mental en operaciones de multiplicación?

- Realmente necesario
- Más o menos necesario
- Un poco necesario
- Innecesario

5. Es razonable aplicar el cálculo mental en operaciones de multiplicación?

- Realmente razonable
- Más o menos razonable
- Un poco razonable
- Nada razonable

6. En su colegio, incentivaban sus profesores el cálculo mental en operaciones de multiplicación?

- Sí, muchísimo
- Sí, en todos los niveles
- En algunos cursos del nivel primario y secundario
- Sólo en el nivel primario
- Sólo en el nivel secundario
- Algunas veces
- Nunca apoyaron el cálculo mental

7. Cómo califica usted su cálculo mental en operaciones de multiplicación?

- Excelente
- Muy bueno
- Bueno
- Regular
- No del todo bueno

8. Piensa usted que el cálculo mental es bueno para realizar operaciones de multiplicación?

- Excelente
- Muy bueno
- Bueno
- Nada bueno

9. Considera buena la idea de aprender a realizar un cálculo mental en operaciones de multiplicación, con un método rápido y exacto?

- Excelente idea
- Buena idea
- Más o menos una buena idea
- Mala idea

10. ¿Conoce usted el Método Coto que enseña a realizar un cálculo mental exacto en operaciones de multiplicación?

- Lo conozco
- Escuche sobre este Método
- Desconozco

ENCUESTA Nº 2

1. Le pareció bueno aprender el Método Coto?

- ○ Excelente
- ○ Muy bueno
- ○ Bueno
- ○ Regular
- ○ No me pareció bueno

2. Es efectivo el Método Coto en el cálculo mental de las operaciones de multiplicación?

- ○ Demasiado efectivo
- ○ Muy efectivo
- ○ Efectivo
- ○ Algo efectivo
- ○ No es efectivo

3. Le parece que es práctico el Método Coto?

- ○ Excelentemente práctico
- ○ Muy práctico
- ○ Práctico
- ○ Más o menos práctico
- ○ No es práctico

4. Usted se siente bien con el aprendizaje del Método Coto?

- ○ Excelente
- ○ Muy bien

- Bien
- No muy bien
- No me siento bien

5. Le parece bueno el procedimiento que utiliza el Método Coto en el cálculo mental?

- Excelente
- Muy bueno
- Bueno
- Regular
- No es bueno

6. Le pareció fácil aprender el Método Coto?

- Extremadamente fácil
- Múy fácil
- Fácil
- Más o menos fácil
- Difícil

7. Le parece exacto el cálculo mental del Método Coto en la multiplicación?

- Extremadamente exacto
- Muy exacto
- Exacto
- Más o menos exacto
- No es exacto

8. Piensa usted que los estudiantes que ingresen a la carrera de Ingeniería de la U.T.B. deberían aprender el cálculo mental del Método Coto?

- Totalmente de acuerdo
- Muy de acuerdo
- De acuerdo
- Más o menos de acuerdo
- No estoy de acuerdo

9. Se siente bien ahora que aprendió y aplicó el Método Coto en el cálculo mental de las operaciones de multiplicación?

- Me siento excelente
- Me siento muy bien
- Me siento bien
- Me siento más o menos
- No me siento bien

10. Se siente seguro (a) de su cálculo mental en cualquier operación de multiplicación luego de aprender el Método Coto?

- Extremadamente seguro (a)
- Muy seguro (a)
- Seguro (a)
- Más o menos seguro(a)
- No tan seguro (a)
- Inseguro (a)

PRUEBA DE CONOCIMIENTO - CALCULO MENTAL – A ESTUDIANTES DE LA CARRERA DE INGENIERIA DE LA UNIVERSIDAD TECNOLOGICA DE BOLIVIANA UTB

F ◯ **M** ◯

1. **SUMA LOS SIGUIENTES NUMEROS. REALIZA LAS OPERACIONES MENTALMENTE**

a) 3 5 4 6 8 9 2 5 3 6 6 5 5 7 6 3 2 5 1 3 =

b) 9 4 8 2 6 4 8 7 1 7 8 8 4 3 4 2 4 4 3 7 =

c) 6 2 6 5 9 3 9 9 5 3 3 9 3 2 7 5 5 6 2 6 =

d) 5 1 5 8 4 6 1 3 7 8 6 2 7 7 3 4 3 3 5 7 =

e) 7 3 3 7 7 2 4 7 8 9 2 1 2 5 9 6 6 7 8 5 =

2. **CUAL NUMERO VA A CONTINUACION SIGUIENDO LA LOGICA NUMERICA**

a) 351, 338, 360, 347,……..

b) 24, 8, ……..., 10, 66, 42, 64

c) 42,……..., 64, 75, 86

d) 16, 36,……..., 100, 144

e) 1, 1, 2, ……..., 5, 8, 13

f) 21, 14, 35, 56, 77, 98,……..

g) 513, 499, 484, 468, ……, 433

h) 225, 196, ……, 144, 121

3. **PRACTICA LA MULTIPLICACION**

a) 4 3 1 4
X 3 2 9 1

b) 7 2 9 2
X 6 1 5 1

c) 8 3 8 4
X 6 2 1 2

4. SELECCIONAR LA RESPUESTA CORRECTA

1. (111 X 2) + 49	a) 161	b) 271	c) 245	d) 275
2. 948 + 326 – 124	a) 1035	b) 950	c) 1150	d) 1240
3. (417 X 32) – 93	a) 120200	b) 13251	c) 11805	d) 10977

5. AHORA REALIZAREMOS SUMA, RESTA Y MULTIPLICACION

a) 504 X 8 +…….. = 4049 b) 417 X 32 - ……..= 13251

6. RESUELVE LAS SIGUIENTES RAICES CUBICAS

a) $\sqrt[3]{10648}$ = b) $\sqrt[3]{24389}$ = c) $\sqrt[3]{704969}$ = d) $\sqrt[3]{91125}$ =

7. COLOCAMOS EN EL ESPACIO EL NUMERO QUE FALTA

a) 42 + 5 - ……= 35 c) 54/3 + ……= 29 e) (3/6) X ……..= 2

b) 27 X 11 + ……= 308 d) …….X 14 + 12 = 82 f) 28/……. + 59 = 61

INDUCCION METODO COTO